

Lebensdauerprognose von Klebverbindungen mit der Kontinuumschädigungsmechanik

U. Kroll, A. Matzenmiller, Institut für Mechanik, Fachgebiet Numerische Mechanik, Universität Kassel

Bei der rechnerischen Lebensdauerprognose von Klebverbindungen werden meistens nicht standardisierte Methoden aus der klassischen Betriebsfestigkeitsanalyse verwendet, die zwar besonders einfach und schnell umzusetzen sind, aber lediglich eine sehr grobe Abschätzung der Versagenszeit ergeben. Eine Alternative dazu ist die Kontinuumschädigungsmechanik, die einerseits sehr genaue Prognosen ermöglicht und sich andererseits komfortabel in automatisierbare Berechnungsabläufe auf Basis der Finite-Elemente-Methode (FEM) integrieren lässt. Im folgenden Beitrag werden die Methoden der Betriebsfestigkeitsanalyse und der Kontinuumschädigungsmechanik zur Lebensdauerprognose vorgestellt und deren Gemeinsamkeiten und Unterschiede aufgezeigt. Abschließend wird die Prognosegüte eines Modells der Kontinuumschädigungsmechanik für Klebverbindungen demonstriert.

1 Betriebsfestigkeit

Bauteile erfahren im Betriebszustand eine Betriebsbelastung, die zu Werkstoffschädigung, Rissinitiierung, Rissfortschritt und schließlich zu Bauteilversagen führt. Die Betriebslast ist statische Last wie Eigengewicht überlagert mit zyklischer Belastung wie dynamische Unwucht. Die gesamte Zeit oder Lastzyklenzahl, die ein vollständig intaktes, ungeschädigtes Bauteil der Betriebslast bis zum Versagenszeitpunkt ausgesetzt ist, wird als Lebensdauer bezeichnet. Ziel der klassischen Betriebsfestigkeitsanalyse ist, die Lebensdauer des Bauteils zu prognostizieren, um die Gesamtbetriebszeit angeben zu können, bis zu der die Funktionsfähigkeit des Bauteils gewährleistet ist.

1.1 Experimentelle Betriebsfestigkeitsanalyse

Die Betriebsfestigkeit ist die Schwingfestigkeit unter wirklichkeitsnahen Betriebsbedingungen [1]. Nicht nur Bauteile sondern auch deren Fügeverbindungen werden betriebsfest ausgelegt. Dafür wird zunächst die Zeitfestigkeit experimentell mit dem Wöhlerversuch ermittelt: Die harmonische Lastzeitfunktion

$$F = F_m + F_a \sin(2\pi ft) \quad (1)$$

bewirkt die harmonische Beanspruchungszeitfunktion

$$\sigma = \sigma_m + \sigma_a \sin(2\pi ft) \quad (2)$$

Arithmetischer Mittelwert bzw. Amplitude sind mit den Indizes m bzw. a , die Frequenz mit f und die Zeit mit t bezeichnet. Die Belastung wird bis zum Versagen auf den Prüfkörper aufgegeben. Als Versagenskriterium wird üblicherweise vollständiger Probenbruch oder die Abnahme der globalen Probensteifigkeit auf einen Restwert herangezogen. Bei einer Reihe aus Wöhlerversuchen im Schwellbereich ($\sigma \geq 0$) erfährt der Prüfkörper jeweils pro Versuch eine andere Belastung, wobei das Beanspruchungsverhältnis $R = \sigma_{\min}/\sigma_{\max}$ als Quotient aus Ober- $\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_a$ und Unter- $\sigma_{\min} = \sigma_m - \sigma_a$ Spannung konstant ist. Zur Auswertung der Versuchsreihe wird die Spannungsamplitude über der zugehörigen experimentell ermittelten Anzahl der Zyklen bis zum Versagen (Bruchschwingspielzahl) N_f im Wöhlerdiagramm einfach- oder doppeltlogarithmisch aufgetragen. Die harmonische Belastung beim Wöhlerversuch wird auch als Belastung mit konstanten Amplituden – auch Einstufenversuch – bezeichnet. Nach der Charakterisierung der Einstufen-Schwingfestigkeit folgen N-Stufenversuche (Blockprogrammversuche), bei denen N Lastabschnitte vorliegen, in denen die Belastung einer jeweils anderen harmonischen Zeitfunktion folgt. Zuletzt wird in Betriebslastver-

suchen der Prüfkörper wirklichkeitsnahen Bedingungen ausgesetzt. Bei Betriebslastversuchen hat jeder Zyklus seine individuelle Amplitude gemessen an dem globalen arithmetischen Mittelwert der Last, weshalb Betriebslasten als Belastungen mit variablen Amplituden bezeichnet werden.

1.2 Rechnerische Betriebsfestigkeitsanalyse zur Lebensdauerprognose

Die Testdaten aus den vorher beschriebenen Versuchsreihen stellen die Basis für Konzepte der Betriebsfestigkeitsanalyse zur Lebensdauerprognose dar. Die bekanntesten Konzepte lassen sich als Nenn- und Strukturspannungskonzept klassifizieren. Die Ideen beider Konzepte sind im etablierten Schrifttum zu finden [2,3]. Umsetzungen finden die Konzepte in Regelwerken wie Normen oder Richtlinien. Bei beiden Ansätzen wird ein Spannungsmaß als Nenn- bzw. Strukturspannung definiert. Die Definition ist nicht einheitlich festgelegt, sodass keine einheitlichen Nenn- und Strukturspannungskonzepte existieren. Vielmehr wird für jeden Anwendungsfall ein neues Konzept mit zugehörigem Regelwerk entwickelt.

Beim Nennspannungskonzept wird der Nennquerschnitt für den betriebsfest auszulegenden Bereich definiert, in dem der Spannungszustand idealerweise quasi-homogen ist. Die Nennspannung folgt dann analytisch aus der elementaren Festigkeitslehre. Bei inhomogenen Spannungszuständen kann der Nennquerschnitt nicht oder nur mit stark vereinfachenden Annahmen festgelegt werden, was die Validität und Genauigkeit der Prognose stark einschränkt.

Beim Strukturspannungskonzept, das auf die Betriebsfestigkeitsanalyse von Schweißverbindungen zurückgeht und auch bei inhomogenen Spannungszuständen anwendbar ist, wird die Strukturspannung mittels örtlicher Extrapolation aus Spannungsbeiträgen benachbarter Elemente einer Finite-Elemente-(FE-)Rechnung gewonnen. Meist werden nur kritische Stellen (Hot Spots) ausgewertet, an denen Spannungsspitzen auftreten. Die Strukturspannung dient zur Berücksichtigung der Inhomogenität und Mehrachsigkeit des Spannungszustands, wofür dieser örtlich in den Skalar σ_{eq} oder σ_{crit} aus einer Vergleichsspannungshypothese bzw. Hypothese der kritischen Schnittebene abgebildet wird.

Die kritische Schnittebene wird lokal in der Struktur als die Koordinatenebene definiert, bezüglich der eine werkstoffspezifische skalare Funktion $f(\cdot)$ des Spannungstensors σ maximal wird. Bei jeder Hypothese

wird die kritische Spannung σ_{crit} infolge orthogonaler Koordinatentransformation des Spannungstensors mit dem Transformationstensor \mathbf{T}_{crit} bezüglich der kritischen Schnittebene erhalten:

$$\sigma_{\text{crit}} = \max f(\mathbf{T}_{\text{crit}} \boldsymbol{\sigma} \mathbf{T}_{\text{crit}}^T). \quad (3)$$

Zur Berechnung der kritischen Spannung σ_{crit} in Gl. (3) werden häufig die Hauptnormal- und Hauptschubspannung verwendet. In [24] sind eine Übersicht zu Hypothesen der kritischen Schnittebene und eine Klassifikation der bekanntesten Ansätze vorzufinden. Bei Vergleichsspannungshypothesen wird aus dem Spannungstensor die skalare Vergleichsspannung $\sigma_{\text{eq}} = f(\boldsymbol{\sigma})$ gebildet, wobei vorzugsweise Invarianten I_i bzw. J_j des Spannungstensors und -deviators $\boldsymbol{\sigma}_{\text{dev}}$ verwendet werden:

$$\sigma_{\text{eq}} = f(I_i(\boldsymbol{\sigma}), J_j(\boldsymbol{\sigma}_{\text{dev}})), \quad i, j = 1, \dots, 3. \quad (4)$$

Die Funktion $f(\cdot)$ in den Hypothesen (3) und (4) ist frei wählbar und nicht auf einen bestimmten Zyklus beschränkt, sodass durchaus Beanspruchungskennwerte wie Amplitude und Mittelwert von einzelnen Spannungskomponenten verwendet werden können. Die Definition der Amplitude und des Mittelwerts sowie die Verfahrensweise zum Bilden der kritischen Spannung σ_{crit} oder Vergleichsspannung σ_{eq} mit der Funktion $f(\cdot)$ sind hierbei keinesfalls einheitlich, sondern dem spezifizierenden Regelwerk zu entnehmen. Hierbei kann auch ein Zählverfahren von Amplitudenstufen wie der Rainflow-Algorithmus [25] eingesetzt werden, anhand dessen die Definition der Amplitude festgelegt wird.

Ansätze auf Basis kritischer Schnittebenen und Vergleichsspannungen (3) und (4) werden als mehraxiale Ermüdungskriterien bezeichnet, von denen in [4,5] eine Übersicht vorzufinden ist. Mit den Ermüdungskriterien wird beabsichtigt, sowohl die Mehrachsigkeit als auch die Nichtproportionalität der Beanspruchung zu erfassen, die sich dadurch auszeichnet, dass die Beanspruchung über die Zeit nicht mit einem festen Spannungszustand ausgedrückt werden kann, der mit einer skalaren Zeitfunktion multipliziert wird.

Die FKM-Richtlinie [6] ist ein modernes Regelwerk für Nenn- und Strukturspannungskonzepte. Bei Nenn- bzw. Strukturdehnungskonzepten werden die erläuterten Methoden nicht auf den Spannungs- sondern auf den Dehnungszustand angewendet. Nenn- und Strukturspannungen unterliegen in den meisten Regelwerken zusätzlich vielen Einflussfaktoren zur Berücksichtigung von struktureller Ausbildung (Schweißung, Guss etc.), Art der Belastung (Überlasten, Proportionalität bzw. Nichtproportionalität der Beanspruchung), Temperatur, momentane Auslastung, Oberflächenbeschaffenheit, Kollektivform, Kollektivumfang, Mittelspannung, Strukturgröße, Kerbwirkung etc.

Zur Lebensdauerprognose bei Belastung mit variablen Amplituden liefern die o. g. Konzepte Spannungen als treibende Größen für die Schädigung d , die nach einer Schädigungsakkumulationshypothese vom ungeschädigten Zustand ($d = 0$) bis zum Versagen ($d = 1$) akkumuliert wird. Es wird zwischen linearen und nichtlinearen Hypothesen unterschieden, wobei mit Linearität bzw. Nichtlinearität i. Allg. die Kommutativität bzw. Nichtkommutativität der Akkumulation gemeint ist.

Die meisten Methoden der Betriebsfestigkeitsanalyse basieren auf linearen Schädigungsakkumulationshypothesen, von denen die einfachste und bekannteste diejenige nach PALMGREN [7] und MINER [8] ist. Bei der PALMGREN-MINER-Schädigungsakkumulationshypothese wird davon ausgegangen, dass sich die Schädigung d_{PM} infolge n Stufen aus der Summe der Schädigungsanteile $\Delta d_{\text{PM}i}$ ergibt. Der Schädigungsanteil der Stufe i , bei der die Spannungsamplitude σ_{ai} und die Mittelspannung σ_{mi} vorliegen, berechnet sich als Verhältnis aus der Anzahl erlittener Zyklen N_i und der entsprechenden Bruchzyklenzahl $N_{fi}(\sigma_{ai}, \sigma_{mi})$ des Einstufenversuchs:

$$d_{\text{PM}} = \sum_{i=1}^n \Delta d_{\text{PM}i}, \quad \Delta d_{\text{PM}i} = \frac{N_i}{N_{fi}(\sigma_{ai}, \sigma_{mi})}. \quad (5)$$

Zur Berücksichtigung der Mehrachsigkeit und Nichtproportionalität der Beanspruchung können für die Spannungsamplitude σ_{ai} und Mittelspannung σ_{mi} die Definitionen einer kritischen Spannung oder einer Vergleichsspannung nach Gln. (3) und (4) verwendet werden. Die Summenbildung in Gl. (5) ist kommutativ, sodass die zeitliche Reihenfolge des Auftretens der n Stufen bedeutungslos ist. Deswegen wird die PALMGREN-MINER-Hypothese als lineare Schädigungsakkumulationshypothese bezeichnet. Die Schädigung der linearen Akkumulation berechnet sich allgemein mit

$$d_{\text{LA}} = f\left(\sum_{i=1}^n \frac{N_i}{N_{fi}(\bar{\sigma}_i)}\right), \quad (6)$$

worin für die Beanspruchung $\bar{\sigma}_i = f(\sigma_{\text{max}}, \sigma_{\text{min}})$ wie bei der PALMGREN-MINER-Hypothese üblicherweise Amplitude und Mittelwert verwendet werden und $f(\cdot)$ in Gl. (6) durchaus eine nichtlineare Funktion sein kann. Ein nichtlinearer Schädigungsverlauf hat demnach nicht automatisch eine nichtlineare Schädigungsakkumulation zur Folge. Die nichtlineare Akkumulation ist allerdings durch eine Vielzahl experimenteller Untersuchungen der Lebensdauer für verschiedenste Werkstoffe nachgewiesen worden.

Bei nichtlinearer Akkumulation infolge i Stufen berechnet sich die Schädigung nicht aus der Summe der Zyklenzahlverhältnisse, sondern rekursiv zu

$$d_{\text{NA}} = f\left(\bar{\sigma}_i, g_i\left(\bar{\sigma}_i, \bar{\sigma}_{i-1}, g_{i-1} + \frac{N_i}{N_{fi}(\bar{\sigma}_i)}\right)\right) \quad (7)$$

bis $i = 1$ mit $g_1 = N_1/N_{f1}(\bar{\sigma}_1)$. Die Funktionen $f(\cdot)$ und $g_i(\cdot)$ sind nichtlinear. Durch die rekursive Kopplung der Beanspruchung $\bar{\sigma}$ mit dem Zyklenzahlverhältnis in der nichtlinearen Funktion $g_i(\cdot)$ ist die Modellierung zur Berücksichtigung von Reihenfolgeeffekten der Beanspruchungszeitfunktion möglich, was die nichtlineare Schädigungsakkumulation gegenüber der linearen Theorie auszeichnet. Eine umfangreiche Übersicht zu linearen und nichtlinearen Schädigungsakkumulationshypothesen ist [9] zu entnehmen.

Mit den Gleichungen (3) und (4) wird beabsichtigt, die elementare Festigkeitslehre und die darin verwendeten Festigkeitshypothesen auf die Betriebsfestigkeitsanalyse zu übertragen und somit Kriterien für das Ermüdungsversagen von Werkstoffen und Strukturen zu definieren. Solchen Definitionen und der einherge-

henden Festlegung der Vorgehensweise zum Nachweis der Betriebsfestigkeit sind keine Grenzen gesetzt, sodass die Betriebsfestigkeitsanalyse von standardisierten Methoden weit entfernt ist. National und international sind verschiedene Regelwerke zum Betriebsfestigkeitsnachweis entstanden, die einer ständigen Aktualisierung unterliegen. Für jeden Werkstoff bzw. Struktur werden neue Regelwerke auf Basis der eingangs erläuterten Methoden verfasst.

Bei Konzepten der klassischen Betriebsfestigkeit auf Basis von FE-Rechnungen werden in der Rechnung Einheitslastfälle auf die auszulegende Struktur aufgegeben, die zu lokalen Beanspruchungen führen, die anschließend mit der Lastzeitfunktion multipliziert werden. So kann die lokale Beanspruchung in der gesamten Struktur für den gesamten Zeitraum der Lastzeitfunktion verarbeitet werden. Diese Vorgehensweise ist eine Superposition ohne Einfluss der Belastungsgeschichte. Die Superposition ist auf parallelisierten Rechenclustern simultan abzuarbeiten und damit rechnerisch äußerst effizient. Allerdings hat die Superposition automatisch die Linearität der gesamten zugrundeliegenden Theorie zur Folge. Die Berücksichtigung nichtlinearer Effekte, wie große Deformationen, nichtlineares Materialverhalten und insbesondere nichtlineare Schädigungsakkumulation und die damit verbundene Berücksichtigung von Reihenfolgeeffekten, kann nur mit sehr großem Aufwand in den methodischen Ablauf eingepflegt werden. Im Fall der Schädigungsakkumulation werden dafür lineare Hypothesen nach Gln. (5) und (6) zwar modifiziert – die zugrundeliegende Theorie bleibt jedoch stets linear, um weiterhin die Superposition anwenden zu können. Im Schrifttum sind deshalb eine Vielzahl verschiedener Nenn-, und Strukturspannungskonzepte, Zählverfahren und Modifikationen für lineare Schädigungsakkumulationshypothesen zu finden. In den meisten Fällen verbleibt aber eine meist nur ausreichend grobe Genauigkeit der Lebensdauerprognose.

1.3 Betriebsfestigkeitsanalyse von Strukturklebverbindungen

Für Strukturklebverbindungen existiert bislang kein etabliertes Verfahren zur Lebensdauerprognose. In [10] ist der aktuelle Stand der Technik aufgeführt. Im Forschungsprojekt [11] werden ein Strukturspannungskonzept und ein Materialmodell entwickelt mit dem Ziel, ein praxistaugliches Lebensdauerprognosekonzept für die industrielle Anwendung zu schaffen. In [12] ist der Stand der Forschung auf dem Gebiet der Lebensdauerprognose von Klebverbindungen ausführlich beschrieben. Vor allem die Kohäsivzonen- und ihre Anwendung mit Kohäsivzonenelementen in FE-Software, Rissfortschrittshypothesen der Bruchmechanik sowie Ermüdungskriterien und Schädigungsakkumulationshypothesen sind Bestandteile der Forschung. Die Verwendung der FEM findet bei allen Prognosemethoden zunehmend Einzug. In [13] wird ein linear viskoelastisches Materialmodell entwickelt, dessen Implementierung numerisch effizient für das Kohäsivzonenelement der kommerziellen FE-Software LS-DYNA erfolgt ist. Ein Ansatz aus der Kontinuumschädigungsmechanik wird ergänzt, um das Versagen

infolge lang anhaltender mechanischer Belastung prognostizieren zu können. Die Schwingfestigkeit der Klebschicht stumpf geklebter, einfacher Proben mit nahezu homogenem Spannungszustand bei Belastung mit konstanten Amplituden, die zu proportionaler Beanspruchung der Klebschicht führt, wird infolge transienter, impliziter FE-Berechnungen gut prognostiziert. Die Kontinuumschädigungsmechanik hat sich dabei als fundamentaler Schlüssel herausgestellt, der den Zugang zu validen Prognosekonzepten mit höchster Genauigkeit öffnet. Die Erweiterung des Kontinuumschädigungsmechanischen Ansatzes und die Implementierung in kommerzielle FE-Software wird im Forschungsprojekt „Analyse der Schwingfestigkeit geklebter Stahlverbindungen unter mehrkanaliger Belastung“ (IGF 18107 N, FOSTA P1028) weiter verfolgt mit dem Ziel, die Validität des Modells bei nicht-proportionaler Beanspruchung zu gewährleisten.

2 Kontinuumschädigungsmechanik

Die Berücksichtigung der Mehrachsigkeit der Beanspruchung sowie das Erfassen von Reihenfolgeeffekten der Lastsequenz sind von zentraler Bedeutung für eine präzise Lebensdauerprognose. Die Kontinuumschädigungsmechanik stellt dafür zusammen mit der FEM einen geschlossenen theoretischen und numerischen Rahmen bereit, um Modelle für genaueste Prognosen zu schaffen.

2.1 Entwicklung der Kontinuumschädigungsmechanik

Die Kontinuumschädigungsmechanik geht auf die Arbeit von KACHANOV [14] zurück, in der die Zeit bis zum Spröbruchversagen bei einaxialer Kriechbelastung mit der dimensionslosen Kontinuität

$$\psi = \frac{A_0 - A_{\text{def}}}{A_0} = \frac{\tilde{A}}{A_0} \quad (8)$$

prognostiziert wird. Beim Schnitt durch einen kontinuierlichen Körper ohne Belastungsvorgeschichte ist die Schnittfläche die Ausgangsfläche A_0 , s. Bild 1. Bei Belastung bilden sich Mikrodefekte, infolge derer die Ausgangsfläche um die Defektfläche A_{def} reduziert wird, sodass die Belastung nur noch über die effektive Fläche $\tilde{A} = A_0 - A_{\text{def}}$ abgetragen werden kann. Ist die Defektfläche für jeden denkbaren Schnitt mit Normale \mathbf{n} gleich, so ist die Schädigung isotrop. Die Mikrodefektausbildung infolge mechanischer Beanspruchung σ wird mit der Differentialgleichung der Form

$$d\psi/dt = \dot{\psi} = f(\psi, \sigma) \quad (9)$$

beschrieben. RABOTNOV [15] definiert die effektive Spannung

$$\tilde{\sigma} = \sigma / (1 - \omega) \quad (10)$$

und die Schädigung $\omega = 1 - \psi$ bzw.

$$D = 1 - \psi \quad (11)$$

als komplementäre Größe zur Kontinuität. Das lateinische D („damage“) hat in Modellen der Kontinuumschädigungsmechanik das griechische ω weitgehend abgelöst. $D = 0$ entspricht dem Zustand ohne Schädigung und $D = 1$ dem Eintreten des Bruchs in Form der Initiierung eines Makrorisses. Die Werte zwischen

null und eins bezeichnen den Schädigungszustand infolge Ausbildung und Zusammenschluss von Mikrodefekten.

Anstelle der algebraischen Gleichung (11) wird im Kontinuumschädigungsmechanischen Rahmen analog zu Gl. (9) die Differentialgleichung

$$\dot{D} = f(D, \alpha_i) \quad (12)$$

für die Schädigungsentwicklung verwendet, wobei α_i stellvertretend für i schädigungstreibende Größen steht, die bei der Modellierung mechanischer Schädigung einer Spannung oder Dehnung entsprechen.

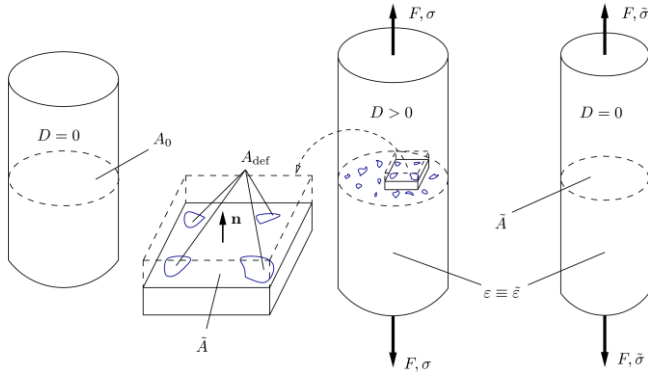


Bild 1 Illustration von Schädigung: (links) ungeschädigtes Material ohne Belastungsvorgeschichte; (Mitte) Material im physikalischen Raum nach Ausbildung von Mikrodefekten infolge Belastung; (rechts) ungeschädigtes Material im effektiven Raum.

Die Illustration in Bild 1 gibt einen anschaulichen Zugang zur Definition der Schädigung. Das Material wird im effektiven Raum (rechts dargestellt) mit Modellgleichungen beschrieben, in denen keine Schädigung vorhanden ist. Das resultierende Materialverhalten wird als effektives Materialverhalten infolge effektiver Spannung $\tilde{\sigma}$ und Dehnung $\tilde{\varepsilon}$ bezeichnet. Die Fläche, über die die Belastung abgetragen wird, ist die effektive Fläche \tilde{A} . Im physikalischen Raum (in der Mitte dargestellt) liegen die physikalische oder nominelle Spannung σ und Dehnung ε des geschädigten Materials vor.

Das Hinzufügen des Schädigungsmodells (12) zum Gleichungssatz des effektiven Materials erfolgt mit der Beziehung zwischen effektiver und nomineller Spannung (10), die automatisch die Hypothese der Dehnungsäquivalenz [26] zur Folge hat. Diese Hypothese besagt, dass sich die Schädigung nicht auf die effektive Dehnung auswirkt und somit die Dehnungen vor und nach Modellierung von Schädigung identisch sind:

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon. \quad (13)$$

Im eindimensionalen elastischen Fall ist die effektive Materialantwort

$$\tilde{\sigma} = E\tilde{\varepsilon}, \quad (14)$$

wobei E den Elastizitätsmodul kennzeichnet. Gemäß Gl. (10) ergibt sich die nominelle Spannung

$$\sigma = (1 - D)\tilde{\sigma} \quad (15)$$

bei Berücksichtigung der Gln. (13) und (14) zu

$$\sigma = (1 - D)E\varepsilon. \quad (16)$$

Im eindimensionalen Fall sind die Gleichungen für ein elastoschädigendes Material mit den Gln. (12) und

(16) gegeben. Demzufolge wirkt die Schädigung als degradierender Faktor $(1 - D)$ auf das effektive Materialverhalten. Der soeben dargestellte eindimensionale Fall ist auf die dreidimensionale Theorie direkt übertragbar. Neben dem Konzept der effektiven Spannung bzw. der Dehnungsäquivalenzhypothese existieren auch andere Äquivalenzprinzipie.

Die Theorie der Kontinuumschädigungsmechanik bietet einen universellen Zugang zur Modellierung von Schädigung im Rahmen der Kontinuumsmechanik, wobei der zuvor erläuterte geometrische Zugang nicht erforderlich ist. Schädigung wird in der Kontinuumschädigungsmechanik für den materiellen Punkt als innere Variable definiert, die den irreversiblen Rückgang der Integrität angibt. Die Integrität ist das Vermögen des kontinuierlichen Körpers, äußere Lasten über die Ausbildung innerer Kräfte zu übertragen. Der Begriff der Integrität hat den Begriff der Kontinuität mit den Arbeiten von KRAJINOVIC [19,20] abgelöst. Schädigung repräsentiert in der Kontinuumschädigungsmechanik im weitesten Sinne die Mikrodefektdichte eines materiellen Punkts.

Die Modellierung des Versagens mit der Kontinuumschädigungsmechanik erfolgt in zwei Schritten: Zuerst wird das effektive Materialverhalten ohne Berücksichtigung von Schädigung modelliert. Anschließend wird Schädigung über das Konzept der effektiven Spannung bzw. der Äquivalenzhypothese eingebracht. Eine ausführliche Darstellung der Theorie der Kontinuumschädigungsmechanik ist in [27,30,32,33] zu finden.

2.2 Kontinuumschädigungsmechanische Modellbildung für die Lebensdauerprognose

LEMAITRE und CHABOCHE verwenden das Konzept der Schädigung in [16], um die Versagenszeit infolge niederzyklischer Kriech- und Ermüdungsbeanspruchung metallischer Werkstoffe zu prognostizieren. Die Entwicklung der Schädigung D wird mit der Kriech- D_c und Ermüdungsschädigung D_f durch die Differentialgleichung

$$dD = dD_c + dD_f \quad (17)$$

beschrieben, die nichtlineare Schädigungsakkumulation aufweist. Der Kriechanteil ist ein modifizierter Ansatz auf Basis von KACHANOV [14], bei dem die Spannung σ die schädigungstreibende Größe ist:

$$dD_c = f(D, \sigma)dt. \quad (18)$$

Im Ermüdungsschädigungsanteil

$$dD_f = f(D, \Delta\sigma, \sigma_m)dN \quad (19)$$

sind die Spannungsschwingbreite $\Delta\sigma = 2\sigma_a$ und die Mittelspannung σ_m die schädigungstreibenden Größen. LEMAITRE greift den Ansatz in [17] auf und präsentiert eine Schädigungsdifferentialgleichung der Art

$$\dot{D} = \dot{D}_c + \dot{D}_f + \dot{D}_p, \quad (20)$$

in der die Schädigungsentwicklung \dot{D}_p infolge Plastizität ergänzt ist. Ein weiterer Unterschied zum vorigen Modell ist, dass jeder Schädigungsanteil von der Vergleichsspannung σ_{eq} bzw. deren Zeitableitung $\dot{\sigma}_{eq}$ abhängt:

$$\dot{D}_c = f(D, \sigma_{eq}), \quad (21)$$

$$\dot{D}_f = f(D, \sigma_{eq}, \dot{\sigma}_{eq}), \quad (22)$$

$$\dot{D}_p = f(D, \sigma_{eq}, \dot{\sigma}_{eq}). \quad (23)$$

Zur Lösung der Differentialgleichung (20) wird aus dem Ermüdungsschädigungsanteil (22) für die Integration über einen Zyklus zunächst

$$dD_f = f(D, \sigma_{eq})d\sigma_{eq} \quad (24)$$

und für die Integration über N Zyklen einer Laststufe

$$dD_f = f(D, \Delta\sigma_{eq})dN, \quad (25)$$

wobei die Vergleichsspannungsschwingbreite $\Delta\sigma_{eq} = \sigma_{eqmax} - \sigma_{eqmin}$ die Schädigung antreibt. Die Ansätze aus [16,17] stellen bis heute den Ausgangspunkt der Entwicklung von Modellen der Kontinuumschädigungsmechanik zur Lebensdauerprognose dar und haben zu zahlreichen weiteren Veröffentlichungen wie derjenigen von CHABOCHE [18] geführt, worin der Ermüdungsschädigungsansatz aus [16] aufgegriffen und ausführlich erläutert wird. Seitdem ist das Ermüdungsschädigungsmodell aus [17,18] als CHABOCHE- und ONERA-Modell bekannt.

Bei der computergestützten Anwendung der Modelle auf Basis der Kontinuumschädigungsmechanik müssen für die Schädigungsdifferentialgleichung (12) die treibenden Größen α_i ermittelt werden, wobei es sich meist um Spannungen handelt, vgl. Gln. (9) und (17) bis (23). Diese liegen bei der FE-Berechnung der Struktur an den Gaußpunkten in den Elementen vor. Infolge der Belastung bzw. Beanspruchung an ihren Gaußpunkten erleiden die Elemente mit dem zugeordneten Modell in der FE-Rechnung eine monoton anwachsende Schädigung, bis diese den kritischen Wert eins annimmt. Dies entspricht der Initiierung eines Makrorisses, für deren Umsetzung in FE-Programmen üblicherweise die Elementlöschung [31] zum Einsatz kommt. Die FE-Berechnung wird solange fortgesetzt, bis Versagen anhand eines Kriteriums vorliegt, das z. B. als Abfall der Gesamtsteifigkeit auf einen Restwert oder als Erreichen einer bestimmten Anzahl vollständig geschädigter Elemente festgelegt wird.

3 Vergleich von Kontinuumschädigungsmechanik und klassischer Betriebsfestigkeit für die Lebensdauerprognose

Bei der Kontinuumschädigungsmechanik wird keine Nenn- oder Strukturspannung und damit keine Extrapolation von Spannungszuständen benachbarter Elemente verwendet. Stattdessen erfolgt die Versagensprognose für jeden Gaußpunkt bzw. für jedes Element unter Verwendung eines hinreichend feinen FE-Netzes. Ferner kommen Regularisierungsverfahren zum Einsatz, um im Zweifelsfall eine mögliche Netzabhängigkeit des Berechnungsergebnisses zu vermeiden [33].

Sowohl beim Strukturspannungskonzept als auch bei der Anwendung der Kontinuumschädigungsmechanik liefert die FEM die Feldgrößen in Form von Spannungen und Dehnungen. Die Verwendung einer Vergleichsspannung bei Schädigungsmodellen zeigt eine analoge Vorgehensweise wie bei Strukturspannungskonzepten auf, bei denen ebenfalls zur Berücksichtigung der Mehrachsigkeit und Nichtproportionalität der

Beanspruchung eine skalare Spannung in Form einer Vergleichsspannung oder kritischen Spannung verwendet wird. Es ist denkbar, dass sich für einen Werkstoff in beiden Theorien eine Vergleichsspannung als bestgeeignet herausstellt.

Im Gegensatz zur Betriebsfestigkeitsanalyse existieren in der Theorie der Kontinuumschädigungsmechanik keine Einflussfaktoren zur Berücksichtigung von Kollektivform, Überlasten, Auslastung, Nichtproportionalität der Beanspruchung, Oberflächenbeschaffenheit etc. Alle mechanischen Einflüsse werden durch den validen Schädigungsansatz erfasst. Einflüsse nicht mechanischer Art, wie z. B. Korrosion und Oberflächenbeschaffenheit, können im Schädigungsmodell über geeignete Ansätze hinzu modelliert werden.

Da nach der Implementierung des Modells in die FE-Software außer der FE-Rechnung selbst keine weiteren Schritte für die Lebensdauerberechnung notwendig sind, gestaltet sich die Anwendung der Kontinuumschädigungsmechanik zur Lebensdauerprognose prinzipiell einfacher als das Abarbeiten des Regelwerks für den speziellen Anwendungsfall nach der klassischen Betriebsfestigkeitsanalyse. Die Schwierigkeit beim Schädigungsmodell besteht allerdings darin, die Materialparameter zu bestimmen. Für praxistaugliche Anwendungen muss deshalb die Parameteridentifikation möglichst einfach und schnell möglich sein.

Bei Anwendung der Kontinuumschädigungsmechanik zusammen mit der FE-Berechnung werden im Gegensatz zu ausgewählten Methoden der Betriebsfestigkeitsanalyse keine Zählverfahren verwendet. Die Berücksichtigung von Reihenfolgeinfluss und Kollektivform erfolgt bei der Kontinuumschädigungsmechanik über die nichtlineare Schädigungsakkumulation der nicht separierbaren Schädigungsdifferentialgleichung. Das Anfangsrandwertproblem wird mit der FEM für jeden Zeitschritt bzw. Zyklus gelöst, was aufgrund der hohen Zyklenzahlen einer Lebensdauerberechnung eine enorme Rechenkapazität erfordert. Bei der Entwicklung rechenzeitreduzierender Verfahren wird ausgenutzt, dass alle Methoden der Betriebsfestigkeitsanalyse wie z. B. eine bloße Auswertung kritischer Stellen (Hot Spot-Analyse) prinzipiell auch auf die Lebensdauerprognose mit der Kontinuumschädigungsmechanik übertragbar sind. Die Möglichkeit der Superposition von Einheitslastfällen ist hierbei nicht gänzlich ausgeschlossen, solange der Reihenfolgeinfluss mit der nichtlinearen Schädigungsakkumulation weiterhin berücksichtigt bleibt.

4 Modellierung von Schädigung zur Lebensdauerprognose von Klebverbindungen

In den FOSTA-Forschungsprojekten P676 [21] und P828 [22] ist ein elasto-viskoplastisches Materialmodell mit duktiler Schädigung zur Prognose des Crashverhaltens zähmodifizierter Strukturklebstoffe entwickelt worden. Die Materialgleichungen sind als TAPO- (Toughened Adhesive Polymer-)Modell bekannt und durch die Arbeiten [22,23] bis zur praxistauglichen Anwendung gereift. Infolgedessen ist das TAPO-Modell als *MAT_252 in die kommerzielle FE-Software LS-DYNA implementiert worden. Die Validität des Modells ist insbesondere auf die verwendete Fließfunktion [28]

$$\tilde{f} = \sigma_{\text{eq,TAPO}}^2 - \tau_0^2 \quad (26)$$

zurückzuführen, in der die Differenz aus dem Quadrat der Vergleichsspannung

$$\sigma_{\text{eq,TAPO}}^2 = J_2 + \frac{a_2}{3} I_1^2 + \frac{\sqrt{3}\bar{a}}{3} I_1 \quad (27)$$

und dem Quadrat der Schubfließgrenze τ_0 gebildet wird. Die Vergleichsspannung ist ein Ansatz in der ersten Invarianten des Spannungstensors I_1 und der zweiten Invarianten des Spannungsdeviators J_2 . In den Gln. (26) und (27) sind die Terme für Verfestigung, Dehnrateneinfluss und Schädigung der Übersichtlichkeit wegen nicht dargestellt. Die Größen a_2 , $\bar{a} = a_1\tau_0$ bzw. a_1 sind Materialparameter.

Die in [21,22,23] nachgewiesene Validität und hohe Prognosegüte des TAPO-Modells haben im FOSTA-Forschungsprojekt P796 [13] und dessen Folgeprojekt P1028 dazu geführt, die Vergleichsspannung

$$\sigma_{\text{eq}} = \sqrt{J_2 + aI_1^2 - mI_1} \quad (28)$$

als treibende Größe eines Schädigungsmodells zu verwenden, um die Lebensdauer von Strukturklebverbindungen zu prognostizieren, wobei a und m Materialparameter sind. Aus Gründen numerischer Effizienz wird die Klebschicht als Grenzfläche idealisiert. Die Vergleichsspannung (28) wird zu

$$\sigma_{\text{eq}} = \sqrt{b_1 t_n^2 + b_2 t_n + t_t^2 + t_b^2} \quad (29)$$

und ist abhängig von den Einträgen des Spannungsvektors $\mathbf{t} = [t_t, t_b, t_n]^T$ für die Tangential-, Binormal- und Normalrichtung. Die ersten beiden Einträge sind Schubspannungen und der dritte Eintrag die Normalspannung in Dickenrichtung der Klebschicht. Die Parameter b_1 und b_2 sind abhängig vom Material und in ihrer Bedeutung analog zu den Parametern der Vergleichsspannungen (27) bzw. (28). Die Vergleichsspannung auf der Grenzfläche (29) ist die treibende Größe der Schädigungsdifferentialgleichung

$$\dot{D} = \dot{D}_c + \dot{D}_f, \quad (30)$$

welche die Kriechschädigung

$$\dot{D}_c = \frac{1}{c_0} \left(\frac{\langle \sigma_{\text{eq}} - \sigma_{\text{dc}} \rangle}{\sigma_{\text{ref}}(1-D)} \right)^n \quad (31)$$

und die Ermüdungsschädigung

$$\dot{D}_f = \left(\frac{\langle \sigma_{\text{eq}} - \sigma_{\text{df}} \rangle}{(\sigma_u - \sigma_{\text{df}})(1-D)} \right)^k \frac{\langle \dot{\sigma}_{\text{eq}} \rangle}{\sigma_u - \sigma_{\text{df}}} \quad (32)$$

beinhaltet. Für konsistente Einheiten ist $c_0 = 1$ s. Die Identifikationsmethode der materialabhängigen Kriechschädigungsparameter n , σ_{ref} und σ_{dc} sowie der Ermüdungsschädigungsparameter k , σ_u und σ_{df} ist in [29] beschrieben, wo auch die numerische Lösung der Schädigungsdifferentialgleichung erläutert und verifiziert wird. Das Schädigungsmodell der Gln. (29) bis (32) entspricht, abgesehen von der Schädigung infolge Plastizität, dem Ansatz der Gln. (20) bis (22). Des Weiteren akkumuliert das Modell die Schädigung nichtlinear nach Gl. (7), falls $n \neq k$, und es akkumuliert die Schädigung linear entsprechend Gl. (6), falls $n = k$. Die Schädigung wird mit dem Konzept der effektiven Spannung mittels

$$\mathbf{t} = (1-D)\tilde{\mathbf{t}} \quad (33)$$

in den Gleichungssatz für das effektive Modellverhalten der Grenzfläche eingebracht, welches mit einem verallgemeinerten linear viskoelastischen Ansatz vom MAXWELL-Typ beschrieben wird. Der effektive Spannungsvektor berechnet sich dafür aus

$$\tilde{\mathbf{t}} = \int_0^t \mathbf{R}(t-\tau) \frac{d\Delta}{d\tau} d\tau. \quad (34)$$

wobei $\Delta = [\Delta_t, \Delta_b, \Delta_n]^T$ der Verschiebungssprungvektor ist, der das Orthogonalsystem aus Tangential-, Binormal- und Normalverschiebungssprung beinhaltet. Der mit dem Index „n“ gekennzeichnete Normalverschiebungssprung kennzeichnet die Separation in Dickenrichtung der Klebfläche und steht senkrecht auf dieser. Die Matrix der Relaxationsfunktionen

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_s(t-\tau) & 0 & 0 \\ 0 & R_s(t-\tau) & 0 \\ 0 & 0 & R_n(t-\tau) \end{bmatrix} \quad (35)$$

besteht aus einer Zug-

$$R_n = \sum_{i=1}^3 k_{ni} \exp\left(-\frac{t}{\hat{\tau}_{ni}}\right) \quad (36)$$

und zwei Schubrelaxationsfunktionen

$$R_s = \sum_{i=1}^3 k_{si} \exp\left(-\frac{t}{\hat{\tau}_{si}}\right). \quad (37)$$

Die Relaxationsfunktionen (36) und (37) bestehen jeweils aus drei Gliedern einer DIRICHLET-PRONY-Reihe und beinhalten die Zug- und Schubrelaxationszeiten, die aus den materialspezifischen Steifigkeiten k_{ni} bzw. k_{si} und Viskositäten η_{ni} bzw. η_{si} in Normal- bzw. Schubrichtung berechnet werden:

$$\hat{\tau}_{ni} = \frac{\eta_{ni}}{k_{ni}}, \quad \hat{\tau}_{si} = \frac{\eta_{si}}{k_{si}}. \quad (38)$$

5 Validierung des Modells

Im Folgenden wird die Güte des Modells aus Abschnitt 4 anhand des Vergleichs von Lebensdauerberechnungen und Testergebnissen für den Strukturklebstoff BETAMATE 1496V an der Schälzug- und Blechzug-scherprobe sowie am T-Stoß demonstriert. Schäl- und Blechzugscherprobe sind vom Fraunhofer IFAM (Bremen) in [13] und der T-Stoß vom LWF der Universität Paderborn in [11] geprüft worden. Die Schälzugprobe besteht aus zwei abgewinkelten, miteinander verklebten Stahlblechen. Bei der Blechzugscherprobe befindet sich die Klebschicht zwischen den Überlappungsenden zweier Stahlblechstreifen. Der T-Stoß besteht aus zwei Stahlblech-U-Profilen, die mit einem weiteren Stahlblech zu Hohlprofilen verschweißt sind. Beide Hohlprofile sind senkrecht zueinander über drei Klebflächen miteinander verbunden. Die Klebschichtdicke beträgt jeweils 0,3 mm. Bei allen Tests handelt es sich um Wöhlerversuche mit dem Lastverhältnis $R = 0,1$. Die Prüffrequenz bei der Schälzug- und Blechzugscherprobe ist $f = 7$ Hz. Beim T-Stoß hat eine Frequenz von $f = 4$ Hz vorgelegen. Die Lebensdauerprognose erfolgt über eine

implizite, kraftgesteuerte FE-Berechnung mit dem Programm LS-DYNA, in dem das Modell als User-Materialroutine implementiert ist. Die FE-Modelle der drei Prüfkörper sind in den Bildern 2 und 3 illustriert. Zur Vorgabe der Festlagerrandbedingung werden braun dargestellte Starrkörper verwendet, deren Freiheitsgrade gesperrt sind. Die Lasteinleitung erfolgt über grün illustrierte Starrkörper. Die Klebschicht wird mit einem Element über die Dicke abgebildet. Für die Fügeiteile werden selektiv reduzierte Schalen- und für die Klebschicht vollintegrierte Kohäsivzonenelemente verwendet. Die Anbindung der Klebschicht an die Fügeiteile erfolgt über Tied-Kontakte. Die Werte der Modellparameter basieren auf den Testdaten aus [13]. In den Bildern 4 bis 6 sind die Lebensdauerprognosen und Testergebnisse im doppeltlogarithmischen Maßstab gegenübergestellt, wobei die Lastamplitude über der Bruchzyklenzahl aufgetragen ist.

5.1 Validierung an der Schälzugprobe

Das FE-Modell der Schälzugprobe ist in Bild 2 links dargestellt. Für die Reduktion der Freiheitsgrade zur Rechenzeiterparnis wird nur ein Streifen der Probe modelliert, der aus 63 Klebschicht- und 80 Fügeiteilelementen sowie 420 Knoten besteht. Die Fügeiteile haben elastisches Materialverhalten für Stahl. Die Zeitschrittweite beträgt 0,009 s.

Die Lebensdauerprognosen unter 10^5 Bruchzyklen in Bild 4 sind konservativ und stimmen mit den Testdaten gut überein. Für höhere Zyklenzahlen jenseits der 10^5 sind nicht-konservative Prognosen zu erwarten.

5.2 Validierung an der Blechzugscherprobe

Das FE-Modell der Blechzugscherprobe ist in Bild 2 rechts dargestellt. Es besteht aus 32 Klebschicht- und 34 Fügeiteilelementen sowie 212 Knoten. Die Fügeiteile sind mit elastischem Materialverhalten für Stahl modelliert. Die Zeitschrittweite ist 0,009 s.

Aus Bild 5 ist ersichtlich, dass das Modell im Bereich zwischen 10^4 und 10^5 Bruchzyklen gute, konservative Prognosen liefert. Für niedrigere Belastungen sind allerdings nicht-konservative Prognosen zu erwarten.

5.3 Validierung am T-Stoß

Das FE Modell ist in Bild 3 dargestellt. Es ist in [22] zur Anwendung bei Crashbelastung entwickelt und für die hier dargestellten Lebensdauerberechnungen lediglich für das implizite Integrationsverfahren geringfügig angepasst worden. Das FE-Netz besteht aus 1080 Klebschicht- und 8766 Fügeiteilelementen und insgesamt 12979 Knoten. Die Fügeiteile sind mit einem elasto-plastischen Materialverhalten für Stahl modelliert. Beim T-Stoß ist die Zeitschrittweite 0,016 s.

Die Prognosen der Lebensdauer für Längs- und Querbelastung in Bild 6 sind von vergleichbarer Güte wie bei der Schäl- und Blechzugscherprobe.

6 Zusammenfassung

Die Verfahrensweisen der klassischen Betriebsfestigkeit und Kontinuumsschädigungsmechanik zur Lebensdauerprognose werden dargestellt und miteinander verglichen. Ein Modell der linearen Viskoelastizität und Kontinuumsschädigungsmechanik wird präsentiert. Die Lebensdauerprognosen des Modells zeigen

eine gute Übereinstimmung mit den Testdaten aus Wöhlerversuchen. Bei sehr großen Zyklenzahlen jenseits der 10^6 werden die Prognosen für alle Prüfkörper nicht-konservativ. Derzeit werden im Forschungsprojekt „Analyse der Schwingfestigkeit geklebter Stahlverbindungen unter mehrkanaliger Belastung“ (FOSTA P1028, IGF-Nr. 18107 N) Versuche mit proportionaler und nicht-proportionaler Beanspruchung durchgeführt und die Modellparameter neu identifiziert. Das Modell wird anschließend erneut validiert.

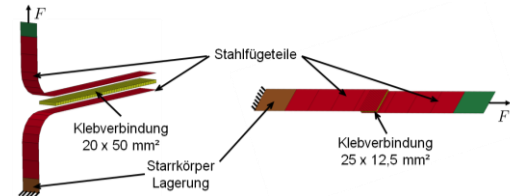


Bild 2 FE-Modelle der Probekörper: (links) Schälzugprobe; (rechts) Blechzugscherprobe



Bild 3 FE-Modell vom T-Stoß: (links) Querbelastung; (rechts) Längsbelastung

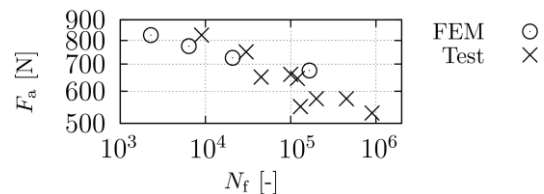


Bild 4 Vergleich der Modellprognose (FEM) mit Testdaten (Test) aus [13] für die Schälzugprobe

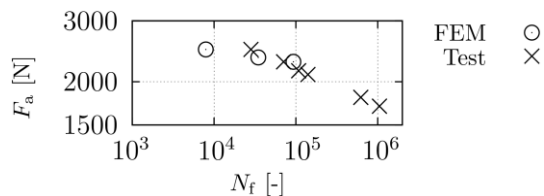


Bild 5 Vergleich der Modellprognose (FEM) mit Testdaten (Test) aus [13] für die Blechzugscherprobe

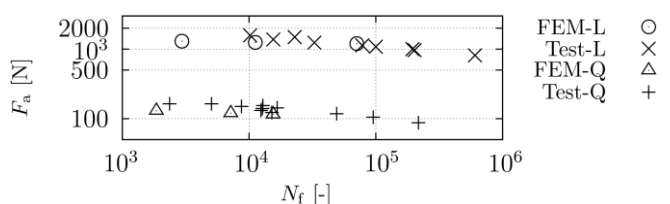


Bild 6 Testdaten aus [11] und Modellprognose für den T-Stoß bei Längs- (L) und Querbelastung (Q)

7 Danksagung

Das IGF-Vorhaben 18107 N der Forschungsvereinigung Stahlanwendung e. V. (FOSTA), Sohnstraße 65, 40237 Düsseldorf wird über die AiF im Rahmen des Programms zur Förderung der industriellen Gemeinschaftsforschung (IGF) vom Bundesministerium für Wirtschaft und Energie aufgrund eines Beschlusses des Deutschen Bundestages gefördert. Für die Förderung sei herzlich gedankt.

8 Schrifttum

- [1] Gaßner, E.: Festigkeitsversuche mit wiederholter Beanspruchung im Flugzeugbau. *Deutsche Luftwacht*, Ausgabe Luftwissen (1939), Nr. 6, S. 61-64
- [2] Haibach, E.: Betriebsfestigkeit: Verfahren und Daten zur Bauteilberechnung. Springer, 2006
- [3] Radaj, D.; Vormwald, M.: Ermüdungsfestigkeit: Grundlagen für Ingenieure. Springer, 2007
- [4] Papadopoulos, I, V.; Davoli, C.; Filippini, M.; Bernasconi, A: A comparative study of multiaxial high-cycle fatigue criteria for metals. *International Journal of Fatigue*, Bd. 19 (1997), Nr. 3, S. 219-235
- [5] Papuga, J.: A survey on evaluating the fatigue limit under multiaxial loading. *International Journal of Fatigue*, Bd. 33 (2011), Nr. 2, S.153-165
- [6] Rennert, R.; Kullig, E.; Vormwald, M.; Esderts, A.; Siegele, D.: FKM-Richtlinie: Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile aus Stahl, Eisenguss und Aluminiumwerkstoffen. Forschungskuratorium Maschinenbau, Frankfurt/Main, 2012
- [7] Palmgren, A.: Die Lebensdauer von Kugellagern. *Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure (VDI Zeitschrift)*, Ausgabe 68 (1924) Nr.14, S.339-341
- [8] Miner, M. A.: Cumulative damage in fatigue. *Journal of Applied Mechanics*, Bd.67(1945),S.A159-A164
- [9] Fatemi, A.; Yang, L.: Cumulative damage and life prediction theories: a survey of the state of the art for homogeneous materials. *International Journal of Fatigue*, Bd. 20 (1998), Nr. 1, S.9-34
- [10] Schmidt, H.: Schwingfestigkeitsanalyse struktureller Klebverbindungen unter Belastung mit variablen Amplituden. Dissertation, TU Darmstadt, 2014
- [11] Mihm, K.-M.; Brede, M; Nagel, C.; Jendry, J.; Teutenberg, D., Schlimmer, M.; Hahn, O.; Henneemann, O.-D.: Methodenentwicklung zur Berechnung und Auslegung geklebter Stahlbauteile im Fahrzeugbau bei schwingender Beanspruchung. FOSTA-Bericht P653, Verlag und Vertriebsgesellschaft mbH, Düsseldorf, 2007
- [12] Abdel Wahab, M. M.: Fatigue in Adhesively Bonded Joints: A Review. *ISRN Materials Science*, (2012), Artikel ID 746308
- [13] Matzenmiller, A.; Kurnatowski, B.; Hanselka, H.; Bruder, T.; Schmidt, H.; Mayer, B.; Schneider, B.; Kehlenbeck, H.; Nagel, C.; Brede, M.: Schwingfestigkeitsauslegung von geklebten Stahlbauteilen des Fahrzeugbaus unter Belastung mit variablen Amplituden. FOSTA-Bericht P796, Verlag und Vertriebsgesellschaft mbH, Düsseldorf, 2012
- [14] Kachanov, L. M.: On rupture time under conditions of creep. *Izvestiya Akademii Nauk USSR, Otd. Tech.*, Bd. 8 (1958), Nr. 2631, S.26-31 (in Russisch). Engl. Übersetzung: Rupture time under creep conditions. *International Journal of Fracture*, Bd. 97 (1999), Nr. 1, S.11-18
- [15] Rabotnov, Y. N.: Creep rupture. In: Applied Mechanics - Proceedings of the XII International Congress on Applied Mechanics, Stanford University, Springer, 1968, S.342-349
- [16] Lemaitre, J.; Chaboche, J.-L.: A Non-Linear Model of Creep-Fatigue Damage Cumulation and Interaction. In: Hult, J.: *Mechanics of Visco-Elastic Media and Bodies*, Springer, 1975, S.291-301
- [17] Lemaitre, J.: Damage Modeling for Prediction of Plastic or Creep Fatigue Failure in Structures. L5/1*b,SMiRT 5 Konferenz, Berlin, 1979
- [18] Chaboche, J.-L.; Lesne, P. M.: A non-linear continuous Fatigue Damage Model. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, Bd. 11 (1988), Nr. 1, S.1-17
- [19] Krajcinovic, D.: Continuous Damage Mechanics Revisited: Basic Concepts and Definitions. *Journal of Applied Mechanics*, Bd.52(1985),Nr.4,S.829-834
- [20] Krajcinovic, A.: Damage Mechanics. *Mechanics of Materials*, Bd. 8 (1989), Nr. 2, S.117-197
- [21] Schlimmer, M.; Matzenmiller, A.; Mahnken, R.; Hahn, O.; Dilger, K.; Gumbsch, P.; Thoma, K.; Henneemann, O.-D.: Methodenentwicklung zur Berechnung von höherfesten Stahlklebverbindungen des Fahrzeugbaus unter Crashbelastung. FOSTA-Bericht P676, Verlag und Vertriebsgesellschaft mbH, Düsseldorf, 2008
- [22] Brede, M.; Matzenmiller, A.; May, M.; Mahnken, R.; Memhard, D.: Robustheit und Zuverlässigkeit der Berechnungsmethoden von Klebverbindungen mit hochfesten Stahlblechen unter Crashbedingungen. FOSTA-Bericht P828, Verlag und Vertriebsgesellschaft mbH, Düsseldorf, 2013
- [23] Burbulla, F.: Kontinuumsmechanische und bruchmechanische Modelle für Werkstoffverbunde. Dissertation, Universität Kassel, 2015
- [24] Karolczuk, A.; Macha, E.: A Review of Critical Plane Orientations in Multiaxial Fatigue Failure Criteria of Metallic Materials. *International Journal of Fracture*, Bd. 134 (2005), Nr. 3, S.267-304
- [25] ASTM Int.: Standard Practices for Cycle Counting in Fatigue Analysis. ASTM E1049-85, 2005
- [26] Chaboche, J.-L.: The Concept of Effective Stress Applied to Elasticity and to Viscoplasticity in the Presence of Anisotropic Damage. In: Boehler, J. P.: *Mechanical behavior of anisotropic solids*. Martinus Nijhoff Publishers, 1982, S. 737-760
- [27] Murakami, S: Continuum Damage Mechanics: A Continuum Mechanics Approach to the Analysis of Damage and Fracture. Springer, 2012
- [28] LSTC: Keyword User's Manual LS DYNA R7.1, 2014, S. 2—1071
- [29] Kroll, U.; Matzenmiller, A.: Parameter identification of a damage model for the lifetime prediction of adhesively bonded joints. In: Saanouni, K.: *Damage Mechanics – Theory, Computation and Practice*. Trans Tech Publications, 2015
- [30] Skrzypek, J.; Ganczarski, A.: Modeling of Material Damage and Failure of Structures: Theory and Applications. Springer, 1999
- [31] Song, J.-H.; Wang, H.; Belytschko, T.: A comparative study on finite element methods for dynamic fracture. *Computational Mechanics*, Bd. 42 (2008), Nr. 2, S. 239-250
- [32] Chaboche, J.-L.: Damage Mechanics. In: Milne, I; Ritchie, R. O.; Karihaloo, B.: *Comprehensive Structural Integrity*, Nr. 2. Elsevier, 2003, S. 213-284
- [33] Berdin, C.; Besson, J.; Bugat, S.; Desmorat, R.; Feyel, F.; Forest, S.; Lorentz, E.; Maire, E.; Pardoën, T.; Pineau, A.; Tanguy, B.: Local Approach to fracture. Presses de l'Ecole des Mines, 2004