Organisatorisches

Mittwoch, 27. Oktober 2021 09:13

Simon Wagner
s.wagner@uni-kassel.de ←
0561-804 3775
Mo 7, Raum 2521

- 4 Hausübungen (50%)
- Projekt (50%)

HIS-POS anmelden
Moodle eintragen

- Praktikum Programmierung: nur in Vorlesung mit Vorlesung möglich.
  - Rechnerpraktikum

-> Bearbeitung von 2 Aufgaben
(1 Viskoelastizität; 1 Wellenausbreitung)

- Feap_Übung online
  → persönliche Hilfestellung vorort

4 x 15 Wochen = 60 Stunden
4 x 15 $\frac{\text{Std.}}{\text{Übung}}$ = 60 Stunden

Projekt 60 Stunden

180h Workload = 6 Credit x 30h

Lineare Abbildungen

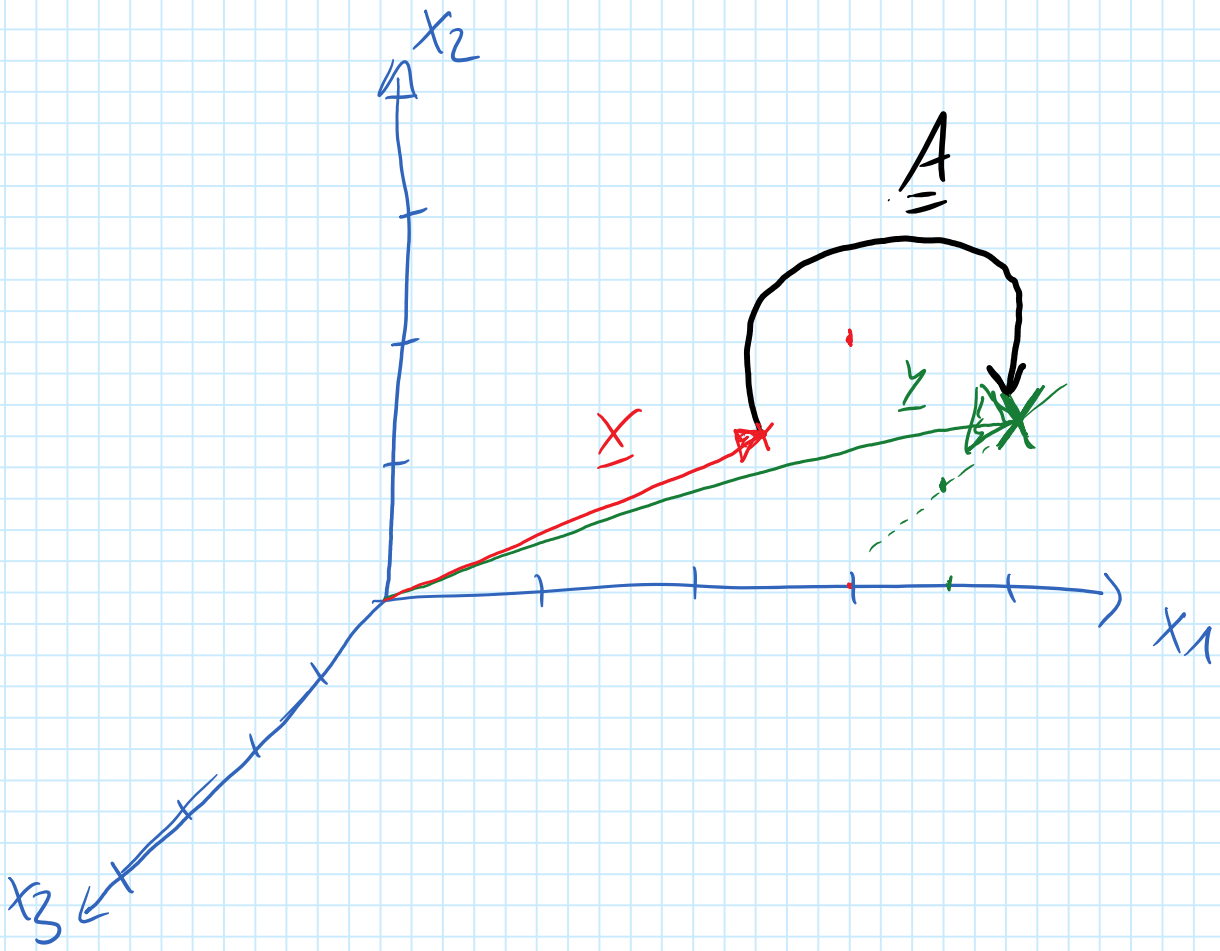
Mittwoch, 27. Oktober 2021 12:14

$$\underline{y} = \underline{\underline{A}}\,\underline{x} \quad \text{mit} \quad \underline{\underline{A}} = \begin{bmatrix} 2/\sqrt{6} & 1/\sqrt{3} & 0 \\ 1/\sqrt{6} & -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{6} & -1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

und $\underline{x} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$\underline{y} = \begin{bmatrix} 2/\sqrt{6} & 1/\sqrt{3} & 0 \\ 1/\sqrt{6} & -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{6} & -1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{y} = \begin{bmatrix} 6/\sqrt{6} + 2/\sqrt{3} + 1 \cdot 0 \\ 3/\sqrt{6} + (-2/\sqrt{3}) + 1/\sqrt{2} \\ 3/\sqrt{6} + (-2/\sqrt{3}) + (-1/\sqrt{2}) \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 3{,}6 \\ 0{,}78 \\ -0{,}64 \end{bmatrix}$$



Unterschied Tensor zu Matrix

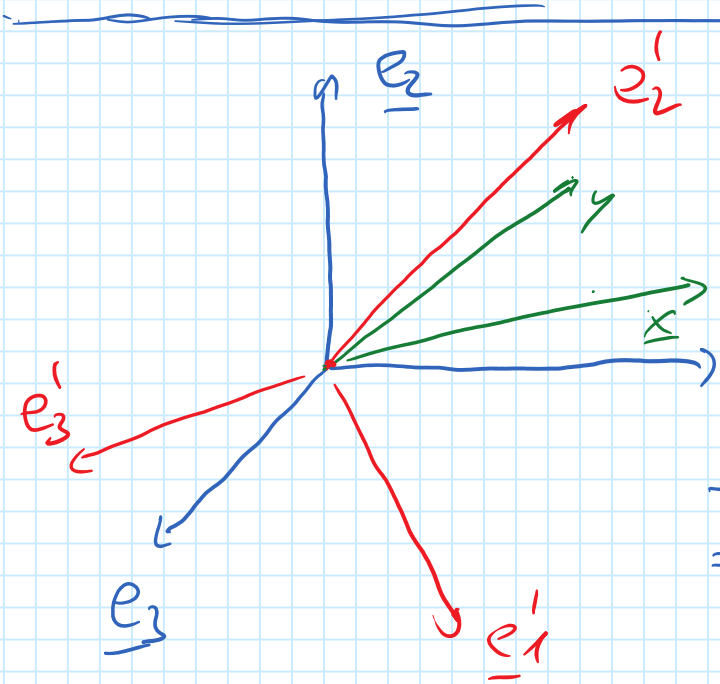
Mittwoch, 27. Oktober 2021 12:25

ist jede Matrix ein Tensor?

Beispiel: Herstellung eines Autos / Fahrrad / Rollers aus Stahl / Nieten / Muttern

$$\begin{bmatrix} \text{Auto} \\ \text{Fahrrad} \\ \text{Roller} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 500 & 1000 & 200 \\ 50 & 100 & 10 \\ 100 & 80 & 25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{kg Stahl} \\ \text{Nieten} \\ \text{Muttern} \end{bmatrix}$$

3×3 Matrix



$\underline{x}, \underline{y}$: Ortsvektoren

$\underline{\underline{T}}$: Drehtensor, für den gilt $\underline{\underline{T}}^{-1} = \underline{\underline{T}}^{T}$ (orthogonaler Tensor)

(1) $\underline{y} = \underline{\underline{A}} \cdot \underline{x}$

(2) $\underline{y}' = \underline{\underline{A}}' \cdot \underline{x}'$

(3) $\underline{x}' = \underline{\underline{T}}\,\underline{x}$

(4) $\underline{y}' = \underline{\underline{T}}\,\underline{y}$

Unterschied Tensor zu Matrix

Mittwoch, 27. Oktober 2021 12:36

(1) in (4):

$$\underline{y}' = \underline{\underline{T}}\,\underline{\underline{A}}\,\underline{x}$$

aus (3):

$$\underline{x} = \underline{\underline{T}}^T \underline{x}'$$

$$\Rightarrow \underline{y}' = \underline{\underline{T}}\,\underline{\underline{A}}\,\underline{\underline{T}}^T \underline{x}' \qquad (5)$$

$\underline{\underline{T}}\,\underline{\underline{A}}\,\underline{\underline{T}}^T = \underline{\underline{A}}'$

Koeffizientenvergleich Gl. (5) mit Gl. (2)

$$\underline{\underline{A}}' = \underline{\underline{T}}\,\underline{\underline{A}}\,\underline{\underline{T}}^T \quad \text{bzw.} \quad \underline{\underline{A}} = \underline{\underline{T}}^T \underline{\underline{A}}'\,\underline{\underline{T}}$$

⇒ Wenn diese Transformationsregeln für $\underline{\underline{A}}$ gelten, dann ist die Matrix $\underline{\underline{A}}$ ein Tensor 2ter Stufe.

Einsteinsche Summenkonvention

Mittwoch, 27. Oktober 2021 12:42

Schreiben Sie folgende Ausdrücke ausführlich, wobei die Indizes Werte von 1 bis 2 annehmen.

a) $\underline{a} \cdot \underline{b} = a_i b_i = \sum_{i=1}^{2} a_i b_i = a_1 b_1 + a_2 b_2$

b) $\underline{\underline{A}}\,\underline{b} = A_{ij} b_i$, für $j = 1, 2$

Transposition

$= \sum_{i=1}^{2} A_{ij} b_i = A_{1j} b_1 + A_{2j} b_2$, für $j = 1, 2$

$= \begin{pmatrix} A_{11} b_1 + A_{21} b_2 & \leftarrow j=1 \\ A_{12} b_1 + A_{22} b_2 & \leftarrow j=2 \end{pmatrix}$

c) $\underline{\underline{A}} \vdots \underline{\underline{B}} = A_{ij} B_{ij} = \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} A_{ij} B_{ij} = \sum_{i=1}^{2} A_{i1} B_{i1} + A_{i2} B_{i2}$

$= A_{11} B_{11} + A_{12} B_{12} + A_{21} B_{21} + A_{22} B_{22}$

d) $\underline{\underline{A}} \overset{4}{:} [\underline{\underline{B}}] = A_{ij} C_{ijkl} B_{kl} = \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} \sum_{k=1}^{2} \sum_{l=1}^{2} A_{ij} C_{ijkl} B_{kl}$

$= A_{11} C_{1111} B_{11} + A_{12} C_{1211} B_{11} + A_{21} C_{2111} B_{11} + A_{22} C_{2211} B_{11}$

$+ A_{11} C_{1121} B_{21} + A_{12} C_{1221} B_{21} + A_{21} C_{2121} B_{21} + A_{22} C_{2221} B_{21}$

$+ A_{11} C_{1112} B_{12} + A_{12} C_{1212} + A_{21} C_{2112} B_{12} + A_{22} C_{2212} B_{12}$

$+ A_{11} C_{1122} B_{22} + A_{12} C_{1222} + A_{21} C_{2122} B_{22} + A_{22} C_{2222} B_{22}$

Einsteinsche Summenkonvention

Mittwoch, 27. Oktober 2021 12:59

e) $\sigma_{ij,i}$ für $j = 1, 2$

$$= \sum_{i=1}^{2} \sigma_{ij,i} = \begin{bmatrix} \sigma_{11,1} + \sigma_{21,2} \\ \sigma_{12,1} + \sigma_{22,2} \end{bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow j=1 \\ \leftarrow j=2 \end{matrix}$$

$$\approx \begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} \\ \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} \end{bmatrix}$$

f) $\underline{g} \cdot \underline{\underline{A}}\, \underline{b} = a_i A_{ij} b_j = \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} a_i A_{ij} b_j$

$$= a_1 A_{11} b_1 + a_2 A_{21} b_1 + a_1 A_{12} b_2 + a_2 A_{22} b_2$$

Abgabe 1 Hausübung am 24.11.21

Rechenübung mit MATLAB am 10.11.21