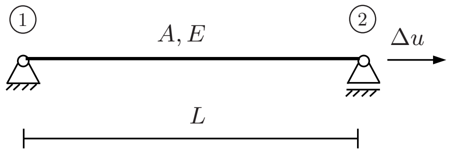
Lehrveranstaltung: Computational Mechanics
Prof. Dr.-Ing. A. Matzenmiller
Sekretariat: Raum Nr. 2519, Mönchebergstr. 7

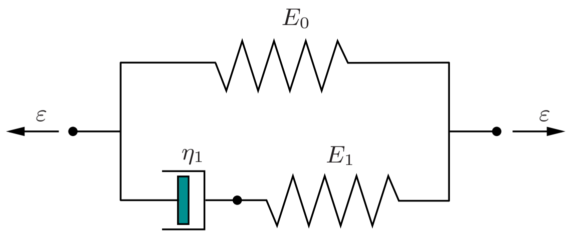
UNI KASSEL VERSITÄT

Übung 1: Relaxationsverhalten des standard linearen Festkörpers vom Maxwell-Typ

Das Relaxationsverhalten des standard linearen Festkörpers soll in dem FE-Programm FEAP untersucht werden. Verwenden Sie für die Modellierung in FEAP ein vorgespanntes TRUSS-Element. Die Vorspannung wird durch das Einprägen einer konstanten Knotenverschiebung Δu am rechten Rand des Elements erreicht, vgl. Abb. 1 (a). Der standard lineare Festkörper soll mit einer MAXWELL-Kette modelliert werden - siehe Abb. 1 (b). Die Berechnung soll über eine Dauer von 20 Sekunden erfolgen.



(a) Prinzipskizze



(b) Standard linearer Festkörper

Abb. 1: Relaxationsversuch des standard linearen Festkörpers vom MAXWELL-Typ

Material- und Geometriedaten

E-Modul:	$E_0 = 7000\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$	Länge:	L = 100 mm
	$E_1 = 5000\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$	Knotenverschiebung:	$\Delta u = 1$ mm
Viskosität:	$\eta_1 = 7000\ \frac{\text{Ns}}{\text{mm}^2}$	Querschnittsfläche:	A = 2 mm^2
Relaxationszeit:	$\tau = \frac{\eta_1}{E_1}$		
Beteiligungsfaktoren:	$\mu_0 = \frac{E_0}{E_0+E_1} = 0.58$		
	$\mu_1 = \frac{E_1}{E_0+E_1} = 0.42$		

Aufgabe 1

Ermitteln Sie die Spannungsantwort $\sigma(t)$ des Materialmodells und stellen Sie diese in einem Diagramm dar. Gegen welchen asymptotischen Wert konvergiert die Spannung für $t \to \infty$? Kennzeichnen Sie in dem Diagramm die Gleichgewichtsspannung σ_{eq} sowie die Überspannung σ_{ov}.

Aufgabe 2

Vergleichen Sie die numerische Lösung aus Aufgabe 1 mit der analytischen Lösung aus den Vorlesungsunterlagen. Stellen Sie beide Lösungen in ein Diagramm gegenüber. Ermitteln Sie die Geradengleichung für die Relaxationszeit und tragen Sie diese in das Diagramm mit ein. Wie wird die Relaxationszeit bestimmt?

Aufgabe 3

Modellieren Sie den Maxwell-Körper als Sonderfall des standard linearen Festkörpers, in dem Sie die Steifigkeit der einzelnen Feder E_0 zu Null setzen. Untersuchen Sie das Relaxationsverhalten des Maxwell-Körpers für die konstante Knotenverschiebung Δu. Stellen Sie den Spannungsverlauf über der Zeit in einem Diagramm dar. Was können Sie beobachten? Eignet sich der Maxwell-Körper zur Beschreibung des Relaxationsvorgangs in einem Festkörper?

Lösungen

Aufgabe 1

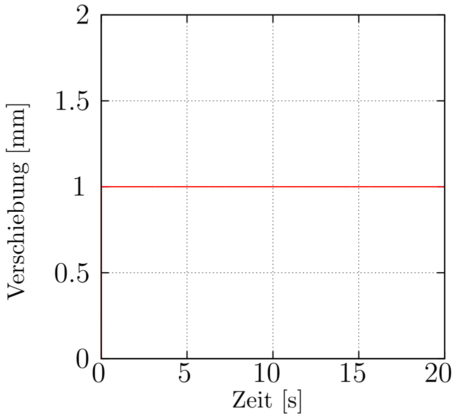


Abb. 2: Aufgebrachte Verschiebung

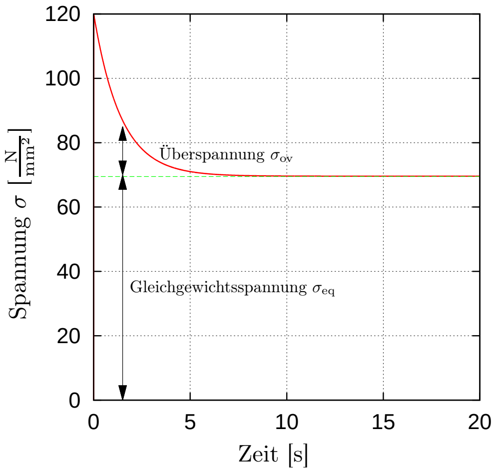


Abb. 3: Spannungsverlauf über der Zeit

Die Spannung relaxiert auf den Wert $\sigma = E_0 \cdot \epsilon = 70\,\mathrm{MPa}$.

Aufgabe 2

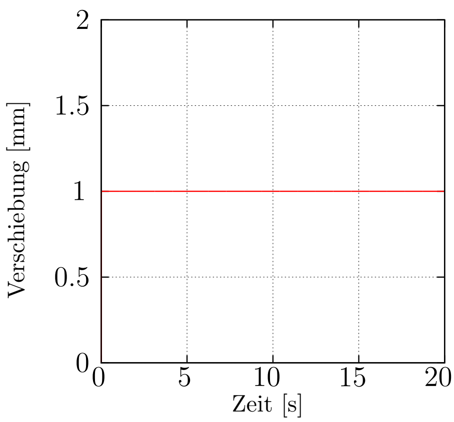


Abb. 4: Aufgebrachte Verschiebung

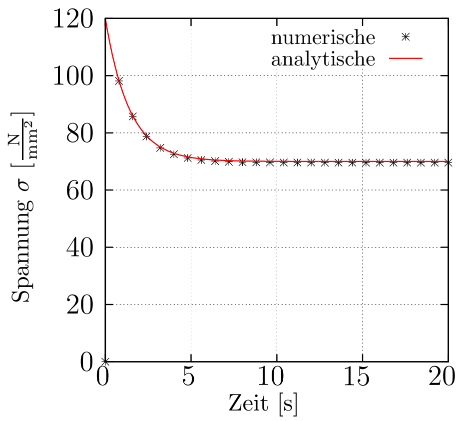


Abb. 5: Vergleich der analytischen und numerischen Lösung für die Spannungen

Die analytische Lösung für eine aufgebrachte konstante Verzerrung ϵ_0 lautet

$$\sigma(t) = \left(E_0 + E_1 e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \epsilon_0 \ . \tag{1}$$

Für die Bestimmung der Relaxationszeit τ muss Gl. (1) nach der Zeit differenziert und an der Stelle $t = 0$ ausgewertet werden (Bestimmung der Steigung an der Stelle).

$$\dot{\sigma}(t) = -\frac{E_1}{\tau}\epsilon_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \Rightarrow \quad \dot{\sigma}(t=0) = -\frac{E_1}{\tau}\epsilon_0 \tag{2}$$

Aus Gl. $(2)_2$ ergibt sich die Geradengleichung (Tangentengleichung) für der Relaxationszeit zu

$$g(t) = -\frac{E_1 \epsilon_0}{\tau} \cdot t + \sigma(t = 0) \ . \tag{3}$$

Die Relaxationszeit wird durch den Schnittpunkt der Geraden $g(t)$ und der Asymptote definiert, siehe Abb. 6.

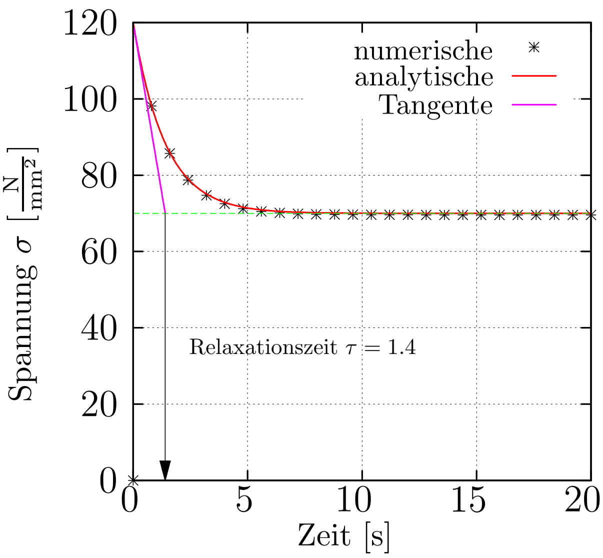


Abb. 6: Spannungsverlauf mit grafischer Bestimmung der Relaxationszeit

Aufgabe 3

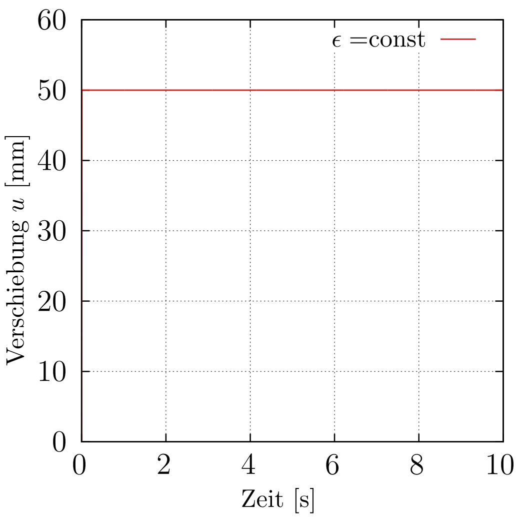


Abb. 7: Verschiebungsverlauf

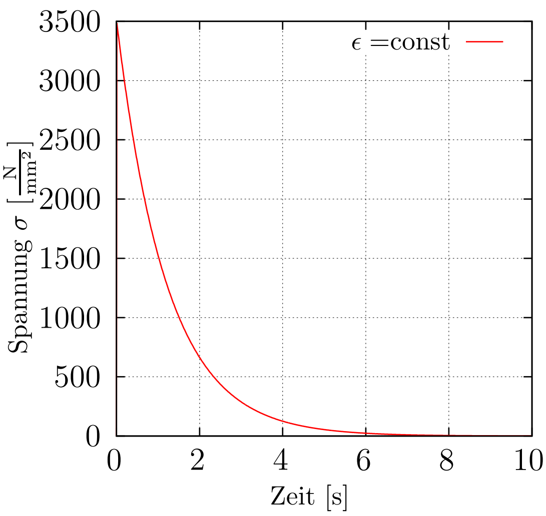


Abb. 8: Spannungsverlauf über der Zeit

Der Maxwell-Körper eignet sich nicht für die Beschreibung des Relaxationsprozesses in einem Festkörper, da die Spannung auf den Wert Null relaxiert.
$\Rightarrow$ Abhilfe: Parallelschaltung einer Feder (Standard linearer Festkörper).

FEAP INPUT-DECK für AUFGABE 1.1

```
FEAP ** Stand. lin. Festkörper Relaxation ** !FEAP + Titel max. 80
0 0 0 1 1 2  !NumNodPoints, NumElem, NumMaterials, dimension, DOF, max. NodesPerElement

PARAmeter
dt = 0.01 !Zeitschritt
t2 = 20 !max. Berechnungszeit
nt = t2/dt !Anzahl der Berechnungsschritte
u  = 1 !Vorgabe der Endverschiebung
E  = 12000 !Emodul
L = 100 !Länge
A = 2 !Querschnittsfläche

COORdinates
1  0  0    !NodeNr, Inc, X-,Y-,Z-coord.(Drehsinn beachten)
2  0  L

ELEMents
1 0 1 1 2 ! ElemNr, Inc, MatID,NodeNr

Material 1
 Truss
 ELASTIC ISOtropic E
 CROSS SECTion 2
 VISCOelastic term1 0.42 1.4

DISPlacement
2 0  u  0.0 NubOfNode, Inc, X-Disp, Y-Disp, Z-Disp

BOUNdary
1 0  1  1   !Knoten, Inc, FHG-X, FHG-Y, FHG-Z (0 = frei; 1 = gesperrt)
2 0  1  0   !knoten für Verschiebungsrandbed.

END

TIE

BATCH !Bildung der Belastungsfunktion
 PROP,,1
END
2,1 !2 gibt Typ an(2=Tabelle), 1.Anzahl der Wertepaare pro Zeile
0.0,1.0
t2,1.0

BATCH
 TPLOT,,1
END
 DISP 2 1  ! DISP, NODE, DIRECTION
 STRESS 1 1
```

```
 STRESS 1 2
 STRESS 1 3
SHOW

BATCH  !SOLVER
 DT,, dt !Zeitinkrement
 Loop time nt !Schleifendurchläufe
  TIME !Aufaddieren der Zeit
   LOOP iter 1 !Anzahl der Newtoniterationen
     TANG,,1 !Steifigkeitsmatrix bilden, residual und lösen
   Next iter !nächster Iterationsschritt
  DISP,all   ! Output
  STRE,all   ! Output
  REAC,all   ! Output
  Next time !nächster Zeitschritt
End

BATCH ! PLOT Einstellungen
  PLOT, pers,1
  PLOT, PERSpectiv
  PLOT, axis
  PLOT, hide
  PLOT, MESH
  PLOT, NODE
  PLOT, ELEM
  PLOT, LOAD
  PLOT, BOUN
  PLOT, CONT
!  PLOT, STRE
END
0
-10, -100, 100 ! Gibt die Entfernung zum Objekt an für x,y,z
0, 0, 1 ! Gibt die Achse, die nach oben zeigen soll an

INTERactive
STOP
```