



Übung 2: Züge und zyklische Belastung des standard linearen Festkörpers vom Maxwell-Typ

Ein Schaumstoff für die Insassensicherheit verhält sich viskoelastisch und soll in erster Näherung mit dem standard linearen Festkörper vom Maxwell-Typ beschrieben werden. Das Materialverhalten soll für den eindimensionalen Fall im FE-Programm FEAP untersucht werden. Verwenden Sie für die Untersuchung des standard linearen Festkörpers ein TRUSS-Element in FEAP, das am linken Rand festgehalten und am rechten Rand belastet wird, siehe Abb. 1 (a). Die numerische Berechnung soll über eine Dauer von 10 Sekunden erfolgen.

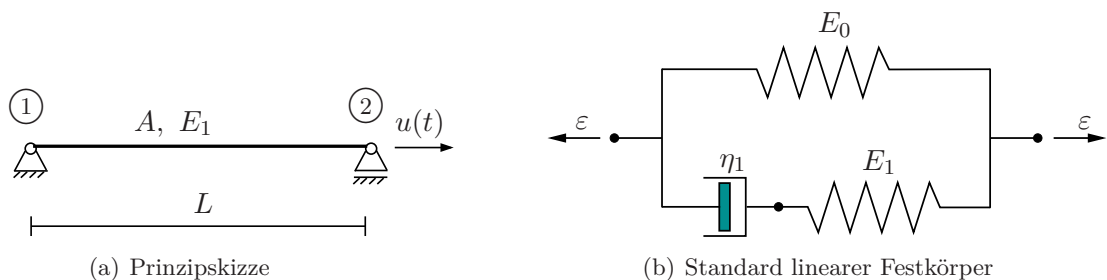


Abb. 1: FE-Modell und rheologisches Modell des standard linearen Festkörpers vom MAXWELL-Typ

Material- und Geometriedaten

E-Modul:	$E_0 = 7000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$	Viskosität:	$\eta_1 = 7000 \frac{\text{Ns}}{\text{mm}^2}$
	$E_1 = 5000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$	Relaxationszeit:	$\tau = \frac{\eta_1}{E_1}$
Beteiligungs-faktoren:	$\mu_0 = \frac{E_0}{E_0 + E_1} = 0.58$	Länge:	$L = 100 \text{ mm}$
	$\mu_1 = \frac{E_1}{E_0 + E_1} = 0.42$	Querschnittsfläche:	$A = 2 \text{ mm}^2$

Aufgabe 1

Der Dehnstab wird mit der konstanten Dehnrates $\dot{\epsilon}$ aus Abb. 2 belastet. Ermitteln Sie den Spannungs-Zeit- sowie den Spannungs-Dehnungs-Verlauf und kennzeichnen Sie die Gleichgewichtsspannung σ_{eq} und die Überspannung σ_{ov} .

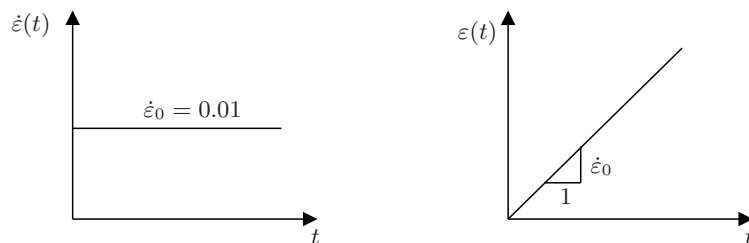


Abb. 2: Dehnraten- und Verzerrungsverlauf

Aufgabe 2

Untersuchen Sie den Einfluss der Dehnrates auf die Materialantwort. Führen Sie dafür FE-Berechnungen mit folgenden Dehnrates und Simulationszeiten durch:



- 1) $\dot{\epsilon}_{01} = 0.02 \text{ 1/s}$, $t_{\text{Sim}} = 5 \text{ Sekunden}$
- 2) $\dot{\epsilon}_{02} = 0.001 \text{ 1/s}$, $t_{\text{Sim}} = 100 \text{ Sekunden}$

Stellen Sie die ermittelten Spannungs-Dehnungs-Verläufe mit demjenigen aus Aufgabe 1 in einem gemeinsamen Diagramm dar. Was beobachten Sie? Was passiert, wenn die Dehnrates $\dot{\epsilon} \ll 1$ ist?

Aufgabe 3

Ermitteln Sie den Spannungsverlauf $\sigma(\epsilon)$ des 3P-Modells für die in Abb. 3 dargestellte Belastungsfunktion und stellen Sie diesen in einem Diagramm dar. Was beobachten Sie?

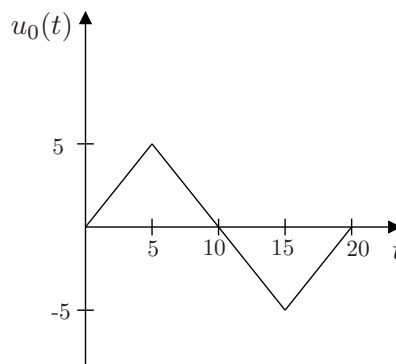


Abb. 3: Belastungsfunktion

Aufgabe 4

Modellieren Sie den Maxwell-Körper als Sonderfall des standard linearen Festkörpers, in dem Sie die Steifigkeit der einzelnen Feder E_0 zu Null setzen. Ermitteln Sie den Spannungs-Zeit-Verlauf für die Belastungsfunktion aus Aufgabe 1. Wie groß ist die elastische Spannung σ_{eq} und die Überspannung σ_{ov} ?

Aufgabe 5

Untersuchen Sie den Einfluss der Viskosität η_1 und der Steifigkeit E_1 auf die Spannungsantwort $\sigma(t)$ des Maxwell-Körpers für die konstante Dehnrates $\dot{\epsilon} = 0.01 \text{ 1/s}$. Führen Sie dabei die folgende Variation der Modellparameter durch:

- 1) $E_1 = 5000 \text{ MPa} = \text{konst.}$ $\eta_1 = 2000, 7000, 10000 \text{ MPas}$
- 2) $\eta_1 = 7000 \text{ MPas} = \text{konst.}$ $E_1 = 500, 5000, 20000 \text{ MPa}$

Stellen Sie die Ergebnisse beider Parameterstudien jeweils in einem Spannungs-Zeit-Diagramm dar.



Lösungen

Aufgabe 1

Der standard lineare Festkörper vom MAXWELL-Typ wird mit der konstanten Dehnrate $\dot{\epsilon} = 0.01 \frac{1}{s}$ belastet.

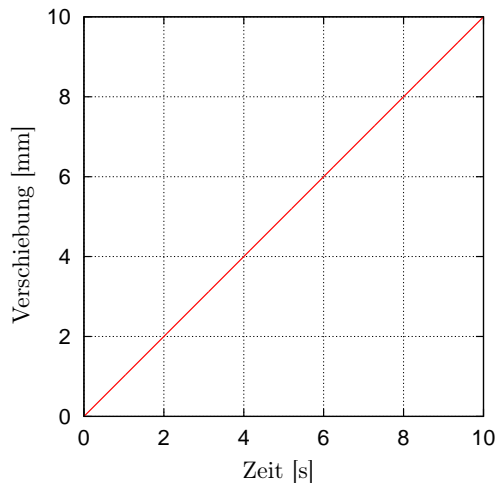


Abb. 4: Aufgebrachte Verschiebung

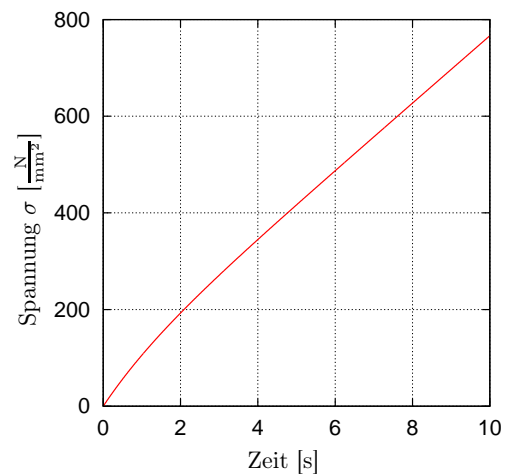


Abb. 5: Spannungsantwort

Der Spannungsverlauf in Abb. 14 nähert sich der Asymptote

$$\sigma_{\text{asyp}}(t) = E_0 \epsilon(t) + \eta \dot{\epsilon}_0 \quad (1)$$

an, siehe Abb. 6. Die Gleichgewichtskennlinie für langsame Prozesse ist durch

$$\sigma_{\text{eq}}(t) = E_0 \epsilon(t) \quad (2)$$

gegeben.

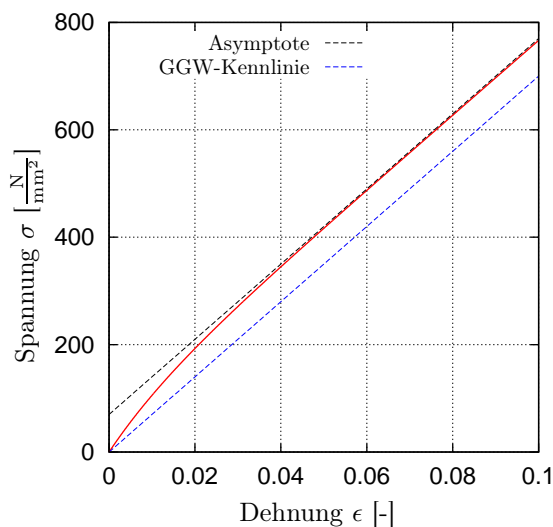


Abb. 6: Spannungs-Dehnungsdiagramm mit Asymptote und Gleichgewichtskennlinie

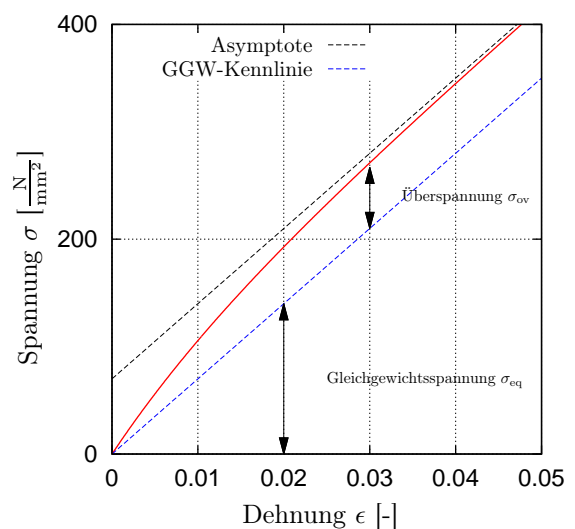


Abb. 7: Spannungs-Dehnungsdiagramm vergrößert dargestellt mit Gleichgewichtsspannung und Überspannung



Aufgabe 2: Unterschiedliche Dehnraten

Zu beobachten ist, dass ratenabhängiges Materialverhalten vorliegt. Bei sehr kleinen Dehnraten $\dot{\epsilon} \ll 1$ baut sich nahezu keine Spannung im Dämpfer auf und der Spannungs-Dehnungs-Verlauf entspricht dem Verlauf der Gleichgewichtskennlinie.

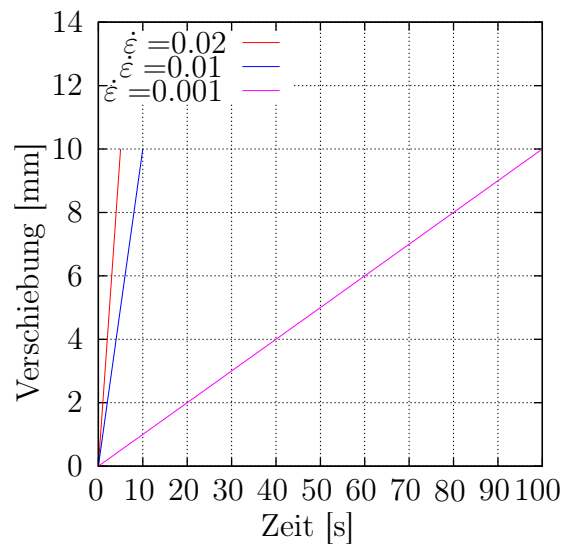


Abb. 8: Verschiebungsrandbedingung

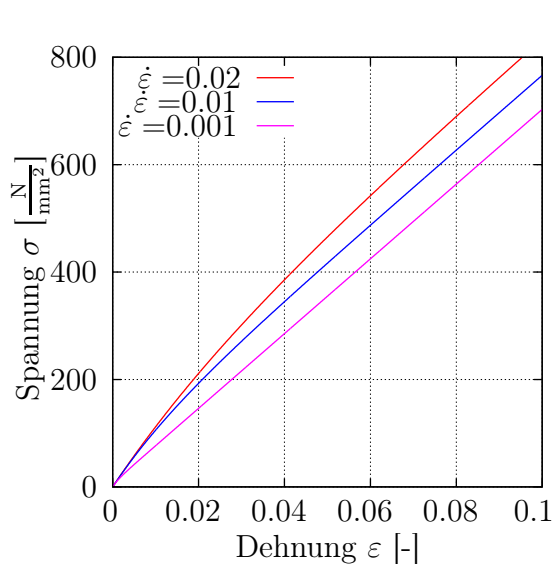


Abb. 9: Spannungs-Dehnungs-Diagramm

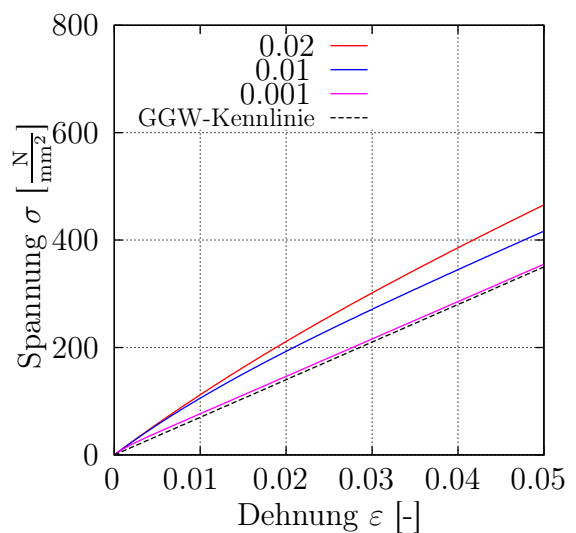


Abb. 10: Spannungs-Dehnungs-Diagramm vergrößert dargestellt mit Gleichgewichtskennlinie



Aufgabe 3: Zyklische Belastung

Der standard lineare Festkörper vom MAXWELL-Typ wird mit zyklisch belastet. Es ist zu beobachten, dass sich für die vorgegebenen Belastung eine Hysterese ausbildet.

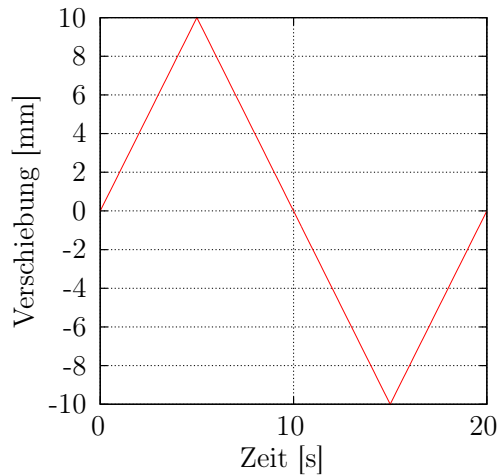


Abb. 11: Aufgebrachte Verschiebung

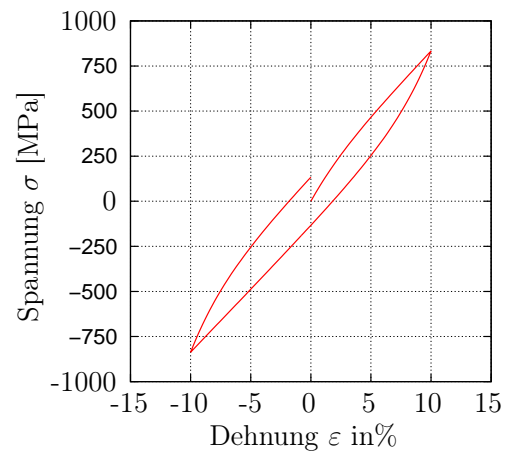


Abb. 12: Spannungsantwort

Aufgabe 4: Maxwell-Körper zügige Belastung

Es liegt nur die Überspannung σ_{ov} vor. ($\sigma_{eq} = 0$)

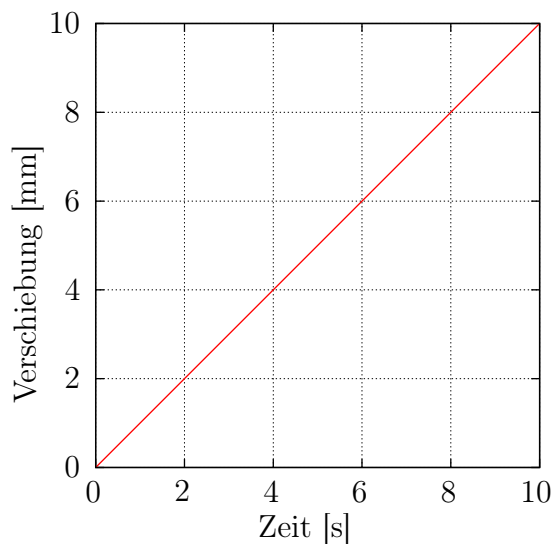


Abb. 13: Verschiebungs-Zeit-Verlauf

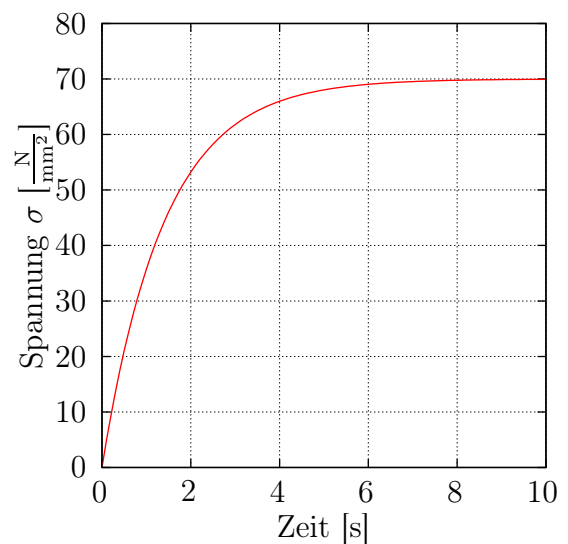


Abb. 14: Spannungs-Zeit-Verlauf



Aufgabe 5: Maxwell-Körper Parameterstudie

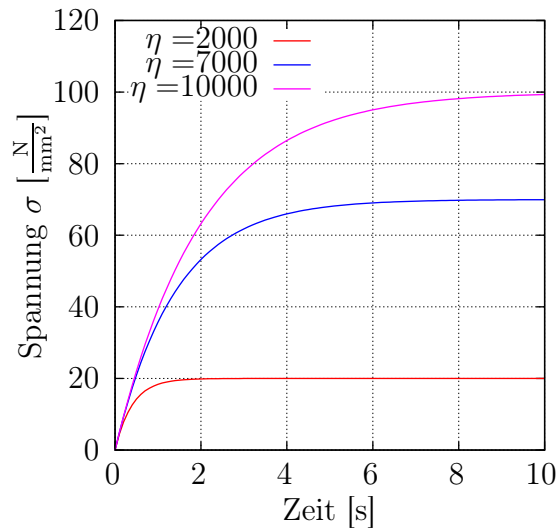


Abb. 15: Variation Viskosität

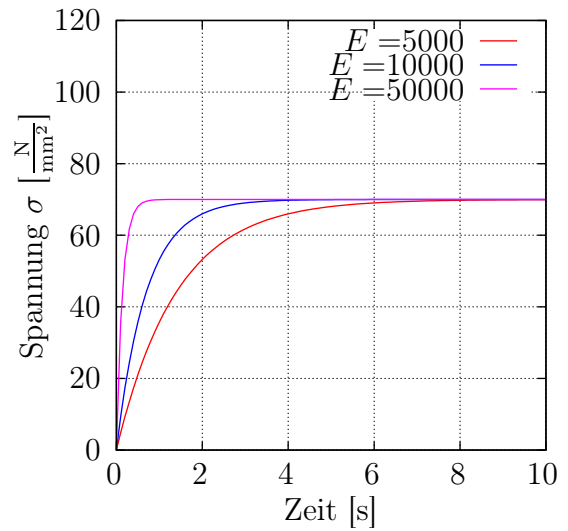


Abb. 16: Variation E-Modul



FEAP INPUT-DECK für AUFGABE 1

FEAP ** Stand. lin. Festkörper** !FEAP + Titel max. 80
0 0 0 1 1 2 !NumNodPoints, NumElem, NumMaterials, dimension, DOF, max. NodesPerElement

PARAMeter
dt = 0.01 !Zeitschritt
t2 = 10 !max. Berechnungszeit
nt = t2/dt !Anzahl der Berechnungsschritte
u = 10 !Vorgabe der Endverschiebung
E = 12000 !Emodul
L = 100 !Länge
A = 2 !Querschnittsfläche

COORDinates
1 0 0 !NodeNr, Inc, X-,Y-,Z-coord.(Drehsinn beachten)
2 0 L

ELEMents
1 0 1 1 2 ! ElemNr, Inc, MatID,NodeNr

Material 1
Truss
ELASTIC ISOtropic E
CROSS SECTIon 2
VISCOelastic term1 0.42 1.4

DISPlacement
2 0 u 0.0 NubOfNode, Inc, X-Disp, Y-Disp, Z-Disp

BOUNDary
1 0 1 1 !Knoten, Inc, FHG-X, FHG-Y, FHG-Z (0 = frei; 1 = gesperrt)
2 0 1 0 !knoten für Verschiebungsrandbed.

END

TIE

BATCH !Bildung der Belastungsfunktion
PROP,,1
END
2,1 !2 gibt Typ an(2=Tabelle), 1.Anzahl der Wertepaare pro Zeile
0.0,0.0
t2,1.0

BATCH
TPlot,,1
END
DISP 2 1 ! DISP, NODE, DIRECTION
STRESS 1 1
STRESS 1 2



STRESS 1 3
SHOW

BATCH
DT,, dt !Zeitinkrement
Loop time nt !Schleifendurchläufe
TIME !Aufaddieren der Zeit
LOOP iter 1 !Anzahl der Newtoniterationen
TANG,,1 !Steifigkeitsmatrix bilden, residual und lösen
Next iter !nächster Iterationsschritt
DISP,all ! Output
STRE,all ! Output
REAC,all ! Output
Next time !nächster Zeitschritt
End

BATCH ! PLOT Einstellungen
PLOT, pers,1
PLOT, PERSpectiv
PLOT, axis
PLOT, hide
PLOT, MESH
PLOT, NODE
PLOT, ELEM
PLOT, LOAD
PLOT, BOUN
PLOT, CONT
! PLOT, STRE
END
0
-10, -100, 100 ! Gibt die Entfernung zum Objekt an für x,y,z
0, 0, 1 ! Gibt die Achse, die nach oben zeigen soll an

!INTERactive
!STOP



FEAP INPUT-DECK für AUFGABE 3

FEAP ** Maxwell-Körper ** !FEAP + Titel max. 80
0 0 0 1 1 2 !NumNodPoints, NumElem, NumMaterials, dimension, DOF, max. NodesPerElement

PARAMeter
dt = 0.1 !Zeitschritt
t2 = 10 !max. Berechnungszeit
nt = t2/dt !Anzahl der Berechnungsschritte
u = 10 !Vorgabe der Endverschiebung
E = 5000 !Emodul
L = 100 !Länge
A = 2 !Querschnittsfläche

COORDinates
1 0 0 !NodeNr, Inc, X-,Y-,Z-coord.(Drehsinn beachten)
2 0 L

ELEMents
1 0 1 1 2 ! ElemNr, Inc, MatID,NodeNr

Material 1
Truss
ELASTIC ISOtropic E
CROSS SECTIon 2
VISCOelastic term1 1 1.4

DISPlacement
2 0 u 0.0 NubOfNode, Inc, X-Disp, Y-Disp, Z-Disp

BOUNDary
1 0 1 1 !Knoten, Inc, FHG-X, FHG-Y, FHG-Z (0 = frei; 1 = gesperrt)
2 0 1 0 !knoten für Verschiebungsrandbed.

END

TIE

BATCH !Bildung der Belastungsfunktion
PROP,,1
END
2,1 !2 gibt Typ an(2=Tabelle), 1.Anzahl der Wertepaare pro Zeile
0.0,0.0
t2,1.0

BATCH
TPlot,,1
END
DISP 2 1 ! DISP, NODE, DIRECTION
STRESS 1 1
STRESS 1 2



STRESS 1 3
SHOW

BATCH
DT,, dt !Zeitinkrement
Loop time nt !Schleifendurchläufe
TIME !Aufaddieren der Zeit
LOOP iter 1 !Anzahl der Newtoniterationen
TANG,,1 !Steifigkeitsmatrix bilden, residual und lösen
Next iter !nächster Iterationsschritt
DISP,all ! Output
STRE,all ! Output
REAC,all ! Output
Next time !nächster Zeitschritt
End

BATCH ! PLOT Einstellungen
PLOT, pers,1
PLOT, PERSpectiv
PLOT, axis
PLOT, hide
PLOT, MESH
PLOT, NODE
PLOT, ELEM
PLOT, LOAD
PLOT, BOUN
PLOT, CONT
! PLOT, STRE
END
0
-10, -100, 100 ! Gibt die Entfernung zum Objekt an für x,y,z
0, 0, 1 ! Gibt die Achse, die nach oben zeigen soll an

!INTERactive
!STOP