

Modellbasierte Lebensdauersimulation geklebter Stahlverbindungen unter Betriebsbelastung

Christian Köster, Anton Matzenmiller, Institut für Mechanik, Fachgebiet Numerische Mechanik, Universität Kassel

Die Lebensdauer einer Stahlklebverbindung unterliegt verschiedenen mechanischen Einflussfaktoren, welche unter dem Begriff der Betriebsbelastung zusammengefasst werden. Die versuchstechnische Ermittlung der Lebensdauer ist aufwendig und kostenintensiv. Im Hinblick auf die effiziente Gestaltung von Entwicklungsprozessen ist es deswegen von Interesse, auf Simulationsmethoden zurückgreifen zu können, mit denen die Lebensdauer geklebter Stahlverbindungen zuverlässig vorhergesagt werden kann. Der vorliegende Beitrag erläutert zunächst Grundlagen und wichtige Begriffe der Betriebsfestigkeit. Im Anschluss wird das am Institut für Mechanik (IfM) in Kassel entwickelte rheologische Modell mit Schädigung und eine Möglichkeit zur Verbesserung der Prognosefähigkeit des Modells inklusive der Parameteridentifikation aufgezeigt. Abschließend wird die zur Parameterbestimmung des Modells entwickelte Methodik anhand des Vergleichs mit dem bisherigen Modell und den Testdaten verifiziert und bewertet.

1 Grundlagen der Betriebsfestigkeit

1.1 Grundlegende Begriffe

Bauteile unterliegen zumeist verschiedensten Arten von Beanspruchungen. Das in [1], [2], [3] und [4] entwickelte Modell erfasst die folgenden mechanischen Einflussfaktoren:

- Zug-/Druck-Unterschied
- Mehrachsige Beanspruchungen
- Frequenz
- Reihenfolgeeffekte
- Spannungsamplitude

Darüber hinaus besitzen auch die Mittelspannung und nichtproportionale Beanspruchungen Auswirkungen auf die Lebensdauer einer Stahlklebverbindung. Diese Effekte werden im derzeitigen Modell nicht gezielt beschrieben. Einige der genannten Faktoren können anhand der harmonischen Beanspruchungs-Zeit-Funktion $\sigma(t)$ dargestellt werden.

$$\sigma(t) = \sigma_m + \sigma_a \sin(ft + \phi) \quad (1)$$

Darin enthalten sind die Mittelspannung σ_m , die Spannungsamplitude σ_a , die Beanspruchungsfrequenz f und der Phasenwinkel ϕ . Eine wichtige Definition im Rahmen der Betriebsfestigkeit stellt das Beanspruchungsverhältnis R dar, das mittels der minimalen und maximalen Beanspruchung σ_{\min} bzw. σ_{\max} wie folgt definiert wird:

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \quad (2)$$

Durch Gleichung (2) kann zudem der Zusammenhang zwischen der Mittelspannung und der Spannungsamplitude über den folgenden Ausdruck

$$\sigma_m = \sigma_a \frac{1 + R}{1 - R} \quad (3)$$

hergestellt werden. Bereits erwähnt wurde der Begriff der proportionalen Beanspruchung. Eine solche liegt nach [5] vor, wenn die momentane Spannung σ_{ij} ein Vielfaches des Anfangsspannungszustandes σ_{0ij} ist.

$$\sigma_{ij} = C(t)\sigma_{0ij} \quad (4)$$

Andernfalls wird von nichtproportionalen Beanspruchungen gesprochen. Zur Erfüllung der Gleichung (4) muss der aktuelle Spannungszustand in Form des Spannungstensors $\sigma_{ij}(t)$ zu jedem Zeitpunkt t durch die Multiplikation eines Ausgangsspannungszustandes σ_{0ij} mit einem skalaren zeitabhängigen Faktor $C(t)$ darstellbar sein. Als Sonderfall ist eine einaxiale Beanspruchung zu nennen, die immer auf eine proportionale Beanspruchung im Sinn von Gleichung (4) führt.

Die dargestellten Einflussfaktoren beziehen sich darauf, dass die Bauteilbeanspruchung mit konstanten Amplituden erfolgt. Im Betrieb eines Bauteils, beispielsweise in Fahrzeugen, sind die auftretenden Amplituden jedoch nicht konstant. In diesem Fall wird von variablen Amplituden gesprochen. Zu berücksichtigen ist die Tatsache, dass variable Amplituden zu Reihenfolgeeffekten führen können, die die Lebensdauer je nach Reihenfolge des Auftretens der jeweiligen Amplitude beeinflussen. Ein Modell zur Prognose der Lebensdauer sollte demnach die Einflüsse der genannten Größen berücksichtigen können.

1.2 Konzepte zur Lebensdauerprognose

Im Ingenieurwesen existieren verschiedene Konzepte und Normen zur betriebsfesten Auslegung von Bauteilen. Nachfolgend wird das Strukturspannungskonzept, welches beispielsweise in [6] und [7] zur Lebensdauerprognose von Stahlklebverbindungen verwendet wird, mit dem vom Institut für Mechanik (IfM) in Kassel entwickelten Modell aus [1] und [2] gegenübergestellt.

Das Vorgehen des Strukturspannungskonzepts ist in [5] dargestellt: Zunächst stellt eine Anrechnung auf Basis der Finite-Elemente-Methode den Spannungszustand an verschiedenen Stellen des Bauteils bereit. Anhand dessen werden Spannungskonzentrationsstellen identifiziert, bei denen es sich um die höchstbeanspruchten Bereiche handelt, in denen am ehesten Versagen (z.B. Rissinitiation) zu erwarten ist. Die Berücksichtigung variabler Amplituden erfolgt im Strukturspannungskonzept über die Definition von Beanspruchungskollektiven. Die Erstellung dieser Kollektive erfolgt bei variablen Amplituden mittels geeigneter Klassierverfahren. Dabei wird ein komplexer Beanspruchungs-Zeit-Verlauf in mehrere Teilkollektive überführt. Die erstellten Teilkollektive bilden wiederum ein Gesamtkollektiv. Eine Aussage über den Einfluss der Reihenfolge auf die Schädigung ist mit diesem Vorgehen nicht möglich, da die Schädigungsakkumulation meist unter der Anwendung linearer Theorien, wie zum Beispiel mit der PALMGREN-MINER-Regel [8], durchgeführt wird. Dazu sind Versuchsdaten in Form einer WÖHLER-Linie notwendig, die mit den Eigenschaften des zu betrachtenden Teilkollektivs ermittelt wurden. Mittels der Testdaten werden Teilschädigungen ermittelt und durch Summation aller Teilschädigungen die Gesamtschädigung bestimmt, anhand der eine Aussage über die Lebensdauer getroffen werden kann. Die Auswertung des Spannungszustands an einzelnen kritischen Stellen hat zur Folge, dass während des Betriebs auftretende inhomogene Beanspruchungszustände, z.B. infolge des Ausfalls eines Bauteilbereichs, nicht betrachtet werden können.

Im Rahmen von [1] und [2] wird ein Modell entwickelt, mit dem auf Basis einer transienten FE-Simulation die Lebensdauer einer geklebten Stahlverbindung berechnet werden kann. Somit besteht die Möglichkeit, mit dem entwickelten Modell den Zeitpunkt des Anrisses und die Rissfortschrittsentwicklung zu beschreiben. Dadurch kann das Modell veränderte Spannungszustände infolge des Ausfalls von Bauteilabschnitten abbilden und auch nichtlineare Materialeigenschaften, wie zum Beispiel die entfestigende Wirkung auftretender Schädigung, erfassen. Weiterhin besteht durch die Verwendung geeigneter mathematischer Ansätze die Möglichkeit zur Bewertung von Reihenfolgeeffekten auf die Lebensdauer.

2 Vorstellung des Modells

2.1 Gesamtmodell

Die in [1] und [2] entwickelte Methode setzt sich aus dem Schädigungsmodell zur Berücksichtigung der Eigenschaftsveränderungen durch die Defektbildung und dem rheologischen Modell zur Beschreibung der viskoelastischen Materialantwort zusammen. Die Verbindung zwischen den Modellen wird mittels des Konzepts der effektiven Spannungen hergestellt. Die nachfolgenden Erläuterungen basieren auf den Ausführungen in [1], [2] und [3].

2.2 Viskoelastizitätsmodell und Konzept der effektiven Spannungen

In [1] wird ein Modell der linearen Viskoelastizitätstheorie zur Beschreibung der Materialantwort infolge der äußeren Belastung entwickelt und anhand von Versuchsdaten werden die Materialparameter identifiziert. In [1] wird die Klebschicht zudem als dünne Klebfläche interpretiert, womit die Möglichkeit der Nutzung eines Grenzflächenelements ermöglicht und eine höhere Recheneffizienz erreicht wird. Das Viskoelastizitätsmodell wird in [2] und [3] verwendet. Die Ausgabegröße des Materialmodells ist der effektive Spannungsvektor $\tilde{\mathbf{t}}$, der sich nach [3] wie folgt darstellt.

$$\tilde{\mathbf{t}} = \begin{bmatrix} \tilde{t}_t \\ \tilde{t}_b \\ \tilde{t}_n \end{bmatrix} = \frac{1}{1-D} \mathbf{t} = \frac{1}{1-D} \begin{bmatrix} t_t \\ t_b \\ t_n \end{bmatrix} \quad (5)$$

Die Komponenten \tilde{t}_n , \tilde{t}_t und \tilde{t}_b repräsentieren die effektiven Normal- (Index n) und Schubbeanspruchungen (Indizes b und t). Mit t_t , t_b und t_n werden die Größen im physikalischen Raum unter Berücksichtigung der Schädigung D bezeichnet und im Spannungsvektor \mathbf{t} zusammengefasst. Die Umrechnung zwischen effektivem und physikalischem Raum erfolgt auf Basis des Konzepts der effektiven Spannungen, welches in [9] vorgeschlagen wird. Nachfolgend werden die Gleichungen vorgestellt, die zur mathematischen Beschreibung der Materialantwort benötigt werden, siehe [3]. Zunächst wird die Gleichung zur Berechnung der effektiven Materialantwort $\tilde{\mathbf{t}}$ dargestellt. Hierzu ist es notwendig den Spannungsvektor $\tilde{\mathbf{t}}$ mit dem Verschiebungssprungvektor Δ durch die Matrix mit den Relaxationsfunktionen \mathbf{R} zu verknüpfen.

$$\tilde{\mathbf{t}} = \int_0^t \mathbf{R}(t-\tau) \frac{d\Delta}{d\tau} d\tau \quad (6)$$

wobei der Verschiebungssprungvektor Δ definiert ist zu:

$$\Delta = \begin{bmatrix} \Delta_t \\ \Delta_b \\ \Delta_n \end{bmatrix} \quad (7)$$

Hierin enthalten sind die Verschiebungssprünge in Normalenrichtung (Index n) und in den beiden Schubrichtungen (Indizes t und b). Die Relaxationsmatrix R besitzt die Form:

$$R(t - \tau) = \begin{bmatrix} R_s(t - \tau) & 0 & 0 \\ 0 & R_s(t - \tau) & 0 \\ 0 & 0 & R_n(t - \tau) \end{bmatrix} \quad (8)$$

Hierbei wird vorausgesetzt, dass die Schub- und Normalenrichtung voneinander entkoppelt sind - siehe [1]. Für die auftretenden Komponenten der Relaxationsfunktionen werden die Exponentialfunktionen

$$R_n(t) = \sum_{i=1}^M k_{ni} \exp\left(-\frac{t}{\hat{\tau}_{ni}}\right), \quad R_s(t) = \sum_{i=1}^M k_{si} \exp\left(-\frac{t}{\hat{\tau}_{si}}\right) \quad (9)$$

angesetzt. Darin enthalten sind die Relaxationszeiten $\hat{\tau}_{ni}$ und $\hat{\tau}_{si}$ gemäß:

$$\hat{\tau}_{ni} = \frac{\eta_{ni}}{k_{ni}}, \quad \hat{\tau}_{si} = \frac{\eta_{si}}{k_{si}} \quad (10)$$

mit den Viskositäten η_{ni} und η_{si} sowie den Steifigkeiten k_{ni} und k_{si} , die in [1] identifiziert worden sind. Die Materialantwort ergibt sich aus der Lösung des Faltungsintegrals in Gleichung (6) unter Berücksichtigung der Gleichungen (7) bis (10).

2.3 Bisheriges Schädigungsmodell aus P1028

Die Modellierung der defektbildenden Mechanismen beinhaltet die mathematische Darstellung der Kriech- und Ermüdungsschädigung. In [10] wird ein Ansatz zur Beschreibung der Schädigungsentwicklung \dot{D} vorgestellt, der die Überlagerung von Schädigungsphänomenen ermöglicht.

$$\dot{D} = \dot{D}_c + \dot{D}_f \quad (11)$$

Dabei ist \dot{D}_c die Kriechschädigungs- und \dot{D}_f die Ermüdungsschädigungsentwicklung infolge zyklischer Beanspruchungen. Im Folgenden werden mit dem Index c Größen im Zusammenhang mit der Kriechschädigung bezeichnet der Index f wird für die Ermüdungsschädigung verwendet. Zur mathematischen Beschreibung des Kriechschädigungsanteils wird in [1] ein Potenzansatz verwendet, der auf [11] zurückgeht.

$$\dot{D}_c = \frac{1}{c_0} \left(\frac{\langle \sigma_{eqc} - \sigma_{dc} \rangle}{\sigma_{ref}(1 - D)} \right)^n \quad (12)$$

Hierin stellt σ_{eqc} die Kriechvergleichsspannung dar, die als schädigungstreibende Größe dient. Enthaltene Parameter sind die Kriechdauerfestigkeit σ_{dc} sowie die Modellparameter σ_{ref} und n , deren Identifikation in [2] beschrieben ist. Die Differentialgleichung zur Berücksichtigung der Ermüdungsschädigungsentwicklung wird in [1] und [2] in Anlehnung an [12] mit

$$\dot{D}_f = \left(\frac{\langle \sigma_{eqf} - \sigma_{df} \rangle}{(\sigma_u - \sigma_{df})(1 - D)} \right)^k \frac{\langle \dot{\sigma}_{eqf} \rangle}{\sigma_u - \sigma_{df}} \quad (13)$$

angesetzt. Auch hier stellt σ_{eqf} die Vergleichsspannung dar. Die Identifikation der Ermüdungsdauerfestigkeit σ_{df} und der weiteren Modellparameter σ_u und k ist ebenfalls in [2] beschrieben. Die Gesamtgleichung zur Berechnung der Schädigungsentwicklung ergibt sich durch Einsetzen der Gleichungen (12) und (13) in Gleichung (11).

$$\dot{D} = \frac{1}{c_0} \left(\frac{\langle \sigma_{eqc} - \sigma_{dc} \rangle}{\sigma_{ref}(1 - D)} \right)^n + \left(\frac{\langle \sigma_{eqf} - \sigma_{df} \rangle}{(\sigma_u - \sigma_{df})(1 - D)} \right)^k \frac{\langle \dot{\sigma}_{eqf} \rangle}{\sigma_u - \sigma_{df}} \quad (14)$$

Der Ansatz mit der Vergleichsspannung als schädigungstreibende Größe in den Gleichungen (12) und (13) geht auf die Modellbildung mehraxialer Beanspruchungen zurück, um diese mittels einer skalaren Größe zusammenzufassen, siehe [1] und [2], Gleichung (13-39).

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\langle b_1 \langle t_n \rangle^2 + b_2 t_n + t_i^2 + t_b^2 \rangle} \quad (15)$$

Darin stellen die Größen b_1 und b_2 materialabhängige Parameter zur Berücksichtigung der Normalbeanspruchung dar. t_n , t_t und t_b entsprechen den Einträgen im Spannungsvektor \mathbf{t} aus Gleichung (5). Der in Gleichung (15) dargestellte Ansatz wird in [2] sowohl als schädigungstreibende Größe der Kriech- als auch der Ermüdungsschädigungsentwicklung verwendet. Die dafür notwendige Bestimmung der Parameter erfolgt in [2] auf Basis von Versuchsdaten, die in [13] erzeugt und vom LWF in Paderborn bereitgestellt worden sind.

Zur Berücksichtigung von nichtlinearer Schädigungsakkumulation wird in [2], Gleichung (13-209), der von LEMAITRE und CHABOCHE vorgeschlagene ONERA-Ansatz verwendet. Der in [2] verwendete und in [14] - siehe Gleichung (2.24) - dargestellte Ansatz zur Beschreibung der Schädigungsentwicklung \tilde{D} pro Zyklus N lautet:

$$\frac{d\tilde{D}}{dN} = \frac{\tilde{D}^\alpha}{(1 - \alpha)N_R} \quad (16)$$

\tilde{D} resultiert aus einem in [15] vorgenommenem Variablenwechsel. Die Größe N_R stellt einen analytischen Ausdruck zur Beschreibung einer WÖHLER-Linie dar. Weiterhin ist α nach [15] folgendermaßen definiert:

$$\alpha = 1 - a_1 \left\langle \frac{\sigma_{\max} - \sigma_D}{\sigma_{\text{ult}} - \sigma_{\max}} \right\rangle \quad (17)$$

Die Größe σ_{ult} repräsentiert die Festigkeit in Folge eines quasistatischen Versuchs. σ_{\max} ist der Maximalwert der Spannung. a_1 ist ein Parameter zur Berücksichtigung der Schädigungsinteraktion. σ_D berechnet sich nach [15] aus:

$$\sigma_D = \sigma_m + \sigma_{\text{df}}(1 - b\sigma_m) \quad (18)$$

Der in (18) enthaltene Parameter b dient zur Berücksichtigung des Mittelspannungseinflusses auf die Dauerfestigkeit σ_{df} . Für die in Gleichung (16) auftretende Größe N_R kommen verschiedene Ansätze in Frage, wie zum Beispiel die BASQUIN-Gleichung, die in [5] dargestellt ist. In [2] und [3] wird ein Ansatz der Form

$$N_R = \frac{(\sigma_u - \sigma_{\text{df}})^{k+1}}{(\sigma_{\text{eqfmax}} - \sigma_{\text{df}})^{k+1} - (\sigma_{\text{eqfmin}} - \sigma_{\text{df}})^{k+1}} \quad (19)$$

gewählt. Darin sind neben den aus Gleichung (13) bekannten Größen zusätzlich die Maximal- und Minimalwerte der Ermüdungsvergleichsspannung σ_{eqfmax} und σ_{eqfmin} enthalten. Das hier vorgestellte Modell wird in der späteren Ergebnisdarstellung mit P1028 bezeichnet.

2.4 Erweiterung des Schädigungsmodells

Zur Optimierung des Schädigungsmodells wird eine Anpassung des Ermüdungsschädigungsansatzes vorgenommen und ein modifizierter Ansatz für die in Gleichung (16) auftretende Größe N_R verwendet. Eine Möglichkeit zur Beschreibung von N_R wird in [15] vorgestellt. Die Grundlage bildet die in [10] dargestellte Ermüdungsschädigungsentwicklung der Form:

$$dD_f = [1 - (1 - D_f)^{\beta+1}]^\alpha \left[\frac{\sigma_{\max} - \sigma_m}{M(\sigma_m)(1 - D_f)} \right]^\beta dN \quad (20)$$

Hierbei ist β die Neigung der doppeltlogarithmisch aufgetragenen WÖHLER-Linie bei reiner Wechselbeanspruchung. Zu den aus (17) und (18) bekannten Größen tritt zusätzlich die mittelspannungsabhängige Funktion $M(\sigma_m)$ gemäß [15] hinzu:

$$M(\sigma_m) = M_0(1 - b\sigma_m) \quad (21)$$

Die Parameter M_0 und b dienen zur Berücksichtigung des Mittelspannungseinflusses σ_m . Das Einsetzen der Gleichungen (17), (18) und (21) in (20), die Separation und Integration vom ungeschädigten Zustand $D = 0$ und $N = 0$ bis zum vollständigen Versagen $D = 1$ und $N = N_R$ ergibt folgenden Ausdruck:

$$N_R = \frac{1}{(1 + \beta)(1 - \alpha)} \left(\frac{\sigma_a}{M(\sigma_m)} \right)^{-\beta} \quad (22)$$

Die vorstehend beschriebene Modellerweiterung wird in der Ergebnispräsentation mit P1427 bezeichnet.

3 Modellerweiterungen

3.1 Implementierung

In [2] ist der Ansatz nach Gleichung (16) bereits zur Berücksichtigung variabler Amplituden implementiert worden. In Anbetracht der weiteren Optimierung des Modells wird der bislang verwendete Ausdruck für die in Gleichung (16) auftretende Funktion N_R angepasst. Statt Gleichung (19) wird die Gleichung (22) in den nachfolgenden Rechnungen verwendet.

3.2 Parameterbestimmung

Die Bestimmung der Parameter des vorgestellten Ansatzes erfolgt auf Basis von Messdaten, die in [13] vom LWF in Paderborn ermittelt worden sind. Hierbei handelt es sich um WÖHLER-Versuche an der stumpf-geklebten Doppelrohrprobe mit den Beanspruchungsverhältnissen $R = -1$ und $R = 0,1$ bei verschiedenen Spannungsamplituden. Für die Bestimmung der zusätzlichen Modellparameter M_0 und b sind zudem die Parameter des Schädigungsansatzes notwendig. Hierfür werden die in Abschnitt 2.3 genannten Parameter des Schädigungsmodells verwendet, deren Werte in [2] dargestellt sind. Ebenfalls werden die in Abschnitt 2.3 genannten und in [2] ermittelten und optimierten Vergleichsspannungsparameter genutzt. Die Größen sind in der nachfolgenden Tabelle nochmals zusammengestellt.

Tabelle 1.: Übersicht der Schädigungsmodell- und Vergleichsspannungsparameter aus [2]

σ_{df}	k	σ_u	b_{1f}	b_{2f}	σ_{dc}	n	σ_{ref}	b_{1c}	b_{2c}
0	19	49	0,4	21	0	19	51	0,5	12

Bei den zu bestimmenden Parametern handelt es sich um M_0 , b und β , die in der Größe N_R in den Gleichungen (21) und (22) auftauchen. In [15] erfolgt die Identifikation des Parameters β auf Basis einer WÖHLER-Linie mit dem Beanspruchungsverhältnis $R = -1$ und wird als Steigung von dieser interpretiert. Die Bestimmung des Parameters β erfolgt im Rahmen dieser Betrachtung mittels einer linearen Regressionsanalyse anhand von Testdaten aus [13] mit dem Beanspruchungsverhältnis $R = -1$.

Die Vorgehensweise für die übrigen Parameter M_0 und b wird nachfolgend beschrieben. Zuerst wird der Parameter M_0 und im Anschluss davon der Kennwert b bestimmt. Angenommen wird dabei, dass M_0 unabhängig von b bestimmt werden kann. Diese Vorgehensweise ist grundsätzlich zulässig, denn bei reiner Wechselbeanspruchung ($R = -1$, $\sigma_m = 0$) ist kein Einfluss des Parameters b in den Gleichungen (18) und (21) vorhanden. Im vorliegenden Fall wird reine Schubbeanspruchung verwendet. Dieses Vorgehen hat den Grund, dass in Gleichung (15) für die Berücksichtigung der Normalbeanspruchung mit b_1 und b_2 zusätzliche Parameter vorhanden sind, die die Identifikation der Modellparameter beeinflussen können. Als Referenzdaten für die Parameteridentifikation werden die erwähnten Testdaten mit den Beanspruchungsverhältnissen $R = -1$ und $R = 0,1$ aus [13] genutzt. Für die in Gleichung (17) auftretende Größe a_1 wird aufgrund fehlender Informationen zur möglichen Bestimmung $a_1 = 1$ angenommen. Die iterative Bestimmung des Parameters M_0 erfolgt mittels einer systematischen Variation des Kennwerts. Für die verschiedenen Beanspruchungsniveaus $\sigma_{a,i}$ resultiert jeweils eine modellbasierte Lebensdauer und ergibt daraus eine modellbasierte WÖHLER-Linie. Parallel dazu wird aus den Testdaten ebenfalls eine WÖHLER-Linie mittels linearer Regression bestimmt. Unter Hinzunahme eines Fehlermaßes zur Bestimmung der Abweichung zwischen Simulation und Messdaten wird der optimale Wert für M_0 bestimmt. Beim hier genutzten Fehlermaß handelt es sich um eine abgewandelte Form des absoluten quadratischen Fehlers nach [16]:

$$\varepsilon_{M0} = \sum_{i=1}^N (N_{R,sim,i}(M_0, \sigma_{a,i}) - N_{R,mess,i}(\sigma_{a,i}))^2 \quad (23)$$

Enthalten sind hier die Bruchschwingspielzahlen der Simulation $N_{R,sim,i}$ und der Messung $N_{R,mess,i}$ für das jeweilige in den Testdaten definierte Lastniveau $\sigma_{a,i}$. Die Werte für $N_{R,sim,i}$ entstammen der Simulation der Lastfälle mit den Spannungsamplituden $\sigma_{a,i}$. Die Daten für $N_{R,mess,i}$ sind interpolierte Werte der Regressionsgeraden der Messdaten. Für jeden der betrachteten Werte für M_0 wird anhand des Minimums des Fehlers in Gleichung (23) der optimale Wert für M_0 bestimmt. Dieser Wert wird nachfolgend mit $M_{0,opt}$ bezeichnet.

Der Wert des Parameters b wird analog zur bereits beschriebenen Vorgehensweise für M_0 berechnet. Hierfür wird der folgende Ausdruck zur Bestimmung des absoluten quadratischen Fehlers verwendet.

$$\varepsilon_b = \sum_{i=1}^N (N_{R,sim,i}(M_{0,opt}, b, \sigma_{a,i}) - N_{R,mess,i}(\sigma_{a,i}))^2 \quad (24)$$

Der Unterschied zwischen den Gleichungen (23) und (24) besteht darin, dass im Vorfeld der systematischen Variation der Parameter M_0 auf seinen zuvor bestimmten Optimalwert $M_{0,opt}$ gesetzt wird. Der Optimalwert b_{opt} ergibt sich im Anschluss an die Variation aus dem minimalen Fehler ε_b nach Gleichung (24).

3.3 Verifikation der Parameterbestimmung

Die in Abschnitt 3.2 bestimmten Optimalwerte b_{opt} und $M_{0,opt}$ sowie die in [2] identifizierten Parameter des Schädigungsmodells werden nun zur Verifikation anhand der Testdaten aus [13] mit dem Beanspruchungsverhältnis $R = -1$ verwendet. Die Simulationsergebnisse des modifizierten Modells (P1427) sind zusammen mit den Testdaten (LWF) und dem ursprünglichen Modell (P1028) in Bild 1 dargestellt. Neben den Datenpunkten sind auch die zugehörigen Regressionsgeraden (Fit P1028, Fit LWF R=-1 und Fit P1427) der jeweiligen Datenreihe eingetragen.

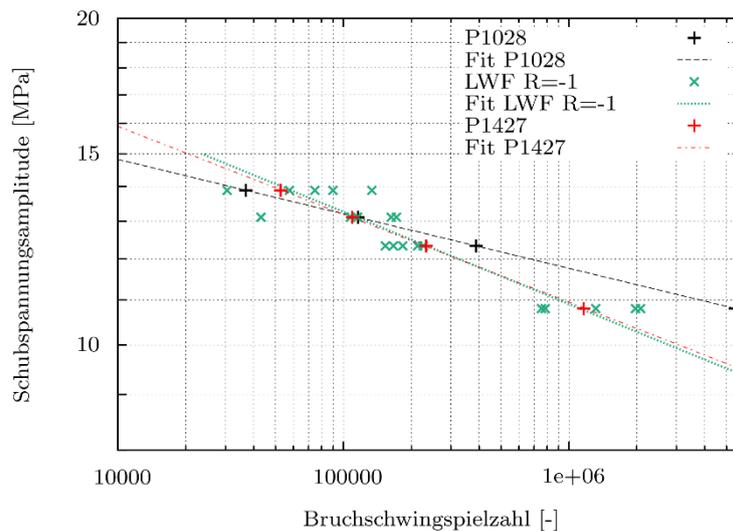


Bild 1. Gegenüberstellung der Simulation aus [2] und [3] (P1028), des modifizierten Ansatzes (P1427) und der Testdaten aus [13] (LWF) mit dem Beanspruchungsverhältnis $R = -1$

Es zeigt sich, dass mit der vorgenommenen Anpassung mittels des in Abschnitt 2.4 vorgestellten Ansatzes eine bessere Übereinstimmung der linearen Regressionsgeraden der Mess- und Simulationsdaten erzielt wird. Insbesondere im Bereich kleiner Amplituden, wo das Modell aus dem Vorgängerprojekt P1028 (schwarz) eine markante Abweichung zeigt, wird die Prognose durch P1427 deutlich verbessert. Grundsätzlich weisen die in rot dargestellten Daten eine sehr gute Übereinstimmung mit der Regressionsgeraden der Testdaten auf und bestätigen somit auch die gewählte Vorgehensweise zur Ermittlung des Parameters M_0 auf Basis der Fehlerminimierung. Im nächsten Schritt wird durch einen Rechenlauf die Bestimmung des Parameters b anhand eines WÖHLER-Diagramms verifiziert. Die Testdaten aus [17] mit dem Beanspruchungsverhältnis $R = 0,4$ werden wiederum mit den Simulationsergebnissen (P1028 und P1427) verglichen. Dazu stehen in der folgenden Abbildung sowohl die Datenreihen mit den Datenpunkten als auch die Regressionsgeraden zur Verfügung.

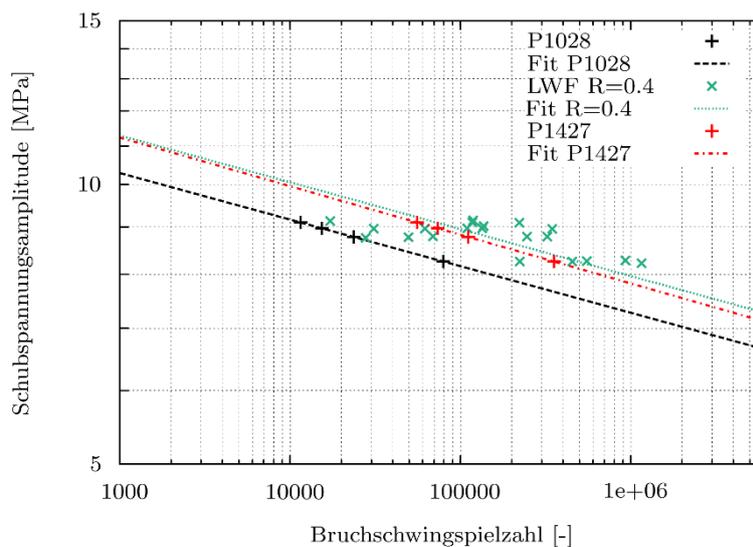


Bild 2. Gegenüberstellung der Simulation aus [2] und [3] (P1028), des modifizierten Ansatzes (P1427) und der Testdaten aus [17] (LWF) mit dem Beanspruchungsverhältnis $R = 0,4$

Die Gegenüberstellung der Datenreihen in Bild 2 ergibt eine verbesserte Lebensdauerprognose des modifizierten Modells P1427 im Hinblick auf die Testdaten mit einem Beanspruchungsverhältnis von $R = 0,4$. Dabei prognostiziert das Modell aus P1028 geringere Bruchschwingspielzahlen als diejenigen, die durch die Testdaten vorhergesagt werden. Die durch das erweiterte Modell berechneten Lebensdauerwerte (rot) liegen deutlich näher an der Regressionsgeraden der Testdaten (grün).

Durch die gute Übereinstimmung zwischen den Testdaten und dem modifizierten Modell ist davon auszugehen, dass die Bestimmung des Parameters b , der nur bei $\sigma_m \neq 0$ und somit $R \neq -1$ von Bedeutung ist, mit der vorgestellten Methode möglich ist. Eine Erklärung für die noch auftretende Abweichung zwischen den Testdaten und dem modifizierten Modell (P1427) ist möglicherweise auf die Verwendung von Testdaten aus verschiedenen Projekten zurückzuführen. So wurden die Parameter M_0 und b anhand von Testdaten aus [13] ermittelt. Der in Bild 2 vorgestellte Abgleich erfolgt auf Basis von Testdaten aus [17].

4 Zusammenfassung und Ausblick

Der hier dargestellte Ansatz bietet die Möglichkeit zur Verbesserung der Prognosefähigkeit des Modells aus [1], [2] und [3], denn im Fall reiner Schubwechselbeanspruchung konnte die Abweichung zwischen Messdaten und Simulationsergebnissen verringert werden. Gleiches gilt für die Betrachtung von Testreihen mit schwellender Torsionsbeanspruchung. Im Hinblick auf die Parameteridentifikation zeigt die dargestellte Vorgehensweise zufriedenstellende Ergebnisse. Durch die vorgestellten Ergebnisse erscheint es sinnvoll, weitere Untersuchungen mit diesem Ansatz durchzuführen und unter anderem zu prüfen, ob auch multiaxiale Beanspruchungen berücksichtigt werden können und auch hier eine zufriedenstellende Prognoseerzielung erzielt werden kann.

5 Danksagung

Das IGF-Vorhaben 21112 N der Forschungsvereinigung Stahlanwendung e.V. (FOSTA), Sohnstraße 65, 40237 Düsseldorf wird über die AiF (Arbeitsgemeinschaft industrieller Forschungsvereinigungen „Otto von Guericke“ e.V.) im Rahmen des Programms zur Förderung der industriellen Gemeinschaftsforschung (IGF) vom Bundesministerium für Wirtschaft und Energie aufgrund eines Beschlusses des Deutschen Bundestages gefördert, wofür herzlich gedankt wird. Ebenfalls sei dem Laboratorium für Werkstoff- und Fügetechnik (LWF) in Paderborn für die Bereitstellung der Messdaten gedankt.

6 Literaturangaben

- [1] Kurnatowski, B. u. Matzenmiller, A.: Rheologisches Werkstoffmodell (Verallg. Maxwell-Modell). In: Heise, F. J. u. Brede, M. (Hrsg.): Schwingfestigkeitsauslegung von geklebten Stahlbauteilen des Fahrzeugbaus unter Belastung mit variablen Amplituden. FOSTA P796. Verlag und Vertriebsgesellschaft mbH, Forschungsvereinigung Stahlanwendung e.V. (FOSTA), Sohnstr. 65, 40237 Düsseldorf, 2012, S. 51–102.
- [2] Kroll, U. u. Matzenmiller A.: Modellierung des Ermüdungsversagens mit Kontinuumsschädigungsmechanik. In: Heise, F. J. u. Nagel, C. (Hrsg.): Analyse der Schwingfestigkeit geklebter Stahlverbindungen unter mehrkanaliger Belastung. FOSTA P1028. Verlag und Vertriebsgesellschaft mbH, Forschungsvereinigung Stahlanwendung e.V. (FOSTA), Sohnstr. 65, 40237 Düsseldorf, 2017, S. 215–300.
- [3] Kroll, U. u. Matzenmiller, A.: Implementierung, Verifikation und Minimierung der Berechnungszeit. In: Heise, F. J. u. Nagel, C. (Hrsg.): Analyse der Schwingfestigkeit geklebter Stahlverbindungen unter mehrkanaliger Belastung. FOSTA P1028. Verlag und Vertriebsgesellschaft mbH, Forschungsvereinigung Stahlanwendung e.V. (FOSTA), Sohnstr. 65, 40237 Düsseldorf, 2017, S. 301–336.
- [4] Kroll, U. u. Matzenmiller, A.: Validierung des rheologischen Modells mit Schädigung. In: Heise, F. J. u. Nagel, C. (Hrsg.): Analyse der Schwingfestigkeit geklebter Stahlverbindungen unter mehrkanaliger Belastung. FOSTA P1028. Verlag und Vertriebsgesellschaft mbH, Forschungsvereinigung Stahlanwendung e.V. (FOSTA), Sohnstr. 65, 40237 Düsseldorf, 2017, S. 337–349.
- [5] Radaj, D. u. Vormwald, M.: Ermüdungsfestigkeit. Grundlagen für Ingenieure. Springer, Berlin, 2007.
- [6] Schneider, B., Nagel, C. u. Kehlenbeck, H.: Lebensdaueranalyse an Detailproben unter Belastung konstanten Amplituden mit FEA, Versagenskriterium und Validierung. Strukturspannungsbetrachtung für beide Klebstoffe. In: Heise, F. J. u. Brede, M. (Hrsg.): Schwingfestigkeitsauslegung von geklebten Stahlbauteilen des Fahrzeugbaus unter Belastung mit variablen Amplituden. FOSTA P796. Verlag und Vertriebsgesellschaft mbH, Forschungsvereinigung Stahlanwendung e.V. (FOSTA), Sohnstr. 65, 40237 Düsseldorf, 2012, S. 116–132.
- [7] Rybar, G.: Test von Konzepten für die spannungsbasierte Lebensdauerprognose - Klebstoff Betamate 1496V. In: Heise, F. J. u. Nagel, C. (Hrsg.): Analyse der Schwingfestigkeit geklebter Stahlverbindungen unter mehrkanaliger Belastung. FOSTA P1028. Verlag und Vertriebsgesellschaft mbH, Forschungsvereinigung Stahlanwendung e.V. (FOSTA), Sohnstr. 65, 40237 Düsseldorf, 2017, S. 118–124.

- [8] Palmgren, A.: Die Lebensdauer von Kugellagern. Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure (VDI-Zeitschrift) 68 (1924) (14), S. 339–341.
- [9] Rabotnov, Y. N.: Creep rupture. In: Hetenyi, M. u. Vincenti, M. (Hrsg.): Applied Mechanics - Proceedings of the XII International Congress on Applied Mechanics. Springer, Stanford University, 1968, S. 342–349.
- [10] Lemaitre, J. u. Chaboche, J. L.: A non-linear Model of Creep-Fatigue Damage Cumulation and Interaction. In: Hult, J. (Hrsg.): Mechanics of Visco-Elastic Media and Bodies. Springer, 1975, S. 291–301.
- [11] Kachanov, L. M.: On rupture time under conditions of creep. Izvestiya Akademii Nauk SSSR, Otdelenie tekhnicheskich nauk (1958) 8, 26–31 (in Russisch).
- [12] Lemaitre, J.: Damage Modeling for Prediction of Plastic or Creep Fatigue in Structures. Transactions of the 5th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology, International Association for Structural Mechanics in Reactor Technology (IASMiRT)). Berlin, 1979.
- [13] Cavdar, S., Teutenberg, D. u. Meschut, G.: Experimentelle Klebstoffcharakterisierung für das rheologische Modell mit Schädigung. In: Heise, F. J. u. Nagel, C. (Hrsg.): Analyse der Schwingfestigkeit geklebter Stahlverbindungen unter mehrkanaliger Belastung. FOSTA P1028. Verlag und Vertriebsgesellschaft mbH, Forschungsvereinigung Stahlanwendung e.V. (FOSTA), Sohnstr. 65, 40237 Düsseldorf, 2017, S. 151–187.
- [14] Chaboche, J. L.: Cumulative Damage. In: Bathias, C. u. Pineau, A. (Hrsg.): Fatigue of Materials and Structures. John Wiley & Sons, 2011.
- [15] Chaboche, J. L. u. Lesne, P. M.: A non-linear continuous Fatigue Damage Model. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures 11(1) (1988), S. 1–17.
- [16] Bronštejn, I. N. u. Hackbusch, W.: Springer-Taschenbuch der Mathematik. Springer Spektrum, Wiesbaden, 2013.
- [17] Cavdar, S., Tews, K. u. Meschut, G.: Messdaten für Wöhlerlinien zum FOSTA-Projekt P1427. Persönliche Mitteilung der Daten vom 22.10.2020.