

Mathematiktest

Name : _____

Matrikelnummer : _____

Studiengang: _____

Ihr Studiensemester : _____

Hiermit versichere ich, dass ich die Aufgaben selbstständig und nur unter Verwendung der zugelassenen Hilfsmittel gelöst habe.

Unterschrift: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Zugelassene Hilfsmittel: Stift, Papier und Lineal

Es werden nur die Ergebnisse gewertet, welche in den vorgegebenen Kästchen eingetragen wurden. Möchten Sie Ihr Ergebnis korrigieren, so schwärzen Sie das Kästchen und schreiben Sie das neue Ergebnis deutlich sichtbar daneben.

Bei den Multiple-Choice Fragen ist die korrekte Antwort anzukreuzen. Wollen Sie Ihre Antwort korrigieren, so schwärzen Sie das angekreuzte Kästchen und kreuzen Sie die korrekte Antwort an.

Bitte helfen Sie uns, den Test besser auszuwerten.

- In welchem Jahr haben Sie Ihren Schulabschluss gemacht? Antwort: _____
 - Abschluss Gymnasium
 - Abschluss berufliches Gymnasium (Fachrichtung: _____)
 - Abschluss Fachoberschule (Fachrichtung: _____)
 - Mathematik-Leistungskurs

- Haben Sie den Mathematikvorkurs besucht? Antwort: _____

Aufgabe	1	2	3	4, Blatt 1	4, Blatt 2	5	Gesamt
	Seite 2	Seite 3	Seite 4	Seite 5	Seite 6	Seite 7	
Punkte							

Aufgabe 1 Termumformungen

Vereinfachen Sie die folgenden Terme so weit wie möglich. Gehen Sie davon aus, dass die Variablen solche Werte annehmen, dass die Terme definiert sind.

1. $\frac{(a-b)^2(a+b)}{(a^2-b^2)(2a-2b)}$

2. $\frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x - 2}$

3. $\frac{(3x^4yz^{-4})^2}{x^6y^{-5}z}$

4. $\log_{18} 3 + \log_{18} 6$

5. $(3x+1)^2 - (3x-1)^2$

6. $\frac{1}{1-\sin(x)} + \frac{1}{1+\sin(x)}$

7. $\frac{x + 2\sqrt{xy} + y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$

8. $\frac{\frac{a}{a+b}}{\frac{b}{b+a}}$

Aufgabe 2 Gleichungen

1. Bestimmen Sie alle Werte der Variablen x , die die folgende Gleichung erfüllen:

$$5^{2x-1} = 25$$

$x =$

2. Bestimmen Sie alle Werte der Variablen x , die die folgende Gleichung erfüllen:

$$3x^2 + 3x = 6$$

$x =$ oder $x =$

$$(x - 2)^2 - 9 = 0$$

$x =$ oder $x =$

3. Um sich zu einem Mathematiktest vorzubereiten, muss ein Student einige Aufgaben lösen. Wenn er jeden Tag sechs Aufgaben löst, ist er vorzeitig fertig und kann am letzten Tag frei haben. Wenn er jeden Tag nur fünf Aufgaben löst, hat er für zwei Aufgaben keine Zeit mehr.

Wie viele Aufgaben muss der Student lösen, und wie viele Tage hat er für die Vorbereitung?

Anzahl der Tage:
Anzahl der Aufgaben:

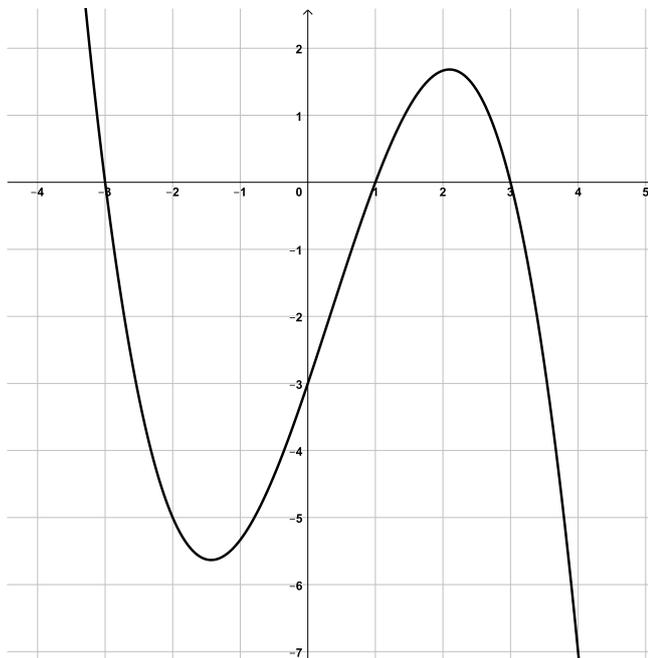
Aufgabe 3 *Elementare Funktionen*

1. Wie lautet die Gleichung der Geraden, die zu der Geraden mit der Gleichung $y = 2x + 3$ senkrecht verläuft und die y -Achse bei -7 schneidet?

2. Wie lautet die Gleichung der Parabel, die die x -Achse mit ihrem Scheitel bei -2 berührt und die y -Achse bei 3 schneidet?

3. Wie lautet die Gleichung der nach oben geöffneten Normalparabel ($a = 1$), die die x -Achse bei 2 und bei 3 schneidet?

4. Der Graph welcher der angegebenen Funktionen ist im Bild skizziert?



- $f_1(x) = (x - 1)^3 - 3$
- $f_2(x) = -\frac{1}{3}x^4 + 3x^2 - 3$
- $f_3(x) = (x^2 - 1)(x - 3)$
- $f_4(x) = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}x^2 + 3x - 3$
- $f_5(x) = 3x^3 + 3x^2 + x - 3$

Aufgabe 4 Analysis

1. Geben Sie jeweils die erste Ableitung für folgende Funktionen an:

(a) $f(x) = \frac{1}{3}x^6 - 4x^3 + 11x - 1$

$f'(x) =$

(b) $f(x) = 2x^3 \cdot (5x - 1)$

$f'(x) =$

(c) $f(x) = \sqrt[3]{x^5}$

$f'(x) =$

(d) $f(x) = x \sin(x)$

$f'(x) =$

(e) $f(x) = e^{3x} - e^2$

$f'(x) =$

(f) $f(x) = \frac{1}{x}$

$f'(x) =$

2. Geben Sie eine Stammfunktion $F(x)$ der folgenden Funktionen an:

(a) $f(x) = x - 4x^6$

$F(x) =$

(b) $f(x) = \cos(4 - 5x)$

$F(x) =$

(c) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{3}}$

$F(x) =$

3. Berechnen Sie folgendes Integral: $\int_0^3 (x^2 - e^x) dx$

4. Gegeben sei die Funktion f mit der Gleichung $f(x) = -5x^3 + 20x$.

(a) Bestimmen Sie alle Nullstellen der Funktion f .

(b) Wie viele waagerechte Tangenten besitzt die Funktion f ?

- keine
- eine
- zwei
- drei

(c) Berechnen die Koordinaten des Wendepunktes der Funktion f .

- $W(0; -30)$
- $W(-30; 0)$
- $W(0; 0)$
- f hat keine Wendepunkte.

5. (a) Gegen welchen Wert strebt die Funktion

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x - 10}{x + 2}$$

wenn sich der x -Wert beliebig dicht der -2 nähert?

Lösung:

(b) Gegen welchen Wert strebt die Funktion

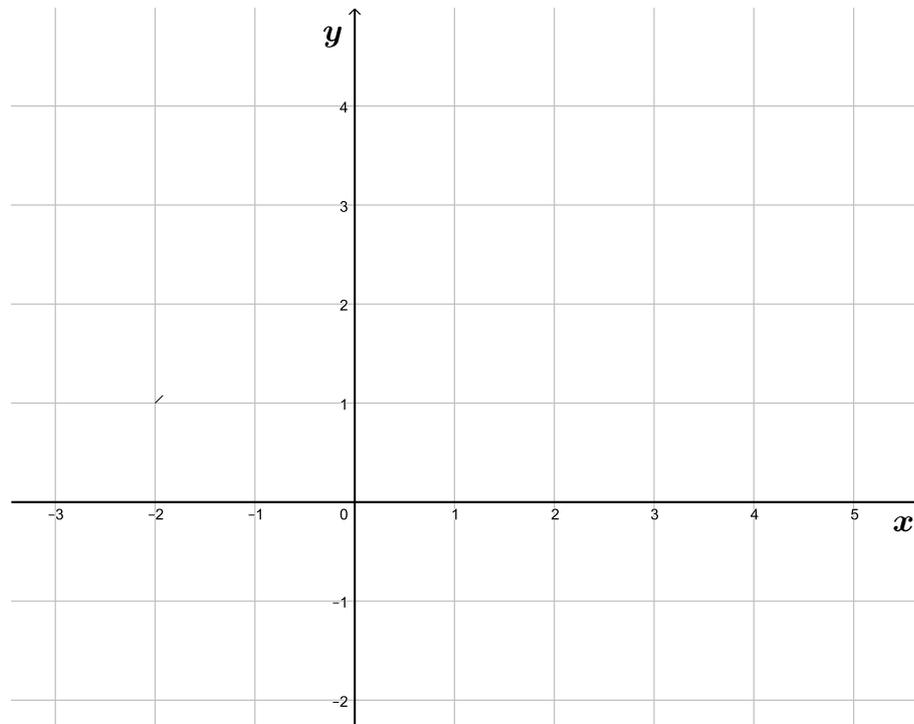
$$f(x) = \frac{(2x^2 - 1)^3}{4x^2(5 - x^4)}$$

für große x -Werte (wenn x gegen ∞ strebt)?

Lösung:

Aufgabe 5 Geometrie

1. Gegeben seien die Punkte $A = (-2; 1)$, $B = (3; 4)$ und $C = (4; 2)$.
Zeichnen Sie die Vektoren $\vec{u} = \overrightarrow{BA}$, $\vec{v} = \overrightarrow{BC}$ und $\vec{w} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$
in das Koordinatensystem ein.



2. Berechnen Sie die Koordinaten des Vektors \vec{u} .

$$\overrightarrow{BA} =$$

3. Berechnen Sie $2\vec{v} - \vec{u}$.

$$2\vec{v} - \vec{u} =$$

4. Berechnen Sie die Länge des Vektors \vec{v} .

$$|\vec{v}| =$$