

# **Zur regelungsorientierten Identifikation nichtlinearer Systeme mittels lokal affiner Takagi-Sugeno-Fuzzy-Modelle**

Alexander Schrodtt

**Schriftenreihe Mess- und Regelungstechnik der Universität Kassel**

**Band 08**



kassel  
university



# **Schriftenreihe Mess- und Regelungstechnik der Universität Kassel**

Band 8 / Vol. 8

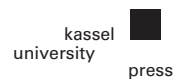
Herausgegeben von / Edited by

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Andreas Kroll



# **Zur regelungsorientierten Identifikation nichtlinearer Systeme mittels lokal affiner Takagi-Sugeno-Fuzzy-Modelle**

Alexander Schrodtt



Die vorliegende Arbeit wurde vom Fachbereich Maschinenbau der Universität Kassel als Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.) angenommen.

Erster Gutachter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Andreas Kroll, Universität Kassel

Zweiter Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Olaf Stursberg

Prüfer: Prof. Dr.-Ing. Michael Fister  
Prof. Dr. rer. nat. Bernhard Sick

Tag der mündlichen Prüfung

20. September 2018

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek  
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen  
Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über  
<http://dnb.d-nb.de> abrufbar

Zugl.: Kassel, Univ., Diss. 2018  
ISBN 978-3-7376-0646-2 (print)  
ISBN 978-3-7376-0647-9 (e-book)  
DOI: <http://dx.medra.org/10.19211/KUP9783737606479>  
URN: <https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0002-406472>

© 2019, kassel university press GmbH, Kassel  
[www.uni-kassel.de/upress](http://www.uni-kassel.de/upress)

Printed in Germany

## Kurzfassung

Hauptziel der vorliegenden Arbeit ist es, ein einfaches und praxisorientiertes iteratives Verfahren zu entwickeln, mit welchem regelungsorientierte Modelle für nichtlineare Systeme aus Messdaten identifiziert werden können. Dazu werden Takagi-Sugeno-Fuzzy-Modelle mit lokalen/affinen Modellen verwendet. Ein besonderes Augenmerk liegt auf dem sogenannten Driftterm, der bei der Linearisierung eines Modells außerhalb einer Ruhelage auftritt. Dieser wird häufig beim Reglerentwurf aus Takagi-Sugeno-Modellen nicht berücksichtigt. Es wird daher ein einfaches approximatives Verfahren zur Kompensation dieses Terms vorgeschlagen und eine vollständige Methode zum Entwurf eines Fuzzy-Takagi-Sugeno-Reglers mit Driftkompensation eingeführt. Des weiteren wird ein iteratives Identifikationsschema vorgestellt, mit welchem Modelle zur Reglerauslegung im geschlossenen Regelkreis identifiziert werden.

In drei Fallstudien werden unterschiedliche Effekte bei Verwendung der vorgestellten Methoden beleuchtet. Die einzelnen Fallstudien gehen dabei auf die Aspekte Stabilisierbarkeit bei Vernachlässigung/Berücksichtigung des Driftterms, die Modelländerung über die Iterationen sowie Anwendbarkeit auf reale Systeme unter Verwendung eines modifizierten Zustandsbeobachters ein. Das Ergebnis dieser Studien ist, dass sich bei Verwendung der vorgestellten Methoden die Regelgüte verbessern lässt, wenn ein Regler aus Messdaten erzeugt wird, welche im geschlossenen Regelkreis gewonnen wurden.



## **Abstract**

The main focus of this work is on the developement of a simple and application-oriented method for generating control-oriented models of nonlinear systems. For this, Takagi-Sugeno fuzzy models with local linear/affine models are used. Particular emphasis is on the so called drift term. It results from linearization of a nonlinear model outside of its equilibria. This term is often neglected while generating controllers from Takagi-Sugeno fuzzy models. In this work, a simple approximative approach for compensating this term will be proposed.

The effects resulting from the use of the proposed methods will be illustrated in three case studies. Each case study highlights a certain aspect, e. g., stabilization of the original system with and without drift term compensation, changes of the model during the iterations and applicability on real world systems with an adapted state observer. It will be shown, that the control performance can improve when the proposed methods are applied.





# Danksagung

---

*Nicht die Glücklichen sind dankbar. Es sind die Dankbaren, die glücklich sind.*

— FRANCIS BACON

Sicher haben sehr viel mehr Menschen dazu beigetragen, dass die vorliegende Arbeit zu einem erfolgreichen Abschluss gekommen ist, als hier Platz finden. Trotzdem möchte ich den Versuch wagen, allen zu danken, die – direkt oder indirekt – daran beteiligt waren. Allen, die auf Grund meiner Vergesslichkeit nicht namentlich genannt werden, möchte ich versichern: Auch euch bin ich sehr dankbar!

Die Forschungsergebnisse zu dieser Arbeit stammen größtenteils aus meiner Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Mess- und Regelungstechnik der Universität Kassel. Dort wurde meine Forschung über eine Landesstelle sowie über ein DFG-Projekt finanziert. Ich danke daher der DFG sowie der Universität Kassel für die finanzielle Unterstützung meiner Forschung. Für die fachliche Betreuung und die Unterstützung meiner Forschung geht mein Dank an Professor Dr.-Ing. Andreas Kroll. Herrn Professor Dr.-Ing. Olaf Stursberg danke ich für die Übernahme des Zweitgutachtens. Dank für die Übernahme der Prüfertätigkeit geht an die Professoren Dr.-Ing. Michael Fister sowie Dr. rer. nat. Bernhard Sick.

Ebenfalls einen großen Anteil am Gelingen dieser Arbeit hat meine Frau Tina, die nicht nur meine Launen ertragen, mich aufgebaut und ermutigt hat, sondern auch die erste Durchsicht der Arbeit übernahm. Weiterer Dank für die Durchsicht dieser Ausarbeitung gebührt Matthias Kahl und Matthias Gringard, die neben fachlichen Hinweisen auch stets für Diskussionen bereit standen. Auch Dr.-Ing. Andreas Geiger darf in dieser Reihe ebenfalls nicht fehlen. Er half mir während meiner Zeit am Fachgebiet Mess- und Regelungstechnik in Dis-

kussionen stets mit gutem Feedback und mit der finalen Durchsicht der Arbeit zu einem besseren Gesamtergebnis als ich es alleine hätte erreichen können.

Für den fachlichen Austausch danke ich außerdem Gero Bonow, Sören Dierks, Thomas Günther, Antonio Ordoñez-Müller, Dr. Hanns-Jakob Sommer und Dr. Werner Baetz. Sie haben mir in vielen Diskussionen zu meiner Forschung und auch anderen Themen immer wieder die Augen für Neues geöffnet und meinen Horizont erweitert. Johann Pankratz, Christina Kuchta und Meike Schütz danke ich für die Unterstützung bei praktischen Anwendungen und in organisatorischen Dingen.

Nicht vergessen möchte ich an dieser Stelle auch die Studierenden, die im Rahmen von Diplom-, Bachelor-, Master- oder anderen studentischen Arbeiten meine Forschung vorangebracht haben. Insbesondere geht mein Dank hier an Matthias Bichuniak, Robert Knorrn und Julia Zinn.

Ein außerordentlicher Danke gebührt auch allen, die mir die nötige Freiheit zur Fertigstellung dieser Arbeit und gleichzeitig die Möglichkeit zur beruflichen Weiterentwicklung gegeben haben. Hierfür danke ich insbesondere Dr. Axel Siemon und Georg Prokein.

Zu guter Letzt danke ich den Menschen, ohne die ich nicht hier wäre: meine Familie. Meine Eltern haben mich nicht nur während der Promotionszeit, sondern bereits davor immer unterstützt, wofür ich unendlich dankbar bin.

# Inhaltsverzeichnis

<b>Danksagung</b>	<b>VII</b>
<b>1 Motivation</b>	<b>1</b>
<b>2 Modellstruktur und Reglerentwurf</b>	<b>5</b>
2.1. Modellstruktur mit lokalen Modellen . . . . .	5
2.1.1. Takagi-Sugeno-Fuzzy-Modelle . . . . .	6
2.1.2. Partitionierung des Gültigkeitsbereichs . . . . .	7
2.1.3. Zugehörigkeits- und Fuzzy-Basis-Funktionen . . . . .	8
2.1.4. Lokale Modellstrukturen . . . . .	12
2.2. Regelung mit lokalen Reglern . . . . .	14
2.2.1. Parallele verteilte Kompensation . . . . .	15
2.2.2. Lokal lineare Regler . . . . .	15
2.2.3. Linearer Beobachterentwurf . . . . .	17
2.3. Erweiterung klassischer Reglerentwurfsmethoden . . . . .	19
2.3.1. Affine Driftkompensation für lokale Modelle . . . . .	19
2.3.2. Gesamtreglerentwurf für affine Takagi-Sugeno-Modelle . . . . .	22
2.3.3. Erweiterung eines linearen Beobachters für lokal affine Systeme . . . . .	23
2.4. Bewertungskriterien für geregelte Systeme . . . . .	24
2.5. Abschnittszusammenfassung . . . . .	27

<b>3</b>	<b>Systemidentifikation</b>	<b>29</b>
3.1.	Grundlagen der Systemidentifikation . . . . .	29
3.2.	Modellansätze . . . . .	31
3.2.1.	ARX-Modelle . . . . .	31
3.2.2.	ARMAX-Modelle . . . . .	32
3.2.3.	OE-Modelle . . . . .	33
3.2.4.	Erweiterung auf affine Modelle . . . . .	34
3.2.5.	Erweiterung der Modellansätze zur Identifikation nichtlinearer Systeme	34
3.2.6.	Alternative Ansätze zur Modellbildung nichtlinearer dynamischer Sys- teme . . . . .	35
3.3.	Identifikation von Takagi-Sugeno-Fuzzy-Modellen . . . . .	36
3.3.1.	Partitionierung des Betriebsraums mittels Fuzzy-Clusterung . . . . .	36
3.3.2.	Parameterschätzung linearer/affiner Modelle . . . . .	39
3.3.3.	Parameterschätzung lokaler linearer/affiner Modelle . . . . .	40
3.3.4.	Transformation identifizierter Takagi-Sugeno-Fuzzy-Modelle in Zustands- raumdarstellung . . . . .	42
3.4.	Regelungsorientierte Identifikation . . . . .	43
3.4.1.	Closed-Loop-Identifikation linearer/affiner Systeme . . . . .	46
3.4.2.	Iterative Identifikation von Takagi-Sugeno-Fuzzy-Modellen . . . . .	48
3.5.	Testsignale zur Systemidentifikation . . . . .	50
3.6.	Abschnittszusammenfassung . . . . .	51

<b>4</b>	<b>Fallstudien</b>	<b>53</b>
4.1.	Instabiles inverses Pendel . . . . .	54
4.1.1.	Modellbildung . . . . .	55
4.1.2.	Parametrierung . . . . .	57
4.1.3.	Simulationsergebnisse . . . . .	58
4.1.4.	Diskussion . . . . .	63
4.2.	Fahrzeuglängsdynamikregelung . . . . .	66
4.2.1.	Modellbildung . . . . .	66
4.2.2.	Parametrierung . . . . .	67
4.2.3.	Simulationsergebnisse . . . . .	70
4.2.4.	Diskussion . . . . .	78
4.3.	Drei-Tank-System . . . . .	78
4.3.1.	Versuchsaufbau . . . . .	79
4.3.2.	Modellbildung . . . . .	80
4.3.3.	Parametrierung . . . . .	82
4.3.4.	Simulationsergebnisse . . . . .	83
4.3.5.	Diskussion der Simulationsergebnisse . . . . .	85
4.3.6.	Experimentelle Ergebnisse . . . . .	86
4.3.7.	Diskussion der experimentellen Ergebnisse . . . . .	89
4.3.8.	Diskussion . . . . .	91
4.4.	Abschnittszusammenfassung . . . . .	91
<b>5</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>93</b>
<b>A</b>	<b>Anhang</b>	<b>XXI</b>
A.1.	Moore-Penrose-Pseudoinverse . . . . .	XXI
A.2.	Mathematische Beweise . . . . .	XXII



# Abkürzungs- und Symbolverzeichnis

---

## Abkürzungsverzeichnis

Abkürzung	Beschreibung
APRBS	Amplitudenmodulierte Pseudo-Rausch-Binär-Signal („Amplitude modulated Pseudo-Random Binary Sequence“)
ARMAX	Autoregressives Modell mit gleitendem Mittelwert und externem Eingang („Auto-Regressive-Moving-Average Model with eXternal Input“)
ARX	Autoregressives Modell mit externem Eingang („Auto-Regressive Model with eXternal Input“)
BAS	Beste näherungsweise Lösung („Best Approximate Solution“)
CL	Geschlossener Regelkreis („Closed Loop“)
DGL	Differentialgleichung
EA	Ein-/Ausgangs-(Raum, Darstellung)
ECE15	Städtischer Fahrzyklus der Wirtschaftskommission der Vereinten Nationen („Economic Commission for Europe“)
EP	Entwicklungspunkt
EUDC	Zusätzlicher städtischer Fahrzyklus („Extra Urban Driving Cycle“)
FBF	Fuzzy-Basis-Funktion
FCM	Fuzzy-c-Means
GK	Gustafson-Kessel



Abkürzung	Beschreibung
HOT	Terme höherer Ordnung („Higher Order Terms“)
KNN	Künstliches Neuronales Netz
LiP	Linear in den Parametern
LMI	Lineare Matrizenungleichungen („Linear Matrix Inequalities“)
LPV	Lineare parameterveränderliche Systeme („Linear Parameter-Varying“)
LS	Methode der kleinsten Quadrate („Least Squares“)
LTI	Linear zeitinvariant („Linear Time-Invariant“)
MIMO	Multi-Input – Multi-Output
MPC	Modellprädiktive Regelung („Model Predictive Control“)
MSE	Mittlerer quadratischer Fehler („Mean Squared Error“)
MSF	Zugehörigkeitsfunktion („Membership Function“)
NARMAX	Nichtlineares Autoregressives Modell mit gleitendem Mittelwert und externem Eingang („Nonlinear Auto-Regressive-Moving-Average Model with eXternal Input“)
NARX	Nichtlineares Autoregressives Modell mit externem Eingang („Nonlinear Auto-Regressive Model with eXternal Input“)
NEDC	Neuer Europäischer Fahrzyklus („New European Driving Cycle“)
NOE	Nichtlineares Ausgangsfehlermodell („Nonlinear Output Error Model“)
OE	Ausgangsfehlermodell („Output Error Model“)
OED	Optimales Testsignaldesign („Optimal Experimental Design“)
OL	Offene Wirkungskette („Open Loop“)
PDC	Parallele verteilte Kompensation („Parallel Distributed Compensator“)
PRBS	Pseudo-Rausch-Binär-Signal („Pseudo-Random Binary Sequence“)
RLS	Rekursive Methode der kleinsten Quadrate („Recursive Least Squares“)
RMSE	Wurzel aus dem mittleren quadratischen Fehler („Root Mean Squared Error“)
SISO	Single-Input – Single-Output
TS	Takagi-Sugeno

Abkürzung	Beschreibung
UDC	Städtischer Fahrzyklus („Urban Driving Cycle“)
WLS	Gewichtete Methode der kleinsten Quadrate („Weighted Least Squares“)
ZR	Zustandsraum

## Mathematische Operatoren

Symbol	Beschreibung
$ \cdot $	Absolutwert
$\arg$	Argument einer Funktion $f$
$\arg \min_{a \in \mathbb{D}} f(a)$	Argument $a \in \mathbb{D}$ der Funktion $f$ , das diese minimiert
$d$	Differentialoperator
$\partial$	Partieller Differentialoperator
$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$	Grenzwert der Funktion $f(t)$ für $t \rightarrow \infty$
$\max(\cdot)$	Maximumfunktion
$\min(\cdot)$	Minimumfunktion
$M^{-1}$	Inverse einer Matrix $M$
$M^\dagger$	Moore-Penrose-Pseudoinverse einer Matrix $M$
$M^T$	Transponierte einer Matrix $M$
$M^H$	Konjugiert komplex Transponierte einer Matrix $M$
$q^{-1}$	Verschiebeoperator
$\text{rank}(M)$	Rang einer Matrix $M$
$\hat{(\cdot)}$	Schätzwert einer Größe $(\cdot)$
$\dot{(\cdot)}$	Erste zeitliche Ableitung von $(\cdot)$

## Griechische Symbole

Symbol	Beschreibung
$\lambda$	Pole eines Zustandsraummodells, entsprechen den Eigenwerten der Systemmatrix $\mathbf{A}$
$\mu$	Zugehörigkeitsfunktion ( $\mu \in [0, 1]$ )
$\nu$	Unschärfeparameter einer Zugehörigkeitsfunktion ( $\nu \in \mathbb{R}^{>1}$ )
$\Phi$	Regressionsmatrix
$\varphi$	Fuzzy-Basis-Funktion ( $\varphi \in [0, 1]$ )
$\tau$	Totzeit eines zeitdiskreten Systems/Modells
$\Theta$	Parametervektor

## Formelzeichen

Symbol	Beschreibung
$a, \gamma, \dots$	Schreibweise für skalare Variablen oder skalarwertige Funktionen (kursiver Kleinbuchstabe)
$\mathbf{a}, \boldsymbol{\gamma}, \dots$	Schreibweise für Vektoren oder vektorwertige Funktionen (fetter, kursiver Kleinbuchstabe)
$\mathbf{A}, \mathbf{F}, \dots$	Schreibweise für Matrizen (fetter, kursiver Großbuchstabe)
$\mathbb{C}$	Menge der komplexen Zahlen
$\mathbb{R}, \mathbb{R}_0^+$	Menge der (positiven) reellen Zahlen (inklusive Null)
$\mathbf{A}$	Systemmatrix einer Zustandsraumgleichung ( $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ )
$\hat{\mathbf{A}}$	Schätzwert einer Systemmatrix $\mathbf{A}$
$\mathbf{B}$	Eingangsmatrix einer Zustandsraumgleichung ( $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ )
$\mathbf{C}$	Ausgangsmatrix einer Zustandsraumgleichung ( $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{r \times n}$ )
$c$	Anzahl Partitionen eines Fuzzy-Modells
$\mathbf{D}$	Durchgriffsmatrix einer Zustandsraumgleichung ( $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{r \times m}$ )

Symbol	Beschreibung
$e$	Regelfehler bzw. Abweichung des Ist- vom Soll-Wert
$\mathbf{f}_0$	Affiner Driftterm einer Zustandsraumgleichung ( $\mathbf{f}_0 \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ )
$\mathbf{I}$	Einheitsmatrix ( $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ )
$\mathbf{K}$	Rückführmatrix eines Zustandsreglers ( $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ )
$k$	Zeitargument für zeitdiskrete Systeme/Modelle
$\mathbf{L}$	Rückführmatrix eines Luenberger-Beobachters $\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{r \times n}$
$m$	Anzahl Eingangsgrößen eines Zustandsraummodells
$N_{\text{ges}}$	Gesamtanzahl an Messpunkten in einer Messreihe
$n$	Anzahl Zustandsgrößen/Ordnung eines Zustandsraummodells
$r$	Anzahl Ausgangsgrößen eines Zustandsraummodells
$t$	Zeitargument für zeitkontinuierliche Systeme/Modelle
$T_s$	Abtastzeit
$T_{\text{sr}}$	Anschwingzeit: Zeit bis zum erstmaligen Erreichen eines Toleranzbereichs der Breite $2\Delta w$
$T_{\text{aus}}$	Ausregelzeit: Zeit bis zum letztmaligen Erreichen eines Toleranzbereichs der Breite $2\Delta w$
$\mathbf{u}$	Eingangsgrößenvektor eines Systems bzw. Ausgangsgrößenvektor eines Reglers
$\mathbf{u}_{\text{aff}}$	Affiner bzw. driftkompensierender Anteil des Reglerausgangs bzw. Eingangsgrößenvektors eines Systems
$\mathbf{u}_r$	Anteil des Eingangsgrößenvektors eines Systems, der durch einen Regler (ohne Vorsteuerung oder ähnliches) erzeugt wird
$\mathbf{u}_{\text{vor}}$	Anteil des Eingangsgrößenvektors eines Systems, der durch eine Vorsteuerung erzeugt wird
$\Delta \mathbf{u}$	Eingangsgrößenvektor eines Systems in lokalen Koordinaten
$\mathbf{V}$	Vorsteuermatrix für eine Regelung mittels Zustandsrückführung
$\mathbf{v}$	Partitionszentrum eines lokalen Teilmodells
$\mathbf{W}$	Formmatrix bzw. Gewichtungsmatrix

Symbol	Beschreibung
$w$	Sollwert für eine Regelung
$x$	Zustandsgrößenvektor eines Systems
$\hat{x}$	Schätzwert für den Zustandsgrößenvektor eines Systems, beispielsweise ein Beobachteraussgang
$\mathcal{X}$	Zustandsraum: Menge aller möglichen Zustandsgrößenvektoren eines Systems
$\Delta x$	Zustandsgrößenvektor eines Systems in lokalen Koordinaten
$y$	Ausgangsgrößenvektor eines Systems
$\hat{y}$	Schätzwert für den Ausgangsgrößenvektor eines Systems, beispielsweise ein Modellausgang
$\Delta y$	Ausgangsvektor eines Systems in lokalen Koordinaten
$z$	Schedulingvariable der Zugehörigkeitsfunktionen ( $z \in \mathcal{Z}$ )
$\mathcal{Z}$	Schedulingraum: Menge aller möglichen Werte der Schedulingvariable $z$

# 1 Motivation

---

*Glaube denen, die die Wahrheit suchen,  
zweifle an denen, die sie finden.*

— ANDRÉ GIDE

Für einen Reglerentwurf wird zumeist ein Modell des zu regelnden Systems benötigt. Dabei ist die Modellbildung meist der aufwändigste Schritt bei der Reglererstellung [22, 46]. Ist bereits ein Streckenmodell vorhanden, so kann dieses genutzt werden. Falls jedoch ein Modell erstellt werden muss, so ist es sinnvoll, dass dieses für den vorgesehenen Zweck möglichst optimal geeignet ist. So ist ein Prädiktionsfehler-basiertes Modell für die Prädiktion zu bevorzugen, für einen Reglerentwurf liefert aber eine regelungsorientierte Modellbildung die besseren Ergebnisse [20, 22].

Für die Modellbildung haben sich diverse Ansätze und Methoden etabliert. Neben physikalischen Ansätzen („white box models“), welche auf genauen physikalischen Prinzipien beruhen, finden datengetriebene Ansätze Anwendung („black box models“), welche aus Beobachtungen abgeleitet werden, ohne die genauen Funktionsprinzipien im Inneren des Systems zu berücksichtigen. Die Trennung ist dabei nicht scharf: auch eine Vermischung von physikalischen und datengetriebenen Ansätzen wird verwendet („gray box models“). Die Art des

Modellierungsansatzes sagt dabei i. d. R. noch nichts über die interne Struktur des Modells aus. So können aus allen Ansätzen lineare oder nichtlineare Modelle resultieren. Eine regelungsorientierte Modellbildung – wie sie im Fokus dieser Arbeit steht – ist für lineare Modelle bereits gut untersucht [21, 22, 58]. Da es sich bei der regelungsorientierten Modellbildung zumeist um eine Modellerstellung aus Messdaten handelt, wird diese als „Identification for Control“ bezeichnet [20, 22]. Für die regelungsorientierte Identifikation nichtlinearer Systeme gibt es jedoch kaum Aussagen. Auch lassen sich die linearen Methoden nicht einfach auf nichtlineare Probleme erweitern.

Grundsätzlich gibt es für die Modellierung nichtlinearer Systeme verschiedene Verfahren, die sich in der Wissenschaft und Praxis bewährt haben. Ein klassischer Ansatz sind Wiener-Hammerstein-Modelle, welche ein nichtlineares System mit Hilfe je eines statischen nichtlinearen Übertragungsglieds mit einem dazwischen geschalteten dynamischen Modellbaustein modellieren [12]. Für das Ableiten von Regelgesetzen werden Wiener-Hammerstein-Modelle jedoch nicht häufig verwendet, zudem wird für die Modellerstellung sehr viel Spezialwissen benötigt. Weniger klassische Methoden sind künstliche Neuronale Netze, welche hauptsächlich in Bereichen wie Data-Mining, Mustererkennung oder Signalverarbeitung eingesetzt werden [15, 75]. Nachteil für die Modellbildung ist hierbei die relativ schlechte Interpretierbarkeit der Netze. Eine weitere Möglichkeit für die Modellierung nichtlinearer Systeme sind Multi-Modell-Ansätze. Diese verwenden mehrere lokale Modelle, um ein global nichtlineares System abzubilden. Dies kann auch mit lokal linearen/affinen Teilmodellen geschehen. Insbesondere Takagi-Sugeno-(TS)-Fuzzy-Modelle können für verschiedene Anwendungen genutzt werden; sie bieten die Möglichkeit lokal lineare/affine Teilmodelle zu verwenden und erhalten beispielsweise die globale Differenzierbarkeit des Gesamtmodells. Auch können lokale Modelle – unter bestimmten Voraussetzungen – als lokale Linearisierungen des nichtlinearen Systems interpretiert werden.

Eine Regelung von nichtlinearen Systemen mittels TS-Fuzzy-Reglern wird in vielen Standardwerken zum Thema Fuzzy-Systeme behandelt [5, 55, 94, 103]. Viele dieser Werke gehen jedoch nicht sehr detailliert auf einige spezielle Aspekte ein, manche Aspekte – wie der Driftterm – werden häufig gar nicht behandelt. Der Driftterm entsteht mathematisch bei der

---

Linearisierung außerhalb einer Ruhelage. Er beschreibt den Anteil der Zustandsänderung eines Systems, welcher nicht von vergangenen Zuständen oder Eingangsgrößen abhängig ist. Beispielsweise [5] behandelt den Driftterm gar nicht. In [64] wird zwar ein Verfahren erläutert, das autonome Systeme mit Drift in rein linearer Modellbeschreibung darstellen lässt. Allerdings ist ein Reglerentwurf mit diesem Modell nicht sinnvoll möglich – auch da ein autonomes System keinen Eingang besitzt und somit nicht regelbar ist. Ansätze zur Berücksichtigung des Driftterms im Regelgesetz beruhen zumeist auf LMI-Methoden (Lineare Matrizenungleichungen, „Linear Matrix Inequalities“) [41, 47, 48, 96, 99, 102], welche häufig sehr problemspezifische Lösungen ergeben und oftmals zu konservativen Reglern führen. In [44] wird auf die Möglichkeit hingewiesen, einen Driftterm mittels Störgrößenaufschaltung zu minimieren; eine Umsetzung oder gar Untersuchung findet sich in den genannten Arbeiten jedoch nicht.

Aus diesem Grund stellt die vorliegende Arbeit eine Methode auf Basis von TS-Fuzzy-Modellen vor, mit der nichtlineare Systeme regelungsorientiert identifiziert werden können. Dabei liegt der Fokus auf einer praxisorientierten Methodik, welche Standardmethoden der Regelungstechnik verwendet, jedoch auch durch andere Ansätze erweiterbar ist. So wird ein einfacher Ansatz zur approximativen Berücksichtigung des Driftterms im Regelgesetz und ein iteratives Verfahren vorgestellt, welches es ermöglicht nichtlineare Systeme im geschlossenen Regelkreis regelungsorientiert zu identifizieren. Dabei wird darauf geachtet, dass die vorgestellte Methode relativ einfach gehalten ist. Somit sollten sich bereits viele Probleme mit der Methode lösen lassen. Für speziellere Problemstellungen sollte es dann möglich sein, die hier vorgestellten Methoden so anzupassen oder zu erweitern, dass sie auch zu einer sinnvollen Lösung führen.

Um alle für die regelungsorientierte Identifikation mittels der vorgestellten Methode nötigen Aspekte zu beschreiben, ist die Arbeit wie folgt aufgebaut: In Kapitel 2 werden zunächst Grundlagen zur Modellierung von TS-Modellen und der Ableitung von TS-Reglern behandelt. Dazu werden die nötigen Erweiterungen zur Berücksichtigung des Driftterms im Regelgesetz angegeben. Zudem wird eine Erweiterung von klassischen Luenberger-Beobachtern auf affine Systeme beschrieben. Kapitel 3 behandelt die Identifikation von nichtlinearen



TS-Modellen. Dabei wird sowohl auf übliche lineare Modelltypen eingegangen, als auch auf deren Erweiterung für affine Systeme. Anschließend wird eine kurze Motivation für eine regelungsorientierte Modellbildung gegeben und Methoden für die Identifikation im geschlossenen Regelkreis aufgeführt. Das im weiteren Verlauf genutzte iterative Verfahren zur Identifikation wird ebenfalls hier eingeführt. Die Fallstudien in Kapitel 4 illustrieren Teilaspekte der vorgestellten Methoden und zeigen die Anwendung des vollständigen Verfahrens an simulierten und realen Beispielsystemen. Im Anschluss an die Durchführung der Versuche findet jeweils eine Diskussion der Ergebnisse statt. Eine abschließende Zusammenfassung der Ergebnisse liefert Kapitel 5.

# 2 Modellstruktur und Reglerentwurf

---

*Wenn wir die Ziele wollen, wollen wir auch die Mittel.*

— IMMANUEL KANT

Dieses Kapitel behandelt die notwendigen Grundlagen zur Regelung nichtlinearer Systeme mittels lokal affiner Modelle. Dazu wird in Abschnitt 2.1 die Modellstruktur erläutert und in Abschnitt 2.2 die Grundlagen zum Reglerentwurf mit lokalen Reglern eingeführt. Die Erweiterung lokal linearer Regler zur Kompensation der Driftterme affiner Systeme sowie die nötige Erweiterung von Beobachtern wird in Abschnitt 2.3 behandelt. Abschnitt 2.4 führt relevante Bewertungskriterien ein. Abschließend ist der Inhalt dieses Kapitels in Abschnitt 2.5 zusammengefasst.

## 2.1 Modellstruktur mit lokalen Modellen

Die Familie der Takagi-Sugeno- (TS)-Modelle kann den Multi-Modell-Ansätzen zugeordnet werden, zu denen beispielsweise auch stückweise affine Ansätze („piecewise affine“, PWA) gezählt werden können [100]. Diese verwenden kein einzelnes global gültiges Modell. Stattdessen werden mehrere Teilmodelle für die unterschiedlichen Arbeitsbereiche des Systems verwendet, die zu einem Gesamtmodell zusammengefügt werden. Im Falle von Fuzzy-TS-Modellen erfolgt eine unscharfe Überlagerung mittels Zugehörigkeitsfunktionen („Membership Func-

tion“, MSF). In den folgenden Abschnitten werden die Grundlagen dieses Modellansatzes erläutert, auf denen der spätere Reglerentwurf aufbaut. Darüber hinaus bietet beispielsweise [69] eine gute Übersicht über Modellierungs- und Regelungsverfahren mit Multi-Modell-Ansätzen.

### 2.1.1 Takagi-Sugeno-Fuzzy-Modelle

Bei TS-Modellen werden lokale Modelle mittels MSFs überlagert, so dass ein global nichtlineares Gesamtmodell entsteht. Aufgrund der unscharfen Überlagerung der Teilmodelle werden die Modelle auch „Fuzzy“-Modelle genannt. Es wird hier zwischen exakten und approximativen TS-Modellen unterschieden. Zu den exakten TS-Modellen werden Modelle gezählt, welche mit der Methode der Sektornichtlinearitäten erzeugt wurden [72, 89]. Die im weiteren behandelten Modelle werden der Klasse der approximativen TS-Modelle zugerechnet, welche das reale System mittels lokaler Modelle approximativ abzubilden suchen.

Allgemein ergibt sich ein dynamisches, zeitkontinuierliches TS-Gesamtmodell als

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t, \mathbf{z}) &= \sum_{i=1}^c \varphi_i(\mathbf{z}(t)) \dot{\mathbf{x}}_i(t) \\ \mathbf{y}(t, \mathbf{z}) &= \sum_{i=1}^c \varphi_i(\mathbf{z}(t)) \mathbf{y}_i(t).\end{aligned}\tag{2.1}$$

Dabei sind  $\mathbf{x}$  und  $\mathbf{y}$  der Zustands- bzw. Ausgangsvektor des Modells und  $\dot{\mathbf{x}}$  ist die zeitliche Ableitung von  $\mathbf{x}$ . Die Symbole mit Index  $i$  beschreiben die Werte des  $i$ -ten lokalen Teilmodells. Die Anzahl der lokalen Teilmodelle ist  $c$  und  $\varphi$  bezeichnet die Fuzzy-Basis-Funktion (FBF), welche die Schedulingvariable  $\mathbf{z} \in \mathcal{Z}$  als Argument verwendet. Mittels dieser FBFs werden die lokalen Modelle überlagert. Im weiteren Verlauf wird das Zeitargument aus Gründen der Übersichtlichkeit meist weggelassen. Eine nähere Betrachtung unterschiedlicher FBFs erfolgt in Abschnitt 2.1.3, mögliche lokale Modellstrukturen in Abschnitt 2.1.4. Für die Schedulingvariable  $\mathbf{z}$  wird meist eine Untermenge der Eingangs-, Ausgangs- und Zustandsgrößen verwendet. Es können jedoch auch andere Größen hinzugenommen werden.

Es sei darauf hingewiesen, dass es enge Gemeinsamkeiten zwischen Fuzzy-TS-Systemen und linearen, parametervariablen (LPV)-Systemen gibt [7]. Methoden zur Modellierung und Reglerauslegung mit LPV könnten somit auf TS-Systeme übertragbar sein.

### 2.1.2 Partitionierung des Gültigkeitsbereichs

Bei einer Modellbildung mit lokalen Modellen wird i. d. R. der gesamte Gültigkeitsbereich in mehrere lokale Bereiche unterteilt. Diese Partitionierung kann anhand verschiedener Verfahren erfolgen, beispielsweise aus Vorwissen oder mit mehr oder weniger aufwändigen Methoden. So wird häufig ein reguläres Gitter (Schachbrettmuster) zur Partitionierung des Arbeitsraums verwendet [55]. Dabei werden in jeder Dimension des Arbeitsraums  $c_{\text{dim}}$  gleichverteilte Partitionen verwendet. Dieses Vorgehen führt jedoch bei höherdimensionalen Problemen zu sehr vielen lokalen Modellen. Zudem wird kein Fokus auf besondere Teilbereiche gelegt. Dadurch werden alle Arbeitsbereiche gleich behandelt, ungeachtet von Faktoren wie Stärke der Nichtlinearität des Systemverhaltens oder Datendichte vorliegender Messdaten. Um solche Einflussgrößen bei der Modellbildung zu berücksichtigen können speziellere Verfahren genutzt werden. Bei der Modellbildung aus Messdaten werden i. d. R. diese Daten aufgeteilt, so dass das lokale Teilmodell jeder Partition nur aus einer Teilmenge aller Messdaten erzeugt wird. Dafür gibt es mehrere gängige Verfahren. Da diese hauptsächlich relevant für die datengetriebene Modellbildung sind, werden zwei von ihnen in Abschnitt 3.3.1 beschrieben.

Für die Modellierung mit Fuzzy-TS-Modellen werden i. d. R. Partitionszentren  $\mathbf{x}_{\text{EP},i}$  definiert. Diese dienen als Zentrum der jeweiligen  $i$ -ten lokalen Partition und entsprechen damit dem Ursprung dieser Partition. Damit ist jedoch nicht gleichbedeutend, dass es sich um eine Ruhelage handeln muss. Die lokalen Systemzustände lassen sich in das globale Koordinatensystem überführen mittels

$$\Delta \mathbf{x}_i = \mathbf{x} - \mathbf{x}_{\text{EP},i}, \quad (2.2)$$

wobei  $\Delta \mathbf{x}_i$  der Systemzustand im lokalen Bezugssystem,  $\mathbf{x}$  derjenige im globalen Bezug und  $\mathbf{x}_{EP,i}$  der Wert der Zustandsgröße des Partitionszentrums ist. Analog dazu lässt sich die Umrechnung für den Systemein- und -ausgang ermitteln über

$$\Delta \mathbf{u}_i = \mathbf{u} - \mathbf{u}_{EP,i} \quad \text{bzw.} \quad (2.3)$$

$$\Delta \mathbf{y}_i = \mathbf{y} - \mathbf{y}_{EP,i}. \quad (2.4)$$

Hierbei sind analog zu (2.2)  $\Delta \mathbf{u}_i$  bzw.  $\Delta \mathbf{y}_i$  der Systemein- und -ausgang im lokalen,  $\mathbf{u}$  und  $\mathbf{y}$  im globalen Bezugssystem und  $\mathbf{u}_{EP,i}$  sowie  $\mathbf{y}_{EP,i}$  der Wert der Ein- bzw. Ausgangsgröße des Partitionszentrums.

### 2.1.3 Zugehörigkeits- und Fuzzy-Basis-Funktionen

Die Wahl der MSFs ist bei der Verwendung von Fuzzy-Modellen und -Reglern elementar. Drei der gebräuchlichsten werden daher im Folgenden vorgestellt. Ebenso wird auf Reaktivierungseffekte eingegangen.

Es wird zwischen Zugehörigkeits- ( $\mu$ ) und Fuzzy-Basis-Funktionen ( $\varphi$ ) unterschieden. Diese unterscheiden sich in einer Normierung. Für FBFs muss gelten, dass die Summe aller MSFs für alle  $\mathbf{z}$  eins ergibt:

$$\sum_{i=1}^c \mu_i(\mathbf{z}) \stackrel{!}{=} 1 \quad \forall \mathbf{z} \in \mathcal{Z}, \quad (2.5)$$

für MSFs kann diese Bedingung erfüllt sein. Dann ist die MSF auch eine FBF und es gilt  $\mu_i(\mathbf{z}) = \varphi_i(\mathbf{z})$ . Andernfalls können diese mittels einer Normierung umgerechnet werden:

$$\varphi_i(\mathbf{z}) = \frac{\mu_i(\mathbf{z})}{\sum_{j=1}^c \mu_j(\mathbf{z})}. \quad (2.6)$$

#### Trapezförmige Zugehörigkeitsfunktion

Trapezförmige MSFs sind klassische Zugehörigkeitsfunktionen, die eine Reihe von Vor- und Nachteilen gegenüber den anderen hier genannten bieten. Sie sind hier auf Grund der weiten Verbreitung in der Fuzzy Logik genannt, werden im weiteren Verlauf jedoch nicht verwendet.

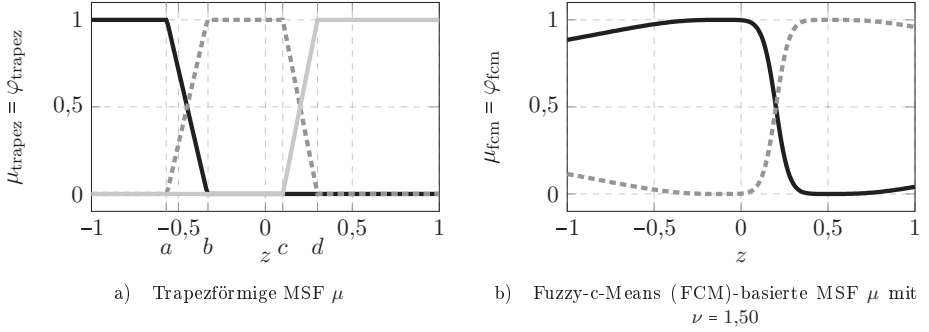


Abbildung 2.1.: Beispielhafte Verläufe der MSFs einer trapezförmigen und einer FCM-basierten Zugehörigkeitsfunktion mit Zentren bei  $v_1 = -0,10$  und  $v_2 = 0,50$ . In den Randbereichen von b) ist der Reaktivierungseffekt zu erkennen.

Die Berechnungsvorschriften sind einfach und lassen sich somit auch auf einfachen Mikrocontrollern implementieren. Zudem lässt sich die Breite der Übergangsbereiche sehr intuitiv anpassen. Ein Nachteil sind die aus den stückweisen Berechnungsvorschriften resultierenden Knickstellen, die zu nicht stetig differenzierbaren Modell-/Reglerbeschreibungen führen. Zudem sind nur achsparallele Teilungen des Schedulingraumes sinnvoll implementierbar.

Die MSFs berechnen sich stückweise nach

$$\mu_{i,\text{trapez}}(z) = \begin{cases} 0 & \text{wenn } z < a_i \\ \frac{z-a_i}{b_i-a_i} & \text{wenn } a_i \leq z < b_i \\ 1 & \text{wenn } b_i \leq z < c_i \\ \frac{d_i-z}{d_i-c_i} & \text{wenn } c_i \leq z < d_i \\ 0 & \text{wenn } d_i \leq z \end{cases} \quad (2.7)$$

mit den Knickpunkten der  $i$ -ten Partition  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$  und  $d_i$ . Die Geometrie der trapezförmigen MSF wird über den Kern und Träger definiert. Der Kern der MSF ist das Intervall, in dem die Funktion einen Wert von 1 liefert ( $\{z \in \mathcal{Z} \mid \mu_{i,\text{trapez}}(z) = 1\}$ ), also zwischen den Knickpunkten  $b_i$  und  $c_i$ . Träger der Funktion ist der gesamte Bereich, in dem  $\mu$  größer als 0 ist ( $\{z \in \mathcal{Z} \mid \mu_{i,\text{trapez}}(z) > 0\}$ ) und reicht somit von  $a_i$  bis  $d_i$ . Für drei Zentren ist ein beispielhafter Verlauf in Abbildung 2.1 a) dargestellt. Ebenfalls sind dort die Knickpunkte bei der MSF der mittleren (grau gestrichelten) Partition markiert.

Zum Festlegen der Geometrie der Trapeze wird häufig das Verhältnis von Träger zu Kern der Funktion genutzt. Eine Möglichkeit zur Gewährleistung von  $\mu_{\text{trapez}} = \varphi_{\text{trapez}}$  in Fall einer eindimensionalen Partitionierung, ist es, die Knickpunkte gleichzusetzen ( $c_1 = a_2, d_1 = b_2$ , etc.). Die MSFs entsprechen dann den FBFs. Dreieckige MSFs können als Spezialfall der trapezförmigen MSFs angesehen werden (Knickpunkte  $b_i = c_i$ ). Für eindimensionale MSFs lassen sich die Trapeze so wählen, dass die Bedingung (2.5) erfüllt ist. Für höherdimensionale Fälle ist dies jedoch nicht mehr möglich, da sich Überschneidungen von mehr als zwei Partitionen ergeben. Für diesen Fall muss mit (2.6) normiert werden.

### Fuzzy-Clusterungs-basierte Zugehörigkeitsfunktion

Diese MSFs resultieren aus der Fuzzy-Clusterung, auf welche näher in Abschnitt 3.3.1 eingegangen wird. Sie basieren im wesentlichen auf dem Abstand eines Punktes zum aktuellen Partitionszentrum im Verhältnis zur Summe der Abstände zu allen Partitionszentren. Hierfür wird der Abstand  $d_i$  definiert über

$$d_i^2 = (\mathbf{z} - \mathbf{v}_i)^T \mathbf{W}_i (\mathbf{z} - \mathbf{v}_i) \quad (2.8)$$

mit den Formmatrizen  $\mathbf{W}_i$ . Werden diese als Einheitsmatrizen gewählt, so folgt ein euklidisches Abstandsmaß. Durch eine andere Wahl sind auch andere Abstandsmaße möglich.

Die Berechnung der MSF erfolgt dann nach

$$\mu_{i,\text{fcm}}(\mathbf{z}) = \left( \sum_{j=1}^c \left( \frac{d_i^2}{d_j^2} \right)^{\frac{1}{\nu-1}} \right)^{-1}. \quad (2.9)$$

Die Freiheitsgrade bei dieser MSF sind der Unschärfeparameter  $\nu \in \mathbb{R}^{>1}$  und die Positionen der Zentren  $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_c$ . Abbildung 2.1 b) zeigt den beispielhaften Verlauf einer FCM-basierten MSF mit zwei Partitionszentren und euklidischem Abstandsmaß.

Durch die Berechnungsvorschrift (2.9) ist die Gesamtzugehörigkeit an jeder Stelle stets Eins. Dadurch ist Bedingung (2.5) erfüllt und es folgt für die FBF

$$\varphi_{i,\text{fcm}}(\mathbf{z}) = \mu_{i,\text{fcm}}(\mathbf{z}). \quad (2.10)$$

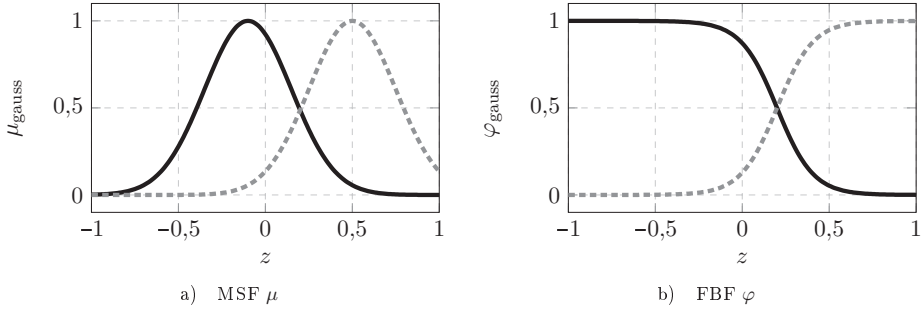


Abbildung 2.2.: MSF und FBF zweier gaussförmiger Zugehörigkeitsfunktionen mit Zentren bei  $-0,1$  und  $0,5$  mit jeweils  $\sigma = 1/4$ .

### Gaussförmige Zugehörigkeitsfunktion

Eine weitere, häufig verwendete Form von MSFs sind die Gaussglocken-förmigen. Diese verwenden die Funktion

$$\mu_{i,\text{gauss}}(z) = \exp\left(-\frac{d_i^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.11)$$

mit der Weite  $\sigma$  (vergleichbar mit der Standardabweichung bei der Dichtefunktion einer Normalverteilung) als MSF und normieren diese mittels (2.6) zur FBF. Daher sind hier die MSFs und FBFs deutlich unterschiedlich. Gaussglocken-förmige MSFs sind beispielhaft in Abbildung 2.2 a), die zugehörigen FBFs in Abbildung 2.2 b) zu sehen.

### Reaktivierungseffekte

Unter Reaktivierung versteht man, dass der Funktionswert einer MSF vom Zentrum aus gesehen nicht monoton fällt, sondern nach anfänglichem Abfallen (oft auf nahezu 0) wieder ansteigt. Zu erkennen ist dieser Effekt in Abbildung 2.1 b) in den Randbereichen. Wird eine Normierung der MSFs durchgeführt, um Bedingung (2.5) zu genügen, so muss meist mit Reaktivierungseffekten gerechnet werden. Der Extremfall ist, dass sehr weit von allen Zentren entfernt alle FBFs gleich stark aktiviert sind ( $\varphi_i \approx 1/c \ \forall i$ , wenn  $\|\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j\| \ll \|\mathbf{z} - \mathbf{v}_i\| \ \forall i, j$ ). Reaktivierungseffekte können jedoch auch bei nicht normierten MSFs auftreten (siehe Abbildung 2.1 b)).



Verhindert werden kann eine Reaktivierung beispielsweise durch das Setzen einer konstanten Aktivierung von  $\varphi_i = 1$  für die äußeren Zentren außerhalb der verwendeten Partitionszentren. Dies ist jedoch im mehrdimensionalen Fall nicht trivial. Daher muss eine Reaktivierung insbesondere bedacht werden, wenn eine automatisierte Auslegung der Partitionszentren verwendet wird, wie beispielsweise ein Clusterungsalgorithmus (siehe Abschnitt 3.3.1). In diesem Fall ist eine Auslegung der MSFs auf Vermeidung von Reaktivierung innerhalb des interessierenden Bereichs nicht immer gegeben. Aus diesem Grund empfiehlt sich die Wahl von MSFs, die potentiell geringe Reaktivierungen im oder am Rand des Gültigkeitsbereichs aufweisen. Dies ist beispielsweise bei den Fuzzy-Clusterungs-basierten MSFs der Fall, sofern der Unschärfeparameter relativ klein gewählt werden. Als guter Richtwert hat sich hierfür  $1,1 \leq \nu \leq 1,3$  erwiesen [53, 82]. Diese vergleichsweise scharfe Partitionierung sorgt zudem dafür, dass die lokalen Partitionen, bei geeigneter Erzeugung, als lokale Linearisierung des nichtlinearen Systems interpretierbar sein können.

### 2.1.4 Lokale Modellstrukturen

Multi-Modell-Methoden verwenden verschiedene lokale Modellstrukturen. Übliche Strukturen werden im Folgenden beschrieben.

#### Lokal lineare Modelle

Lokal lineare Modelle sind einer der einfachsten Fälle bei der lokalen Modellbildung. Ein großer Vorteil dieser lokalen Modellklasse ist, dass für den Reglerentwurf ebenfalls lineare Methoden zum Einsatz kommen können. Die lokalen Modellgleichungen entsprechen hierbei linearen Differential- oder Differenzengleichungen, welche sich beispielsweise als lineare Gleichungssystem angeben lassen in der Form

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_i(t) &= \mathbf{A}_i \Delta \mathbf{x}_i(t) + \mathbf{B}_i \Delta \mathbf{u}_i(t) \\ \mathbf{y}_i(t) &= \mathbf{C}_i \Delta \mathbf{x}_i(t) + \mathbf{D}_i \Delta \mathbf{u}_i(t).\end{aligned}\tag{2.12}$$

Es sind hierbei die Deltagrößen definiert wie in (2.2) bzw. (2.3). Die Ausgangsgröße der Modellgleichung liegt ebenfalls in einem lokalen Bezugssystem vor (siehe (2.4)), bei linearen

Modellen ist jedoch  $\Delta \mathbf{y}_i = \mathbf{y}_i$ , da kein konstanter Term vorhanden ist ( $\mathbf{f}_{0,i} = \mathbf{0}$  in der Dynamik- bzw.  $\mathbf{g}_{0,i} = \mathbf{0}$  in der Ausgangsgleichung, siehe nächster Abschnitt).

### Lokal affine Modelle

Lokal affine Modelle enthalten eine Erweiterung des Gleichungssystems aus (2.12) um einen konstanten Term  $\mathbf{f}_{0,i}$  in der Dynamikgleichung und (möglicherweise) um  $\mathbf{g}_{0,i}$  in der Ausgangsgleichung. Der Term  $\mathbf{f}_{0,i}$  wird auch Driftterm genannt und beschreibt eine Zustandsänderung des Systems auch für den Fall, dass  $\Delta \mathbf{u}_i = \mathbf{0}$  gilt. Dieser Driftterm folgt beispielsweise bei der Linearisierung einer nichtlinearen Differentialgleichung außerhalb einer Ruhelage. Das erweiterte Gleichungssystem lautet entsprechend

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_i(t) &= \mathbf{A}_i \Delta \mathbf{x}_i(t) + \mathbf{B}_i \Delta \mathbf{u}_i(t) + \mathbf{f}_{0,i} \\ \mathbf{y}_i(t) &= \mathbf{C}_i \Delta \mathbf{x}_i(t) + \mathbf{D}_i \Delta \mathbf{u}_i(t) + \mathbf{g}_{0,i}.\end{aligned}\tag{2.13}$$

Dabei kann ohne Beschränkung der Allgemeinheit (o. B. d. A.)  $\mathbf{g}_{0,i} = \mathbf{0}$  angenommen werden, da dieser Term – sofern vorhanden – in die Dynamikgleichung überführt werden kann [52]. Damit ergibt sich als allgemeine Gleichungsform für lokal affine Modelle

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_i(t) &= \mathbf{A}_i \Delta \mathbf{x}_i(t) + \mathbf{B}_i \Delta \mathbf{u}_i(t) + \mathbf{f}_{0,i} \\ \mathbf{y}_i(t) &= \mathbf{C}_i \Delta \mathbf{x}_i(t) + \mathbf{D}_i \Delta \mathbf{u}_i(t)\end{aligned}\tag{2.14}$$

und der affine Term  $\mathbf{f}_{0,i}$  ist das einzige Unterscheidungsmerkmal zu einem rein linearen Modell. Für zeitdiskrete Systeme kann eine vergleichbare Darstellung verwendet werden, die das Argument  $k$  anstelle von  $t$  benutzt. In Abbildung 2.3 ist die lokale Modellstruktur (2.13) im globalen Kontext des TS-Modells dargestellt. Bei diesem Modell werden die lokalen Modelle aus (2.13) bzw. (2.14) mittels der FBF (2.9) überlagert und anhand der globalen Modellgleichungen (2.1) ausgewertet. Im weiteren Verlauf wird die Modellstruktur (2.14) für alle lokalen Modelle verwendet, sofern nicht anders angegeben.

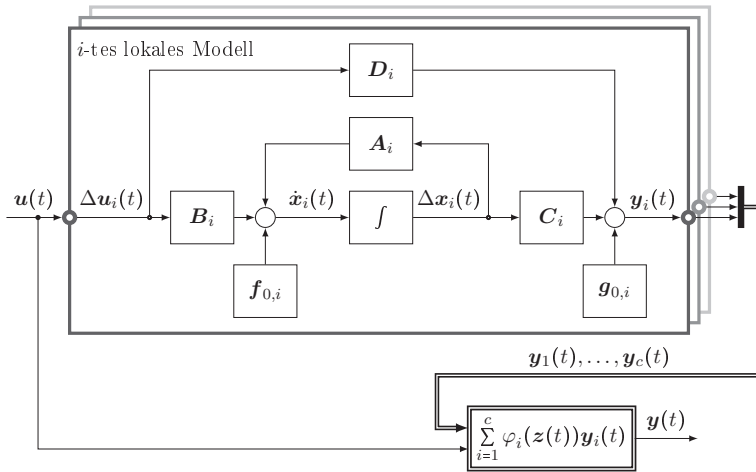


Abbildung 2.3.: Lokal affines Teilmodell eines zeitkontinuierlichen Fuzzy-Zustandsraum-Modells im globalen Kontext. Die Kreise stellen die Transformationsstellen vom globalen in das jeweilige lokale Koordinatensystem dar.

### Andere lokale Modellstrukturen

Die lokalen Modellstrukturen sind nicht beschränkt auf lineare/affine Gleichungen. Es kann im Grunde jede beliebige Modellstruktur – beispielsweise bilineare [28, 33] oder quadratische Modellgleichungen [4, 35] – für die lokalen Modelle verwendet werden. Allerdings entfallen dann ggf. die Vorteile, die sich aus einer linearen Modellstruktur ergeben, wie beispielsweise der Reglerentwurf mit linearen Methoden. Auch ist im Allgemeinen eine Beschränkung auf identische Modellstrukturen für alle Teilmodelle nicht zwingend erforderlich; es könnten unterschiedliche Modelltypen für jedes lokale Modell verwendet werden, wie auch unterschiedliche Modellordnungen. Die vorliegende Arbeit beschränkt sich auf lokale Modelle mit gleicher Struktur und Ordnung.

## 2.2 Regelung mit lokalen Reglern

Die folgenden Abschnitte beschreiben den Aufbau der Reglerstruktur sowie die Erweiterung um eine driftkompensierende Komponente. Auch der Beobachterentwurf für Systeme mit

nicht messbaren Zustandsgrößen wird beschrieben. Dazu werden zunächst Bewertungskriterien eingeführt, anhand derer sich die Regelgüte untersuchen lässt.

### 2.2.1 Parallele verteilte Kompensation

Die Möglichkeit, ein nichtlineares System durch parallele verteilte Kompensation („Parallel Distributed Compensator“, PDC) zu regeln, wird beispielsweise in [95] dargestellt. Unter PDC wird dabei i. d. R. ein Regler verstanden, der für die lokalen Teilregler dieselbe Partitionierung verwendet, die auch zur Modellierung verwendet wurde. Dabei setzen PDCs häufig auf lokal lineare Regler, da für diese einfache Entwurfsverfahren bekannt sind. Häufig wird hierbei dieselbe Dynamik für jeden lokalen Regler vorgegeben, beispielsweise durch Zuweisung der gleichen Pole im Falle einer Polvorgabe. Offensichtlich bestehen hier Ähnlichkeiten zum klassischen Gain-Scheduling. Tatsächlich können Fuzzy-TS-Ansätze als Gain-Scheduling-Regler verwendet werden [49, 50]. Hierbei spricht man auch von Fuzzy-Gain-Scheduling [55].

Ein gegebenenfalls auftretender Driftterm wird bei PDCs häufig vernachlässigt [18, 63]. Als Entwurfsverfahren für lokal lineare Regler bieten sich i. d. R. alle Entwurfsverfahren für lineare Regler an. Dazu gehören beispielsweise Zustandsrückführungen mit Polvorgabe [3, 54] oder Methoden der linearen Matrizenungleichungen („Linear Matrix Inequalities“, LMI) [89] sowie Ausgangsrückführungen mit klassischen PID-Reglerentwurfsverfahren [77]. Bei Berücksichtigung des Driftterms ist der Reglerentwurf meist deutlich aufwändiger, da in der Regel eine Erweiterung der Steuergesetze und anschließender Entwurf mittels LMI-Optimierungsverfahren vorgenommen wird [41, 47, 48].

### 2.2.2 Lokal lineare Regler

Der nichtlineare Regler für das Gesamtsystem setzt sich aus mehreren lokal linearen Reglern zusammen. Im Folgenden wird das Vorgehen für den Entwurf der lokalen Regler dargestellt.

### Polvorgaberegler

Ein Zustandsregler kann mit unterschiedlichen Verfahren ausgelegt werden. Weit verbreitet ist die sogenannte Polvorgabe. Dabei werden die Pole des geschlossenen Regelkreises im Vorfeld festgelegt. Als Regelgesetz für das  $i$ -te lokale Teilmodell ergibt sich

$$\mathbf{u}_{r,i} = -\mathbf{K}_i \Delta \mathbf{x}_i, \quad (2.15)$$

wobei  $\mathbf{K}_i \in \mathbb{R}^{m \times n}$  die Rückführmatrix des Zustandsreglers ist, die mittels des Verfahrens nach [61, S. 229 ff.]<sup>1</sup> entworfen werden kann. Damit können die Pole des geschlossenen Regelkreises wie gewünscht verschoben werden, sofern das System steuerbar ist.

### Vorsteuerung

Eine Vorsteuerung wird bei einer Zustandsregelung i. d. R. verwendet, wenn eine Folgeregelung gewünscht ist. Auch für eine Regelung außerhalb des Ursprungs ( $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$ ) kann eine Vorsteuerung verwendet werden; allerdings genügt hierfür auch eine einmalige Transformation des Ursprungs auf den gewünschten Wert. Ebenso könnte ein Integrator im Regelgesetz ergänzt werden [30, 67]. Durch eine Vorsteuerung ließe sich jedoch auch die Geschwindigkeit eines Reglers mit I-Anteil noch verbessern. Für eine TS-Regelung kann eine Vorsteuerung jedoch auch dann sinnvoll sein, wenn nicht in den Ursprung geregelt werden soll. Zudem kann auch in einem Szenario, bei dem in den Ursprung geregelt werden soll, eine Vorsteuerung sinnvoll sein – je nach Konfiguration der lokalen Regler. Das liegt daran, dass die lokalen Teilregler ihre eigenen Koordinatensysteme zur Regelung verwenden. Ein lokaler Regler ohne Vorsteuerung würde somit in den lokalen Ursprung regeln und nicht in den globalen. Um diesen Effekt zu vermeiden, kann eine Vorsteuerung (siehe [61]) verwendet werden. Ziel hierbei kann beispielsweise sein, die stationäre Abweichung zu beseitigen:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{w}(t) - \mathbf{y}(t) = \mathbf{0} \quad (2.16)$$

---

<sup>1</sup>In Matlab beispielsweise mittels der Befehle `place` oder `acker`.

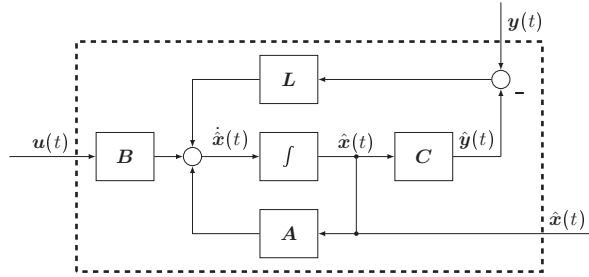


Abbildung 2.4.: Struktur eines linearen, zeitkontinuierlichen Luenberger-Beobachters [60].

Es ergibt sich für jedes Teilsystem eine Vorsteuermatrix  $\mathbf{V}_i$  nach

$$\mathbf{V}_i = - \left( \mathbf{C}_i (\mathbf{A}_i - \mathbf{B}_i \mathbf{K}_i)^{-1} \mathbf{B}_i \right)^{-1}. \quad (2.17)$$

Damit ergibt sich der Anteil der Vorsteuerung am Gesamtregler zu

$$\mathbf{u}_{\text{vor},i} = \mathbf{V}_i \Delta \mathbf{w}_i, \quad (2.18)$$

mit dem ins lokale Koordinatensystem transformierten Sollwert  $\Delta \mathbf{w}_i = \mathbf{w} - \mathbf{C}_i \mathbf{x}_{\text{EP},i}$ . Der Wert  $\mathbf{C}_i \mathbf{x}_{\text{EP},i}$  entspricht hierbei dem lokalen Bezugspunkt  $\mathbf{y}_{\text{EP},i}$  der Ausgangsgröße.

### 2.2.3 Linearer Beobachterentwurf

Werden die Zustände eines Systems nicht gemessen, kann eine Zustandsregelung, wie sie in den vorigen Abschnitten vorgestellt wurde, nicht direkt durchgeführt werden. Ist das System beobachtbar [11, 61, 78], so kann ein Beobachter entworfen werden, um die Systemzustände aus den Ein- und Ausgangsgrößen zu schätzen. Die klassischen Verfahren für lineare Systeme lassen sich dabei – wie bei der lokalen Modellbildung oder Regelung – auf nichtlineare Systeme erweitern, indem lokal lineare Beobachter verwendet werden. Der hier gewählte Ansatz für die lokal linearen Beobachter ist ein Luenberger-Beobachter [60]. Die Struktur des Beobachters ist in Abbildung 2.4 gegeben.

Ziel des Beobachterentwurfs ist, dass die Abweichung der geschätzten von den wahren Zuständen minimal wird bzw. – analog zu (2.16) – mit der Zeit abklingt:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{x}(t) = \mathbf{0} \quad (2.19)$$

Die Beobachtergleichung eines zeitkontinuierlichen Luenberger-Beobachters ist gegeben durch

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{LC}) \hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{Bu}(t) + \mathbf{Ly}(t). \quad (2.20)$$

Für zeitdiskrete Systeme kann die Gleichung angepasst werden. Es ergibt sich

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = (\mathbf{A} - \mathbf{LC}) \hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{Bu}(k) + \mathbf{Ly}(k). \quad (2.21)$$

Die Auslegung des Beobachters erfolgt über die Matrix  $\mathbf{L}$ . Der Entwurf kann in das Problem eines Reglerentwurfs für das duale System

$$\dot{\mathbf{x}}_O(t) = \mathbf{A}^T \mathbf{x}_O(t) + \mathbf{C}^T \mathbf{u}_O(t) \quad (2.22)$$

überführt werden, wobei eine Zustandsrückführmatrix zu entwerfen ist, so dass das Regelgesetz

$$\mathbf{u}_O(t) = -\mathbf{L}^T \mathbf{x}_O(t) \quad (2.23)$$

gilt. Der Entwurf der Matrix  $\mathbf{L}$  kann dann beispielsweise mittels Polvorgabe für die Matrix  $(\mathbf{A} - \mathbf{LC})$  oder jedem anderen Entwurfsverfahren für Zustandsregler geschehen. Eine beliebige Polplatzierung ist genau dann möglich, wenn das Originalsystem mit den Matrizen  $\mathbf{A}$  und  $\mathbf{C}$  beobachtbar bzw. gleichbedeutend das duale System mit den Matrizen  $\mathbf{A}^T$  und  $\mathbf{C}^T$  steuerbar ist. Es ist darauf zu achten, dass ein Beobachter schneller ausgelegt werden sollte, als ein gleichzeitig eingesetzter Regler, damit die Zustandsschätzung bis zur Berechnung der nächsten Reglerausgangsgröße konvergiert ist. Zweckmäßig kann es hier sein, die Eigenwerte der Matrix  $(\mathbf{A} - \mathbf{LC})$  so zu wählen, dass diese links von den dominierenden Eigenwerten von  $\mathbf{A}$  liegen [61].

## 2.3 Erweiterung klassischer Reglerentwurfsmethoden

Die folgenden Abschnitte beschreiben mögliche Erweiterungen klassischer Reglerentwurfsmethoden, um die Driftterme in den lokalen Regelgesetzen zu berücksichtigen. Diese Erweiterungen wurden im Rahmen dieser Arbeit entwickelt und untersucht.

### 2.3.1 Affine Driftkompensation für lokale Modelle

Wie von Johansen, Hunt, Gawthrop und Fritz – sehr knapp – vorgeschlagen, kann der affine Driftterm  $\mathbf{f}_{0,i}$  aus (2.14) jeweils durch eine Störgrößenaufschaltung kompensiert werden [44]. Dieser Ansatz wurde jedoch dort nicht ausgeführt oder untersucht.

Zur Kompensation mittels Störgrößenaufschaltung kann der Driftterm  $\mathbf{f}_{0,i}$  als konstante Störung betrachtet werden. Das Ziel der Kompensation ist nun, diese konstante Störung zu minimieren. Dadurch wird optimalerweise das lokale Teilmodell so mit einer Stellgröße beaufschlagt, dass jeder lokale Bezugspunkt eines Teilmodells im geschlossenen Regelkreis eine Ruhelage ist. Ein Bezugspunkt kann dabei beispielsweise ein Entwicklungspunkt (EP) eines aus einer Taylorreihenentwicklung abgeleiteten Modells sein. Diese resultierenden Ruhelagen sind keine Ruhelagen im herkömmlichen Sinn, daher werden sie hier als „virtuelle Ruhelagen“ bezeichnet. Um dies zu erreichen, muss

$$\mathbf{B}_i \mathbf{u}_{\text{aff},i} + \mathbf{f}_{0,i} \stackrel{!}{=} \mathbf{0} \quad (2.24)$$

gelten, wobei  $\mathbf{u}_{\text{aff},i}$  der additive Term im Regelgesetz für die Driftkompensation des  $i$ ten lokalen Reglers ist. Dies führt zu

$$\mathbf{u}_{\text{aff},i} = -\mathbf{B}_i^\dagger \mathbf{f}_{0,i}. \quad (2.25)$$

Dabei ist  $\mathbf{B}_i^\dagger = (\mathbf{B}_i^T \mathbf{B}_i)^{-1} \mathbf{B}_i^T$  die Moore-Penrose-Pseudoinverse von  $\mathbf{B}_i$  (siehe z. B. [38] oder Anhang A.1). Diese Pseudoinverse existiert, wenn  $\mathbf{B}_i$  vollen Spaltenrang hat, d. h. wenn  $(\mathbf{B}_i^T \mathbf{B}_i)^{-1}$  existiert. Hier ist diese Bedingung erfüllt, sofern  $\text{rank}(\mathbf{B}_i) \geq m$  ist. Dies kann für die allermeisten Regelungssysteme als erfüllt angesehen werden, da die Spaltenvektoren von  $\mathbf{B}_i$  stets linear unabhängig sein sollten. Andernfalls gäbe es Eingangsgrößen, welche keine



bzw. die gleichen Auswirkungen auf das System haben, wie andere Eingangsgrößen. In (2.24) eingesetzt ergibt sich

$$- \mathbf{B}_i \mathbf{B}_i^\dagger \mathbf{f}_{0,i} + \mathbf{f}_{0,i} = \mathbf{0}, \quad (2.26)$$

d. h. die Pseudoinverse  $\mathbf{B}_i^\dagger$  steht auf der rechten Seite der eigentlichen Matrix  $\mathbf{B}_i$ . Da mit der vorliegenden Linksinversen nur dann eine Einheitsmatrix resultieren würde, wenn sie auf der linken Seite stünde ( $\mathbf{B}_i^\dagger \mathbf{B}_i = \mathbf{I}$ ), kann der Drift nicht unter beliebigen Bedingungen vollständig kompensiert werden. Eine vollständige Kompensation ist offensichtlich möglich, sofern  $\mathbf{B}_i \mathbf{B}_i^\dagger = \mathbf{I}$  ist, was genau dann gilt, wenn  $\mathbf{B}_i$  eine quadratische Matrix ( $\mathbf{B}_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ) mit vollem Rang ist ( $\text{rank}(\mathbf{B}) = n$ ).

Eine eindeutige Lösung, die den Driftterm ideal kompensiert, existiert jedoch auch unter schwächeren Einschränkungen. Sie kann gefunden werden, wenn  $\mathbf{f}_{0,i}$  im Spaltenraum von  $\mathbf{B}_i$  liegt. Diese Bedingung ist in der Praxis hilfreich, da sie häufiger erfüllt ist.

#### Satz 1

Das Gleichungssystem (2.25) ist dann und nur dann konsistent, wenn  $\mathbf{B}_i \mathbf{B}_i^\dagger \mathbf{f}_{0,i} = \mathbf{f}_{0,i}$  gilt.

*Beweis.* Siehe Beweis zu Theorem 6.3.1 in [29]. Der komplette Beweis findet sich zudem als Beweis 1 in Anhang A.2. □

#### Satz 2

Eine Lösung für das Gleichungssystem in (2.24) existiert dann und nur dann, wenn der Rang der Koeffizientenmatrix  $\mathbf{B}_i$  gleich dem Rang der erweiterten Matrix  $[\mathbf{B}_i^\dagger, \mathbf{f}_{0,i}]$  ist.

*Beweis.* Siehe Beweis zu Theorem 7.2.2 in [29]. Der komplette Beweis findet sich zudem als Beweis 2 in Anhang A.2. □

Daraus folgt direkt

#### Folgerung 1

Eine Lösung des linearen Gleichungssystems (2.24) existiert dann und nur dann, wenn der Vektor  $\mathbf{f}_{0,i}$  im Spaltenraum von  $\mathbf{B}_i^\dagger$  liegt.

Wenn keine eindeutige Lösung existiert, kann gezeigt werden, dass  $\mathbf{u}_{\text{aff},i}$  in (2.25) die beste näherungsweise Lösung („Best Approximate Solution“, BAS) zur Kompensation des Driftterms ist. Eine BAS sei dabei wie folgt definiert (siehe Definition 7.4.1 in [29]):

**Definition 1** (Beste näherungsweise Lösung (BAS))

Ein Vektor  $\mathbf{u}_0$  sei definiert als beste näherungsweise Lösung (BAS) des Gleichungssystems

$$\mathbf{B}\mathbf{u} - \mathbf{f}_0 = \mathbf{e}(\mathbf{u}) \quad (2.27)$$

mit  $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times m}$  genau dann und nur dann, wenn

1. für alle  $\mathbf{u}$  die Beziehung  $(\mathbf{B}\mathbf{u} - \mathbf{f}_0)^T(\mathbf{B}\mathbf{u} - \mathbf{f}_0) \geq (\mathbf{B}\mathbf{u}_0 - \mathbf{f}_0)^T(\mathbf{B}\mathbf{u}_0 - \mathbf{f}_0)$  gilt und
2. für jene  $\mathbf{u} \neq \mathbf{u}_0$ , für die  $(\mathbf{B}\mathbf{u} - \mathbf{f}_0)^T(\mathbf{B}\mathbf{u} - \mathbf{f}_0) = (\mathbf{B}\mathbf{u}_0 - \mathbf{f}_0)^T(\mathbf{B}\mathbf{u}_0 - \mathbf{f}_0)$  gilt, auch die Beziehung  $\mathbf{u}^T \mathbf{u} > \mathbf{u}_0^T \mathbf{u}_0$  gilt.

Definition 1 besagt somit, dass mittels der BAS ein minimaler quadratischer Fehler erreicht wird und – falls es mehrere Lösungen mit gleichem Fehler gibt – diejenige Lösung als BAS gewählt wird, für welche  $\mathbf{u}^T \mathbf{u}$  minimal wird.

**Satz 3**

Die BAS des Gleichungssystems aus (2.24) ist  $\mathbf{u}_{\text{aff},i,\text{BAS}} = -\mathbf{B}_i^\dagger \mathbf{f}_{0,i}$ . Diese BAS ist eindeutig und existiert stets.

*Beweis.* Siehe Beweis zu Theorem 7.4.1 in [29]. Der komplette Beweis findet sich zudem als Beweis 3 in Anhang A.2. □

Somit ist (2.25) in der vorliegenden Form als additiver Term im Regelgesetz  $\mathbf{u}_{\text{aff},i}$  die BAS (siehe Definition 7.4.1 in [29]) für das Gleichungssystem aus (2.24). Daraus folgt

**Folgerung 1.**  $\mathbf{u}_{\text{aff},i} = -\mathbf{B}_i^\dagger \mathbf{f}_{0,i}$  minimiert den lokalen Driftterm  $\mathbf{f}_{0,i}$  in (2.14) für jedes lineare/affine Gleichungssystem.

**Anmerkung 1.** Durch den Beweis von Satz 3 ist ebenfalls gezeigt, dass stets eine einzigartige BAS existiert.

Im allgemeinen Fall ist somit zwar die Bedingung (2.24) nicht erfüllt; im Sinne einer BAS wird jedoch

$$\|B_i \mathbf{u}_{\text{aff},i} + \mathbf{f}_{0,i}\|_2^2 \quad (2.28)$$

minimal. Es ist also

$$\mathbf{u}_{\text{aff},i} = -B_i^\dagger \mathbf{f}_{0,i} = \arg \min_{\mathbf{u}} \|B_i \mathbf{u} + \mathbf{f}_{0,i}\|_2^2. \quad (2.29)$$

Eine erste Implementierung sowie Analyse des Verhaltens fand in [83] statt.

### 2.3.2 Gesamtreglerentwurf für affine Takagi-Sugeno-Modelle

Die lokalen Gesamtregelgesetze ergeben sich aus den zuvor genannten Größen  $\mathbf{u}_{r,i}$  (2.15),  $\mathbf{u}_{\text{vor},i}$  (2.18) und  $\mathbf{u}_{\text{aff},i}$  (2.25) zu

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{u}_{r,i} + \mathbf{u}_{\text{vor},i} + \mathbf{u}_{\text{aff},i}. \quad (2.30)$$

Das globale Regelgesetz wird mittels Überlagerung der lokalen Regelgesetze gebildet (vergleiche (2.1)):

$$\mathbf{u}(\mathbf{z}) = \sum_{i=1}^c \varphi_i(\mathbf{z}) \mathbf{u}_i. \quad (2.31)$$

Diese globale Reglerstruktur mit lokal affinen Reglern ist in Abbildung 2.5 dargestellt.

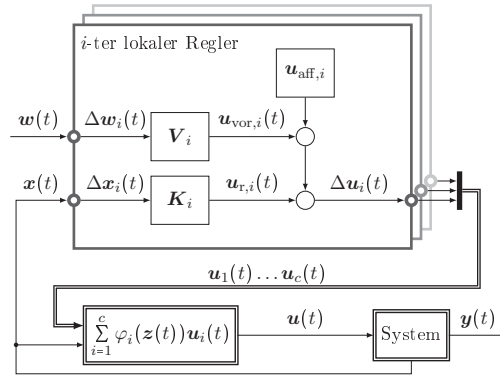


Abbildung 2.5.: Struktur des Gesamtreglers inklusive der affinen Driftkompensation [83].

### 2.3.3 Erweiterung eines linearen Beobachters für lokal affine Systeme

Sowohl die Modell- wie auch die Reglerstruktur wurde bis hier stets im zeitkontinuierlichen betrachtet. Die Regler sind somit stets auch für aus kontinuierlichen Differentialgleichungen (DGL) abgeleitete Modelle nutzbar. Auf Grund der in diskreten Zeitschritten abgetasteten Messdaten liegen identifizierte Modelle zumeist jedoch zeitdiskret vor. Da für identifizierte Systeme höherer Ordnung Beobachter notwendig sind, um eine Zustandsregelung erlauben, wird die folgende Erweiterung des linearen auf einen affinen Beobachter ebenfalls zeitdiskret durchgeführt. Zudem wird in diesem Abschnitt direkt die Erweiterung zu einem Fuzzy-TS-Beobachter eingeführt. Dieser setzt sich aus lokalen Teilbeobachtern zusammen, welche analog zu (2.1) überlagert werden.

Die Erweiterung geschieht mittels der Anpassung der Eingangsmatrix  $\mathbf{B}$  sowie des Eingangssignals  $\mathbf{u}$  des Beobachters zu den erweiterten Matrizen

$$\mathbf{B}_{i,+} = [\mathbf{B}_i, \mathbf{f}_{0,i}] \quad (2.32)$$

$$\Delta \mathbf{u}_{i,+}(k) = [\Delta \mathbf{u}_i(k), 1]^T \quad (2.33)$$

Die erweiterte Beobachtergleichung lautet

$$\Delta \hat{\mathbf{x}}_i(k+1) = (\mathbf{A}_i - \mathbf{L}_i \mathbf{C}_i) \Delta \hat{\mathbf{x}}_i(k) + \underbrace{[\mathbf{B}_i, \mathbf{f}_{0,i}]}_{\mathbf{B}_{i,+}} \underbrace{[\Delta \mathbf{u}_i(k), 1]^T}_{\Delta \mathbf{u}_{i,+}(k)} + \mathbf{L}_i \Delta \mathbf{y}_i(k). \quad (2.34)$$

Abbildung 2.6 zeigt die Struktur des für lokal affine Systeme angepassten Beobachters,  $q^{-1}$  ist hier der Verschiebeoperator. Der Entwurf der Beobachtermatrix  $\mathbf{L}_i$  kann analog zum linearen Beobachter aus Abschnitt 2.2.3 erfolgen. Es ist zu beachten, dass die Polvorgabe im zeitdiskreten nicht identisch zu der im zeitkontinuierlichen Fall ist. Stabile Pole in zeitdiskreter Darstellung liegen innerhalb des Einheitskreises.

Für die Berechnung des globalen Zustands aus den Ausgabewerten der lokalen Beobachter werden die FBFs benötigt. Analog zu (2.1) und mit  $\hat{\mathbf{x}}_i(k) = \Delta \hat{\mathbf{x}}_i(k) + \mathbf{x}_{EP,i}$  (vgl. (2.2)),

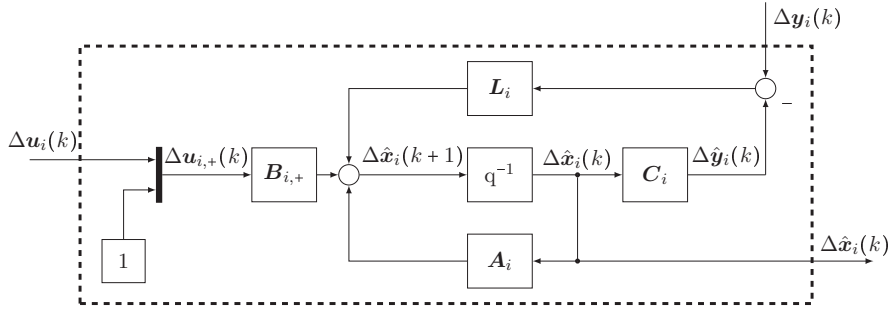


Abbildung 2.6.: Struktur eines Beobachters mit Erweiterung für zeitdiskrete, lokal affine Systeme [86].

wobei  $\mathbf{x}_{\text{EP},i}$  wieder das Partitionszentrum der  $i$ -ten Partition ist, folgt die Gleichung für die Schätzung der globalen Zustände als

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \sum_{i=1}^c \varphi_i(\mathbf{z}) \left( \Delta \hat{\mathbf{x}}_i(k+1) + \mathbf{x}_{\text{EP},i} \right). \quad (2.35)$$

Bei einer Partitionierung anhand der Ausgangs- bzw. Eingangsgrößen  $\mathbf{y}(k)$  und  $\mathbf{u}(k)$  ist dies unproblematisch für den vorgestellten Beobachterentwurf, da beide Größen zum Zeitpunkt der Berechnung der FBFs bekannt sind. Wird das globale System jedoch anhand der Systemzustände  $\mathbf{x}(k)$  partitioniert, so wird ein Schätzwert für den aktuellen Systemzustand benötigt. Dies könnte beispielsweise der Zustand des vorangegangenen Zeitschritts  $\mathbf{x}(k-1)$  sein.

## 2.4 Bewertungskriterien für geregelte Systeme

Die folgend eingeführten Bewertungsmaße stellen eine Metrik dar, mit der aus Wertereihen  $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$  eine skalare Größe berechnet wird. Diese Größe lässt sich dann zum Vergleich heranziehen. Für geregelte Systeme interessiert meist die Abweichung zwischen Regelgröße und Sollwert. Daher werden dann entsprechend die Zeitreihen der Ausgangsgröße  $\mathbf{y}$  und Sollwerte  $\mathbf{w}$  verwendet.

### Mittlerer quadratischer Fehler

Der mittlere quadratische Fehler (MSE, „Mean Squared Error“) ist ein klassisches Maß, das den quadratischen Abstand zweier Wertereihen  $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$  jeweils paarweise berechnet und aufsummiert. Er berechnet sich nach

$$J_{\text{MSE}} := e_{\text{MSE}} = \frac{1}{N_{\text{ges}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{ges}}} (a_i - b_i)^2 = \frac{1}{N_{\text{ges}}} (\mathbf{a} - \mathbf{b})^T (\mathbf{a} - \mathbf{b}). \quad (2.36)$$

Dabei ist  $a_i$  bzw.  $b_i$  das  $i$ -te Element aus den Wertereihen  $\mathbf{a}$  bzw.  $\mathbf{b}$ . Werden für  $\mathbf{a}$  und  $\mathbf{b}$  die Zeitreihen des Systemausgangs eines geregelten Systems sowie der vorgegebene Sollwertverlauf verwendet, spricht man auch vom mittleren quadratischen Regelfehler.

Auch wird häufig die Wurzel aus diesem Wert (RMSE, „Root Mean Squared Error“) verwendet, da diese wieder dieselbe physikalische Einheit wie die Ursprungsgrößen besitzt. Sie berechnet sich nach

$$J_{\text{RMSE}} := e_{\text{RMSE}} = \sqrt{e_{\text{MSE}}} = \sqrt{\frac{1}{N_{\text{ges}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{ges}}} (a_i - b_i)^2}. \quad (2.37)$$

Vorteil quadratischer Maße ist eine Vorzeichenunabhängigkeit. Zudem werden große Unterschiede im Verhältnis stärker bestraft als kleine.

### Mittlerer absoluter Fehler

Der mittlere absolute Fehler  $e_{\text{abs}}$  ist – wie der MSE – ebenfalls vorzeichenunabhängig, bestraft jedoch die Abweichungen proportional zum Abstand der Punkte. Er berechnet sich für die Elemente  $a_i$  und  $b_i$  Wertereihen  $\mathbf{a}$  und  $\mathbf{b}$  nach

$$J_{\text{abs}} := e_{\text{abs}} = \frac{1}{N_{\text{ges}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{ges}}} |a_i - b_i|. \quad (2.38)$$

Werden für  $\mathbf{a}$  und  $\mathbf{b}$  die Zeitreihen des Systemausgangs eines geregelten Systems sowie der vorgegebene Sollwertverlauf verwendet, spricht man auch vom mittleren absoluten Regelfehler.

### Maximaler absoluter Fehler

Der maximale absolute Fehler  $e_{\max}$  beschreibt den betragsmäßig größten Abstand aller Wertepaare  $a_i, b_i$  in den Wertereihen  $\mathbf{a}$  und  $\mathbf{b}$ . Er ist definiert über

$$J_{\max} := e_{\max} = \max(|a_i - b_i| \mid i = 1, \dots, N_{\text{ges}}) = \|\mathbf{a} - \mathbf{b}\|_{\infty}. \quad (2.39)$$

Werden für  $\mathbf{a}$  und  $\mathbf{b}$  die Zeitreihen des Systemausgangs eines geregelten Systems sowie der vorgegebene Sollwertverlauf verwendet, spricht man auch vom maximalen absoluten Regelfehler.

### Mittlere quadratische Stellgröße

Das Maß für die mittlere quadratische Stellgröße beschreibt den Stellaufwand über die Zeitreihe der Reglerausgänge  $\mathbf{u}$  eines geregelten Systems mit einer Eingangsgröße (Single Input). Es ergibt sich somit

$$J_u := \frac{1}{N_{\text{ges}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{ges}}} u_i^2 = \frac{1}{N_{\text{ges}}} \mathbf{u}^T \mathbf{u}. \quad (2.40)$$

Mit  $J_u$  steht ein Maß zur Verfügung, das den Stellaufwand für die Regelung eines Systems bewertet. Äquivalent lässt sich das Maß auch auf die differenzierten Eingangsgrößen eines Systems anwenden, womit die Variabilität im Reglerausgang bewertet wird:

$$J_{\dot{u}} := \frac{1}{N_{\text{ges}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{ges}}} \dot{u}_i^2 = \frac{1}{N_{\text{ges}}} \dot{\mathbf{u}}^T \dot{\mathbf{u}}, \quad (2.41)$$

wobei  $\dot{\mathbf{u}}$  ein Vektor aus den differenzierten Einzelwerten des Reglerausgangs ist.

### Anschwingzeit

Für die Bewertung geregelter Systeme können verschiedene Zeitkriterien herangezogen werden. Eines davon ist die Anschwingzeit  $T_{\text{sr}}$  („attack time“), welche definiert ist als die Zeitdauer einer Sprungantwort bis zum erstmaligen Erreichen eines Toleranzbandes der Breite  $2\Delta w$  um den vorgegebenen Sollwert  $w$ . Die Anschwingzeit gibt somit eine Aussage über

die Geschwindigkeit des Regelsystems. Ein üblicher Wert für  $\Delta w$  ist beispielsweise 5% des Sollwerts  $\Delta w = 0,05 w$ .

### **Ausregelzeit**

Die Ausregelzeit  $T_{\text{aus}}$  beschreibt – ähnlich der Anschwingzeit – eine Zeitdauer einer Sprungantwort bis zum Erreichen eines Toleranzbandes der Breite  $2\Delta w$ . Hierbei wird jedoch der Zeitpunkt gewählt, zu dem dieses Toleranzband das letzte Mal erreicht und danach nicht mehr verlassen wird. Ein üblicher Wert für  $\Delta w$  ist bei der Ausregelzeit ebenfalls 5% des Sollwerts  $\Delta w = 0,05 w$ .

## **2.5 Abschnittszusammenfassung**

In diesem Kapitel wurden die Grundlagen zur im Weiteren verwendeten Modellstruktur erläutert (Abschnitt 2.1). Dafür wurden TS-Fuzzy-Modelle eingeführt (Abschnitt 2.1.1), welche mittels lokal linearer/affiner Modelle nichtlineare Systeme nachbilden können. Es wurden Möglichkeiten für die Partitionierung (Abschnitt 2.1.2) und die Überlagerung (Abschnitt 2.1.3) der lokalen Modelle gegeben und im Anschluss verschiedene mögliche lokale Modellstrukturen vorgestellt (Abschnitt 2.1.4). Es ergibt sich eine im Weiteren verwendete Gesamtmodellstruktur nach (2.1) mit den lokal affinen Modellen (2.14), welche mittels (2.9) überlagert werden.

Anschließend wurde diese Modell- auf eine Reglerstruktur übertragen (Abschnitt 2.2). Dafür wurde die PDC eingeführt (Abschnitt 2.2.1) und der Entwurf lokal linearer Regler behandelt (Abschnitt 2.2.2). In Abschnitt 2.3 wurden diese bekannten Regelungsmethoden erweitert, um Driftterme zu kompensieren. Es wurde dafür in Abschnitt 2.3.1 eine Driftkompensation für lokale Modelle eingeführt und anschließend (Abschnitt 2.3.3) ein Beobachterentwurf adaptiert, um für lokal affine Systeme nutzbar zu sein. Abschließend wurden in Abschnitt 2.4 Bewertungskriterien eingeführt, anhand derer unterschiedliche Regelergebnisse miteinander verglichen werden können.





# 3 Systemidentifikation

---

*Die Mathematiker sind eine Art Franzosen: Redet man zu ihnen, so  
übersetzen sie es in ihre Sprache, und dann ist es alsbald etwas anderes.*

— JOHANN WOLFGANG VON GOETHE

Dieses Kapitel behandelt in Abschnitt 3.1 die notwendigen Grundlagen der Systemidentifikation, gibt einen Überblick über die gebräuchlichsten Modellansätze (Abschnitt 3.2) und erläutert in Abschnitt 3.3 übliche Parameterschätzverfahren zur Erstellung von Fuzzy-TS-Modellen. Außerdem wird nach der Erläuterung der Grundlagen der regelungsorientierten Systemidentifikation („Identification for Control“, Abschnitt 3.4) in Abschnitt 3.5 auf Testsignale eingegangen, die zur Systemidentifikation genutzt werden können. Die Abschnitte 3.3.3 und 3.4.1 behandeln dabei neue Methoden bzw. Erweiterungen bekannter Verfahren. Abschließend wird in Abschnitt 3.4.2 ein neues iteratives Verfahren zur Identifikation lokal affiner TS-Systeme vorgestellt.

## 3.1 Grundlagen der Systemidentifikation

Systemidentifikation im Allgemeinen bezeichnet die Generierung eines (mathematischen) Systemmodells aus Messdaten [59]. Sie ist – neben theoretischer/axiomatischer Modellbildung und wissensbasierter Modellbildung – ein verbreitetes Modellierungsverfahren. Ein System ist dabei definiert als Element, das auf Wirkungen am Eingang  $\mathbf{u}$  mit Ausgangsgrößen  $\mathbf{y}$

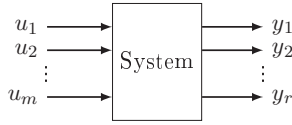


Abbildung 3.1.: Blockschaltbild eines ungestörten Systems mit  $m$  Eingängen und  $r$  Ausgängen.

reagiert (siehe Abbildung 3.1) [62, 79]. Diese Reaktionen können sowohl statisch als auch dynamisch sein. Für die Systemidentifikation sind häufig dynamische Systeme von Interesse, welche auch im Folgenden betrachtet werden. Statische Systeme können als eine Untermenge der dynamischen Systeme betrachtet werden, die wegen der fehlenden zeitlichen Abhängigkeiten deutlich leichter zu behandeln sind.

Zur Identifikation wird ein Ablaufschema durchlaufen, das in Abbildung 3.2 dargestellt ist. Es wird zunächst eine Versuchsplanung durchgeführt, die darauf abzielt, einen Versuchsablauf festzulegen, der einen möglichst hohen Informationsgehalt der erhaltenen Daten gewährleistet. Im Anschluss daran steht die Versuchsdurchführung, aus der Messdaten resultieren. Diese Messdaten können noch einer Datenvorverarbeitung unterzogen werden. Auch werden die Messdaten meist in einen Trainings- und einen Validierungsdatensatz aufgeteilt, wobei nur der Trainingsdatensatz zur Modellschätzung verwendet wird. Zudem muss ein Modelltyp ausgewählt werden. Hier ist zum einen der grundsätzliche Modelltyp zu wählen (siehe Kapitel 2), zum anderen auch das Rauschmodell und damit verbunden der Modellansatz. Möglichkeiten hierzu werden in Abschnitt 3.2 besprochen. Ebenfalls wird ein Bewertungskriterium für das Modellierungsergebnis benötigt. Dies können beispielsweise Kriterien wie in Abschnitt 2.4 sein. Anschließend erfolgt die Modellschätzung. Dieses Modell wird nun validiert. Meist werden hierfür die zuvor definierten Validierungsdaten verwendet. Erfüllt das Modell die Anforderungen, so ist der Identifikationsvorgang abgeschlossen. Ist dies nicht der Fall, kann zu beliebigen Schritten im Ablauf zurückgegangen werden, wo Änderungen vorgenommen werden. In jeden Schritt kann und sollte Vorwissen einfließen, sofern es vorhanden ist. Es müssen in diesem Schema nicht alle Teilschritte durchlaufen werden. So können beispielsweise die Messdaten bereits vorliegen, weshalb auf die Versuchs- und Messschritte verzichtet wird. Auch eine Datenvorverarbeitung wird nicht immer durchgeführt.

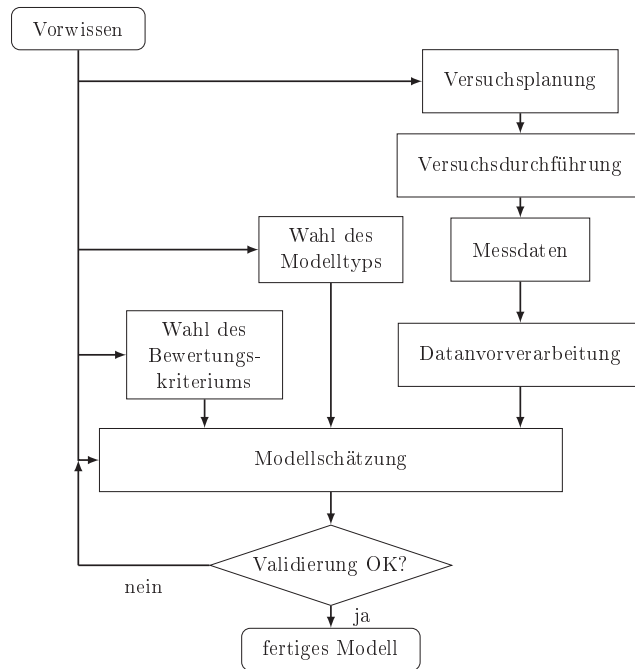


Abbildung 3.2.: Ablaufdiagramm einer typischen Systemidentifikationsaufgabe (nach [59, S. 15]).

## 3.2 Modellansätze

### 3.2.1 ARX-Modelle

In dieser Arbeit werden ARX-Modellansätze (Autoregressives Modell mit externem Eingang, „Auto-Regressive Model with eXternal Input“) verwendet. Diese haben den Vorteil, dass die Parameter einfach geschätzt werden können, da das Schätzproblem linear in den Parametern (LiP) ist. Dies resultiert aus der Differenzengleichung

$$\begin{aligned}
 y(k) + a_1 y(k-1) + \dots + a_n y(k-n) \\
 = b_1 u(k-1) + \dots + b_m u(k-m) + \psi(k),
 \end{aligned}
 \tag{3.1}$$

wobei  $\psi(k)$  ein weißes Rauschen und  $a_i, b_i \in \mathbb{R}$  die Modellparameter sind.

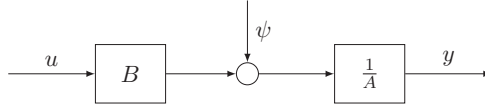


Abbildung 3.3.: Schematische Darstellung der Systemannahme zum ARX-Modellansatz.

Soll die Ausgangsgröße  $y(k)$  eines Zeitpunkts  $k$  bestimmt werden, kann dies durch die nach  $y(k)$  umgestellte Gleichung erfolgen:

$$\begin{aligned} y(k) = & -a_1y(k-1) - \dots - a_ny(k-n) \\ & + b_1u(k-1) + \dots + b_mu(k-m) + \psi(k). \end{aligned} \quad (3.2)$$

Aus (3.2) wird deutlich, dass für die Berechnung der Ausgangsgröße des nächsten Zeitpunkts  $y(k)$  alle vorangegangenen Ausgangswerte  $y(k-i)$  als Messgrößen vorliegen müssen. Der ARX-Modellansatz ist somit ein Prädiktionsmodell. Da nur gemessene und keine simulierten Daten (also solche, die aus dem einer Modellauswertung selbst stammen) für die Identifikation verwendet werden, lassen sich mit dem ARX-Modellansatz auch instabile Systeme identifizieren. Eine schematische Darstellung des ARX-Modellansatzes ist in Abbildung 3.3 gegeben. Aus dieser Darstellung wird auch deutlich, dass bei ARX-Modellen implizit angenommen wird, dass das Rauschen zwischen der Eingangsmatrix  $\mathbf{B}$  und der Dynamikmatrix  $\mathbf{A}$  angreift.

### 3.2.2 ARMAX-Modelle

Wird das Rauschen separat gefiltert, bevor es auf das System wirkt, so spricht man von ARMAX-Modellen (Autoregressives Modell mit gleitendem Mittelwert und externem Eingang, „Auto-Regressive-Moving-Average Model with eXternal Input“). Dadurch ergibt sich ein korreliertes Ausgangssignal [43]. Die Differenzengleichung ändert sich zu

$$\begin{aligned} y(k) = & -a_1y(k-1) - \dots - a_ny(k-n) \\ & + b_1u(k-1) + \dots + b_mu(k-m) \\ & + c_0\psi(k) + c_1\psi(k-1) + \dots + c_q\psi(k-q). \end{aligned} \quad (3.3)$$

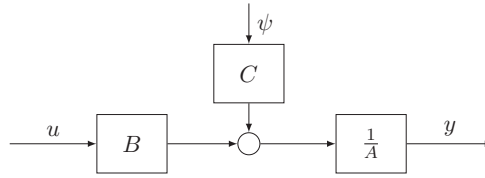


Abbildung 3.4.: Schematische Darstellung der Systemannahme zum ARMAX-Modellansatz.

Da die auf das System wirkenden Fehlerterme nun einem gefilterten (über die Parameter  $c_0, \dots, c_q$ ) und nicht mehr einem weißen Rauschen entsprechen, wird das Schätzproblem nichtlinear. Die Schätzung der Parameter kann beispielsweise mittels des Rekursiven Verfahrens der kleinsten Quadrate („Recursive Least Squares“, RLS) erfolgen [71]. Da auch beim ARMAX-Modellansatz nur gemessene und keine simulierten Daten für die Identifikation verwendet werden müssen, lassen sich mit diesem Ansatz ebenfalls instabile Systeme identifizieren. Eine schematische Darstellung eines ARMAX-Modells ist in Abbildung 3.4 gegeben.

### 3.2.3 OE-Modelle

Häufig ist eine sinnvolle Annahme, dass ein ungefiltertes Rauschen am Systemausgang auftritt, beispielsweise in Form von Messrauschen. Diese Annahme führt zu OE-Modellansätzen (Ausgangsfehlermodell, „Output Error Model“). Die Differenzengleichung für ein OE-Modell lautet

$$y(k) = -a_1 \hat{y}(k-1) - \dots - a_n \hat{y}(k-n) + b_1 u(k-1) + \dots + b_m u(k-m) + \psi(k). \quad (3.4)$$

Aus (3.4) geht hervor, dass zur Berechnung der nächsten Ausgangsgröße  $y(k)$  nun die vergangenen Ausgangsgrößen nicht mehr als reale Werte vorliegen müssen. Vielmehr werden nun die vergangenen Ausgangswerte des Modells  $\hat{y}(k-i)$  verwendet. Somit werden durch den OE-Modellansatz Modelle erstellt, die für eine Simulation optimiert sind. Dies führt allerdings dazu, dass das Schätzproblem nun nicht mehr LiP ist, was die Parameterschät-

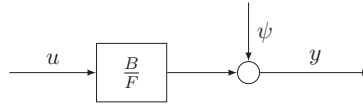


Abbildung 3.5.: Schematische Darstellung der Systemannahme zum OE-Modellansatz.

zung verkompliziert. Zudem können instabile Systeme nicht mehr identifiziert werden, da zur Identifikation Simulationsdaten verwendet werden müssen. Die Schätzung kann – wie auch beim ARMAX-Modell – beispielsweise mittels RLS erfolgen [71]. Eine schematische Darstellung zum OE-Modell ist in Abbildung 3.5 gegeben.

### 3.2.4 Erweiterung auf affine Modelle

Die Erweiterung von linearen auf affine Modelle ist durch Hinzufügen eines konstanten Terms  $f_0$  in die Modellgleichung möglich. Dadurch ergibt sich für ein affines ARX-Modell eine Differenzengleichung von

$$\begin{aligned}
 y(k) = & -a_1y(k-1) - \dots - a_ny(k-n) \\
 & + b_1u(k-1) + \dots + b_mu(k-m) + f_0 + \psi(k).
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

Auf gleiche Weise ist eine Erweiterung von ARMAX-, OE- oder auch anderen Modellansätzen möglich.

### 3.2.5 Erweiterung der Modellansätze zur Identifikation nichtlinearer Systeme

Die in den vorherigen Abschnitten beschriebenen Modelle lassen sich erweitern, um nicht-lineare Systeme identifizieren zu können. Dazu kann ein linearer/affiner Modellansatz gewählt werden, der dann als lokaler Ansatz in einem TS-Modell verwendet wird, wie in Abschnitt 2.1.1 beschrieben. Diese erweiterten Modelle werden dann NARX-, NARMAX- bzw. NOE-Modelle genannt, wobei das „N“ für nichtlinear steht. Allgemeine NARX-Modelle

stellen eine Erweiterung des linearen Ansatzes (3.2) dar. Die funktionale Abhängigkeit bei NARX-Modellen ist

$$\hat{y}(k) = f(y(k-1), \dots, y(k-n), u(k-1), \dots, u(k-m)). \quad (3.6)$$

Es ist erkennbar, dass Fuzzy-TS-Modelle (2.1) mit lokalen ARX-Ansätzen ein Spezialfall von (3.6) sind. Gleiches gilt für TS-Modelle mit lokalen ARMAX- bzw. OE-Ansätzen, die jeweils Spezialfälle allgemeiner NARMAX bzw. NOE-Modelle sind.

In der Literatur wird jedoch darauf hingewiesen, dass eine Verwendung von NARMAX statt NARX-Ansätzen keine Verbesserung der Modellgüte bietet [71]. Dies ist unter anderem dadurch begründet, dass in die Schätzung der Rauschterme (siehe  $c_0, \dots, c_q$  in (3.3)) zu einem großen Anteil auch nicht modellierte nichtlineare Effekte einfließen. Dadurch können unbekannte Störungen selbst schlecht modelliert werden, was den Nutzen von NARMAX-Ansätzen bei lokaler Modellbildung relativiert. Die Identifikation von TS-NARX-Modellen wird in Abschnitt 3.3 beschrieben.

### 3.2.6 Alternative Ansätze zur Modellbildung nichtlinearer dynamischer Systeme

Eine allgemeine Erweiterung der linearen Modellansätze auf nichtlineare Systeme ist nicht möglich. Daher sind die für nichtlineare Systemidentifikation verwendeten Modelltypen sehr vielfältig [71]. Beispielhaft werden hier häufige Ansätze genannt. Zudem wird erläutert, wieso diese Modellierungsverfahren für den vorliegenden Anwendungsfall der regelungsorientierten Identifikation im Rahmen dieser Arbeit nicht zur Anwendung kommen.

#### Wiener-Hammerstein-Modelle

Wiener-Modelle sind eine Reihenschaltung eines LTI-Systems und einer nachfolgenden statischen Nichtlinearität [81]. Wird die statische Nichtlinearität vor das LTI-System gezogen, so spricht man von einem Hammerstein-Modell [87]. Entsprechend wird ein Modell als Wiener-Hammerstein-Modell bezeichnet, wenn sich sowohl vor, als auch nach einem LTI-System statische Nichtlinearitäten befinden [12].



Dieser Modelltyp kann für die Identifikation bestimmter nichtlinearer Systeme verwendet werden [97]. Für die Modellgenerierung gibt es verschiedene Methoden, die jedoch vergleichsweise kompliziert sind [12, 31]. Auch wenn es Ansätze für eine Reglererstellung gibt – beispielsweise mittels Modellprädiktiver Regelung („Model Predictive Control“, MPC) [73] –, ist das Ableiten von Regelgesetzen nicht das unmittelbare Ziel bei der Generierung von Wiener-Hammerstein-Modellen. Daher wird dieser Modelltyp im weiteren Verlauf dieser Arbeit nicht verwendet.

#### **Künstliche Neuronale Netze**

Künstliche Neuronale Netze (KNN) werden für viele verschiedene Aufgaben eingesetzt [65, 68]. So unter anderem im Data-Mining, bei der Mustererkennung [15] und Signalverarbeitung/-filterung [75], aber auch für die Modellerstellung und Simulation [55]. Auch für die Regelung dynamischer Systeme können KNN eingesetzt werden [88], dies ist jedoch nicht der Kernanwendungsbereich. Ebenso wie Fuzzy-Systeme [51], sind KNNs universelle Approximatoren und können somit – bei ausreichender Netzkomplexität – jedes stetige nichtlineare System beliebig genau approximieren [13, 40]. Darüber hinaus liegt die Stärke von KNN in der Lernfähigkeit, die es ermöglicht, auch bestehende Netze einfach adaptiv anzupassen. KNN werden im Rahmen dieser Arbeit nicht eingesetzt, da eine Interpretierbarkeit kaum gegeben ist, insbesondere bei größeren Netzen. Zudem gibt es kaum Methoden, die einen Übergang von Modellen zu Reglern erleichtern. Das primäre Ziel der Regelung von Systemen liegt nicht im Fokus von KNN.

### **3.3 Identifikation von Takagi-Sugeno-Fuzzy-Modellen**

#### **3.3.1 Partitionierung des Betriebsraums mittels Fuzzy-Clustering**

Im Folgenden wird ein Verfahren vorgestellt, welches zur Partitionierung des Betriebsraums eines Systems genutzt werden kann. Dafür werden die Messdaten gruppiert und die entstehenden Gruppen voneinander angrenzt. Mit den entstehenden Partitionen lassen sich die Daten für die Schätzung der lokalen Modellparameter auf die jeweiligen lokalen Modelle aufteilen.

Die Fuzzy-Clusterung ist ein Verfahren, das Daten unscharf auf mehrere Klassen aufteilt. Sie wurde vorgestellt von Ruspini [80] und weiterentwickelt von Dunn [16]. Eine Verallgemeinerung erfolgte durch Bezdek [8] bzw. Bezdek, Ehrlich und Full [10]. Die Clusterung der Messdaten ist eine häufige Methode, um die Partitionszentren bei der Identifikation von Fuzzy-TS-Modellen festzulegen [101]. Im weiteren Verlauf wird explizit auf den sogenannten FCM-Algorithmus eingegangen.

Bei einer Clusterung werden Daten nach Ähnlichkeit klassifiziert. Die Ähnlichkeit von zwei Datenpunkten wird dabei mittels einer Metrik bestimmt – beispielsweise der euklidischen. Somit sucht die Fuzzy-Clusterung nach „Datenhaufen“. Sie verwendet die Kostenfunktion

$$J(c, \nu) = \sum_{l=1}^{N_{\text{ges}}} \sum_{i=1}^c \mu_i^\nu(\mathbf{z}_l) d_{i,l}^2. \quad (3.7)$$

Dabei ist  $N_{\text{ges}}$  die Anzahl der Datenpunkte,  $c$  die Anzahl der Clusterzentren,  $\mu_i(\mathbf{z}_l) =: \mu_{i,l} \in [0, 1]$  die Zugehörigkeit des  $l$ -ten Datums zum  $i$ -ten Clusterzentrum, welche nach (2.9) berechnet wird. Der Unschärfeparameter ist  $\nu \in \mathbb{R}^{>1}$  und  $d_{i,l}^2 \in \mathbb{R}_0^+$  der quadrierte Wert eines Abstandsmaßes zwischen dem  $l$ -ten Datum und dem  $i$ -ten Clusterzentrum, welcher nach (2.8) berechnet werden kann. Die Schedulingvariable  $\mathbf{z} \in \mathcal{Z}$  ist dabei ein Element des Schedulingraums  $\mathcal{Z}$ . Dieser wird aufgespannt durch alle Größen, die zur Partitionierung verwendet werden. Häufig ist dies eine Kombination aus den Eingangs-, Ausgangs- oder Zustandsgrößen des Systems oder eine Untermenge davon. Es sind jedoch auch andere Größen verwendbar, wie beispielsweise bekannte Störgrößen. Der Wert der Schedulingvariable  $\mathbf{z}$  ist im Allgemeinen abhängig von der kontinuierlichen Zeit  $t$  bzw. dem diskreten Zeitargument  $k$ . Das Zeitargument wird bei dieser Größe jedoch zur besseren Lesbarkeit der Gleichungen im Folgenden weggelassen.

Als Nebenbedingung gilt hierbei Bedingung (2.5) [34], wodurch bei der Optimierung von (3.7) die triviale Lösung  $\mu_i(\mathbf{z}) = 0 \ \forall \ i$  ausgeschlossen wird. Da in (3.7) die Lage der Clusterzentren optimiert werden muss, für diese jedoch die MSFs berechnet werden müssen, zerfällt die Lösung in zwei Schritte (siehe [55]):

1. Festhalten der Clusterzentren und Berechnen der MSFs.

Dieses reduzierte Optimierungsproblem kann mit Hilfe der Lagrange'schen Multiplikatorenmethode gelöst werden. Es ergibt sich für die MSFs die Berechnungsformel (2.9).

2. Verwenden der Berechneten MSFs zur Bestimmung neuer Clusterzentren.

Mit der Forderung  $\partial J(c, \nu) / \partial \mathbf{v}_i = 0$  folgen die Clusterzentren zu

$$\mathbf{v}_i = \frac{\sum_{l=1}^{N_{\text{ges}}} \mu_i^{\nu}(\mathbf{z}_l) \mathbf{z}_l}{\sum_{l=1}^{N_{\text{ges}}} \mu_i^{\nu}(\mathbf{z}_l)}. \quad (3.8)$$

Die neuen Zentren stellen somit mittels der MSFs gewichtete Mittelwerte der  $N_{\text{ges}}$  Daten dar.

Beim FCM wird für alle Clusterzentren dieselbe Abstandsnorm gewählt. Diese ist oft der euklidische Abstand. Der Wert für den quadratischen Abstand  $d_{i,l}^2$  ergibt sich dabei mittels

$$d_{i,l}^2 = \|\mathbf{z}_l - \mathbf{v}_i\|_2^2 = (\mathbf{z}_l - \mathbf{v}_i)^T (\mathbf{z}_l - \mathbf{v}_i). \quad (3.9)$$

Diese Metrik bewertet den Abstand in allen Dimensionen gleich. Es können auch Metriken verwendet werden, die hier unterschiedliche Bewertungen vornehmen. Dies geschieht beispielsweise mittels einer inneren Produktnorm mit einer Formenmatrix  $\mathbf{W}$  anhand (2.8). Die Formenmatrix  $\mathbf{W}$  kann für alle Zentren gleich ( $\mathbf{W}_i = \mathbf{W} \ \forall i$ ) oder unterschiedlich gewählt werden. In letzterem Fall wird sie in jedem Clusterungsschritt für jedes Zentrum neu bestimmt; der Algorithmus wird in diesem Fall auch Gustafson-Kessel-(GK)-Algorithmus genannt [32]. Das Vorgehen in diesem Fall ist beschrieben in [55]. Praktische Untersuchungen ergaben jedoch keine pauschale Verbesserung der resultierenden Modelle, wenn Formenmatrizen  $\mathbf{W} \neq \mathbf{I}$  verwendet werden, sofern die zu clusternden Daten auf ähnliche Wertebereiche normiert sind [82]. Aus diesem Grund wird im weiteren Verlauf stets der einfache Standardfall (3.9) verwendet.

Ziel der Clusterung ist das Finden von Datenhäufungen. Die Clusterzentren werden daher so positioniert, dass sie in Regionen liegen, in welchen viele Daten vorhanden sind. Bei dem Ziel einer regelungsorientierten Modellbildung erscheint dies als zielführend. Der Hintergrundgedanke ist hierbei, dass Bereiche, in denen viele Daten vorliegen, für den Betrieb des

Systems relevanter sind. Aus diesem Grund sollten hier auch möglichst gute Teilmodelle erzeugt werden, um in Folge auch gute lokale Regler zu erhalten.

Weiter gehende Informationen zur Clusterung finden sich in [6, 15]. Die unscharfe Fuzzy-Clusterung wird tiefer gehend behandelt in [8, 9, 39]. Der Nutzen der Fuzzy-Clusterung zum Zwecke der Modellbildung wird beispielsweise in [1, 5] besprochen.

### 3.3.2 Parameterschätzung linearer/affiner Modelle

Zur Schätzung der Parameter der in Abschnitt 3.2 vorgestellten Modellansätze werden in der Praxis hauptsächlich Varianten der Methode der kleinsten Quadrate („Least Squares Method“, LS) verwendet. Dabei können die Parameter (affiner) ARX-Modelle (3.5) mittels LS direkt geschätzt werden, da das Schätzproblem LiP ist. Die Schätzung des Parametervektors  $\Theta$  mittels LS erfolgt dann nach

$$\Theta = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T y, \quad (3.10)$$

wobei der Parametervektor definiert ist mittels der Parameter aus (3.5) als

$$\Theta = [a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_m, f_0]^T. \quad (3.11)$$

Die Regressionsmatrix  $\Phi$  in (3.10) wird definiert als

$$\Phi = \begin{bmatrix} -y(k-1) & \cdots & -y(k-n) & u(k-1) & \cdots & u(k-m) & 1 \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ -y(k-N) & \cdots & -y(k-N-n+1) & u(k-N) & \cdots & u(k-N-m+1) & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.12)$$

wobei  $n > m$  ist,  $N = N_{\text{ges}} - n$  die Anzahl der Gleichungen und  $N_{\text{ges}}$  die Anzahl der gemessenen Datenpunkte. Eine Erweiterung auf Systeme mit (bekannter) Totzeit  $\tau$  ist durch eine Hinzunahme in die Argumente von  $u(k-j)$  in  $\Phi$  möglich.

Für die Parameterschätzung von ARMAX- oder OE-Modellen wird in der Praxis meist zunächst ein ARX-Modell geschätzt und dieses im Anschluss über nichtlineare Optimierungsverfahren entsprechend der gewünschten Struktur optimiert. Häufig wird dazu das RLS [71] verwendet.

### 3.3.3 Parameterschätzung lokaler linearer/affiner Modelle

Die Parameter der lokalen Teilmodelle können mittels der üblichen Methoden zur Parameterschätzung ermittelt werden (siehe Abschnitt 3.3.2). Um die lokalen Modelle voneinander zu separieren, können die Messdaten mit einer MSF gewichtet werden. Grundsätzlich können mittels einer Gewichtung beliebige Datenpunkte mehr oder weniger stark in die Schätzung eingebracht werden. So ist es möglich bestimmte Messdaten aus der Schätzung herauszuhalten oder deren Einfluss abzuschwächen. Häufig wird für die Gewichtung der Messdaten die gleiche FBF verwendet, die auch für die Modellauswertung genutzt werden soll. Übliche FBFs werden in Abschnitt 2.1.3 genannt. Folgende Gleichung beschreibt die Schätzung mittels der Methode der gewichteten kleinsten Quadrate („Weighted Least Squares“, WLS):

$$\Theta = (\Phi^T W \Phi)^{-1} \Phi^T W y, \quad (3.13)$$

Dies erzeugt jedoch nicht zwangsläufig Modelle, die als lokale Linearisierungen des nicht-linearen Systems interpretierbar sind. Für einen PDC-Reglerentwurf ist es jedoch optimal, wenn die lokalen Teilmodelle als lokale Linearisierungen interpretierbar sind [45]. Die Verwendung von Gaussglocken-förmigen Gewichtungsfunktionen in den Gewichtungsmatrizen  $W_i$  ermöglicht eine bessere Interpretierbarkeit der resultierenden Modelle als lokale Linearisierung, da die Datenpunkte um ein Zentrum herum stark gewichtet werden und der Einfluss weiter entfernter Messwerte stetig sinkt. Abbildung 3.6 illustriert dies anhand der nichtlinearen Beispielfunktion

$$y = 3x^2 - 1,2x + 0,2, \quad (3.14)$$

die an  $n = 100$  gleichverteilten Punkten im Wertebereich  $x \in [0, 1]$  abgetastet wurde. Die Unschärfe für die FCM-basierten Gewichtungen (2.9) ist  $\nu = 1,2$ , für die Gaussglocken-förmigen Gewichtungsfunktionen (2.11) ist  $\sigma = 1/16$ . Die Zentren wurden manuell platziert und liegen jeweils bei  $x_1 = 0,4$  und  $x_2 = 0,8$ . In [86] wird dies an einem weiteren Beispiel illustriert. Es wird deutlich, dass sowohl die Steigung, als auch der Offset, im Sinne einer lokalen Linear-

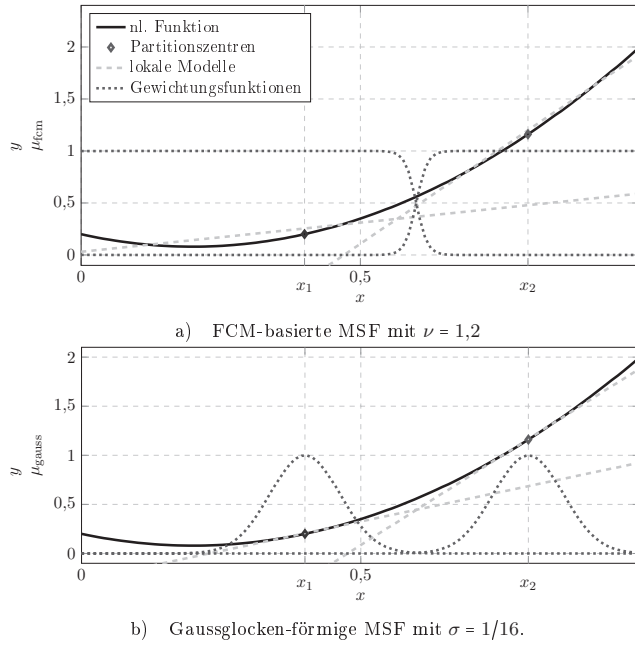


Abbildung 3.6.: Die identifizierten lokalen Modelle für die nichtlineare Funktion (3.14) mit Zentren bei jeweils  $x_1 = 0,4$  und  $x_2 = 0,8$ . Zusätzlich dargestellt sind die zur Parameterschätzung verwendeten Gewichtungen.

sierung, fehlerhaft geschätzt werden können, wenn eine FCM-basierte Gewichtungsfunktion gewählt wird. Allerdings ist die globale Approximationsgüte in diesem Fall besser.

Eine stärkere Gewichtung von Daten, welche zentrumsnah sind, erzeugt eine stärkere Anpassung an das zentrumsnahe Verhalten des Systems. Eine Linearisierung um einen Arbeitspunkt geht stets einzig aus dem Verhalten des Systems in diesem Punkt hervor und ist somit die „lokalste“ aller Möglichkeiten. Daher erscheint eine Gewichtung mittels Gaussglocken-förmiger Gewichtungsfunktionen zielführend, wenn lokale Modelle gewünscht sind, welche als lokale Linearisierungen des Originalsystems interpretierbar sein sollen. Die Wahl des Weitenparameters  $\sigma$  bietet hierbei eine Anpassungsmöglichkeit an die vorliegenden Daten. So kann eine zu spärliche Abdeckung des Raums mit Datenpunkten durch die Wahl eines größeren Werts für  $\sigma$  kompensiert werden. Je größer dieser Wert, desto stärker werden Datenpunkte in der Schätzung gewichtet, welche weiter vom Zentrum entfernt sind. Wird  $\sigma$  zu klein gewählt,

kann es bei der Schätzung in (3.13) zu Problemen kommen, da die Inverse einer schlecht konditionierten Matrix gebildet werden müsste. Dies geschieht, wenn zu wenige Datenpunkte für die Schätzung verwendet werden. In den hier untersuchten Fällen hat sich  $\sigma = 1/16$  stets als brauchbarer Wert erwiesen, weshalb er auch im Weiteren verwendet wird, da für die Berechnung der MSFs auch in auf  $[0, 1]$  normierten Räumen gearbeitet wird. Es ist zu beachten, dass dieser Wert bei anders skalierten Daten ggf. angepasst werden muss.

### 3.3.4 Transformation identifizierter Takagi-Sugeno-Fuzzy-Modelle in Zustandsraumdarstellung

Um die in Abschnitt 2.2 vorgestellte Reglerentwurfsmethode anwenden zu können, werden lokal affine Modell in Zustandsraumdarstellung (ZR) benötigt. Die Ansätze aus Abschnitt 3.2 liefern jedoch Ein-Ausgangs-Beschreibungen (EA). Die hier verwendeten lokalen ARX-Modelle mit affinem Term lassen sich jedoch so umschreiben, dass sich SISO-ZR-Darstellungen in Beobachter-Normalform ergeben. In [2] wird diese Darstellung in Abschnitt A.3.4 explizit besprochen, nur ohne affinen Term. Dieser wird in der hier verwendeten Form in der Dynamikgleichung als Vektor  $\mathbf{f}_0$  ergänzt. Dafür wird folgender Zustandsvektor verwendet:

$$\mathbf{x}(k) = [y(k-n), \dots, y(k-2), y(k-1)]^T. \quad (3.15)$$

Es resultieren die Matrizen

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & -a_{n,i} \\ 1 & 0 & \cdots & -a_{n-1,i} \\ 0 & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & -a_{1,i} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n} \quad (3.16)$$

$$\mathbf{B}_i = [b_{n,i}, \dots, b_{m,i}, \dots, b_{1,i}]^T \in \mathbb{R}^{n \times 1} \quad (3.17)$$

$$\mathbf{C}_i = [0, \dots, 0, 1] \in \mathbb{R}^{1 \times n} \quad (3.18)$$

$$\mathbf{f}_{0,i} = [0, \dots, 0, f_{0,i}]^T \in \mathbb{R}^{n \times 1}. \quad (3.19)$$

Falls  $n > m$ , ist  $b_{j,i} = 0 \forall j = \{n, n-1, \dots, m+1\}$ . Die ersten  $m+1$  Elemente des Vektors  $\mathbf{B}_i$  sind also 0, wenn  $n > m$  ist. Wird der Driftterm  $\mathbf{f}_{0,i}$  so geschätzt, wie in Abschnitt 3.3.3 angegeben, so hat er als Bezugssystem das globale Koordinatensystem. Da die lokalen Regler in ihren jeweiligen lokalen Koordinatensystemen arbeiten, muss der Driftterm für die Reglerauslegung noch in das jeweilige lokale Bezugssystem transformiert werden. Dies geschieht mittels der Gleichung

$$\mathbf{f}_{0,i,\text{lok}} = \mathbf{f}_{0,i,\text{glob}} + \mathbf{A}_i \mathbf{x}_{\text{EP},i} + \mathbf{B}_i \mathbf{u}_{\text{EP},i}, \quad (3.20)$$

wobei hier  $\mathbf{f}_{0,i,\text{glob}} := \mathbf{f}_{0,i}$  aus (3.19). Es folgt eine ZR-Darstellung in Beobachter-Normalform plus ein affiner Term:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{x}_i(k+1) &= \mathbf{A}_i \Delta \mathbf{x}_i(k) + \mathbf{B} \Delta u_i(k) + \mathbf{f}_{0,i,\text{lok}} \\ \mathbf{y}_i(k) &= \mathbf{C}_i \Delta \mathbf{x}_i(k). \end{aligned} \quad (3.21)$$

Dabei sind die Deltagrößen definiert wie in Abschnitt 2.1.2 angegeben. Es ist zu beachten, dass  $\mathbf{y}_i(k)$  hier nicht als Deltagröße angegeben wird, da der Bezug zum lokalen Koordinatensystem implizit bereits in  $\Delta \mathbf{x}_i(k)$  enthalten ist (siehe auch (2.13) und (2.14)). Die lokalen Modelle (3.21) lassen sich nun zum Reglerentwurf nach Abschnitt 2.2 nutzen. Es ist hier ggf. darauf zu achten, dass für den zeitdiskreten Reglerentwurf (auch für die Vorsteuerung) eine andere Wahl der Pole notwendig ist (innerhalb des Einheitskreises). Die Methoden sind ansonsten jedoch direkt übertragbar.

### 3.4 Regelungsorientierte Identifikation

Als „Identification for Control“ (regelungsorientierte Systemidentifikation) wird ein Zweig der Systemidentifikation bezeichnet, der darauf ausgelegt ist, mit dem resultierenden Modell einen Regler zu entwerfen, der das zugrunde liegende System möglichst optimal regelt [24]. Die Hauptüberlegung ist, dass ein System bei beschränktem Aufwand niemals perfekt identifiziert werden kann. Daher muss der betriebene Aufwand im Falle der regelungsorientierten Modellbildung optimale Ergebnisse für die Reglererstellung liefern und nicht beispielsweise



für die Simulation [20, 22]. Dafür muss die Gesamtmodellgüte nicht zwangsläufig das Hauptkriterium sein. Das folgende Beispiel illustriert dies an einem einfachen, linearen System:

Das lineare System

$$G_S(s) = \frac{1}{1+s} \quad (3.22)$$

kann durch das Modell

$$G_M(s) = \frac{1}{s} \quad (3.23)$$

im Allgemeinen nicht optimal beschrieben werden. In Abbildung 3.7 sind die zugehörigen Bodediagramme der beiden Übertragungsfunktionen dargestellt. Werden beide Systeme jedoch im geschlossenen Regelkreis mit einem P-Regler betrieben, so nähert sich das Verhalten des geschlossenen Kreises mit steigender Verstärkung des Reglers immer weiter an. Bereits bei  $K = 10$  lassen sich im Bodediagramm nur noch sehr kleine Abweichungen feststellen, wie Abbildung 3.8 zeigt. Dies zeigt sich auch bei Betrachtung der resultierenden Übertragungsfunktionen

$$G_{S,CL}(s) = \frac{K}{K+s} \quad (3.24)$$

und

$$G_{M,CL}(s) = \frac{K}{K+1+s}. \quad (3.25)$$

Offensichtlich fällt der Unterschied kleiner aus, je größer  $K$  wird.

Mittels der Abbildungen 3.7 und 3.8 lässt sich auch erklären, warum es für die regelungsorientierte Systemidentifikation Frequenzbereiche gibt, die relevanter sind. So hätte ein Fehler bei der Identifikation der Durchtrittsfrequenz große Auswirkungen auf das Verhalten des geregelten Systems, da es zu einer Verschiebung der Knickfrequenz im geschlossenen Regelkreis („Closed Loop“, CL) käme. In niedrigeren und höheren Frequenzbereichen wäre der Einfluss einer Abweichung dagegen geringer. Die Modellgenauigkeit sollte somit in der Nähe der Durchtrittsfrequenz möglichst hoch sein [42]. Intuitiv wird dies auch klar, da die Amplitudenreserve (Betragswert im Frequenzgang der offenen Wirkungskette („Open Loop“, OL) bei der Durchtrittsfrequenz) die Stabilitätseigenschaften im CL bestimmt [71].

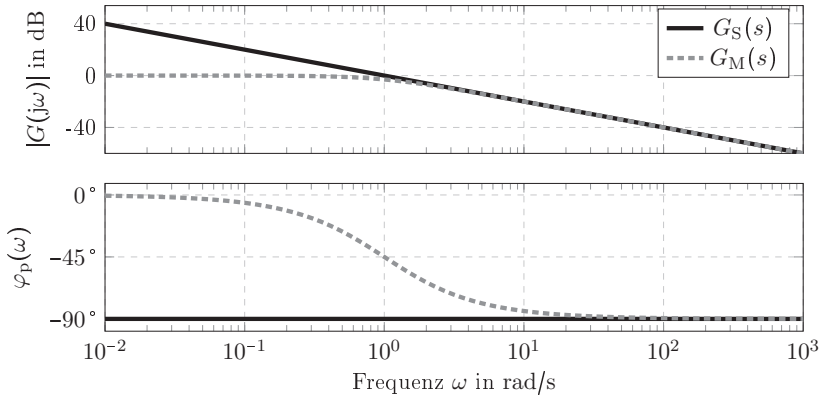


Abbildung 3.7.: Bodediagramm der beiden Übertragungsfunktionen (3.22) und (3.23) (offene Wirkungskette).

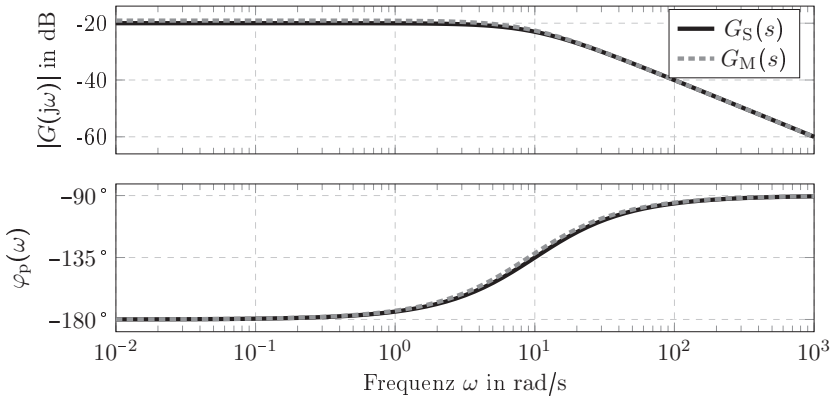


Abbildung 3.8.: Bodediagramm der beiden Übertragungsfunktionen (3.24) und (3.25) für  $K = 10$  (geschlossener Regelkreis).

Eine weitere relevante Beobachtung aus der regelungstechnischen Praxis ist, dass viele nichtlineare Systeme sehr gut mit linearen Reglern betrieben werden können. Der Regelkreis bewirkt hier häufig eine Abschwächung des nichtlinearen Verhaltens, so dass es ausreichend sein kann einen linearen Regler zu verwenden, zumindest im Umfeld eines Betriebspunktes.

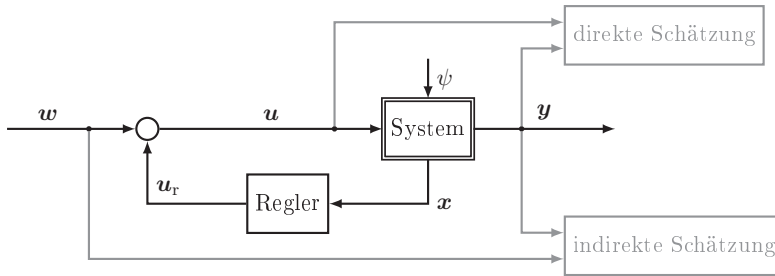


Abbildung 3.9.: Schema der direkten sowie der indirekten Parameterschätzung im CL mit Zustandsrückführung.

### 3.4.1 Closed-Loop-Identifikation linearer/affiner Systeme

Resultierend aus den Ergebnissen der Identification for Control (siehe vorangegangener Abschnitt) kann die Identifikation im geschlossenen Regelkreis genutzt werden, um die Bereiche eines Systems möglichst stark anzuregen, die für den Reglerentwurf besonders relevant sind.

Die Identifikation im geschlossenen Regelkreis bietet unter anderem den Vorteil, dass auch instabile Systeme identifiziert werden können. Hierfür können beispielsweise ARX- oder ARMAX-Modelle verwendet werden. Mit Ausgangsfehlermodellen, wie beispielsweise OE-Modellen, können keine instabilen Systeme identifiziert werden (siehe Abschnitt 3.2.3).

Grundlegend unterscheidet man bei der CL-Identifikation zwischen direkter und indirekter Identifikation. Die direkte Methode nutzt zur Parameterschätzung die Ein- und Ausgangssignale des Systems  $u$  bzw.  $y$ . Bei der indirekten Methode werden die vorgegebene Sollgröße  $w$  sowie der Systemausgang  $y$  verwendet, wobei der Regler bekannt sein muss und dann dessen Einfluss herausgerechnet wird. Abbildung 3.9 zeigt schematisch die verwendeten Signale sowohl für die direkte, wie auch für die indirekte Methode bei Verwendung eines Reglers mit Zustandsrückführung. Mit einer Ausgangsrückführung ändert sich an den zur Schätzung verwendeten Signalen nichts. Häufig wird die indirekte Identifikationsmethode nicht empfohlen, unter anderem, da Rauscheinflüsse sehr große Auswirkungen auf das Schätzergebnis haben können. Der Grund dafür liegt in der notwendigen Berechnung der Inversen einiger

Matrizen, welche schlecht konditioniert sein können. Beispielshaft wird dies im Folgenden für die Schätzung des Driftterms gezeigt.

Die indirekte Identifikation bei Verwendung einer Driftkompensation wie in Abschnitt 2.3.1 führt zu erheblichen Einflüssen auf die Schätzung des Driftterms: Für ein affines System mit der Dynamikgleichung

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{f}_0 \quad (3.26)$$

folgt – für den Fall eines rein linearen/affinen Reglers – mit dem Regelgesetz (2.30) im CL die Dynamikgleichung

$$\mathbf{x}(k+1) = \underbrace{(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}^T)}_{\mathbf{A}_{CL}} \mathbf{x}(k) + \underbrace{\mathbf{B}\mathbf{V}}_{\mathbf{B}_{CL}} \mathbf{w}(k) + \underbrace{\mathbf{f}_0 - \mathbf{B}\mathbf{B}^\dagger \mathbf{f}_0}_{\mathbf{f}_{0,CL}}. \quad (3.27)$$

Bei der indirekten Methode würden nun die Werte für die Parameter  $\mathbf{A}_{CL}$ ,  $\mathbf{B}_{CL}$  sowie  $\mathbf{f}_{0,CL}$  geschätzt, woraufhin mit Kenntnis der Werte von  $\mathbf{K}^T$  sowie  $\mathbf{V}$  die Parameter  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  und  $\mathbf{f}_0$  des ursprünglichen Systems geschätzt werden könnten. Die Rückumstellung für den Parameter  $\mathbf{f}_0$  kann jedoch Probleme bereiten, da  $\mathbf{B}\mathbf{B}^\dagger \approx \mathbf{I}$  gilt. Insbesondere bei gut kompensierbarem Driftterm wird dieses Problem noch verstärkt, da dann  $\mathbf{f}_{0,CL} \approx \mathbf{0}$  ist. Dies führt bei der Umstellung nach  $\mathbf{f}_0$  zu

$$\mathbf{f}_{0,CL} = \mathbf{f}_0 - \mathbf{B}\mathbf{B}^\dagger \mathbf{f}_0 \quad (3.28)$$

$$\mathbf{f}_{0,CL} = \mathbf{f}_0 (\mathbf{I} - \mathbf{B}\mathbf{B}^\dagger) \quad (3.29)$$

$$\mathbf{f}_0 = \mathbf{f}_{0,CL} \underbrace{(\mathbf{I} - \mathbf{B}\mathbf{B}^\dagger)^{-1}}_{\approx \mathbf{0}}, \quad (3.30)$$

was offensichtlich zu Problemen bei Berechnung der Inversen der Matrix  $\mathbf{I} - \mathbf{B}\mathbf{B}^\dagger$  führen kann. Selbst wenn diese Matrix nicht singulär ist, so ist die Inverse dennoch sehr sensitiv auf alle Änderungen, die beispielsweise durch Rauscheinflüsse bei der Schätzung von  $\mathbf{B}$  aufgetreten sind. Dies liegt daran, dass  $\mathbf{B}\mathbf{B}^\dagger$  gerade den Term darstellt, welcher mit gegebener Matrix  $\mathbf{B}$  den minimalen Abstand von der Einheitsmatrix  $\mathbf{I}$  hat, wodurch die Determinante von  $\mathbf{I} - \mathbf{B}\mathbf{B}^\dagger$  minimal wird. Wegen der Invertierung dieses Terms in (3.30) resultieren aus kleinen

Änderungen in  $\mathbf{B}$  große Änderungen in  $\mathbf{f}_0$ . Daraus wiederum folgt, dass die resultierende Schätzung des Parameters  $\mathbf{f}_0$  wenig sicher ist. Alternativ könnte statt mit  $\mathbf{f}_{0,CL} = \mathbf{f}_0 - \mathbf{B}\mathbf{B}^\dagger \mathbf{f}_0$  auch mit  $\mathbf{f}_{0,CL} = \mathbf{f}_0 - \mathbf{B}\mathbf{u}_{\text{aff}}$  gerechnet werden. Dabei berechnete sich  $\mathbf{u}_{\text{aff}}$  jedoch mittels der zuvor geschätzten Werte von  $\mathbf{f}_0$ , was die Schätzung der aktuellen Werte ebenfalls beeinflusst.

Auch wenn unter bestimmten Umständen ein indirekt identifiziertes Modell die besseren Regler erzeugt [93], wird wegen der problematischen Schätzung im weiteren Verlauf stets die direkte Schätzmethode verwendet. Die direkte Schätzmethode hat keine solchen Probleme mit der Schätzung der Systemparameter, auch nicht des Driftterms. Zudem ist es bei dieser nicht relevant, wie gut der Driftterm des Systems durch den Regler tatsächlich kompensierbar ist.

#### 3.4.2 Iterative Identifikation von Takagi-Sugeno-Fuzzy-Modellen

Für lineare Systeme wurde gezeigt, dass sich ein iteratives Vorgehen bei der Identifikation vorteilhaft auswirken kann, wenn das Ziel ein Reglerentwurf ist [37]. Im Falle nichtlinearer Systeme lässt sich ebenfalls iterativ vorgehen. Ein solcher iterativer Identifikationsansatz mit dem Ziel einer Reglererstellung kann den Methoden der adaptiven Regelung zugeordnet werden [56, 91]. Im vorgestellten Fall wird zwar ein Systemmodell erstellt, dieses läuft jedoch nicht online mit. Daher handelt es sich um eine geregelte Adaption ohne Vergleichsmodell. Die Adaption geschieht durch die Identifikation, mit welcher die Reglerparameter angepasst werden. Der hier genutzte Ansatz wird im Folgenden skizziert, er ist in Abbildung 3.10 schematisch dargestellt.

Der erste Schritt ist eine Systemidentifikation in der offenen Wirkungskette, aus der ein Prädiktionsfehler-basiertes Modell erstellt wird. Die Partitionierung erfolgt mittels des FCM-Cluster-Algorithmus (siehe Abschnitt 3.3.1), wobei die resultierenden Clusterzentren als Partitionszentren genutzt werden. Hier wäre auch eine andere Wahl möglich, die Nutzung der Clusterzentren erscheint aber sinnvoll, da hier die größte Datendichte vermutet werden kann, wodurch eine möglichst genaue Schätzung um diese Position herum möglich ist (vgl. Abschnitt 3.3.3). Die lokalen Modelle werden in ARX-Struktur identifiziert. Dieses Modell wird

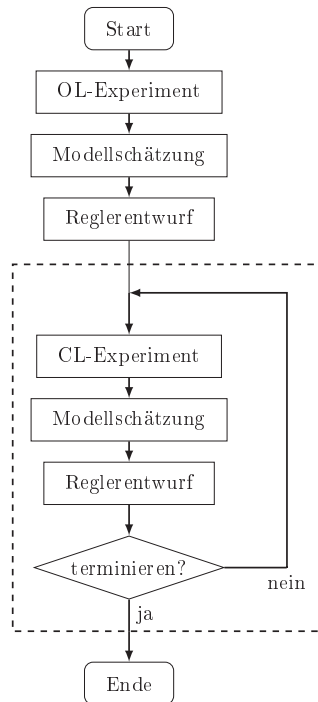


Abbildung 3.10.: Ablaufdiagramm einer regelungsorientierten Systemidentifikation. Der iterative Ablauf befindet sich im gestrichelten Kasten [83].

verwendet, um einen Initialregler für die Identifikation im geschlossenen Regelkreis zu entwerfen.

Mit diesem Regler werden nun Identifikationszyklen im geschlossenen Regelkreis gestartet. In jeden Zyklus wird dabei ein neues Modell identifiziert, aus dem ein neuer Regler erstellt wird. Die Partitionszentren werden dabei in jedem Zyklus neu mittels Clusterung bestimmt. Auch hier gäbe es andere Möglichkeiten, wie beispielsweise ein Festhalten der Zentren über alle Zyklen hinweg. Dies erscheint aber nur dann als sinnvoll, wenn bestimmte Betriebsbereiche, in denen lokale Modelle erzeugt werden sollen, im Voraus bekannt sind. Durch die stetige Anpassung an die neu erzeugten Daten, wird die Lage der lokalen Modelle an das tatsächlich vorliegende Betriebsszenario angepasst. Die resultierenden Regler werden anschließend im nächsten Zyklus eingesetzt. Abgebrochen wird der iterative Zyklus,

sobald sich der quadratische Regelfehler (2.36) in zwei aufeinander folgenden Zyklen nicht verbessert.

## 3.5 Testsignale zur Systemidentifikation

In der Theorie ist die Wahl des Testsignals für lineare Systeme mit einem Ein- und einem Ausgang (Single-Input – Single-Output (SISO)) recht einfach. Da lediglich alle Frequenzen abgedeckt sein müssen, genügt ein einfacher Sprung, um das System vollständig anzuregen. Existieren Störungen, so kann mittels mehrfacher Sprünge vom Minimal- auf den Maximalwert der Eingangsgröße und zurück das Systemverhalten bestmöglich ermittelt werden [26, 27]. Bei einem linearen System wird dies oft mittels eines Pseudo-Rausch-Binär-Signals („Pseudo-Random Binary Sequence“, PRBS) erreicht [25, 74].

In der Praxis gibt es jedoch auch hier Effekte, die berücksichtigt werden müssen. So wirkt sich beispielsweise eine interne Rückkopplungsschleife auf die Identifikation aus, so dass es sinnvoll sein kann, andere Testsignale zu verwenden (siehe [14, 98]). Dies stellt auch eine Gemeinsamkeit mit der Identification for Control dar. Auch Nichtlinearitäten spielen eine entscheidende Rolle bei der Wahl des Testsignals. Bei nichtlinearen Systemen müssen nicht nur alle Frequenzen, sondern auch alle Amplituden im Eingangssignal enthalten sein, was jedoch realistisch nicht machbar ist. Ebenso spielen eine unbekannte Modellordnung/-struktur, mehrere Systemein- und -ausgänge (Multi-Input – Multi-Output (MIMO)) oder eine nicht genau bestimmbare Abtastzeit eine Rolle bei der Wahl des Testsignals. Hinzu kommt bei einer Identifikation im CL, dass der Systemeingang selbst i. d. R. nicht direkt vorgegeben werden kann. Es wird daher meist ein Sollwertverlauf vorgegeben, durch welchen das geregelte System möglichst gut angeregt werden soll. Hierbei ist zu berücksichtigen, dass durch die Reglerückkopplung das vorgegebene Signal gefiltert wird. Es ist also ggf. nicht möglich, das System in allen Betriebsbereichen anzuregen, welche im OL möglich wären. Daher beschäftigt sich das Optimale Testsignal-Design („Optimal Experimental Design“, OED) mit der Optimierung von Testsignalen für dynamische Systeme (siehe beispielsweise [19, 23, 76]).

Vielfach für die Identifikation nichtlinearer Systeme verwendete Signale sind beispielsweise Multi-Step-Signale, zu denen auch Amplitudenmodulierte Pseudo-Rausch-Binär-Signals

(„Amplitude modulated Pseudo-Random Binary Sequence“, APRBS) gehören. Ebenfalls gebräuchlich sind Multi-Sinus-Signale [70], welche jedoch aufgrund ihrer Variabilität eine hohe Belastung für den Prozess darstellen können. Ist tiefergehendes Prozesswissen vorhanden, können auch speziellere Entwurfs- oder Optimierungsverfahren für die Testsignale verwendet werden [17]. Auch für die Identifikation im geschlossenen Regelkreis existieren Methoden zur Optimierung von Testsignalen [14, 36], diese sind jedoch auf lineare Systeme zugeschnitten. Eine Übersicht über die üblichen Testsignale geben beispielsweise [57, 90].

### **3.6 Abschnittszusammenfassung**

In diesem Kapitel wurden die notwendigen Grundlagen der Systemidentifikation zusammenfassend dargestellt (Abschnitt 3.1). Anschließend wurden in Abschnitt 3.2 unterschiedliche, häufig zur Identifikation genutzte, Modelltypen vorgestellt und in Abschnitt 3.3 die Identifikation von Fuzzy-TS-Modellen besprochen. In Abschnitt 3.4 wird explizit auf eine regelungsorientierte Identifikation eingegangen, wobei auch ein iteratives Identifikationsschema vorgestellt wird (siehe Abschnitt 3.4.2). Abschließend wurden in Abschnitt 3.5 Testsignale zur Identifikation besprochen.





# 4 Fallstudien

---

*Wenn man es nur versucht, so geht's,  
Das heißt mitunter, doch nicht stets.*

— WILHELM BUSCH

Um die Effekte zu illustrieren, die beim Regeln und Identifizieren eines nichtlinearen Systems mit den vorgestellten Methoden entstehen können, werden drei Fallstudien durchgeführt. Zunächst wird mit einem inversen Pendel ein Stabilisierungsproblem untersucht. Hier wird keine Identifikation durchgeführt, sondern es werden die Auswirkungen der Driftkompensation auf die Stabilisierbarkeit beispielhaft an einem instabilen inversen Pendel dargestellt. Diese Fallstudie ist eine Erweiterung der in [83] durchgeführten Studie und ist in Abschnitt 4.1 zu finden.

Im zweiten Beispiel wird das iterative Identifikationsschema an einem Fahrzeuglängsdynamikmodell erster Ordnung (beschrieben in [44, 84, 85]) untersucht. Hierbei steht die Anschaulichkeit der Effekte und die Änderung der Modellkennflächen über die Identifikationszyklen im Vordergrund. Es handelt sich um ein typisches Festwertregelungsproblem mit veränderlichem Sollwert. Die zugehörige Fallstudie findet sich in Abschnitt 4.2.

Die dritte Fallstudie in Abschnitt 4.3 untersucht die Auswirkungen des Identifikationsschemas auf ein nichtlineares System dritter Ordnung. Als erster Teil dieser Fallstudie wird in Abschnitt 4.3.4 die Umsetzbarkeit auf das System in der Simulation demonstriert (siehe [85]). Der zweite Teil der Fallstudie in Abschnitt 4.3.6 zeigt die Anwendung der Methoden

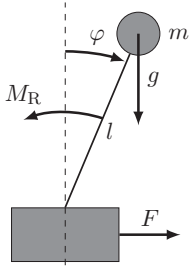
an einem realen Laboraufbau eines Drei-Tank-Systems (siehe [86]). Da die identifizierten Zustandsgrößen nicht direkt messbar sind, kommt sowohl für die Simulation als auch für die Experimente am Laboraufbau ein lokal affiner Beobachter (vgl. Abschnitt 2.3.3) zum Einsatz. Hier sollen durch die komplexere Dynamik sowie den Einfluss realer Störeffekte die Anwendbarkeit unter realen Bedingungen und die Verallgemeinerbarkeit des Ansatzes untersucht werden. Außerdem können durch den längeren Betrieb in transienten Bereichen Effekte untersucht werden, die durch eine Driftkompensation entstehen. Diese Fallstudie führt somit alle vorgestellten Methoden zusammen.

Das übliche Überprüfen der Modelle mittels Validierungsdaten ist hier nicht unbedingt zielführend, da nicht die Modell-, sondern die Regelgüte relevant ist. Somit wäre bestenfalls eine Überprüfung der Regelgüte auf einem Validierungsdatensatz sinnvoll, was beispielsweise in Abschnitt 4.2.3 geschieht. Da jedoch ein Regler – insbesondere im nichtlinearen Fall – meist auf ein bestimmtes Betriebsszenario abgestimmt ist, wäre es auch hier angebracht, den Regler für einen neuen Betriebsfall erneut anzupassen. Aus diesem Grund findet ein Test auf Validierungsdaten nicht bei jeder Fallstudie statt.

### 4.1 Instabiles inverses Pendel

Dieser Abschnitt behandelt die Untersuchung des Reglerverhaltens an einem inversen Pendel unter Vernachlässigung und Berücksichtigung des affinen Driftterms im Regelgesetz. Hierbei wird insbesondere auf die Stabilisierbarkeit des Systems eingegangen. Es soll dabei explizit untersucht werden, welchen Einfluss der Driftterm und dessen Vernachlässigung beziehungsweise Kompensation auf die Stabilisierbarkeit haben können. Dazu wird das Einregelverhalten aus verschiedenen Initialzuständen bei Verwendung verschieden parametrierter Regler untersucht.

Zunächst wird dazu das verwendete Modell des inversen Pendels vorgestellt. Anschließend folgen Vorüberlegungen sowie Angaben zum Reglerentwurf, worauf die Stabilitätsuntersuchung folgt. Abschließend werden die Bewertungsmaße aus Abschnitt 2.4 für verschiedene Initialzustände betrachtet. Diese Fallstudie ist eine erweiterte Betrachtung der in [83] veröffentlichten Untersuchungen.



Symbol	Bedeutung	Wert	Einheit
$l$	Pendellänge	0,30	m
$m$	Pendelmasse	0,15	kg
$r$	Reibungskoeffizient	0,02	N m s
$g$	Erdbeschleunigung	9,81	m/s <sup>2</sup>
$F$	Stellkraft	–	N
$\varphi$	Pendelwinkel	–	°
$M_R$	Trägheitsmoment	–	N m

Abbildung 4.1.: Schemazeichnung des inversen Pendels (links) und seine Parameter/Variablen (rechts).

### 4.1.1 Modellbildung

Die vorgestellten Methoden können verwendet werden, um einen TS-Regler für ein inverses Pendel zu optimieren. Für das inverse Pendel wird ein einfaches nichtlineares Modell mit zwei Zustandsgrößen verwendet:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= f_1(\mathbf{x}, u) = x_2, \\
 \dot{x}_2 &= f_2(\mathbf{x}, u) = \frac{m \cdot g \cdot l}{I} \cdot \sin(x_1) - \frac{r}{I} \cdot x_2 - \frac{l}{I} \cdot \cos(x_1) \cdot u, \\
 y &= x_1,
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

wobei  $\mathbf{x} = [x_1, x_2]^T$ ,  $x_1 = \varphi$ ,  $x_2 = \dot{\varphi}$  und  $I = m \cdot l^2$ . Die Eingangsgröße der Gleichungen ist  $u = F$ . Eine schematische Darstellung sowie die Parameter des Systems sind in Abbildung 4.1 gegeben.

Eine lokale Linearisierung des Systems entsteht daraus mittels der Taylor-Reihen-Entwicklung

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_{1,\text{lin}} &= f_1(\mathbf{x}_{\text{EP}}, u_{\text{EP}}) + \frac{\partial f_1(\mathbf{x}, u)}{\partial \mathbf{x}} \bigg|_{\substack{\mathbf{x} = \mathbf{x}_{\text{EP}}, \\ u = u_{\text{EP}}}} \underbrace{(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\text{EP}})}_{\Delta \mathbf{x}} + \frac{\partial f_1(\mathbf{x}, u)}{\partial u} \bigg|_{\substack{\mathbf{x} = \mathbf{x}_{\text{EP}}, \\ u = u_{\text{EP}}}} \underbrace{(u - u_{\text{EP}})}_{\Delta u} \\
 &\quad + \text{H. O. T.} \tag{4.2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_{2,\text{lin}} = f_2(\mathbf{x}_{\text{EP}}, u_{\text{EP}}) + \frac{\partial f_2(\mathbf{x}, u)}{\partial \mathbf{x}} \bigg|_{\substack{\mathbf{x} = \mathbf{x}_{\text{EP}}, \\ u = u_{\text{EP}}}} \underbrace{(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\text{EP}})}_{\Delta \mathbf{x}} + \frac{\partial f_2(\mathbf{x}, u)}{\partial u} \bigg|_{\substack{\mathbf{x} = \mathbf{x}_{\text{EP}}, \\ u = u_{\text{EP}}}} \underbrace{(u - u_{\text{EP}})}_{\Delta u} \\ + \text{H. O. T.} \end{aligned} \quad (4.3)$$

und der Vernachlässigung der Terme höherer Ordnung („Higher Order Terms“, HOT), so dass sich ein in einem beliebigen EP  $[\mathbf{x}_{\text{EP}}^T, u_{\text{EP}}]^T$  linearisiertes Modell des inversen Pendels aus (4.1) und (4.2) bzw. (4.3) ergibt:

$$\dot{x}_{1,\text{lin}} = \underbrace{x_{2,0}}_{f_1(\mathbf{x}_{\text{EP}}, u_{\text{EP}})} + \underbrace{1}_{\frac{\partial f_1(\mathbf{x}, u)}{\partial x_1}} \cdot \Delta x_2 \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_{2,\text{lin}} = & \underbrace{\frac{m \cdot g \cdot l}{I} \cdot \sin(x_{1,0}) - \frac{r}{I} \cdot x_{2,0} - \frac{l}{I} \cdot \cos(x_{1,0}) \cdot u_{\text{EP}}}_{f_2(\mathbf{x}_0, u_{\text{EP}})} \\ & + \underbrace{\left( \frac{m \cdot g \cdot l}{I} \cos(x_{1,0}) + \frac{l}{I} \sin(x_{1,0}) \cdot u_{\text{EP}} \right)}_{\frac{\partial f_2(\mathbf{x}, u)}{\partial x_1}} \cdot \Delta x_1 \\ & \underbrace{- \frac{r}{I}}_{\frac{\partial f_2(\mathbf{x}, u)}{\partial x_2}} \cdot \Delta x_2 - \underbrace{\frac{l}{I} \cdot \cos(x_{1,0})}_{\frac{\partial f_2(\mathbf{x}, u)}{\partial u}} \cdot \Delta u \end{aligned} \quad (4.5)$$

Aus (4.4) und (4.5) folgen direkt für die linearisierten Systemmatrizen  $\widehat{\mathbf{A}} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ ,  $\widehat{\mathbf{B}} \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$  und die Driftkomponente  $\hat{\mathbf{f}}_0 \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$  die Gleichungen

$$\widehat{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{m \cdot g \cdot l}{I} \cos(x_{1,0}) + \frac{l}{I} \sin(x_{1,0}) \cdot u_{\text{EP}} & -\frac{r}{I} \end{bmatrix}, \quad (4.6)$$

$$\widehat{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{l}{I} \cdot \cos(x_{1,0}) \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad (4.7)$$

$$\hat{\mathbf{f}}_0 = \begin{bmatrix} x_{2,0} \\ \frac{m \cdot g \cdot l}{I} \cdot \sin(x_{1,0}) - \frac{r}{I} \cdot x_{2,0} - \frac{l}{I} \cdot \cos(x_{1,0}) \cdot u_{\text{EP}} \end{bmatrix}. \quad (4.8)$$

Mit  $\widehat{\mathbf{C}} = [1, 0] \ \forall \ \mathbf{x}, u$  kann nun die Modellgleichung eines lokal affinen Modells geschrieben werden als

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \widehat{\mathbf{A}}_i \Delta \mathbf{x}_i + \widehat{\mathbf{B}}_i \Delta u_i + \widehat{\mathbf{f}}_{0,i} \\ y_i &= \widehat{\mathbf{C}}_i \Delta \mathbf{x}_i.\end{aligned}\tag{4.9}$$

#### 4.1.2 Parametrierung

Bevor das physikalische Modell zur Erstellung von TS-Modellen und anschließend TS-Reglern verwendet wird, können noch Vereinfachungen für die Simulation vorgenommen werden. So lässt sich die Partitionierung der ersten Zustandsgröße vernachlässigen, da das Modell des Pendels lediglich im zweiten Zustand Nichtlinearitäten aufweist.

Die Partitionierung des Eingangsgrößenraums von  $u$  wäre durchaus sinnvoll, da diese Größe nichtlinearen Einfluss hat. Im Allgemeinen wird in der Eingangsdimension jedoch nicht partitioniert, da dadurch  $u$  in die Schedulingvariable aufgenommen werden müsste, was zu einem komplizierten Defuzzifizierungsprozess führen würde [89]. Eine Partitionierung in der (System-)Eingangsgröße würde bedeuten, dass zur Berechnung der Stellgröße diese schon bekannt sein müsste, was zu algebraischen Schleifen führen würde. Eine näherungsweise Alternative wäre, die letzte vergangene Eingangsgröße zur Berechnung der aktuellen Stellgröße zu verwenden.

Für die Fallstudie werden vier verschiedene Reglerparametrierungen verglichen, jeweils zwei mit und zwei ohne Driftkompensation, jede Variante davon wiederum mit zwei verschiedenen Polvorgaben. Die lokalen Regelgesetze werden entsprechend (2.30) aus einer Polvorgabe (2.15) mit den identischen Polen für alle lokalen Teilregler  $\lambda_{\text{soll}} = [-2, -3]$  oder  $\lambda_{\text{soll}} = [-3, -4]$ , einer Vorsteuerung nach (2.18) sowie ggf. einer Driftkompensation nach (2.25) zusammengesetzt. Auch in den Fällen ohne Driftkompensation wird eine Vorsteuerung verwendet. Die Akkumulation der Einzelterme geschieht als gewichtete Überlagerung der lokalen Regelgesetze nach (2.31). Die Gewichtung geschieht mittels der FCM-basierten MSFs (2.9) mit einem Unschärfeparameter von  $\nu = 1, 2$ .

Die Simulationen werden mit Fuzzy-Reglern mit drei (TS<sub>3</sub>) und fünf (TS<sub>5</sub>) in  $\mathcal{X} = \{x \in \mathbb{R} \mid -88 \leq x \leq 88\}^\circ$  gleich verteilten Partitionen durchgeführt, wobei die äußeren Partitionszentren auf den Bereichsgrenzen liegen. Somit ist für TS<sub>3</sub>  $x_{EP} \in \{\pm 88; 0\}^\circ$  und für TS<sub>5</sub>  $x_{EP} \in \{\pm 88; \pm 44; 0\}^\circ$ . Außerdem wird ein Regler (TS<sub>5,opt</sub>) verwendet, bei dem zwei EPs weiter außen bei  $x_{EP} \in \{\pm 88; \pm 67,5; 0\}^\circ$  liegen. Die Idee dahinter ist, dass die Steuerbarkeit in den Randregionen schlechter ist und sich schneller ändert, weshalb dort mehr Partitionen platziert werden. Als zusätzlicher Vergleich wird ein rein linearer Polvorgaberegler mit Linearisierungspunkt in der oberen Ruhelage ( $\mathbf{x}_{EP} = [0, 0]^T$ ,  $u = 0$ ) betrachtet.

Hauptziel ist es, den stabilisierbaren Bereich bei unterschiedlichen Reglerparametrierungen ohne und mit Driftkompensation zu vergleichen. Dafür werden für die Regler mit drei und fünf gleichverteilten Partitionszentren Simulationsläufe mit Initialisierungen von  $x_{1,0} \in \{x_1 \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x_1 \leq 90\}^\circ$  (25 gleichverteilte Startwerte) und  $x_{2,0} \in \{x_2 \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x_2 \leq 150\}^\circ/\text{s}$  (3 gleichverteilte Startwerte) durchgeführt. Als stabilisierbar gilt ein Initialzustand dabei, wenn er ohne Durchschwingen des Pendels innerhalb der Simulationszeit von  $t = 5\text{ s}$  in ein Toleranzband von  $\pm 2^\circ$  um die obere Ruhelage bei  $x_1 = 0^\circ$  überführt werden kann. Die Initialwerte  $x_{1,0} = 80^\circ$  und  $x_{2,0} = 0^\circ/\text{s}$  werden gesondert untersucht, um auftretende Effekte zu verdeutlichen.

### 4.1.3 Simulationsergebnisse

Dieser Abschnitt ist gegliedert in die Darstellung der Simulationsergebnisse zum stabilisierbaren Bereich und die Auswertung der Bewertungsmaße. Dabei umfassen die Untersuchungen zum stabilisierbaren Bereich die Darstellung des globalen Stabilisierungsverhaltens aller untersuchten Initialisierungen sowie die detaillierten Ergebnisse einer Beispielinitalisierung zur Verdeutlichung der Effekte.

#### Stabilitätsbetrachtung

Aus den insgesamt 75 Initialisierungen der vier Regler TS<sub>3</sub> und TS<sub>5</sub> jeweils mit und ohne Driftkompensation sowie mit den Polvorgaben  $\lambda_{\text{soll},1} = [-2, -3]$  und  $\lambda_{\text{soll},2} = [-3, -4]$  sind die stabilisierbaren in Abbildung 4.2 dargestellt. Die nicht stabilisierbaren Zustände sind nicht

markiert. Hier sollen nicht die Effekte aus der Lage der EPs, sondern lediglich der Einfluss des Driftterms untersucht werden. Aus diesem Grund werden die Ergebnisse für  $TS_{5,opt}$  nicht dargestellt.

Es ist zu erkennen, dass im Fall einer Vernachlässigung der Driftterme im Regelgesetz (Abbildungen 4.2 a) und 4.2 c)) eine Änderung in der Pollage zu keiner signifikanten Vergrößerung des stabilisierbaren Bereichs führt. In den Fällen mit Driftkompensation (Abbildungen 4.2 b) und 4.2 d)) bewirkt eine Änderung der Pole von  $\lambda_{1,soll} = [-2, -3]$  zu  $\lambda_{2,soll} = [-3, -4]$  eine signifikante Änderung des stabilisierbaren Bereichs für den Regler mit fünf Partitionen ( $TS_5$ ). Zudem fällt auf, dass der Regler mit nur drei Partitionen ( $TS_3$ ), sowohl mit als auch ohne Driftkompensation, einen sehr großen stabilisierbaren Bereich erzeugt. Mit Driftkompensation ist er jedoch noch etwas größer. In Abbildung 4.2 b) fällt insbesondere ein Bereich in der Mitte ins Auge, in welchem  $TS_5$  das System nicht stabilisieren kann. Links und rechts von diesem Bereich stabilisiert dieser Regler das System jedoch. In diesem Gebiet erreicht das geregelte System im Laufe des Ausregelvorgangs einen Bereich, aus dem der Regler es nicht mehr herausbekommt. Links und rechts davon wird dieser Bereich vermieden. Bei Vernachlässigung des Driftterms treten ähnliche Effekte auf (Abbildung 4.2 a)), hier jedoch im kompletten äußeren Bereich. Dies wird im Folgenden an einer Initialisierung mit Reglern mit und ohne Driftkompensation erläutert.

Die zuvor im Großen gezeigten Eigenschaften werden nun an der Beispielinitalisierung  $x_{1,0} = 80^\circ$  und  $x_{2,0} = 0^\circ/s$  mit der Polvorgabe  $\lambda_{1,soll} = [-2, -3]$  verdeutlicht. Während der Regler mit drei Partitionen  $TS_3$  ohne Driftkompensation diese Initialisierung stabilisieren kann, ist dies dem Regler mit fünf Partitionen  $TS_5$  nicht möglich. Mit Driftkompensation führen beide Regler zu einem stabilisierenden Verhalten. Abbildung 4.3 zeigt das Verhalten mit sowie ohne Driftkompensation. Es fällt auf, dass  $TS_3$  mit Driftkompensation deutlich schneller anspricht als ohne (Anschwingzeit  $T_{sr}$ ), allerdings erzeugt er ein Überschwingen, obwohl die vorgegebenen Pole keinen Imaginärteil aufweisen. Dies führt auch zu einer größeren Ausregelzeit  $T_{aus}$ . Bei Erweiterung zu fünf Partitionen fällt im Falle mit Driftkompensation dieses Überschwingen weg. Die Stellgrößen für die beiden Fälle sind in Abbildung 4.4 zu sehen. Eine Betrachtung der einzelnen Komponenten des Reglerausgangs ( $u_r, u_{vor}, u_{aff}$ , sie-



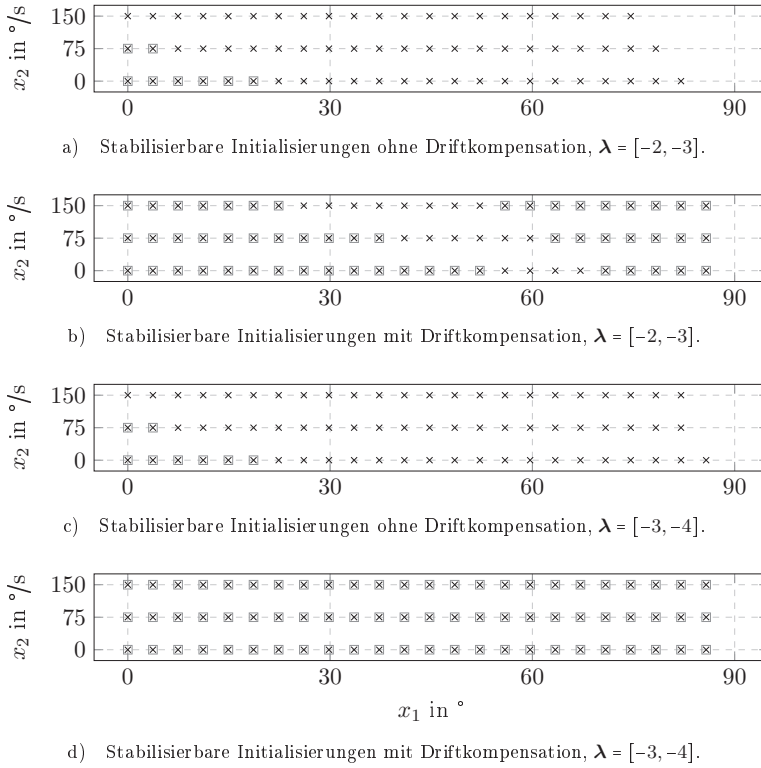


Abbildung 4.2.: Stabilisierbare Initialwerte für das geregelte System mit – in a) sowie c) – und ohne – in b) sowie d) – Driftkompensation. Stabilisierbare Initialwerte unter Verwendung des Reglers mit drei Partitionen sind mit einem schwarzen Kreuz dargestellt ( $\times$ ), die des Reglers mit fünf Partitionen durch ein graues Quadrat ( $\square$ ). [83]

he (2.30)) ist hier nicht hilfreich, da  $u_{\text{vor}}$  und  $u_{\text{aff}}$  konstant sind. Es ist zu erkennen, dass für den Fall mit Driftkompensation die Regler mit drei bzw. fünf Partitionen ähnliche Stellgrößen liefern, während sie im Fall ohne Driftkompensation deutlich auseinanderlaufen. Der Einfluss wird insbesondere dadurch deutlich, dass sich die initialen Stellgrößen der Regler mit und ohne Driftkompensation deutlich unterscheiden – mit Kompensation liegt der Wert von  $u$  bei etwa dem Fünffachen. Zusätzlich ist das unvorhergesehene Verhalten der Stellgröße des Reglers ohne Kompensation in Abbildung 4.4 a) zu erkennen: Ab etwa  $t = 0,30\text{s}$  fällt der Wert für den Regler mit fünf Partitionen kurzzeitig deutlich unter den des anderen

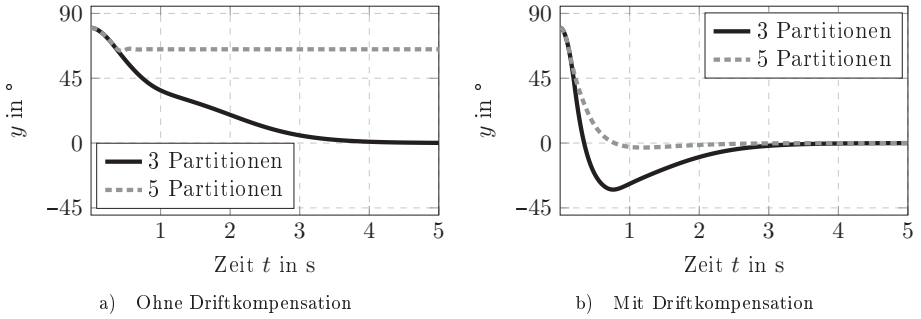


Abbildung 4.3.: Systemausgang bei zwei Reglern. Links ohne, rechts mit Driftkompensation. Initialwert ist  $x_{1,0} = 80^\circ$ ,  $x_{2,0} = 0^\circ/\text{s}$ , Polvorgabe  $\lambda_{1,\text{soll}} = [-2, -3]$ .

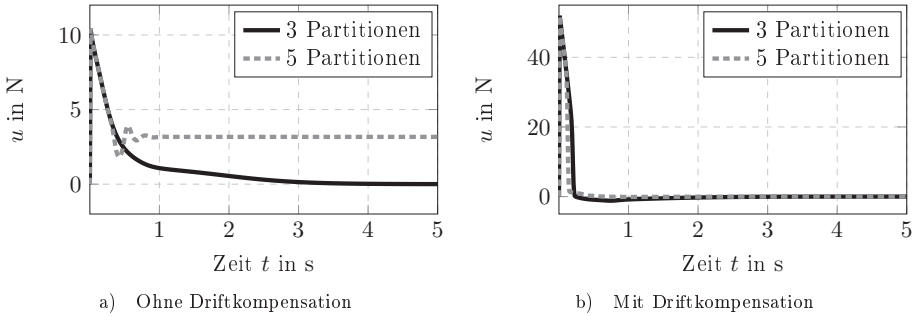


Abbildung 4.4.: Stellgröße von zwei Reglern. Links ohne, rechts mit Driftkompensation. Initialwert ist  $x_{1,0} = 80^\circ$ ,  $x_{2,0} = 0^\circ/\text{s}$ , Polvorgabe  $\lambda_{1,\text{soll}} = [-2, -3]$ .

Reglers. Dadurch kann das System nicht mehr stabilisiert werden, was zu einem konstanten Reglerausgang von  $u \neq 0$  führt.

### Vergleich der Bewertungsmaße

Die Unterschiede zwischen Regelsystemen mit unterschiedlich positionierten Entwicklungspunkten oder unterschiedlicher Anzahl an Partitionen können auch anhand der in Abschnitt 2.4 vorgestellten Bewertungsmaße aufgezeigt werden. Da diese jedoch – insbesondere bei nichtlinearen Systemen – nur für einzelne Trajektorien bzw. Startwerte sinnvoll verglichen werden können, werden zunächst die Simulationsbedingungen festgelegt. Da die Nichtlinearitäten des Systems lediglich durch den Winkel  $x_1 = \varphi$  bedingt wird, wird für die

Simulation die Anfangsgeschwindigkeit mit  $\dot{\varphi} = 0^\circ/\text{s}$  festgelegt und lediglich der Initialwinkel variiert. Für diesen werden die vier Initialwerte  $\varphi_0 \in [25, 45, 60, 80]^\circ$  festgelegt. Um vergleichbare Ergebnisse zu untersuchen, werden nur stabile Regelergebnisse ausgewertet. Da aus den Ergebnissen in Abschnitt 4.1.3 ersichtlich ist, dass bei einer Polvorgabe mit  $\lambda_{\text{soll}} = [-3, -4]$  keine Zwischenbereiche mit Instabilität entstehen, werden diese Pole gewählt. Abbildung 4.5 zeigt die Werte der in Abschnitt 2.4 vorgestellten Bewertungsmaße für die vier zuvor genannten Initialzustände. Dargestellt sind lediglich stabilisierende Simulationen, weshalb der lineare Regler bei den Initialisierungen 3 und 4 nicht abgebildet ist.

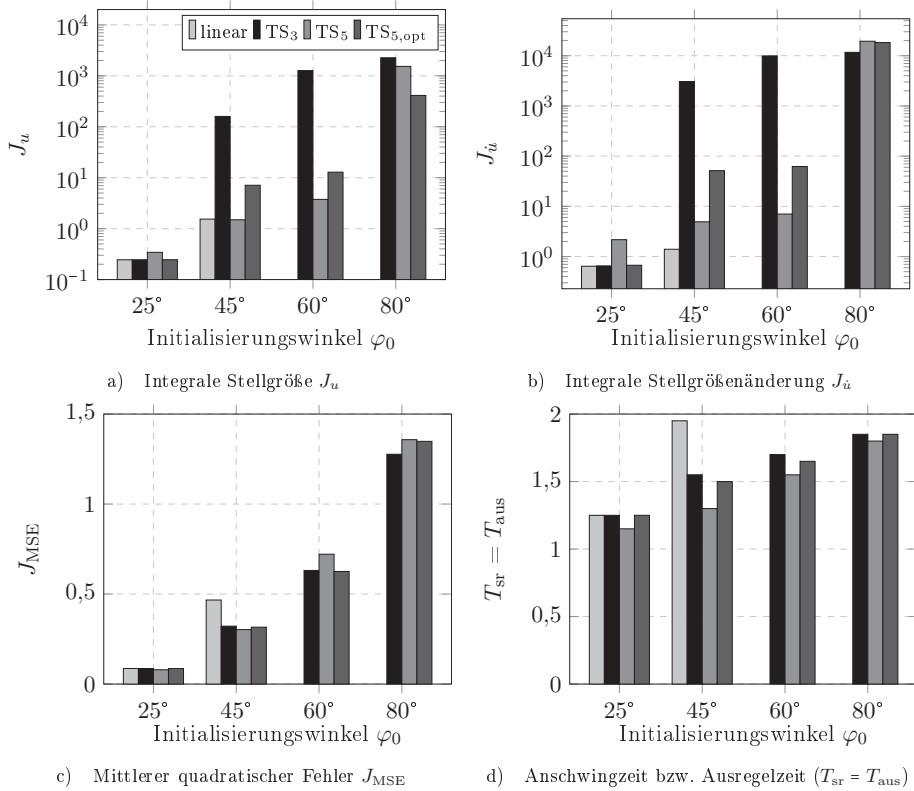


Abbildung 4.5.: Bewertungsmaße für das inverse Pendel. Dargestellt ist jeweils ein Maß pro Diagramm, dabei sind die oberen beiden Diagramme wegen der großen Werteunterschiede logarithmisch dargestellt. Die Initialisierungen sind  $\varphi_0 \in [25, 45, 60, 80]^\circ$ .

Bei der integralen Stellgröße  $J_u$  (Abbildung 4.5 a) ) liegen die Werte der TS-Regler mit fünf unter denen des TS-Reglers mit drei Partitionen, lediglich bei der kleinen Anfangsauslenkung von  $\varphi_0 = 25^\circ$  liefert der Regler mit drei Partitionen etwas geringere Werte. Teilweise unterscheiden sich diese Werte der beiden Regler dabei um zwei Größenordnungen (logarithmische Skalierung der y-Achse). Der Wert für den Regler TS<sub>5</sub> mit fünf gleichverteilten Partitionen liegt dabei im Durchschnitt etwas unterhalb des optimierten Reglers TS<sub>5,opt</sub>; lediglich bei der sehr weit im schlecht steuerbaren Bereich liegenden Initialisierung 4 (bei  $\varphi = 80^\circ$ ) kommt der optimierte Regler mit einem geringeren Wert aus. Der lineare Vergleichsregler ist bei Initialisierung 2 dabei gleichauf mit den Reglern TS<sub>3</sub> und TS<sub>5,opt</sub> und zeigt somit einen geringeren Wert als der TS-Regler mit fünf Partitionen. Für die integrale Stellgrößenänderung  $J_{\dot{u}}$  in Abbildung 4.5 b) ergibt sich ein vergleichbares Bild. Auch hier liegt der Wert des Reglers mit drei durchschnittlich über denen der Regler mit fünf Partitionen, teilweise sogar sehr deutlich (ebenfalls logarithmische Skalierung). Lediglich bei der ersten Initialisierung ( $\varphi_0 = 25^\circ$ ) weist der Regler TS<sub>5</sub> den größten Wert auf. Der lineare Vergleichsregler liefert bei Initialisierung 2 den geringsten Wert. Für den mittleren quadratischen Regelfehler  $J_{\text{MSE}}$  (2.36) ist aus Abbildung 4.5 c) ersichtlich, dass es nur geringe Abweichungen zwischen den verschiedenen Reglern gibt und, dass alle Werte jeweils in der gleichen Größenordnung liegen. Lediglich der lineare Regler ist hier bei Initialisierung 2 etwas schlechter. Die Anschwingzeit  $T_{\text{sr}}$  und Ausregelzeit  $T_{\text{aus}}$  sind in Abbildung 4.5 d) dargestellt. In dem vorliegenden Fall sind diese Zeiten identisch. Es zeigt sich, dass der TS<sub>5</sub> in allen Fällen (knapp) die kürzeste Zeit benötigt. Der Regler TS<sub>5,opt</sub> sowie der Regler TS<sub>3</sub> liegen bei etwa den gleichen Werten. Der lineare Regler benötigt bei Initialisierung 2 die längste Zeit.

#### 4.1.4 Diskussion

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der Simulationsergebnisse zum inversen Pendel aus Abschnitt 4.1 analysiert. Dabei werden in Abschnitt 4.1.4 zunächst die Stabilitätsuntersuchungen und anschließend die Ergebnisse der Bewertungsmaße in Abschnitt 4.1.4 betrachtet.

### Diskussion der Stabilitätsuntersuchung

In Abschnitt 4.1.3 wurde beschrieben, dass das Verhalten des geregelten Systems mit und ohne Driftkompensation sich signifikant unterscheidet. Erklärbar ist dieses Verhalten dadurch, dass der unkompensierte Driftterm des Systems ab einem bestimmten Winkel  $\varphi$  gegenüber den anderen Dynamiken nicht mehr vernachlässigbar ist. In den Teilgebieten um  $\pm 90^\circ$  dominieren die von den Reglern erzeugten Stellgrößen das Regelergebnis, da das System dort schlecht steuerbar ist und von lokalen Reglern somit sehr große Ausgangswerte erzeugt werden. Auf Bereiche, die besser steuerbar sind, jedoch ebenfalls mit einem großen Driftanteil beaufschlagt sind, trifft dies nicht mehr zu. Dort kann der Driftterm einen sehr viel dominanteren Einfluss haben, wodurch er nicht mehr mittels eines einfachen Polvorgabereglers überdeckt werden kann. Dies führt zu den gezeigten Effekten. Bei der Wahl anderer Initialwerte und/oder Pole konnte in manchen Fällen ein ähnlicher Effekt beobachtet werden. Es kann festgehalten werden, dass durch die Berücksichtigung des Driftterms der Stabilitätsbereich der TS-Regler vergrößert werden konnte.

Ein rein linearer Vergleichsregler weist einen größeren Stabilitätsbereich auf, als die TS-Regler mit fünf Partitionen ohne Driftkompensation. Lediglich der TS-Regler mit drei Partitionen stabilisiert das System in einem großen Bereich. Beim TS-Regler mit fünf Partitionen ohne Driftkompensation überwiegt in großen Bereichen die Vernachlässigung des Driftterms, wodurch das System nicht mehr stabilisiert werden kann.

Eine Regelung ohne die Berücksichtigung des Drifts in transienten Regionen birgt unvorhersehbare Effekte. Somit ist eine Bewertung der Simulationen ohne Driftkompensation nicht sinnvoll. Es wäre unklar, ob die so gewonnenen Maßzahlen ein tatsächliches System-/Reglerverhalten widerspiegeln oder ob ein Drifteffekt verantwortlich für das jeweilige Ergebnis ist. Aus diesem Grund werden im Weiteren lediglich Regler mit einer Driftkompensation in den Simulationen verwendet und auch nur solche Ergebnisse zur Auswertung benutzt.

### Diskussion der Bewertungsmaße

Alle vier vorgestellten Bewertungsmaße sind geeignet, um aus Zeitreihen einen skalaren Wert zur Bewertung eines Regelsystems zu generieren. Dabei sind sie unterschiedlich gut geeignet,

um verschiedene Aspekte der Systemdynamik und der Regleraktivität zu bewerten. Sie sind jedoch nicht völlig unabhängig voneinander zu betrachten. So kann eine Trajektorie zwar eine sehr kurze Anstiegszeit aufweisen, falls die Stellgröße dabei jedoch überproportional ansteigt, lässt sich allein aus der Anstiegszeit gegebenenfalls keine Aussage über die Zielerreichung bei der Reglergenerierung ableiten. Hier müssen im Vorfeld genauere Anforderungen an den Regler definiert werden. Der Mittlere quadratischer Fehler („Mean Squared Error“, MSE) ist hilfreich, um ein Maß der mittleren Regelgüte abzuleiten. Für die untersuchten Regler lässt er jedoch keine eindeutige Aussage zu. Dagegen zeigt die Anschwingzeit bzw. Ausregelzeit eine deutliche Tendenz. Da dieses Maß jedoch ohne weiteres Wissen – beispielsweise zu den Stellgrößen – kaum aussagekräftig ist, kann sie hier auch keine signifikante Aussage liefern – insbesondere da die Unterschiede zwischen den einzelnen Reglern relativ klein sind. Aus der Identität von Anschwingzeit und Ausregelzeit hierbei lässt sich schließen, dass für die gewählten Parameter und Initialisierungen kein oder nur ein sehr geringes Überschwingen auftritt.

Insgesamt lässt sich anhand der Fallstudie nicht eindeutig klären, ob es Bewertungsmaße gibt, die zur Beurteilung von Reglern deutlich besser geeignet sind als andere. Die signifikantesten Unterschiede in den Bewertungsmaßen ergeben sich für  $J_u$  sowie  $J_{\dot{u}}$ . Am stärksten unterscheidet sich dabei der Regler TS<sub>3</sub> von den anderen. Er weist für  $J_u$  und  $J_{\dot{u}}$  Werte auf, die um zwei bzw. vier Größenordnungen über denen der anderen liegen. Trotz der großen Stellgrößen erzeugt er jedoch nicht die schnellsten Anschwingzeiten. Diese werden mit dem Regler TS<sub>5</sub> bei gleichzeitig sehr niedrigen Stellgrößen erreicht. Der optimierte Regler TS<sub>5,opt</sub> liefert lediglich bei Initialisierung 4 eine geringere Stellgröße. Dies ist auch der Arbeitsbereich, in dem die lokalen Modelle des optimierten Reglers besser mit dem Originalsystem übereinstimmen, als die der anderen drei Regler, weshalb das Ergebnis nicht überrascht. Allerdings ist er auch für diese Initialisierung nicht der schnellste Regler, was durch die Notwendigkeit des Durchlaufen anderer Partitionen bis zur Ruhelage erklärt werden kann, welche im Schnitt nicht optimal im Regler abgebildet werden.

Eine eindeutige Tendenz lässt sich aus den Maßen nicht ableiten. So ist es nicht eindeutig, ob die Optimierung des Reglers mit fünf Partitionen vorteilhaft ist, da sich einige Kriterien

bei einigen Initialisierungen verbessern, bei anderen Initialisierungen jedoch verschlechtern. Zudem gibt es Kriterien (beispielsweise die Anstiegszeit), bei denen der optimierte Regler  $TS_{5,opt}$  für jede Initialisierung schlechter abschneidet, als Regler  $TS_5$ .

Eine mögliche Tendaussage ist, dass ein Regler für jene Betriebsbereiche gut geeignet ist, für die er ausgelegt wird. So ist der optimierte Regler  $TS_{5,opt}$  bei Initialisierung 4 meist etwas besser als die anderen beiden TS-Regler. Diese Aussage kann auch anhand der Stabilitätsuntersuchung in Abschnitt 4.1.3 gestützt werden. Dort wurde deutlich, dass – sofern eine Driftkompensation erfolgt – die Regler tendenziell in den Gebieten stabilisierend sind, in denen die lokalen Partitionen ihre Entwicklungspunkte haben. Eine Variation der Partitionszentren scheint somit keinen pauschal positiven oder negativen Einfluss auf die Regelung zu haben. Vielmehr werden durch die Entwicklungspunkte diejenigen Regionen festgelegt, in denen die Regelung möglichst optimal erfolgen kann, da dort die lokalen Modelle die Systemdynamik möglichst gut wiedergeben.

Da somit ein großer Nutzen einer Driftkompensation im vorgestellten Regelungskontext gesehen werden kann, wird diese im Folgenden bei allen Untersuchungen verwendet. Die Auswirkungen auf eine Identifikation wird im folgenden Abschnitt beschrieben.

## 4.2 Fahrzeuglängsdynamikregelung

In diesem Abschnitt werden Unterschiede in den resultierenden Modellen untersucht, die sich aus einer Identifikation im OL und CL ergeben. Insbesondere werden die aus den Identifikationszyklen resultierenden Modelle verglichen und zu den Regelergebnissen in Bezug gesetzt. Teile dieser Fallstudie sind in [84, 85] veröffentlicht.

### 4.2.1 Modellbildung

Das Simulationsmodell für die Fahrzeuglängsdynamik stammt aus [44]. Es können Erweiterungen für eine genauere Berücksichtigung der Gegenkräfte gemacht werden. Dazu wird

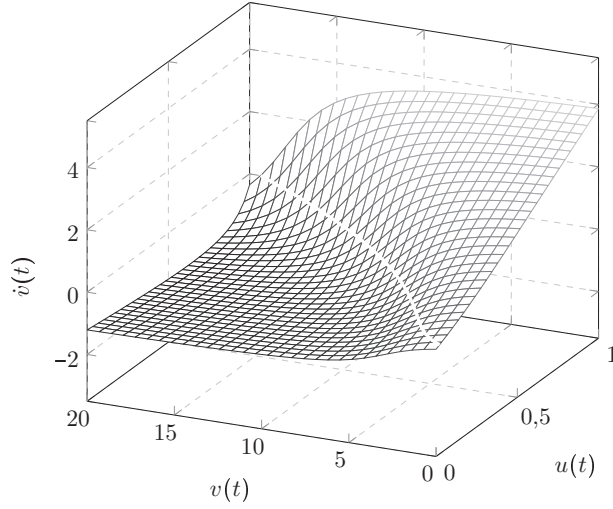


Abbildung 4.6.: Verhalten der Fahrzeuglängsdynamik. Die weiße Linie markiert die Ruhelagen des Systems.

üblicherweise die Bilanzgleichung aller angreifenden Kräfte verwendet [66]. Das hier verwendete Modell wird beschrieben durch das Gleichungssystem

$$\dot{v} = \frac{1}{m}(F_A - F_d) \quad (4.10)$$

$$F_A(v, u) = 500 \text{ N} (1 + 3u) (1 + \arctan(6u^2 - 0,40v \frac{\text{s}}{\text{m}} + 1,20)) \quad (4.11)$$

$$y = v, \quad (4.12)$$

wobei  $m = 1000 \text{ kg}$  die Fahrzeugmasse,  $v \in [0, 20] \text{ m/s}$  die Fahrzeuggeschwindigkeit und  $u \in [0, 1]$  die Gaspedalstellung ist. Es wird eine konstante Gegenkraft angenommen von  $F_d = 1000 \text{ N}$ . Das Systemverhalten ist in Abbildung 4.6 dargestellt. Die Darstellung in einem einzelnen Plot ist möglich, da es sich um ein System erster Ordnung handelt.

### 4.2.2 Parametrierung

Für die Untersuchung der Änderung der Modelle während der Zyklen wird zunächst eine Simulationsreihe ohne Rauschen durchgeführt. Anschließend wird mit denselben Entwurfsparametern, aber einem normalverteilten weißen Messrauschen (additiv auf  $y$ ) mit  $\sigma = 0,40$



simuliert. Für beide Simulationsläufe wird eine Abtastzeit von  $T_s = 1\text{ s}$  gewählt. Die Verzögerungen werden mit  $m = n = 1$  angenommen; die Unschärfe der Clusterung sowie der Modell-/Reglerauswertung wird auf  $\nu = 1,2$  gesetzt. Für die Fallstudie wurde die Anzahl der Partitionszentren insgesamt mit  $c = 2, \dots, 10$  variiert. Im Folgenden werden Ergebnisse für  $c = 5$  lokale Modelle gezeigt, da sich hier ein repräsentatives Verhalten gut illustrieren lässt. Insbesondere die Unterschiede in den lokalen Modellen werden hier deutlich. Ein ausreichend guter Regler lässt sich jedoch auch bereits mit  $c = 2$  lokalen Modellen erstellen. Als Polvorgabe für die lokalen Regler wird (zeitkontinuierlich)  $\lambda = -5$  gewählt.

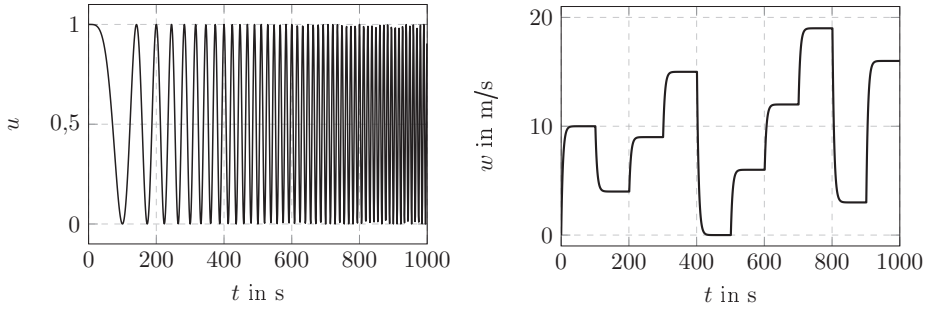
Die lokalen Modellzentren werden aus den Prototypen einer FCM-Clusterung gewonnen. Die lokale Parameterschätzung erfolgt mit Gauss'schen Gewichten nach (2.11) mit  $\sigma = 1/s$ . Aus der Identifikation mit lokal affinen Modellen und ARX-Modellansatz (3.2) folgen zeitdiskrete Modelle. Da die Simulation hier in einem zeitkontinuierlichen Framework durchgeführt wird, werden die Modelle in zeitkontinuierliche umgerechnet. Die Umrechnung vom zeitdiskreten (Index disk) in den zeitkontinuierlichen Bereich (Index kont) geschieht entsprechend [44, 83] nach

$$a_{i,1,\text{kont}} = \frac{\ln(-a_{i,1,\text{disk}})}{T_s}, \quad (4.13)$$

$$b_{i,1,\text{kont}} = \frac{\ln(-a_{i,1,\text{disk}}) b_{i,1,\text{disk}}}{(-a_{i,1,\text{disk}} - 1) \cdot T_s} \quad \text{und} \quad (4.14)$$

$$f_{0,i,\text{kont}} = \frac{\ln(-a_{i,1,\text{disk}}) f_{0,i,\text{disk}}}{(-a_{i,1,\text{disk}} - 1) \cdot T_s}. \quad (4.15)$$

Sowohl für die Identifikation mit als auch ohne Rauschen wird zunächst in der offenen Wirkungskette (OL) ein Chirp-Signal (Amplitude  $A_{\text{amp}} = 1$ , Mittelwert  $A_m = 0,5$ ,  $f_{\min} = 0\text{ Hz}$ ,  $f_{\max} = 100\text{ Hz}$ , Signallänge  $t_{\text{end}} = 1000\text{ s}$ ) auf den Eingang  $u$  des Systems gegeben. Dieser Signaltyp zeigte im Vergleich mit anderen (Multisinus und APRBS) die beste Abdeckung des Arbeitsraums. Der zeitliche Verlauf des Chirp-Signals ist in Abbildung 4.7 a) dargestellt, die Abdeckung des Arbeitsraums in Abbildung 4.9 a). Nach dem folgenden Reglerentwurf wird als Sollwert im CL ein Signal aus gefilterten Sprüngen gleicher Länge verwendet, welches in Abbildung 4.7 b) dargestellt ist. Es wird im CL kein Chirp-Signal verwendet, da sich in



a) Chirp-Signal für die Identifikation im OL      b) Sollwertvorgabe für die Identifikation im CL

Abbildung 4.7.: Zur Identifikation der Fahrzeuglängsdynamik a) im OL und b) im CL genutzte Signale.

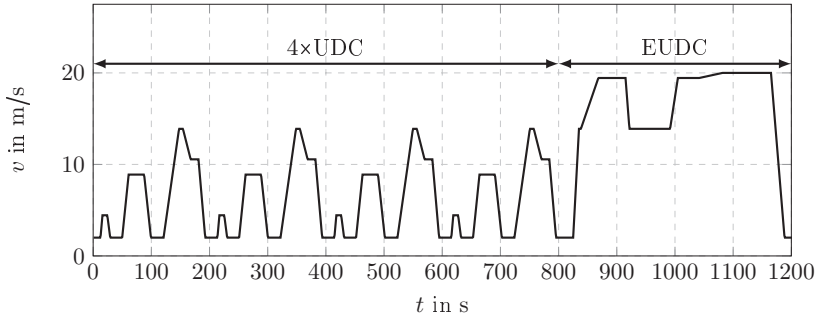


Abbildung 4.8.: Für Validierung genutzter neuer europäischer Fahrzyklus (NEDC) für langsame Fahrzeuge

diesem Fall keine geeignete Abdeckung des Arbeitsraums ergab. Das Signal resultiert aus einem Multi-Stufen-Signal, welches mittels der Übertragungsfunktion

$$f(s) = \frac{1}{5s + 1} \quad (4.16)$$

gefiltert wurde. Ohne Filterung würden sich aufgrund der Eingangsgrößenbeschränkung des Systems sehr viele Datenpunkte nur bei  $u = 0$  oder  $u = 1$  befinden, wodurch eine Beschreibung des nichtlinearen Systemverhaltens stark erschwert würde.

Die resultierenden Regler werden nach vollständigem Durchlaufen des Identifikationsschemas mit einem typischen Signalverlauf aus dem Automotive-Bereich als Sollwertverlauf zur Validierung getestet. Es handelt sich hierbei um den neuen europäischen Fahrzyklus („New

Zyklus	$J_{\text{MSE}}$	$J_u$	$J_{\text{MSE,Val}}$	$J_{u,\text{Val}}$
OL	0,5015	0,4081	0,1582	0,3916
1	0,4575	0,3988	0,1491	0,3980
2	0,4515	0,3988	0,1502	0,3978
3*	0,4502	0,3987	0,1502	0,3979

Tabelle 4.1.: Bewertungsmaße für den OL und alle CL-Zyklen ohne Rauschen, sowohl für die Trainings- als auch die Validierungsdaten (Index Val). Der finale Regler ist mit einem Asterisk (\*) markiert. Die MSE-Maße haben die Einheit  $\text{m}^2/\text{s}^4$ , die Stellgrößenmaße sind einheitenlos.

European Driving Cycle“, NEDC [92]), der sich aus viermal dem städtischen Fahrzyklus der Wirtschaftskommission der Vereinten Nationen („Economic Commission for Europe“, ECE15), der auch auch städtischer Fahrzyklus („Urban Driving Cycle“, UDC) genannt wird, gefolgt von dem erweiterten städtischen Fahrzyklus („Extra Urban Driving Cycle“, EUDC) zusammensetzt, wobei von letzterem hier die Variante für langsame Fahrzeuge verwendet wird. Der gesamte Validierungs NEDC ist in Abbildung 4.8 dargestellt.

### 4.2.3 Simulationsergebnisse

Die folgenden beiden Unterabschnitte beschreiben die Ergebnisse der Identifikation des Fahrzeuglängsdynamikmodells ohne bzw. mit Rauscheinflüssen. Das Rauschen wird dabei als weißes Rauschen (normalverteilt, mittelwertfrei) mit  $\sigma = 0,4$  auf das simulierte Ausgangssignal addiert.

#### Rauschfreie Simulation

Ohne Rauschen ergeben sich aus der Anregung mit den in Abbildung 4.7 gezeigten Signalen im OL bzw. CL Datenpunktverteilungen, wie sie in Abbildung 4.9 dargestellt sind. Die daraus resultierenden Modelle sind in Abbildung 4.10 zu sehen, wobei hier das Modell aus dem OL-Schritt und das nach dem dritten Zyklus im CL abgebildet sind. In Tabelle 4.1 sind die Bewertungsmaße für die einzelnen Zyklen gegenübergestellt. Die resultierenden Trajektorien sind in Abbildung 4.11 abgebildet.

Der Regelfehler nimmt im Laufe der Zyklen stetig ab, nach Zyklus 3 trat keine Verbesserung des Regelfehlers  $J_{\text{MSE}}$  mehr auf. Insgesamt konnte eine Verringerung um 11,1%

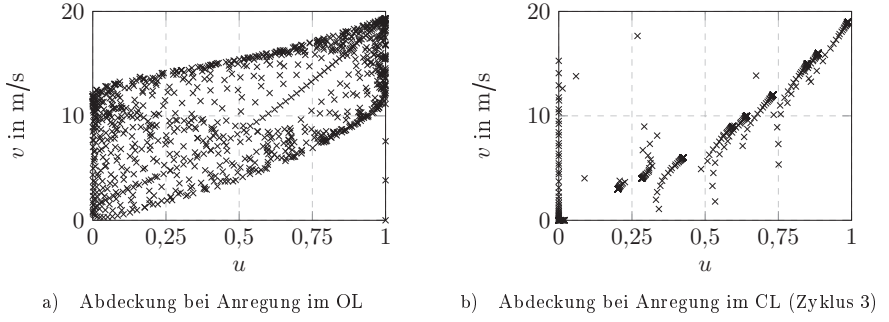


Abbildung 4.9.: Abdeckung des Arbeitsraums im OL und CL bei rauschfreien Messgrößen

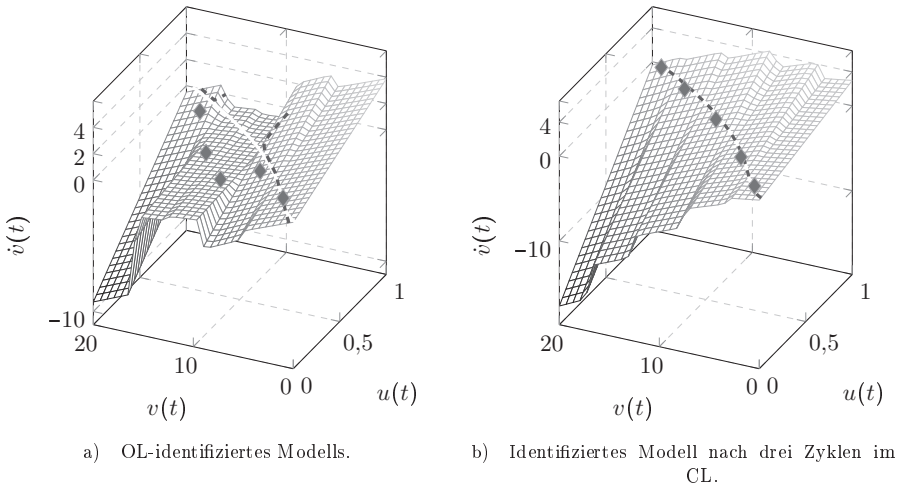


Abbildung 4.10.: Verhalten des identifizierten Modells mit fünf Partitionen. Die weiße Linie markiert die Ruhelagen des Systems, die gestrichelte die des jeweiligen Modells. Die Rauten entsprechen den Partitionszentren.

erreicht werden. Auch das Stellgrößenmaß  $J_u$  nimmt über die Zyklen stetig ab, wobei nach dem Schritt vom OL in den CL nur noch eine kleine Verbesserung auftritt, so dass sich insgesamt eine Abnahme von 5,3% ergibt. Auf den Validierungsdaten ist der Regelfehler  $J_{\text{MSE,Val}}$  bereits nach dem ersten CL-Zyklus minimal, danach steigt er geringfügig an. Der Unterschied zwischen Initial- und finalem Regler liegt hier bei 2,4%. Das Stellgrößenmaß  $J_{u,\text{Val}}$  besitzt für das im OL identifizierte Modell den kleinsten Wert, mit dem finalen Regler

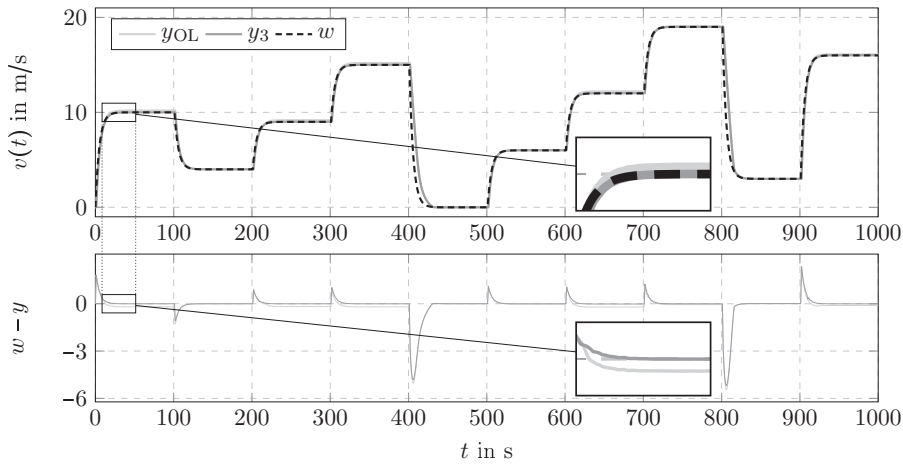


Abbildung 4.11.: Trajektorien des Systems mit initialem ( $y_{OL}$ ) und finalem Regler nach drei Zyklen ( $y_3$ ) auf den Trainingsdaten ohne Rauschen.

ist das Maß um 1,6% erhöht. Aus Abbildungen 4.11 und 4.12 ist ersichtlich, dass der aus dem OL-Schritt resultierende Regler in manchen Arbeitsbereichen den stationären Wert nicht erreicht, wohingegen dies beim finalen Regler nach drei Zyklen der Fall ist. Dies gilt sowohl für die Trainings-, wie auch die Validierungsdaten. Bei den Modellen in Abbildung 4.10 fällt auf, dass bei dem Modell aus dem OL zwei Partitionen deutlich anders geneigt sind, als die umgebenden. Bei dem finalen Modell nach Zyklus 3 ist dies nicht zu beobachten.

### Diskussion des rauschfreien Falls

Im rauschfreien Fall der Fallstudie in Abschnitt 4.2.3 lassen sich zunächst Aussagen machen, die nur durch das Verfahren beeinflusst werden. So wird aus Abbildung 4.10 a) deutlich, dass die Ruhelagen des initialen Modells aus der OL-Identifikation diejenigen des Originalsystems nicht überall gut approximieren. In den Arbeitsbereichen, welche die Ruhelagen nicht gut abbilden, treten stationäre Regelabweichungen auf (siehe Abbildung 4.11). Dies kann dadurch erklärt werden, dass hier durch eine Anpassung an große Arbeitsbereiche die Steigungen/Parameter  $\mathbf{A}$  und  $\mathbf{B}$  nicht die einer lokalen Linearisierung in der Ruhelage widerspiegeln. Da der Regler keinen integrierenden Anteil aufweist und nur die Vorsteuerung

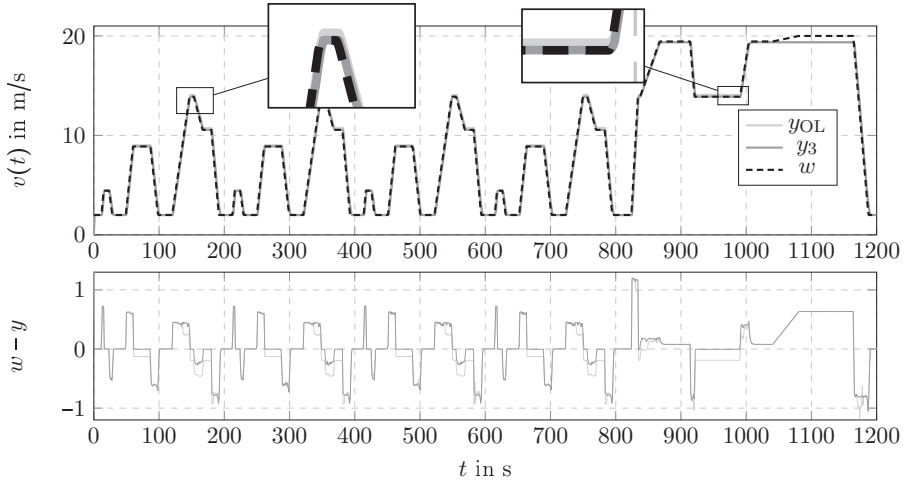


Abbildung 4.12.: Trajektorien des Systems mit initialem ( $y_{OL}$ ) und finalem Regler nach Zyklus 3 ( $y_3$ ) auf dem vollständigen NEDC-Validierungsdatensatz.

für stationäre Genauigkeit verantwortlich ist, führt diese Diskrepanz zu einer bleibenden Regelabweichung. Beim finalen, im CL identifizierten Modell werden die Ruhelagen des Systems gut abgebildet, da sich die meisten Messpunkte nahe der Ruhelagen befinden und somit die Hauptinformationen über die Systemdynamik aus der Nähe von Ruhelagen stammt. Die relevanten Betriebsbereiche liegen für den vorliegenden Fall somit in der Nähe von Ruhelagen, welche durch das iterative Verfahren gut abgebildet werden können. Die Abweichung am Ende des Validierungssignals (Abbildung 4.12 bei  $t \in [1050, 1150]$  s) lässt sich hingegen auf die Eingangsgrößenbeschränkung des Systems zurückführen und hat seine Ursache nicht in der Identifikation.

Der Driftkompensationsterm  $\mathbf{u}_{\text{aff}}$  ist bereits nach der ersten Iteration im CL sehr klein, was sich auch zu im finalen Regelgesetz nicht mehr ändert. Dies liegt daran, dass alle Teilmodelle des finalen Modells sehr gut als lokale Linearisierungen in den Ruhelagen interpretierbar sind, in welchen der Driftterm verschwindet. Auf den iterativen Prozess an sich hat die Driftkompensation keinen signifikanten Einfluss. Lediglich im Initialmodell werden Entwicklungspunkte außerhalb von Ruhelagen platziert und signifikante Werte von  $\mathbf{f}_{0,i}$  identifiziert. Dies ändert sich jedoch nach der Identifikation im CL.

Zyklus	$J_{\text{MSE}}$	$J_u$	$J_{\text{MSE,Val}}$	$J_{u,\text{Val}}$
OL	0,5635	0,6683	0,2284	0,6638
1*	0,5069	0,6778	0,2305	0,6569
2	0,5250	0,6790	0,2262	0,6611

Tabelle 4.2.: Bewertungsmaße für den OL und alle CL-Zyklen mit Rauschen, sowohl für die Trainings- als auch die Validierungsdaten (Index Val). Der finale Regler ist mit einem Asterisk (\*) markiert. Die MSE-Maße haben die Einheit  $\text{m}^2/\text{s}^4$ , die Stellgrößenmaße sind einheitenlos.

### Rauschbehaftete Simulation

Mit einem additiven normalverteilten weißen Rauschen auf das Ausgangssignal ( $\sigma = 0,4$ ) ergeben sich aus der Anregung mit den in Abbildung 4.7 gezeigten Signalen im OL bzw. CL Datenpunktverteilungen, wie sie in Abbildung 4.13 dargestellt sind. Dabei wurde das Rauschsignal zuvor erzeugt, um für alle Zyklen ein identisches Messrauschen zu verwenden. Es fällt auf, dass im OL eine relativ ähnliche Verteilung der Datenpunkte auftritt wie ohne Rauschen, wohingegen der CL-Fall deutlich anders ausfällt (vgl. Abbildungen 4.13 b) und 4.14 b)).

Die resultierenden Modelle lassen sich optisch kaum von den in Abbildung 4.10 gezeigten im Falle ohne Rauschen unterscheiden; sie sind in Abbildung 4.13 dargestellt. Abbildung 4.15 zeigt die resultierenden Trajektorien auf den Trainingsdaten, Abbildung 4.16 die Validierungsläufe. Die numerischen Werte der Bewertungsmaße für alle Regler sind in Tabelle 4.2 dargestellt. Als finaler Regler wird hier derjenige nach dem ersten CL-Zyklus gewählt, in den nachfolgenden beiden Iterationen verbessert sich der mittlere quadratische Fehler („Mean Squared Error“, MSE) nicht weiter. Die Bewertungsmaße der zweiten CL-Iteration sind jedoch in Tabelle 4.2 mit aufgeführt. Das Maß  $J_{\text{MSE}}$  verbessert sich dabei um 11,2%, das Stellgrößenmaß  $J_u$  verschlechtert sich um 1,4%. Für die Validierungsdaten ist das Bild umgekehrt; hier verbessert sich das Stellgrößenmaß  $J_{u,\text{Val}}$  um 1,1% und der quadratische Regelfehler  $J_{\text{MSE,Val}}$  verschlechtert sich minimal um 0,9%.

Bei Betrachtung der Trajektorien fällt auf, dass für den Initialregler aus der OL-Identifikation in manchen Betriebsbereichen eine stationäre Abweichung auftritt. Dies sind die gleichen Betriebsbereiche, bei denen im rauschfreien Fall ebenfalls keine stationäre Genauig-

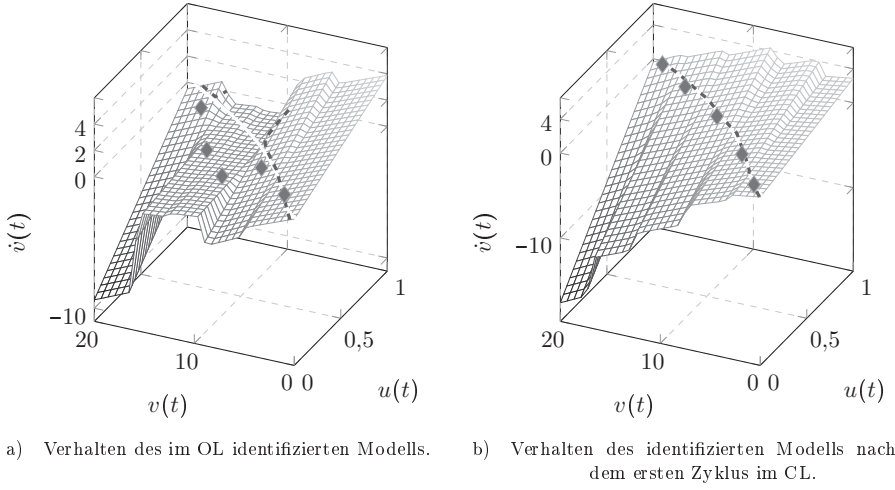


Abbildung 4.13.: Verhalten des identifizierten Modells mit fünf Partitionen. Die weiße Linie markiert die Ruhelagen des Systems, die gestrichelte die des jeweiligen Modells. Die Rauten entsprechen den Partitionszentren.

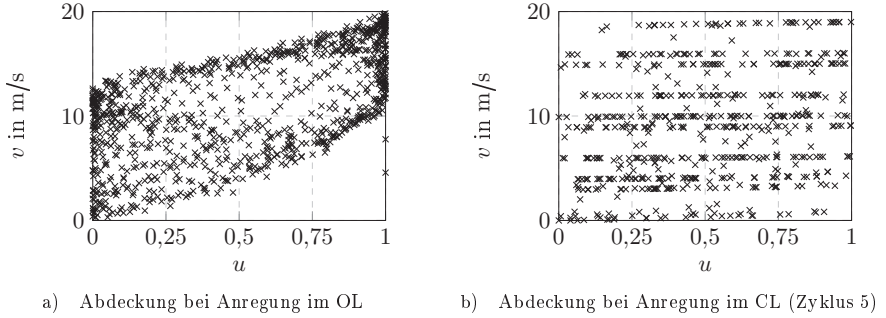


Abbildung 4.14.: Abdeckung des Arbeitsraums im OL und CL bei rauschbehafteten Messgrößen.

keit erreicht werden konnte. Zugleich fällt in diesen Bereichen auf, dass das Rauschen beim Initialregler einen deutlich kleineren Einfluss hat (siehe vergrößerter Bereich bei  $t \approx 30$  s in Abbildung 4.15). Dieses Verhalten fällt in Betriebsbereichen von etwa  $9 \text{ m/s} < v(t) < 15 \text{ m/s}$  auf. In anderen Betriebsbereichen hat das Rauschen, sowohl beim Initial- als auch beim finalen Regler aus der CL-Identifikation, den gleichen Einfluss, wie beispielsweise im vergrößerten Bereich bei  $t \approx 850$  s in Abbildung 4.15 zu sehen ist. Auf den Validierungsdaten lassen



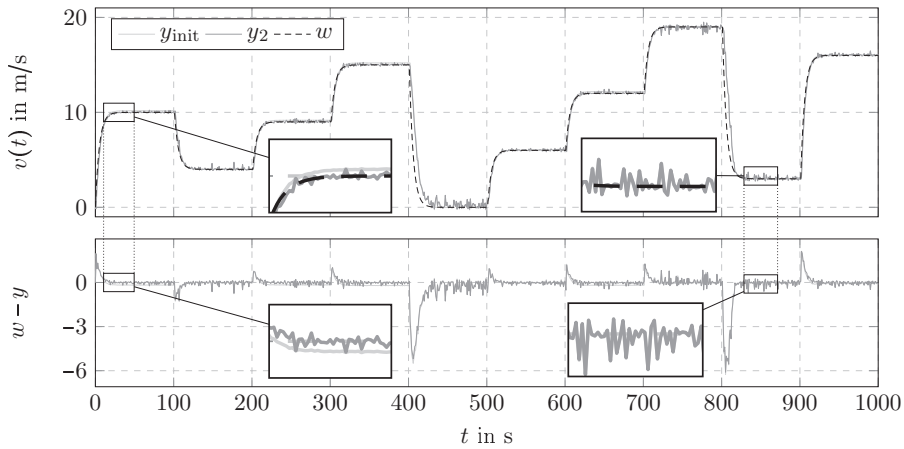


Abbildung 4.15.: Trajektorien des initialen und des finalen Reglers nach zwei Zyklen im CL (oben) sowie die zugehörigen Residuen (unten).

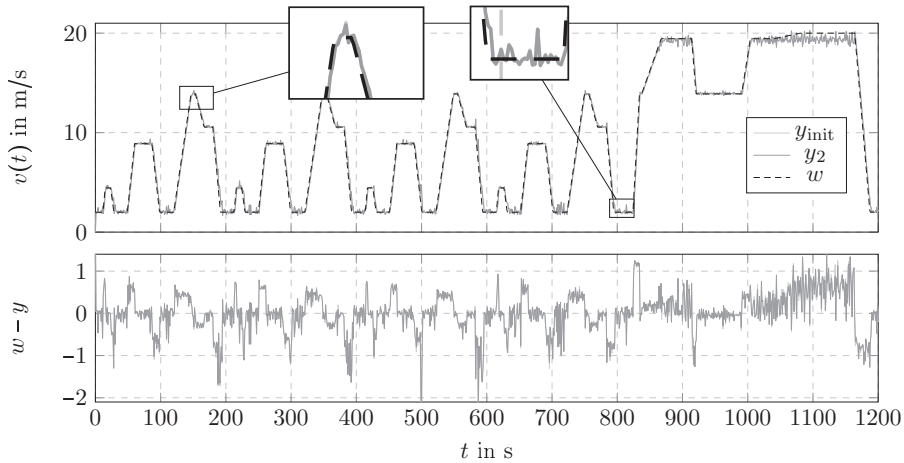


Abbildung 4.16.: Trajektorien des initialen und des finalen Reglers auf den Testdaten (oben) sowie die zugehörigen Residuen (unten) auf den Validierungsdaten.

sich in Abbildung 4.16 optisch nur minimale Unterschiede zwischen den Reglern feststellen. Die Rauscheinflüsse sind hier optisch stärker zu sehen, als die Effekte durch eine Modell- und die damit verbundene Regleränderung.

### Diskussion des rauschbehafteten Falls

Die Ergebnisse der rauschbehafteten Simulation aus Abschnitt 4.2.3 zeigen, dass die in der offenen Wirkungskette gewonnenen Daten nur wenig von dem Messrauschen beeinflusst werden, wohingegen im CL eine deutliche Änderung in der Datenverteilung gegenüber dem rauschfreien Fall auftritt. Dies ist durch die Rückkopplung des Rauschens in der Regelschleife erklärbar. Da der Regler mit  $\lambda = -5$  recht schnell gewählt wurde, ist hier auch der Rauscheinfluss vergleichsweise groß. Jedoch liegen die meisten Datenpunkte noch immer sehr nah an den Ruhelagen, weshalb die Partitionszentren ebenfalls dorthin gesetzt werden. Auch die Parameterschätzung liefert nahezu identische Werte wie im OL, allerdings nur für die Partitionen, deren Partitionszentren zwischen OL und CL etwa gleich geblieben sind. Bei zwei Partitionen ändern sich die Werte, vergleichbar mit der rauschfreien Simulation (vgl. Abbildungen 4.10 und 4.13). Betragsmäßig kleinere Werte für die Polvorgabe führen – wie auch Rauschsignale mit kleinerem  $\sigma$  – zu einer weniger starken Änderung der Datenverteilung, da das Rauschen weniger stark verstärkt wird. Im CL ist zudem eine Anordnung in „Bändern“ von konstanter Geschwindigkeit  $v$  zu erkennen. Dies lässt sich durch das Messrauschen in stationären Betriebsbereichen erklären.

Eine weitere Auffälligkeit ist, dass in jenen Betriebsbereichen, in welchen mit dem initialen Regler aus der OL-Identifikation eine stationäre Abweichung auftritt (siehe vergrößerter Bereich bei  $t \approx 30$  s in Abbildung 4.15), der Rauscheinfluss nach der Identifikation im CL signifikant zunimmt. In anderen Bereichen lässt sich die Wirkung des Rauschens nicht von der bei Verwendung des finalen CL-Reglers unterscheiden. Dies ist ebenfalls durch die gewünschte Pollage bei  $\lambda = -5$  zu erklären. Das OL-Modell liefert in diesen Bereichen unpräzise Schätzungen für die Parameter  $\mathbf{A}$  und  $\mathbf{B}$  (siehe Abbildung 4.13 a)), was zu einer Reglerauslegung führt, die nicht den eigentlichen Vorgaben entspricht. Da der Wunschpol bei  $\lambda = -5$  schnell gewählt ist, tritt hier in korrekt approximierten Ruhelagen auch eine stärkere Reaktion auf Messrauschen auf. Aus diesem Grund ist der finale Regler in allen Regionen gleich sensitiv auf Rauschen, wodurch ein global einheitlicheres Verhalten gegeben ist. Sollte ein weniger rauschempfindlicher Regler gewünscht sein, so lässt sich beispielsweise ein langsamere Pol für die Polvorgabe wählen. Ein praktischer Ansatz kann ebenfalls sein, die Messwerte

von  $y$  mittels eines Tiefpassfilters zu glätten. Eine mögliche Erklärung für die leichte Verschlechterung des Regelfehlers  $J_{\text{MSE,Val}}$  auf den Validierungsdaten (siehe Tabelle 4.2) ist eine größere Rauschsensitivität beim finalen Regler, welche lokal stärkere Abweichungen verursacht. Zudem sind nur wenige stationäre Bereiche in den Validierungsdaten vorhanden, wobei im Bereich bei  $1000\text{ s} < t < 1175\text{ s}$  durch den Neuen Europäischen Fahrzyklus („New European Driving Cycle“, NEDC) Sollwerte vorgegeben werden, die vom System nicht erreichbar sind, was bereits zu einem größeren Fehler führt.

### 4.2.4 Diskussion

Die identifizierten Modelle unterscheiden sich für den rauschfreien und rauschbehafteten Fall nicht signifikant. Bei ersterem wurde deutlich, dass die stationäre Genauigkeit des Reglers verbessert wird, wenn die Ruhelagen des Systems vom Modell gut approximiert werden und die lokalen Modelle dort als lokale Linearisierungen interpretierbar sind. Dies ist auch bei additivem Messrauschen der Fall. Dabei zeigt sich auch, dass ein gewünschtes Reglerverhalten nach der iterativen Identifikation global besser erreicht wird.

Eine großflächige Abtastung des Betriebsraums führt allgemein zu einer global besseren Approximierbarkeit von Nichtlinearitäten. In dem vorliegenden Betriebsfall scheint es dennoch vorteilhaft, wenn die Modelle aus solchen Messdaten identifiziert werden, die dem realen Betriebsszenario entsprechen. Dies sind Daten aus dem CL-Betrieb, weshalb der Betriebsbereich eingeschränkt ist. Auch für Validierungsdaten ergeben sich dann Verbesserungen, insbesondere im stationären Verhalten.

Um das bis hier festgestellte Verhalten zu verifizieren und die Anwendbarkeit auch auf reale Systeme und solche ohne gemessene Systemzustände zu überprüfen, wird im nächsten Abschnitt ein Drei-Tank-System als Testsystem verwendet. Dazu wird das Drei-Tank-System mit einem Zustandsbeobachter betrieben, wie er in Abschnitt 2.3.3 beschrieben ist.

## 4.3 Drei-Tank-System

Diese Fallstudie untersucht die Anwendung der vorgestellten Methoden auf einen realen Laboraufbau, zur Illustration der Übertragbarkeit der zuvor in den Simulationen gezeigten

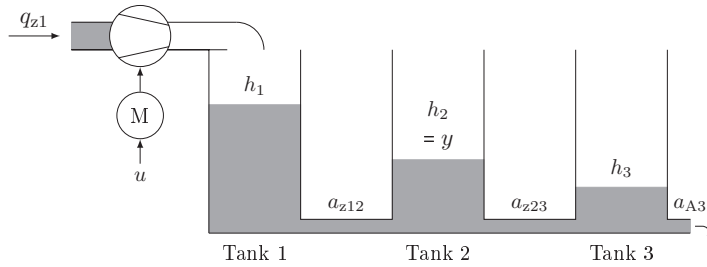


Abbildung 4.17.: Schematischer Aufbau des Drei-Tank-Systems

Effekte. Bei Bezug auf das Experiment am realen Laboraufbau wird im Text auf die experimentelle Umsetzung, bei Bezug auf die Simulation auf die simulative Umsetzung verwiesen. Teile dieser Fallstudie wurden in [85, 86] veröffentlicht.

#### 4.3.1 Versuchsaufbau

Der für diese Fallstudie verwendete Versuchsaufbau verwendet drei Tanks, die jeweils mit den Nachbartanks verbunden sind. Der linke sowie der rechte Tank können mittels Pumpen mit Flüssigkeit befüllt werden. Die Flüssigkeit fließt durch hydrostatischen Druck über Ventile von einem Tank in den nächsten. Im Inneren jedes Tanks sind kleinere Zylinder zur Reduktion des Tankvolumens eingelassen. Der rechte Tank besitzt einen Ausfluss. Zudem existiert an jedem Tank ein Leckventil zur Simulation einer Störgröße.

Für die folgende Fallstudie wird nur die Pumpe zum Befüllen des ersten Tanks verwendet, es handelt sich somit um ein SISO-System. Die Leckventile werden in der Fallstudie nicht genutzt. Als Stellgröße  $u$  wird die Pumpenansteuerung verwendet, als Regelgröße  $y$  die Füllhöhe  $h_2$  des mittleren Tanks. Eine schematische Skizze des Versuchsaufbaus in der hier verwendeten Konfiguration ist in Abbildung 4.17 gegeben. Der reale Aufbau ist in Abbildung 4.18 dargestellt. Die Parameter des Systems sind in Tabelle 4.3 angegeben.

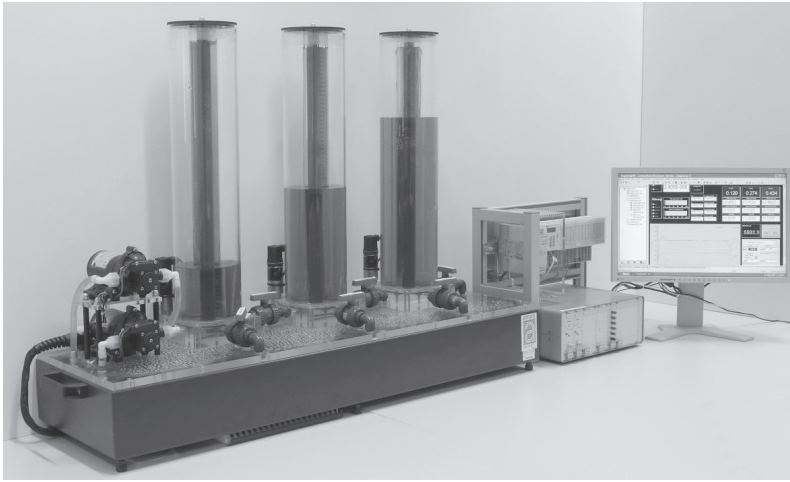


Abbildung 4.18.: Laboraufbau des Drei-Tank-Systems

Name	Einheit	Wert	Beschreibung
$a_{zij}$	-	$0 < a_{zij} < 1$	Durchflussparameter Ventil von Tank $i$ nach Tank $j$
$a_{zAi}$	-	$0 < a_{zAi} < 1$	Durchflussparameter Abfluss Tank $i$
$A_i$	$\text{m}^2$	0,01	Querschnittsfläche von Tank $i$
$A_{ij}$	$\text{m}^2$	$5 \cdot 10^{-5}$	Querschnittsfläche des Ventils zwischen Tank $i$ und $j$
$A_{Ai}$	$\text{m}^2$	$5 \cdot 10^{-5}$	Querschnittsfläche des Abflusses von Tank $i$
$d_{ii}$	m	0,14	Innendurchmesser von Tank $i$
$d_{ai}$	m	0,07	Außendurchmesser des Reduzierzylinders in Tank $i$
$h_i$	m	$0 < h_i < 0,60$	Füllhöhe von Tank $i$
$q_{ij}$	$\text{m}^3/\text{s}$		Volumenstrom zwischen Tank $i$ und $j$
$q_{A3}$	$\text{m}^3/\text{s}$		Abfluss aus Tank 3
$q_{z1}$	$\text{m}^3/\text{s}$		Zufluss in Tank 1 durch die Pumpe
$U_{hi}$	V	$-9 < U_{hi} < 9$	Spannungswerte des Drucksensors für Füllstand $h_i$
$U_z$	V	$-10 < U_z < 10$	Ansteuerspannung der Pumpe
$g$	$\text{m}/\text{s}^2$	9,81	Erdbeschleunigung

Tabelle 4.3.: Parameter für die Fallstudien zum Drei-Tank-System

### 4.3.2 Modellbildung

Die Gleichungen für das Drei-Tank-System werden als nichtlineares, zeitkontinuierliches Zustandsraummodell angegeben. Als Zustandsgrößen werden die Füllhöhen der drei Tanks ge-

wählt  $\mathbf{x} = \mathbf{h} = [h_1, h_2, h_3]^T$ , der Systemeingang  $u \in [0, 1]$  ist die Ansteuerung der Pumpe, welche den Zufluss  $q_{z1} := u \cdot 10^{-4} \text{m}^3/\text{s}$  bedingt. Da der Systemausgang die Füllhöhe des mittleren Tanks sein soll, ergibt sich der Ausgangsvektor zu  $\mathbf{C} = [0, 1, 0]$ . Die Änderung der Füllstände ergibt sich aus der Änderung des Füllvolumens

$$\frac{dV}{dt} = q_{\text{Zufluss}} - q_{\text{Abfluss}} \quad (4.17)$$

und mit dem Volumen  $V = Ah$  bei konstanter Fläche  $A$  zu

$$A \frac{dh}{dt} = q_{\text{Zufluss}} - q_{\text{Abfluss}}. \quad (4.18)$$

Aus (4.18) ergeben sich die Volumenbilanzgleichungen der drei Tanks

$$A_1 \dot{h}_1 = q_{z1} - q_{12} \quad (4.19)$$

$$A_2 \dot{h}_2 = q_{12} - q_{23} \quad (4.20)$$

$$A_3 \dot{h}_3 = q_{23} - q_{A3}. \quad (4.21)$$

Dabei sind  $A_1, A_2, A_3$  die Querschnittsflächen der jeweiligen Tanks,  $q_{z1}$  der durch die Pumpe induzierte Zufluss in Tank 1 und  $q_{A3}$  der Abfluss aus Tank 3. Die Werte  $q_{12}$  und  $q_{23}$  beschreiben die Durchflüsse zwischen den jeweiligen Tanks. Nach dem Gesetz von TORRICELLI ergibt sich der Durchfluss  $q_{ij}$  durch ein Ventil zwischen den Tanks  $i$  und  $j$  in Abhängigkeit von der Füllhöhendifferenz  $h_i - h_j$  zu

$$q_{ij} = a_{zij} A_{ij} \operatorname{sgn}(h_i - h_j) \sqrt{2g|h_i - h_j|}. \quad (4.22)$$

Dabei ist  $a_{zij}$  der Durchflussparameter des Ventils (0 entspricht einem geschlossenen Ventil, 1 einem voll geöffneten) und  $A_{ij}$  der Ventilquerschnitt. Die Signumfunktion in (4.22) legt die Flussrichtung fest, wobei bei Verwendung von lediglich einer Pumpe nur eine Flussrichtung

möglich ist (von links nach rechts). Der Abfluss durch das Auslassventil an Tank 3 ergibt sich ohne Gegendruck zu

$$q_{A3} = a_{zA3} A_{A3} \sqrt{2gh_3}. \quad (4.23)$$

Die nichtlinearen Modellgleichungen des Systems ergeben sich somit zu

$$\dot{h}_1 = \frac{q_{z1}}{A_1} - \frac{a_{z12} A_{12}}{A_1} \operatorname{sgn}(h_1 - h_2) \sqrt{2g|h_1 - h_2|} \quad (4.24)$$

$$\dot{h}_2 = \frac{a_{z12} A_{12}}{A_2} \operatorname{sgn}(h_1 - h_2) \sqrt{2g|h_1 - h_2|} - \frac{a_{z23} A_{23}}{A_2} \operatorname{sgn}(h_2 - h_3) \sqrt{2g|h_2 - h_3|} \quad (4.25)$$

$$\dot{h}_3 = \frac{a_{z23} A_{23}}{A_3} \operatorname{sgn}(h_2 - h_3) \sqrt{2g|h_2 - h_3|} - a_{zA3} A_{A3} \sqrt{2gh_3}. \quad (4.26)$$

Als Systemausgang wird  $y = h_2$  festgelegt. Alle Parameter für die Modellgleichungen werden entsprechend Tabelle 4.3 äquivalent zu den realen Größen des Laboraufbaus gewählt.

### 4.3.3 Parametrierung

Die folgenden Parameter werden sowohl für die simulativen als auch für die experimentellen Untersuchungen am Drei-Tank-System verwendet.

Ausgehend von dem physikalischen Aufbau des Systems mit drei Tanks und einem Zufluss werden die Modellordnungen mit  $n = 3$  und  $m = 1$  und als Abtastzeit  $T_s = 15\text{ s}$  angenommen. Die Polvorgabe für den Zustandsregler im Gesamtregelgesetz (2.30) wird (zeitdiskret) als  $\lambda_i = [0,561, 0,480, 0,407] \ \forall i$  gewählt. Die Vorgabe für die Pole der lokalen Beobachter ist mit  $\lambda_{\text{Ob},i} = [0,085, 0,027, 0,117] \ \forall i$  schneller ausgelegt.

Bei den Simulationsstudien wird die Anzahl der lokalen Zentren variiert mit  $c = 2, \dots, 5$ . Für die experimentelle Untersuchung werden  $c = 2$  Zentren verwendet, da dies in den Simulationen eine gute Regelgüte bei wenig komplexem Regler ergab. Die lokalen Regelgesetze werden mit FBF-basierten Gewichtungsfunktionen (2.10) überlagert, wobei eine Unschärfe von  $\nu = 1,1$  gewählt wird. Es wurden auch Untersuchungen mit einer Unschärfe von  $\nu = 1,2$  durchgeführt, diese führten jedoch zu minimal schlechteren Ergebnissen.

Das Eingangssignal für den OL ist ein Multi-Step-Signal. Dargestellt ist es in Abbildung 4.19 gemeinsam mit dem Systemausgang des Experiments. Für die experimentelle Un-

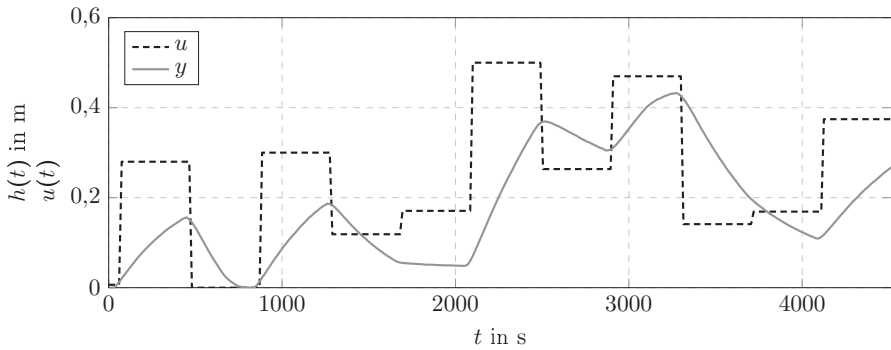


Abbildung 4.19.: Ein- und Ausgangssignal des initialen Experiments in der offenen Wirkkette [86].

tersuchung wurde ein vorangehender Bereich mit Stellgröße  $u \approx 0$  gröÙtenteils weggelassen, da hier keine signifikanten Informationen erzeugt werden (vgl. Abbildungen 4.19 und 4.20). Im CL wird als Sollwertvorgabe ebenfalls ein Multi-Step-Signal vorgegeben, welches einem möglichen realen Betriebsszenario entspricht. Dieses ist zusammen mit den Messergebnissen in Abbildung 4.21 zu sehen.

#### 4.3.4 Simulationsergebnisse

Die Ergebnisse der OL-Simulation sind in Abbildung 4.20 dargestellt. Zu sehen ist dort der SollgröÙenverlauf und der Systemausgang. Die Trajektorien des initialen sowie des zweiten Zyklusdurchlaufs sind in Abbildung 4.21 dargestellt, zudem die zugehörigen Residuen wie auch die Verläufe der Reglerausgänge. Bereits der aus der OL-Identifikation resultierende Initialregler weist ein gutes Regelverhalten auf, es bleiben jedoch in den meisten Betriebsbereichen stationäre Abweichungen. Dazu kommt ein unerwünschtes Überspringen (die vorgegebenen Reglerpole weisen keinen Imaginärteil auf), beispielsweise bei  $t \approx 1000$  s oder  $t \approx 1800$  s. Der finale Regler nach zwei Zyklen im CL weist sowohl stationäre Genauigkeit in allen Betriebsbereichen als auch ein schwingungsfreies Einregelverhalten auf. Tabelle 4.4 zeigt die Werte für die GütemaÙe  $J_{\text{MSE}}$  und  $J_u$  in allen Zyklen. Die beste Regelgüte  $J_{\text{MSE}}$  wird dabei nach dem zweiten CL-Zyklus erreicht, wobei sich eine Verbesserung um 0,7% gegenüber dem Initialregler ergibt. Den gröÙten Wert liefert der Regler nach dem ersten CL-



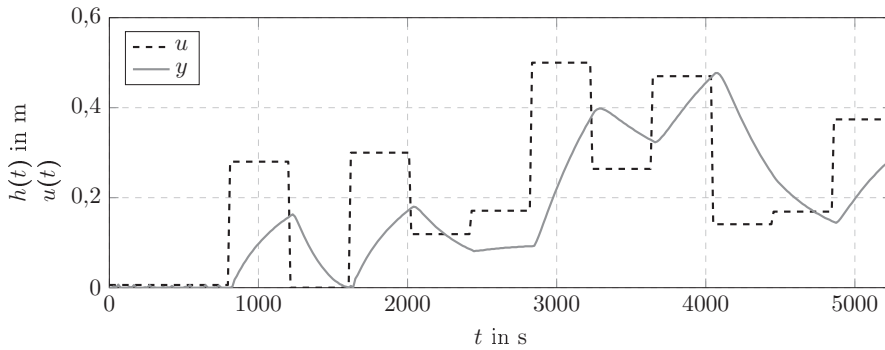


Abbildung 4.20.: Stellgrößenverlauf sowie Ausgangsgröße des Systems für den initialen OL-Schritt.

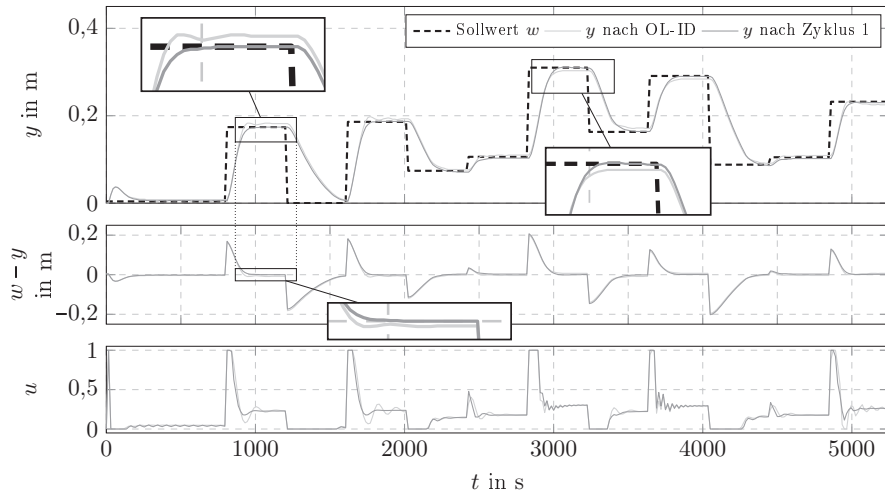


Abbildung 4.21.: Ergebnisse der simulativen Untersuchung am Drei-Tank-System. Folgeverhalten nach OL-Identifikation (hellgrau) und Zyklusdurchlauf 1 (dunkelgrau) beim Drei-Tank-System (oben) sowie die zugehörigen Residuen (mitte) und Stellgrößen (unten).

Zyklus. Minimal wird  $J_u$  ebenfalls nach dem zweiten CL-Zyklus, wobei der Initialregler mit einem um 5,4% höher liegenden Maß den größten Wert aufweist. In den Zyklen 4 und 5 ergibt sich gegenüber Zyklus 3 keine Verbesserung im MSE, weshalb das iterative Verfahren terminiert.

Zyklus	$J_{\text{MSE}} \times 10^2$	$J_u$
OL	1,4146	1,3876
1	1,4458	1,3420
2*	1,4039	1,3175
3	1,4095	1,3214
4	1,4084	1,3351

Tabelle 4.4.: Bewertungsmaße des initialen sowie der vier iterativ generierten Regler beim Drei-Tank-System auf den Trainingsdaten. Der finale Regler ist mit einem Asterisk (\*) markiert. Die MSE-Maße haben die Einheit  $\text{m}^2$ , die Stellgrößenmaße sind einheitenlos.

### 4.3.5 Diskussion der Simulationsergebnisse

Bei der simulativen Untersuchung des Drei-Tank-Systems ergibt die OL-Identifikation einen Regler, der zwar dem Verlauf der Solltrajektorie folgt, bei dem jedoch eine stationäre Abweichung bleibt. Nach dem ersten Zyklus im CL resultiert ein deutlich verbessertes stationäres Verhalten. Dieses bessere Regelverhalten tritt bei gleichzeitig niedrigerer Stellenergie ( $J_u$ ) auf. Dafür sind zwei Erklärungen möglich. Zum einen liegt die Füllhöhe des Initialreglers meist über der des finalen Reglers, wofür bei dem vorliegenden System eine erhöhte Pumpenleistung notwendig ist. Zum anderen zeigt das System mit dem Initialregler ein (unerwünschtes) schwingendes Verhalten, welches aus Energie-Effizienz-Sicht nicht optimal ist, da durch das Schwingen größere Stellgrößen auftreten. Diese geht quadratisch in das Maß ein, womit hier ein um 5,3% größerer Wert für  $J_u$  resultiert.

Insgesamt wird die Regelgüte im genutzten Betriebsszenario deutlich verbessert. Dabei geschieht eine Anpassung an das vorliegende Szenario, unter anderem durch eine Adaption der Partitionszentren mittels der Clusterung. Für einen anderen Betriebsfall könnte sich somit ein anderer finaler Regler ergeben, beispielsweise wenn das System nur mit sehr hohen oder sehr niedrigen Füllständen betrieben würde. Der vorliegende Fall deckt einen weiten Einsatzbereich ab, weshalb der resultierende Regler vermutlich für viele vergleichbare Betriebsszenarien mit gutem Ergebnis genutzt werden kann.

Wie bei allen hier aufgeführten Fallstudien könnte die stationäre Abweichung auch durch den Einsatz eines I-Anteils im Regelgesetz beseitigt werden. Dies verlangsamt einen Regler jedoch zumeist. Zudem wären die Effekte, die durch die Driftkompensation auftreten, weniger

stark sichtbar. So kann die Driftkompensation ebenfalls zu einer Verbesserung des stationären Verhaltens beitragen, indem die Ruhelagen des Systems im Modell besser abgebildet werden können und dies beim Reglerentwurf berücksichtigt wird.

Im folgenden Abschnitt werden die simulativen Ergebnisse am realen Laboraufbau überprüft.

#### 4.3.6 Experimentelle Ergebnisse

Die Ergebnisse der experimentellen Untersuchung bei Verwendung von Gaussglocken-förmigen Gewichtungsfunktionen (2.11) zur Identifikation sind in Abbildung 4.22 visuell und in Tabelle 4.5 numerisch dargestellt. Dabei wird deutlich, dass auch hier der aus der OL-Identifikation resultierende Initialregler zwar der Solltrajektorie folgt, jedoch keine stationäre Genauigkeit erreicht. Der iterative Identifikationszyklus wird nach sieben Zyklen beendet, wobei der Regler nach fünf Zyklen wegen des kleinsten Regelfehlers als finaler Regler gewählt wird. Dieser Regler zeigt in Abbildung 4.22 die geringsten stationären Abweichungen, zudem gehört er zu den schnellsten Reglern. Der finale Regler erzeugt einen um 19,6 % geringeren Wert für den quadratischen Regelfehler  $J_{\text{MSE}}$  als der Initialregler, womit dies der kleinste Wert aller Zyklen ist. Das Stellgrößenmaß  $J_u$  ist nach dem dritten Zyklus minimal, der finale Regler liegt jedoch bei einem ähnlich geringen Wert. Dieser liegt um 6,4 % niedriger, als beim Initialregler. Besonders deutlich ist der Unterschied beim absoluten Regelfehler, wo wieder der finale Regler den geringsten Wert und der initiale Regler das größte Maß erzeugt. Die Verbesserung liegt hier bei 39,8 %. Bei dem Bewertungsmaß  $J_{\text{max}}$  erzeugt der Initialregler den kleinsten Wert, der des finalen Reglers liegt hier um 5,8 % höher.

Auch bei der experimentellen Untersuchung ergibt sich für den Initialregler ein unerwünschtes Überschwingen nach Sprüngen im Sollgrößenverlauf (beispielsweise bei  $t \approx 3600$  s). Dieses Schwingen ist nicht so ausgeprägt wie bei der Simulation (vgl. Abschnitt 4.3.4) und tritt hauptsächlich bei größeren Füllhöhen auf. Nach dem ersten Zyklus ist es jedoch – wie auch bei der Simulation – kaum noch vorhanden. Die Verbesserung der stationären Genauigkeit ist in Abbildung 4.22 über die Iterationen gut zu erkennen. Von Zyklus 1 (mit Initialregler) zu Zyklus 2 ergibt sich eine deutliche Verbesserung. Danach gibt es nur noch

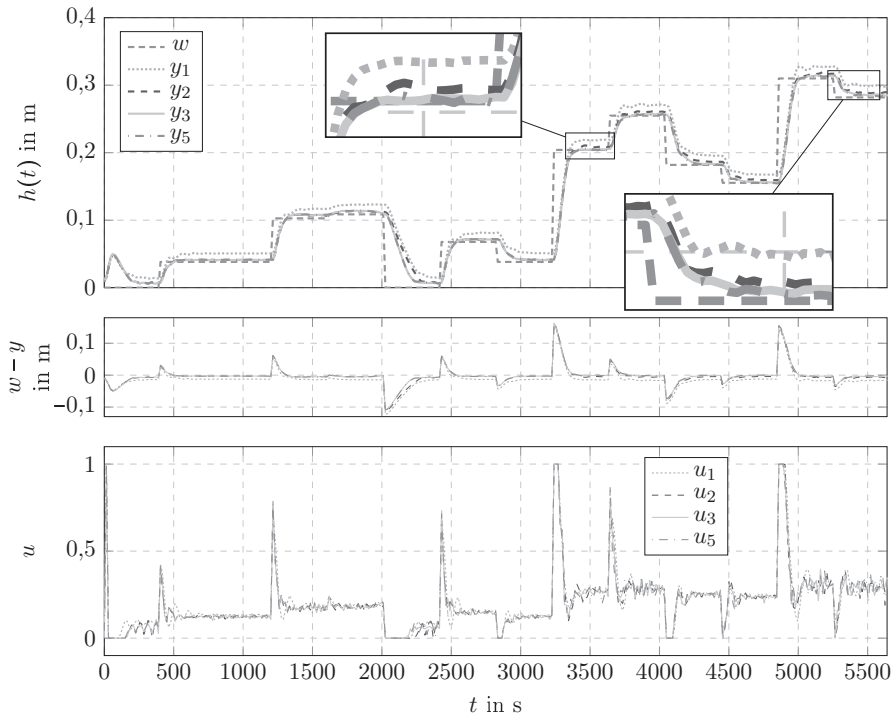


Abbildung 4.22.: Ergebnisse der experimentellen Untersuchung am Drei-Tank-System bei Verwendung von Gaussglocken-basierten Gewichtungsfunktionen zur Identifikation. Oben: Regelungsverhalten des Initialreglers ( $y_1$ , aus OL) und der Regler aus dem CL ( $y_2, y_3, y_5$ ). Mitte: Dazugehörige Residuen. Unten: Stellgrößenverläufe. Die Regelergebnisse nach Zyklus 4 wurden zur besseren Übersicht nicht dargestellt, sie sind weitgehend mit denen nach Zyklus 3 identisch.

Änderungen in kleinen Bereichen, so beispielsweise zwischen Zyklus 3 und 5 bei großen Füllständen, zu sehen ab etwa  $t = 5300$  s.

Bei Verwendung von FCM-basierten Gewichtungsfunktionen zur Identifikation, folgen die in Abbildung 4.23 und Tabelle 4.6 gegebenen Ergebnisse. Der Initialregler zeigt hier bei kleineren Füllhöhen keinerlei stationäre Abweichungen, bei Sollwerten von  $w > 0,2$  m tritt jedoch auch hier ein Offset auf. Die im CL identifizierten Modelle führen hier zu einer zwar global besseren Regelgüte, jedoch sind die Verläufe bei kleinen Füllhöhen ( $y \approx 0,10$  m) weniger nah am Sollwertverlauf. In anderen Betriebsbereichen konnte auch hier die stationäre Genauigkeit verbessert werden.

Zyklus	$J_{\text{MSE}} \times 10^2$	$J_{\text{abs}}$	$J_{\text{max}}$	$J_{\text{u}}$
OL	1,5177	0,3294	0,1531	1,1011
1	1,2888	0,2221	0,1627	1,0342
2	1,2253	0,2007	0,1630	1,0289
3	1,3080	0,2136	0,1626	1,0386
4	1,2209	0,1979	0,1625	1,0297
5*	1,2605	0,2122	0,1626	1,0455
6	1,2606	0,2173	0,1615	1,0317

Tabelle 4.5.: Resultierende Fehlermaße mit Gaussglocken-basierten Gewichtungsfunktionen zur Identifikation. Der finale Regler ist mit einem Asterisk (\*) markiert. Die MSE-Maße haben die Einheit  $\text{m}^2$ , die absolut- und Maximum-Maße haben die Einheit m und die Stellgrößenmaße sind einheitenlos.

Zyklus	$J_{\text{MSE}} \times 10^2$	$J_{\text{abs}}$	$J_{\text{max}}$	$J_{\text{u}}$
OL	1,3733	0,2260	0,1691	1,0930
1	1,2528	0,2086	0,1705	1,0208
2*	1,2887	0,1987	0,1687	1,0062
3	1,3219	0,2094	0,1696	0,9996

Tabelle 4.6.: Resultierende Fehlermaße mit FCM-basierten Gewichtungsfunktionen zur Identifikation. Der finale Regler ist mit einem Asterisk (\*) markiert. Die MSE-Maße haben die Einheit  $\text{m}^2$ , die Absolut- und Maximum-Maße haben die Einheit m und die Stellgrößenmaße sind einheitenlos.

Der iterative Algorithmus terminiert hier nach vier Zyklen, wobei nach Zyklus 2 der minimale Regelfehler  $J_{\text{MSE}}$  mit einer Verbesserung von 8,7 % gegenüber dem Initialregler erreicht ist. Aus diesem Grund wird der Regler nach Zyklus 2 als finaler Regler ausgewählt. Dieser liefert zudem eine Verringerung der Maße  $J_{\text{u}}$  um 7,1 % und  $J_{\text{abs}}$  um 8,3 %. Der Wert für  $J_{\text{max}}$  steigt um 0,8 %. Der Regler nach Zyklus 3, welcher immer noch eine Verbesserung des quadratischen Regelfehlers um 6,6 % bietet, liefert auch gleichzeitig die minimalen Werte für  $J_{\text{abs}}$  (Verringerung um insgesamt 13,7 %) und  $J_{\text{max}}$  (Verringerung um insgesamt 0,2 %). Dies ist der einzige Regler, bei dem  $J_{\text{max}}$  kleiner als beim Initialregler ist.

Wie zuvor, zeigt der Initialregler ein schwingendes Verhalten, welches besonders in der Ausgangsgröße  $u$  sichtbar ist (beispielsweise in Abbildung 4.23 bei  $t = 500 \text{ s}$ ). Bei den Reglern in den nachfolgenden Zyklen tritt dieses Verhalten nicht auf. Bei der Identifikation mittels Gaussglocken-basierter Gewichtungsfunktionen tritt dieser Effekt insgesamt weniger stark auf, ist aber auch beobachtbar (siehe Abbildung 4.22 bei  $t = 500 \text{ s}$ ).

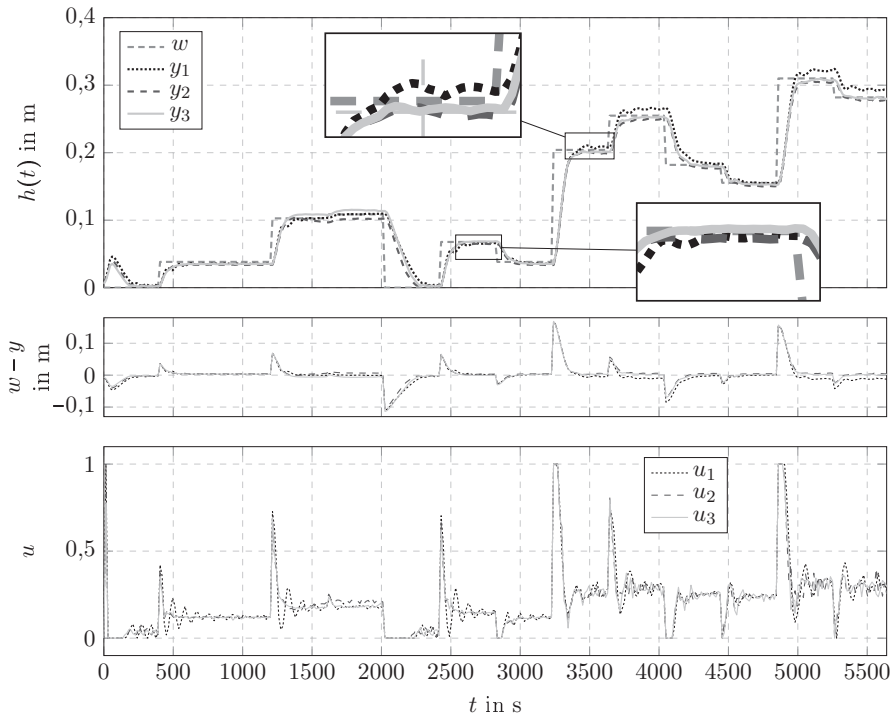


Abbildung 4.23.: Ergebnisse der experimentellen Untersuchung am Drei-Tank-System bei Verwendung von FCM-basierten Gewichtungsfunktionen zur Identifikation. Oben: Regelungsverhalten des Initialreglers ( $y_1$ , aus OL) und der Regler nach einem ( $y_2$ ) und zwei Iterationen im CL ( $y_3$ ). Mitte: Dazugehörige Residuen. Unten: Stellgrößenverläufe.

#### 4.3.7 Diskussion der experimentellen Ergebnisse

Bei einem Vergleich von Gaussglocken- und FCM-basierten Gewichtungsfunktionen für die Identifikation fällt auf, dass der Initialregler mit FCM-basierter Identifikation bessere Werte für die Regelgüte liefert als derjenige, der sich mit Gaussglocken-förmigen Funktionen ergibt. Jedoch steigert sich die Regelgüte in letzterem Fall schnell und ergibt insgesamt eine bessere Regelgüte als bei den FCM-basierten Modellen. Da die Gaussglocken-basierten Gewichte tendenziell eher zu Modellen führen (siehe Abschnitt 3.3.3), die als lokale Linearisierungen interpretierbar sind, unterstützt dies die Aussage, dass solche Modelle für eine Regelung zu bevorzugen sind [45]. Modelle, welche eine durchschnittlich gute Modellgüte über sehr

große Betriebsbereiche liefern, scheinen ebenfalls eine durchschnittlich gute Regelgüte zu ergeben. Allerdings lässt sich durch eine andere Wahl von lokaler Modellerstellung die Regelgüte optimieren: der finale Regler mit Gaußglocken-basierten Gewichtungsfunktionen für die Identifikation hat einen um 2,2% kleineren Regelfehler  $J_{\text{MSE}}$  als der finale Regler, welcher mittels FCM-basierten Gewichtungsfunktionen erzeugt wurde. Zudem scheint hier die Lage der Partitionszentren relevant zu sein, da der Initialregler mit Gaußglocken-basierter Identifikation weniger gut abschneidet. Bei diesem liegen die Partitionszentren noch nicht in den Betriebsbereichen, die im CL am häufigsten frequentiert werden. Diese sind erst im CL-Betrieb erkennbar.

Sowohl bei Gaußglocken- als auch FCM-basierter Identifikation, führt der Initialregler zu einem minimalen Wert für das Maß  $J_{\text{max}}$ . Dieser Wert resultiert jedoch aus der stationären Abweichung, da der größte Regelfehler naturgemäß unmittelbar nach einem Sprung in der Sollgröße auftritt. Ist der Systemausgang nun durch einen stationären Offset bereits in Richtung des Sprungs verschoben, so ist der maximale Fehler an dieser Stelle kleiner. Dies ist hier der Fall, wie in Abbildungen 4.22 und 4.23 bei  $t = 3200\text{ s}$  zu erkennen ist.

Da im Maß  $J_{\text{abs}}$  keine stärkere Gewichtung großer Abweichungen vorgenommen wird, lässt sich hier die stationäre Genauigkeit eher bewerten. Dieser Wert verringert sich um 39,8% im Falle der Gaußglocken-basierten Gewichtung. Somit ist  $J_{\text{abs}}$  ggf. ein noch geeigneteres Maß als Abbruchkriterium für den iterativen Zyklus (siehe Abschnitt 3.4.2), wenn Systeme untersucht werden, welche häufig in stationären Bereichen betrieben werden. Weitere Unterstützung erhält diese These dadurch, dass bei der visuellen Untersuchung von Abbildung 4.23 der Eindruck entsteht, dass der Regler nach Zyklus 3 eine bessere Performanz liefert als der durch den Algorithmus gewählte nach Zyklus 2. Das Maß für  $J_{\text{abs}}$  liefert für Zyklus 3 den minimalen Wert. Im Falle einer Gaußglocken-basierten Gewichtungsfunktion treten die Minimalwerte für  $J_{\text{abs}}$  und  $J_{\text{MSE}}$  im selben Zyklus auf (siehe Tabelle 4.5), weshalb hier weiterhin der optimale Regler ausgewählt würde.  $J_{\text{abs}}$  kommt somit als Maß in Betracht, mit welchem sich die globale stationäre Genauigkeit verbessern lässt.

### 4.3.8 Diskussion

Für die Fallstudie zum Drei-Tank-System ergab sich ein ähnliches Bild, wie bei derjenigen zur Fahrzeuglängsdynamikregelung (siehe Abschnitt 4.2). Der Initialregler erzeugt kein optimales Regelverhalten; der aus der CL-Identifikation resultierende Regler führt zu einem verringerten Regelfehler. Dabei tritt auch unintuitives Verhalten (Überschwingen) mit den finalen Reglern nicht mehr auf. Dies gilt hier sowohl für den Fall einer rauschfreien Simulation, als auch für den Fall der realen Messungen. Dabei unterscheidet sich die Simulation nicht grundlegend vom gemessenen Verhalten des realen Systems, was auf eine ausreichend große Ähnlichkeit zwischen Simulationsmodell und realem System hinweist.

Auch wenn es für ein Drei-Tank-System nicht einen offensichtlichen realen Sollwertverlauf geben kann, wird hier stets ein Signalverlauf als Sollwertvorgabe für die CL-Identifikation gewählt, welcher einem realen Anwendungsfall entsprechen könnte. Ein mehrstufiges Signal, wie es hier gewählt wurde entspräche dabei einem mehrmaligen Auffüllen und (Teil-)Entleeren eines Tanks. Dabei sind auch andere Anwendungsfälle denkbar, beispielsweise eine gewünschte konstante Füllhöhe. Eine solche führt jedoch nicht zu einer ausreichenden Anregung des Systems, weshalb dies nicht ausgeführt wurde. Die verwendeten Testsignale führten in den vorliegenden Fallstudien stets zu guten Regelergebnissen. Aus diesem Grund ließe sich die vorgeschlagene Methode auch im normalen Betrieb realisieren, was die Ausfallzeiten einer Anlage minimieren würde.

## 4.4 Abschnittszusammenfassung

Der vorangegangene Abschnitt untersuchte die Auswirkungen der Driftkompensation (siehe Abschnitt 2.3.1) sowie das in Abschnitt 3.4.2 vorgestellte iterative Identifikationsschema an drei Fallbeispielen.

Zunächst wurde in Abschnitt 4.1 die Verwendung bzw. Vernachlässigung des Driftterms an der Regelung eines instabilen inversen Pendels betrachtet. Dabei zeigte sich, dass der Bereich der stabilisierbaren Anfangszustände bei Verwendung der Driftkompensation signifikant vergrößert wurde. Anschließend wurde in Abschnitt 4.2 die Veränderung der identifizierten



Modelle über die Iterationen genauer untersucht. Dafür wurde ein Fahrzeuglängsdynamikmodell verwendet, an dem gezeigt werden konnte, dass mittels des iterativen Verfahrens die Ruhelagen des Systems genauer identifiziert werden konnten, was zu einer besseren Regelgüte führte. Dieses Verhalten konnte auch in der Untersuchung am Drei-Tank-System gefunden werden (Abschnitt 4.3), sowohl bei einer simulativen Untersuchung als auch bei einer experimentellen Untersuchung am realen System. Hierbei wurde auch der Unterschied zwischen der Verwendung unterschiedlicher Gewichtungsfunktionen bei der Identifikation untersucht.

Insgesamt konnte gezeigt werden, dass die Verwendung der Driftkompensation eine deutliche Verbesserung der Regelgüte bei gleichzeitig einfachem Regelgesetz bietet. Das iterative Identifikationsschema im CL führt zu einem Regler, der sehr gut auf das Regelungsproblem angepasst ist, da Modelle erzeugt werden, die in den relevanten Betriebsbereichen besonders gut sind.

# 5 Zusammenfassung und Ausblick

---

*We shall not cease from exploration, and the end of all our exploring  
will be to arrive where we started and know the place for the first time.*

— Thomas S. Eliot

Ziel der vorliegenden Arbeit war es, eine Identifikationsmethode für nichtlineare Systeme zu entwickeln, die mittels lokal affiner Modelle zu einem regelungsorientierten Gesamtmodell führt. Die Einschränkung auf durch TS-Modelle approximierbare Systeme lässt eine große Zahl realer Probleme zu. Als Ansatz wurde ein iterativer Identifikationsprozess gewählt, welcher – nach einer initialen Identifikation in der offenen Wirkungskette (OL) – im geschlossenen Regelkreis (CL) durchgeführt wird. Während dieses Identifikationsprozesses werden die lokalen Teilmodelle in jedem Zyklus automatisch mittels eines Clusterungsalgorithmus positioniert und anschließend lokale Modelle identifiziert, die als lokale Linearisierungen interpretierbar sind.

In Kapitel 2 wurden dafür zunächst die nötigen Grundlagen zur Modellierung und Regelung mit TS-Systemen erläutert sowie die Erweiterung des Regelalgorithmus von linearen auf affine Teilsysteme. Der dabei verwendete Regleransatz lässt sich in die übergeordnete Kategorie der Fuzzy-Gain-Scheduling-Regler einordnen [55], bei der zwischen lokalen Reglern unscharf umgeschaltet wird. Anschließend wurden in Kapitel 3 die für die Identifikation von TS-Systemen nötigen Grundlagen und die für die Methode notwendigen Erweiterungen besprochen. Die Fallstudien in Kapitel 4 illustrierten die Anwendung der vorgestellten

Methoden anhand von Simulations- und Laboruntersuchungen. Zunächst wurden die Auswirkung bei Berücksichtigung bzw. Vernachlässigung des Driftterms im Regelgesetz betrachtet (Abschnitt 4.1). Die zweite Fallstudie in Abschnitt 4.2 behandelte die Auswirkungen der iterativen Identifikation auf die resultierenden Modelle. Die abschließende Fallstudie (Abschnitt 4.3) verwendet zudem einen für affine Systeme erweiterten Zustandsbeobachter und demonstriert die Methode an einem realen Laboraufbau. Die Ergebnisse der Untersuchungen wurden jeweils im Anschluss diskutiert.

Diese Ergebnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen: Durch die Berücksichtigung des Driftterms im Regelgesetz lässt sich eine Erweiterung des Stabilitätsbereichs erreichen. Zudem ist das Verhalten des geregelten Systems vorhersehbarer; es kommt beispielsweise zu weniger Überschwingen oder das Einregelverhalten entspricht den Entwurfsvorgaben besser. Dies führt zu einem systematischeren Reglerentwurf. Darüber hinaus ist die vorgestellte Methode zur approximativen Driftkompensation sowohl für TS-Modelle geeignet, die aus Differentialgleichungen (DGL) abgeleitet wurden, als auch für aus Messdaten identifizierte Modelle. Klassische Modellierungsansätze betrachten meist ein Maß für den Modellierungs- bzw. Approximationsfehler als Bewertungskriterium. Daher können diese als Approximationsfehler-basierte Ansätze bezeichnet werden. Im Gegensatz dazu wird bei dem vorgestellten iterativen Identifikationsschema ein Maß für die Regelgüte als Abbruchkriterium betrachtet. Zudem werden Identifikationsschritte im CL durchgeführt und somit in einem Kontext, in dem der Regler einen signifikanten Einfluss auf den Systembetrieb hat. Deshalb ist der hier präsentierte Ansatz als regelungsorientiert zu bezeichnen.

Die Identifikationsfallstudien zeigen, dass mit den Initialreglern aus einer OL-Identifikation i. d. R. keine stationäre Genauigkeit erreicht wird. Dies ist auf die relativ schlechte Identifikation der Modelle genau in den Ruhelagen zurückzuführen. Durch die Identifikationszyklen im CL konnte dieses Problem behoben werden. Zudem trat ein Überschwingen beim Initialregler auf, obwohl die vorgegebenen Pole keinen Imaginärteil aufwiesen und ein Überschwingen somit nicht gewünscht war. Auch dieses Verhalten war bei den im CL identifizierten Reglern nicht mehr zu beobachten. Dabei gab es insgesamt die besten Ergebnisse, wenn die lokalen Modelle als lokale Linearisierungen interpretierbar sind, was erreicht werden kann, wenn

---

Gaussglocken-basierte Funktionen zur Gewichtung bei der Identifikation verwendet werden. Bei FCM-basierten Gewichtungsfunktionen wird tendenziell das Systemverhalten über einen relativ großen Bereich gemittelt. Somit ist das lokale Modell nicht mehr notwendiger Weise als lokale Linearisierung im Entwicklungspunkt (für welchen der Clusterschwerpunkt gewählt wurde) zu interpretieren. Auffällig ist, dass eine großflächige Abtastung des Arbeitsraums bei der Identifikation nicht zwangsläufig zu guten Reglern führte, obwohl somit die Nicht-linearitäten global besser abgebildet werden können. Der Betrieb im CL legte den Fokus stärker auf die relevanten Betriebsbereiche und führte somit zu besseren Reglern.

Die vorliegenden Ergebnisse wurden weitgehend mit Betriebsszenarien erzeugt, die einem möglichen Nominalbetrieb ähnlich sind. Dabei wurde der Betriebsbereich jedoch weitgehend abgedeckt, so dass der Regler nicht zu stark auf einen Betriebspunkt spezialisiert ist. Eine Festwertregelung mit konstantem Sollwert würde nicht zu einer ausreichenden Anregung des Systems führen. Auf Grund der deutlichen Verbesserung der Regelgüte bei allen Fallstudien kann somit die Empfehlung ausgesprochen werden, die CL-Identifikationsschritte mit einer Sollwertvorgabe durchzuführen, welche einem Nominalbetrieb entspricht, sofern damit ein ausreichend großer Betriebsbereich abgedeckt wird. Davon ausgehend lässt sich folgern, dass auch eine Identifikation während des Betriebs eines Systems möglich ist, was Ausfallzeiten minimiert. Wird ein Regler für eine Festwertregelung benötigt, ist es empfehlenswert, das System um die gewünschte Ruhelage herum ausreichend anzuregen. Es ist dabei allerdings zu beachten, dass bisher nur Offline-Verfahren genutzt werden, die die Reglerparameter nicht zur Laufzeit der Regelung anpassen. Für eine Online-Identifikation – also einer Änderung der Reglerparameter während des Betriebs – wären Anpassungen an die Identifikationsalgorithmen nötig.

Als Ergebnis der Untersuchungen lässt sich zusammenfassen, dass die vorgestellten Methoden für eine Vielzahl nichtlinearer Systeme anwendbar sind und in allen durchgeführten Fallstudien zu guten Reglergebnissen führten. Zudem ist der Grundalgorithmus einfach anwendbar und führt zu systematisch nachvollziehbaren Ergebnissen. Auch Erweiterungen für spezielle Problemstellungen sind denkbar. Zudem kann die Identifikation im CL als Online-Verfahren angepasst werden. Da sich die vorgestellte Methode bereits in den Kontext der

adaptiven Regelung einordnen lässt, könnten hierfür beispielsweise über Ansätze aus dem Methodensatz der adaptiven Regelung genutzt werden [56, 91].

In der vorliegenden Arbeit wird nur auf Regler mit Zustandsrückführung eingegangen. Grundsätzlich lässt sich die vorgestellte Driftkompensation jedoch auch auf Regler mit Ausgangsrückführung anwenden. Hierfür sind weitere Untersuchungen empfehlenswert. Zudem können andere Entwurfsmethoden genutzt werden, um die lokal affinen Fuzzy-TS-Regler zu entwerfen. Hier kämen beispielsweise LMI-Methoden in Frage, mittels welcher sich Regler mit garantiert stabilisierendem Verhalten erzeugen lassen. Ob sich durch die in dieser Arbeit vorgestellten Methoden in Kombination mit einem LMI-Entwurf des Reglers Verbesserungen erzielen lassen, bleibt dabei zu untersuchen. Auch ist es nicht sicher, ob das in dieser Arbeit verwendete Abbruchkriterium der iterativen Identifikation optimal ist (siehe Abschnitt 4.3.7). Möglicherweise bieten andere Maße – wie  $J_{\text{abs}}$  – hier Vorteile.

# A Anhang

---

*For every complex problem there is an answer that is clear, simple, and wrong.*

— Henry Louis Mencken

## A.1 Moore-Penrose-Pseudoinverse

Bekanntermaßen kann nicht zu jeder beliebigen Matrix eine Inverse gebildet werden. Beispielsweise schlecht konditionierte oder nicht-quadratische Matrizen sind von der Inversenbildung ausgeschlossen. Dennoch existiert eine vergleichbare Rechenvorschrift, die für beliebige Matrizen definiert ist und eindeutige Lösungen ergibt. Dies ist eine sogenannte Pseudoinverse, die gebräuchlichste Form ist die Moore-Penrose-Pseudoinverse, die manchmal auch generalisierte Inverse genannt wird. Das ist eine Matrix  $\mathbf{A}^\dagger$ , die die folgenden vier Penrose-Eigenschaften erfüllt (siehe [38]):

1.  $\mathbf{A}\mathbf{A}^\dagger\mathbf{A} = \mathbf{A}$
2.  $\mathbf{A}^\dagger\mathbf{A}\mathbf{A}^\dagger = \mathbf{A}^\dagger$
3.  $(\mathbf{A}\mathbf{A}^\dagger)^\mathrm{H} = \mathbf{A}\mathbf{A}^\dagger$
4.  $(\mathbf{A}^\dagger\mathbf{A})^\mathrm{H} = \mathbf{A}^\dagger\mathbf{A},$

wobei  $\mathbf{A}^\mathrm{H}$  die konjugiert komplex Transponierte der Matrix  $\mathbf{A}$  ist.

Nach Hogben [38] ist die Berechnungsvorschrift für eine solche Pseudoinverse gegeben durch

$$\mathbf{A}^\dagger = (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H, \quad (\text{A.1})$$

falls die Matrix  $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{n \times m}$  mit  $n > m$  vollen Spaltenrang  $m$  hat. Diese Form wird auch Linksinverse genannt. In diesem Fall gilt entsprechend der ersten Penrose-Eigenschaft auch

$$\mathbf{A}^\dagger \mathbf{A} = (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{A} = \mathbf{I} \quad (\text{A.2})$$

mit der Einheitsmatrix  $\mathbf{I}$ . Für andere Voraussetzungen an die Matrix  $\mathbf{A}$  existieren ebenfalls Berechnungsvorschriften, die jedoch an dieser Stelle keine weitere Bedeutung haben.

Da die Eingangsmatrix des Systems  $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times m}$  mit  $n > m$  ist, besitzt sie vollen Spaltenrang genau dann, wenn alle  $m$  Eingänge des Systems unabhängig von einander wirken, was praktisch in den allermeisten Fällen als gegeben angenommen werden kann. Somit existiert die Inverse  $(\mathbf{B}^H \mathbf{B})^{-1}$  und die Pseudoinverse von  $\mathbf{B}$  ist definiert über (A.1).

## A.2 Mathematische Beweise

Für alle Beweise werden die Indizes  $i$  für die lokalen Modelle sowie der Index „aff“ des Terms  $\mathbf{u}_{\text{aff}}$  für einfachere Lesbarkeit o. B. d. A. vernachlässigt. Die Beweise hier gelten ebenso für die Fälle  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_{\text{aff},i}$ ,  $\mathbf{B} = \mathbf{B}_i$  und  $\mathbf{f}_0 = \mathbf{f}_{0,i}$ .

Der folgende Beweis zu Satz 1 ist analog zum Beweis von Theorem 6.3.1 in [29].

**Beweis 1** (Konsistenz des Gleichungssystems  $\mathbf{B}\mathbf{B}^\dagger \mathbf{f}_0 = \mathbf{f}_0$  (Beweis zu Satz 1))

Folgendes Gleichungssystem mit  $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times m}$  und  $\mathbf{f}_0 \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  sei konsistent und  $\mathbf{u}_1 \in \mathbb{R}^{m \times 1}$  sei ein Vektor, der das Gleichungssystem erfüllt:

$$\mathbf{B}\mathbf{u}_1 = \mathbf{f}_0. \quad (\text{A.3})$$

Multiplikation von links mit  $\mathbf{B}\mathbf{B}^\dagger$  ergibt

$$\mathbf{B}\mathbf{B}^\dagger \mathbf{B}\mathbf{u}_1 = \mathbf{B}\mathbf{B}^\dagger \mathbf{f}_0, \quad (\text{A.4})$$

wobei sich die linke Seite umformen lässt zu (siehe erste der vier Penrose-Eigenschaften)

$$BB^\dagger Bu_1 = Bu_1 = f_0, \quad (\text{A.5})$$

und aus (A.4) und (A.5) folgt

$$BB^\dagger f_0 = f_0. \quad (\text{A.6})$$

Es sei nun  $u = B^\dagger f_0$ . Wird dieser Wert in das System (A.3) eingesetzt, ergibt sich  $BB^\dagger f_0 = f_0$  und somit ist  $u = B^\dagger f_0$  eine Lösung des Gleichungssystems, wodurch der Beweis vollständig ist.  $\square$

Der folgende Beweis zu Satz 2 ist analog zum Beweis von Theorem 7.2.2 in [29].

**Beweis 2** (Existenz einer Lösung für das Gleichungssystem (2.24) (Beweis zu Satz 2))

Es sei der Rang der Matrix  $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$  gleich dem Rang der Matrix  $[B, f_0]$ , wobei  $f_0 \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ . Es ist zu zeigen, dass dies impliziert, dass eine Lösung für das Gleichungssystem  $Bu = f_0$  mit  $u \in \mathbb{R}^{m \times 1}$  existiert. Der Rang beider Matrizen sei  $l$ , womit genau  $l$  linear unabhängige Spalten in  $B = [b_1, b_2, \dots, b_m]$  existieren. Diese linear unabhängigen Vektoren seien mit  $b_{i_1}, b_{i_2}, \dots, b_{i_l}$  bezeichnet. Alle weiteren Spalten in  $B$  müssen nun als Linearkombinationen dieser  $l$  Spalten darstellbar sein. Da der Rang der Matrix  $[B, f_0]$  ebenfalls  $r$  ist, existieren auch dort  $l$  linear unabhängige Spaltenvektoren. Somit sind dort ebenfalls die Spaltenvektoren  $b_{i_1}, b_{i_2}, \dots, b_{i_l}$  linear unabhängig, da dies die linear unabhängigen Spalten der Matrix  $B$  sind. Jede andere Spalte in  $[B, f_0]$  lässt sich somit als Linearkombination dieser  $l$  Spaltenvektoren darstellen. Somit muss sich auch  $f_0$  als Linearkombination dieser Spaltenvektoren darstellen lassen. Mit den reellwertigen Skalaren  $u_{i_1}, u_{i_2}, \dots, u_{i_l}$  folgt daraus

$$f_0 = \sum_{p=1}^l b_{i_p} u_{i_p}. \quad (\text{A.7})$$

Wird nun  $u_j = 0$  für  $j \neq i_1, j \neq i_2, \dots, j \neq i_l$  gewählt, so werden alle linear abhängigen Spaltenvektoren in der folgenden Gleichung mit 0 multipliziert:

$$f_0 = \sum_{i=1}^m b_i u_i \quad \text{oder} \quad f_0 = Bu, \quad (\text{A.8})$$



womit die hinreichende Bedingung bewiesen ist. Um die notwendige Bedingung zu beweisen, wird angenommen, dass eine Lösung für das Gleichungssystem  $\mathbf{B}\mathbf{u} = \mathbf{f}_0$  existiert. Das Gleichungssystem lässt sich ausdrücken als

$$[\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_m] [u_1, u_2, \dots, u_m]^T = \mathbf{f}_0, \quad (\text{A.9})$$

was sich schreiben lässt als

$$\sum_{i=1}^m \mathbf{b}_i u_i = \mathbf{f}_0. \quad (\text{A.10})$$

Somit ist der durch die Spalten von  $\mathbf{B}$  aufgespannte Vektorraum der gleiche wie der durch die Spalten von  $[\mathbf{B}, \mathbf{f}_0]$  aufgespannte und die Dimension dieses Vektorraums ist gleich dem Rang der Matrix  $\mathbf{B}$ . Da die Dimension aber auch gleich dem Rang der Matrix  $[\mathbf{B}, \mathbf{f}_0]$  ist, müssen die beiden Ränge identisch sein, was den Beweis abschließt.  $\square$

Der folgende Beweis zu Satz 3 ist analog zum Beweis von Theorem 7.4.1 in [29].

### Beweis 3 (Existenz einer BAS (Beweis zu Satz 3))

Es ist zu zeigen, dass – mit  $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ,  $\mathbf{f}_0 \in \mathbb{R}^{m \times 1}$  und  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{m \times 1}$  – für  $\mathbf{u}_{\text{BAS}} = \mathbf{B}^\dagger \mathbf{f}_0$  folgt, dass

$$(\mathbf{B}\mathbf{u} - \mathbf{f}_0)^T (\mathbf{B}\mathbf{u} - \mathbf{f}_0) \geq (\mathbf{B}\mathbf{u}_{\text{BAS}} - \mathbf{f}_0)^T (\mathbf{B}\mathbf{u}_{\text{BAS}} - \mathbf{f}_0) \quad (\text{A.11})$$

für alle Vektoren  $\mathbf{u}$  in  $E_n$ . Zusätzlich muss für diejenigen Vektoren  $\mathbf{u}$ , für die die beiden Seiten von (A.11) gleich sind, gezeigt werden, dass  $\mathbf{u}^T \mathbf{u} > \mathbf{u}_{\text{BAS}}^T \mathbf{u}_{\text{BAS}}$  wenn  $\mathbf{u} \neq \mathbf{u}_{\text{BAS}}$ . Wenn  $\mathbf{B}\mathbf{B}^\dagger \mathbf{f}_0$  zu jedem  $\mathbf{B}\mathbf{u} - \mathbf{f}_0$  addiert und wieder abgezogen wird, folgt

$$(\mathbf{B}\mathbf{u} - \mathbf{f}_0)^T (\mathbf{B}\mathbf{u} - \mathbf{f}_0) \quad (\text{A.12})$$

$$= (\mathbf{B}\mathbf{u} - \mathbf{B}\mathbf{B}^\dagger \mathbf{f}_0 + \mathbf{B}\mathbf{B}^\dagger \mathbf{f}_0 - \mathbf{f}_0)^T (\mathbf{B}\mathbf{u} - \mathbf{B}\mathbf{B}^\dagger \mathbf{f}_0 + \mathbf{B}\mathbf{B}^\dagger \mathbf{f}_0 - \mathbf{f}_0) \quad (\text{A.13})$$

$$= (\mathbf{B}(\mathbf{u} - \mathbf{B}^\dagger \mathbf{f}_0) + (\mathbf{B}\mathbf{B}^\dagger - \mathbf{I}) \mathbf{f}_0)^T \times (\mathbf{B}(\mathbf{u} - \mathbf{B}^\dagger \mathbf{f}_0) + (\mathbf{B}\mathbf{B}^\dagger - \mathbf{I}) \mathbf{f}_0) \quad (\text{A.14})$$

$$= (\mathbf{B}(\mathbf{u} - \mathbf{B}^\dagger \mathbf{f}_0))^T (\mathbf{B}(\mathbf{u} - \mathbf{B}^\dagger \mathbf{f}_0)) + ((\mathbf{B}\mathbf{B}^\dagger - \mathbf{I}) \mathbf{f}_0)^T \times ((\mathbf{B}\mathbf{B}^\dagger - \mathbf{I}) \mathbf{f}_0) \quad (\text{A.15})$$

$$\geq ((\mathbf{B}\mathbf{B}^\dagger - \mathbf{I}) \mathbf{f}_0)^T ((\mathbf{B}\mathbf{B}^\dagger - \mathbf{I}) \mathbf{f}_0). \quad (\text{A.16})$$

Diese Ungleichung gilt für alle  $\mathbf{u}$  in  $E_n$ . Es wird  $\mathbf{u}_{\text{BAS}} = \mathbf{B}^\dagger \mathbf{f}_0$  gewählt, wodurch folgt, dass

$$\begin{aligned} (\mathbf{B}\mathbf{u} - \mathbf{f}_0)^\top (\mathbf{B}\mathbf{u} - \mathbf{f}_0) &\geq ((\mathbf{B}\mathbf{B}^\dagger - \mathbf{I}) \mathbf{f}_0)^\top ((\mathbf{B}\mathbf{B}^\dagger - \mathbf{I}) \mathbf{f}_0) \\ &= (\mathbf{B}\mathbf{u}_{\text{BAS}} - \mathbf{f}_0)^\top (\mathbf{B}\mathbf{u}_{\text{BAS}} - \mathbf{f}_0) \quad (\text{A.17}) \end{aligned}$$

für alle  $\mathbf{u}$  in  $E_n$ . Die Gleichung gilt genau dann und nur dann, wenn  $(\mathbf{B}(\mathbf{u} - \mathbf{B}^\dagger \mathbf{f}_0))^\top \times (\mathbf{B}(\mathbf{u} - \mathbf{B}^\dagger \mathbf{f}_0)) = 0$  ist und somit genau dann und nur dann, wenn  $\mathbf{B}\mathbf{u} = \mathbf{B}\mathbf{B}^\dagger \mathbf{f}_0$  gilt.

Es muss nun gezeigt werden, dass für einen Satz  $\mathbf{u}$ s mit denen  $\mathbf{B}\mathbf{u} = \mathbf{B}\mathbf{B}^\dagger \mathbf{f}_0$  gilt, ebenfalls die Beziehung

$$\mathbf{u}^\top \mathbf{u} \geq (\mathbf{B}^\dagger \mathbf{f}_0)^\top (\mathbf{B}^\dagger \mathbf{f}_0) = \mathbf{u}_{\text{BAS}}^\top \mathbf{u}_{\text{BAS}} \quad (\text{A.18})$$

gilt. Folgende Aussage gilt für alle  $\mathbf{u}$  in  $E_n$ :

$$\begin{aligned} (\mathbf{B}^\dagger \mathbf{f}_0 + (\mathbf{I} - \mathbf{B}^\dagger \mathbf{B}) \mathbf{u})^\top (\mathbf{B}^\dagger \mathbf{f}_0 + (\mathbf{I} - \mathbf{B}^\dagger \mathbf{B}) \mathbf{u}) \\ = (\mathbf{B}^\dagger \mathbf{f}_0)^\top (\mathbf{B}^\dagger \mathbf{f}_0) + ((\mathbf{I} - \mathbf{B}^\dagger \mathbf{B}) \mathbf{u})^\top ((\mathbf{I} - \mathbf{B}^\dagger \mathbf{B}) \mathbf{u}) \quad (\text{A.19}) \end{aligned}$$

Wird nun  $\mathbf{B}\mathbf{B}^\dagger \mathbf{f}_0$  durch  $\mathbf{B}\mathbf{u}$  substituiert – oder gleichbedeutend  $\mathbf{B}^\dagger \mathbf{f}_0$  durch  $\mathbf{B}^\dagger \mathbf{B}\mathbf{u}$  (Gleichung (A.17) gilt in diesem Fall auch) –, so folgt aus der Gleichheitsbedingung in (A.19)

$$\mathbf{u}^\top \mathbf{u} = (\mathbf{B}^\dagger \mathbf{f}_0)^\top (\mathbf{B}^\dagger \mathbf{f}_0) + (\mathbf{u} - \mathbf{B}^\dagger \mathbf{f}_0)^\top (\mathbf{u} - \mathbf{B}^\dagger \mathbf{f}_0) \quad (\text{A.20})$$

oder, wenn  $\mathbf{u} \neq \mathbf{u}_{\text{BAS}}$ ,

$$\mathbf{u}^\top \mathbf{u} > \mathbf{u}_{\text{BAS}}^\top \mathbf{u}_{\text{BAS}}, \quad (\text{A.21})$$

wodurch der Beweis abgeschlossen ist. □



# Literatur

---

- [1] Abonyi, J. und B. Feil. *Cluster Analysis for Data Mining and System Identification*. Birkhäuser, 2007. ISBN: 978-3-764-37987-2.
- [2] Ackermann, J. *Sampled-Data Control Systems: Analysis and Synthesis, Robust System Design*. Communications and Control Engineering Series. Springer, 1985. ISBN: 978-3-642-82556-9. DOI: 10.1007/978-3-642-82554-5.
- [3] Ackermann, J. „Der Entwurf linearer Regelungssysteme im Zustandsraum“. *at – Automatisierungstechnik* Vol. 20, Nr. 7 (Dez. 1972), S. 297–300. DOI: 10.1524/auto.1972.20.112.297.
- [4] Ahmadi, S. und M. Karrari. „Local Quadratic Model Tree with Orthogonal Matching Pursuit (LOQUMOTOMP) Method for Nonlinear System Identification“. *Asian Journal of Control* Vol. 15, Nr. 6 (Nov. 2012), S. 1764–1771. DOI: 10.1002/asjc.545.
- [5] Babuška, R. *Fuzzy Modeling for Control*. International Series in Intelligent Technologies. Kluwer Academic Publishers Group, 1998. ISBN: 978-0-792-38154-9.
- [6] Backer, E. *Computer Assisted Reasoning in Cluster Analysis*. Prentice Hall, 1995. ISBN: 978-0-13-341884-2.
- [7] Benzaouia, A. und A. E. Hajjaji. *Advanced Takagi-Sugeno Fuzzy Systems – Delay and Saturation*. Springer, 2014. ISBN: 978-3-319-05638-8. DOI: 10.1007/978-3-319-05639-5.
- [8] Bezdek, J. C. *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms*. Kluwer Academic Publishers, 1981. ISBN: 978-0-306-40671-3.

- [9] Bezdek, J. C. *Fuzzy Models for Pattern Recognition – Methods That Search for Structures in Data*. Hrsg. von Pal, S. K. IEEE Press, 1992. ISBN: 0-7803-0422-5.
- [10] Bezdek, J. C., R. Ehrlich und W. Full. „FCM: The Fuzzy *c*-Means Clustering Algorithm“. *Computers & Geosciences* Vol. 10, Nr. 2–3 (1984), S. 191–203. DOI: 10.1016/0098-3004(84)90020-7.
- [11] Chen, C.-T. *Linear System Theory and Design*. Oxford series in electrical and computer engineering. Holt-Saunders, 1984. ISBN: 978-0-19511-595-6.
- [12] Chen, H.-T., S.-H. Hwang und C.-T. Chang. „Iterative Identification of Continuous-Time Hammerstein and Wiener Systems Using a Two-Stage Estimation Algorithm“. *Industrial & Engineering Chemistry Research* Vol. 48, Nr. 3 (Jan. 2009), S. 1495–1510. DOI: 10.1021/ie800149w.
- [13] Cybenko, G. „Approximation by superpositions of a sigmoidal function“. *Mathematics of Control, Signals and Systems* Vol. 2, Nr. 4 (Dez. 1989), S. 303–314. ISSN: 1435-568X. DOI: 10.1007/BF02551274.
- [14] Dou, L., Q. Zong, L. Sun und Y. Ji. „Excitation signal design for closed-loop system identification“. In: *Proceedings of the Chinese Control and Decision Conference*. Juni 2009, S. 1471–1476. DOI: 10.1109/CCDC.2009.5192214.
- [15] Duda, R. O., P. E. Hart und D. G. Stork. *Pattern Classification*. John Wiley & Sons, 2000. ISBN: 978-0-471-05669-0.
- [16] Dunn, J. C. „A Fuzzy Relative of the ISODATA Process and its Use in Detecting Compact Well-Separated Clusters“. *Journal of Cybernetics* Vol. 3 (1973), S. 32–57. DOI: 10.1080/01969727308546046.
- [17] Fang, K. und A. T. Shenton. „Constrained Optimal Test Signal Design for Improved Prediction Error“. *IEEE Transactions On Automation Science and Engineering* Vol. 11, Nr. 4 (Okt. 2014), S. 1191–1202. DOI: 10.1109/TASE.2013.2264810.
- [18] Feng, G. „A Survey on Analysis and Design of Model-Based Fuzzy Control Systems“. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* Vol. 14, Nr. 5 (Okt. 2006), S. 676–697. ISSN: 1063-6706. DOI: 10.1109/TFUZZ.2006.883415.

- 
- [19] Forssell, U. und L. Ljung. „Identification for Control: Some Results on Optimal Experiment Design“. In: *Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision and Control*. (Tampa, FL, USA). Vol. 3. 1998, S. 3384–3389. DOI: 10.1109/CDC.1998.758224.
- [20] Gevers, M. „Identification for Control“. *Annual Reviews in Control* Vol. 20 (1996), S. 95–106. ISSN: 1367-5788. DOI: 10.1016/S1367-5788(97)00008-4.
- [21] Gevers, M. „Identification for Control: Achievements and Open Problems“. *7th IFAC Symposium on Dynamics and Control of Process Systems (DYCOPS 2004)* (Juli 2004).
- [22] Gevers, M. „Identification for Control: From the Early Achievements to the Revival of Experiment Design“. *European Journal of Control* Vol. 11, Nr. 4–5 (Juni 2005), S. 335–352. DOI: 10.3166/ejc.11.335-352.
- [23] Gevers, M., X. Bombois, R. Hildebrand und G. Solari. „Optimal Experiment Design for Open and Closed-Loop System Identification“. *Communications in Information and Systems* Vol. 11, Nr. 3 (2011), S. 197–224. DOI: 10.4310/CIS.2011.v11.n3.a1.
- [24] Gevers, M. und L. Ljung. „Optimal Experiment Designs with Respect to the Intended Model Application“. *Automatica* Vol. 22, Nr. 5 (1986), S. 543–554. ISSN: 0005-1098. DOI: 10.1016/0005-1098(86)90064-6.
- [25] Godfrey, K., Hrsg. *Perturbation Signals for System Identification*. Pearson Education, 1993. ISBN: 978-0-136-56414-0.
- [26] Goodwin, G. C., J. C. Murdoch und R. L. Payne. „Optimal Test Signal Design for Linear S.I.S.O. System Identification“. *International Journal of Control* Vol. 17, Nr. 1 (1973), S. 45–55. DOI: 10.1080/00207177308932357.
- [27] Goodwin, G. C. und R. L. Payne. *Dynamic System Identification – Experiment Design and Data Analysis*. Academic Press Inc., 1977. ISBN: 978-0-122-89750-4.
- [28] Granger, C. W. J. und A. P. Andersen. *An Introduction To Bilinear Time Series Models*. 1978. DOI: 10.2307/1403173.
- [29] Graybill, F. A. *Matrices with Applications in Statistics*. 2. Aufl. Duxbury Classic Series. Wadsworth International Group, 1983. ISBN: 978-0-53440-131-3.

- [30] Grisales, V., A. Gauthier und G. Roux. „Fuzzy Optimal Control Design for Discrete Affine Takagi-Sugeno Fuzzy Models: Application to a Biotechnological Process“. In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Fuzzy Systems*. Vancouver, Juli 2006, S. 2369–2376. DOI: 10.1109/FUZZY.2006.1682030.
- [31] Guo, F. „A New Identification Method for Wiener and Hammerstein Systems“. Diss. Universität Karlsruhe, Forschungszentrum Karlsruhe, Dez. 2004.
- [32] Gustafson, D. E. und W. C. Kessel. „Fuzzy Clustering with a Fuzzy Covariance Matrix“. In: *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control including the 17th Symposium on Adaptive Processes*. Vol. 17. Jan. 1978, S. 761–766. DOI: 10.1109/CDC.1978.268028.
- [33] Hannan, E. J. „A Note on Bilinear Time Series Models“. *Stochastic Processes and their Applications* Vol. 12 (1983), S. 221–224. DOI: 10.1016/0304-4149(82)90044-8.
- [34] Hartmann, B. „Lokale Modellnetze zur Identifikation und Versuchsplanung nichtlinearer Systeme“. Diss. Universität Siegen, Jan. 2014. Schriftenreihe der Arbeitsgruppe Mess- und Regelungstechnik – Mechatronik, Department Maschinenbau.
- [35] Harvey, A. „The Local Quadratic Trend Model“. *Journal of Forecasting* Vol. 29, Nr. 1–2 (Dez. 2009), S. 94–108. DOI: 10.1002/for.1144.
- [36] Hjalmarsson, H. und H. Jansson. „Closed loop experiment design for linear time invariant dynamical systems via LMIs“. *Automatica* Vol. 44, Nr. 3 (2008), S. 623–636. ISSN: 0005-1098. DOI: 10.1016/j.automatica.2007.06.022.
- [37] Hjalmarsson, H., M. Michel Gevers und F. De Bruyne. „For Model-Based Control Design, Closed-Loop Identification Gives Better Performance“. *Automatica* Vol. 32 (12 Dez. 1996), S. 1659–1673. ISSN: 0005-1098. DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/S0005-1098\(96\)80003-3](http://dx.doi.org/10.1016/S0005-1098(96)80003-3).
- [38] Hogben, L., Hrsg. *Handbook of Linear Algebra – Discrete Mathematics and Its Applications*. Chapman und Hall/CRC, 2006. ISBN: 978-1-58488-510-8.

- 
- [39] Höppner, F., F. Klawonn, R. Kruse und T. Runkler. *Fuzzy Cluster Analysis – Methods for Classification, Data Analysis and Image Recognition*. Wiley, 1999. ISBN: 978-0-471-98864-9.
- [40] Hornik, K., M. Stinchcombe und H. White. „Multilayer Feedforward Networks are Universal Approximators“. *Neural Networks* Vol. 2, Nr. 5 (März 1989), S. 359–366. DOI: 10.1016/0893-6080(89)90020-8.
- [41] Hsiao, C.-C., S.-F. Su, T.-T. Lee und C.-C. Chuang. „Hybrid Compensation Control for Affine TSK Fuzzy Control Systems“. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics* Vol. 34, Nr. 4 (Aug. 2004), S. 1865–1873. ISSN: 1083-4419. DOI: 10.1109/TSMCB.2004.830338.
- [42] Isermann, R. „Required accuracy of mathematical models of linear time invariant controlled elements“. *Automatica* Vol. 7, Nr. 3 (Mai 1971), S. 333–341. DOI: 10.1016/0005-1098(71)90125-7.
- [43] Isermann, R. und M. Münchhof. *Identification of Dynamic Systems*. Springer, 2011. ISBN: 978-3-540-78878-2.
- [44] Johansen, T. A., K. J. Hunt, P. J. Gawthrop und H. Fritz. „Off-Equilibrium Linearisation and Design of Gain Scheduled Control with Application to Vehicle Speed Control“. *Control Engineering Practice* Vol. 6, Nr. 2 (Feb. 1998), S. 167–180. DOI: 10.1016/S0967-0661(98)00015-X.
- [45] Johansen, T. A., R. Shorten und R. Murray-Smith. „On the Interpretation and Identification of Dynamic Takagi-Sugeno Fuzzy Models“. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* Vol. 8, Nr. 3 (Juni 2000), S. 297–313. ISSN: 1063-6706. DOI: 10.1109/91.855918.
- [46] Jørgensen, S. B. und J. H. Lee. „Recent Advances and Challenges in Process Identification“. In: *Proceedings of the 6th International Conference on Chemical Process Control*. Vol. 6. Tucson, Arizona, Jan. 2001, S. 55–74.
- [47] Kim, E. und D. Kim. „Stability Analysis and Synthesis for an Affine Fuzzy Control System via LMI and ILMI: Discrete Case“. *IEEE Transactions on Systems, Man,*



- and Cybernetics – Part B: Cybernetics* Vol. 31, Nr. 1 (Feb. 2001), S. 132–140. ISSN: 1083-4419. DOI: 10.1109/3477.907572.
- [48] Kim, E. und S. Kim. „Stability Analysis and Synthesis for an Affine Fuzzy Control System via LMI and ILMI: Continuous Case“. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* Vol. 10, Nr. 3 (Juni 2002), S. 391–400. ISSN: 1063-6706. DOI: 10.1109/TFUZZ.2002.1006442.
- [49] Korba, P. *A Gain-Scheduling Approach to Model-Based Fuzzy Control*. 837. VDI-Verlag, 2000. ISBN: 9783183837083.
- [50] Korba, P., R. Babuška, H. B. Verbruggen und P. M. Frank. „Fuzzy Gain Scheduling: Controller and Observer Design Based on Lyapunov Method and Convex Optimization“. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* Vol. 11, Nr. 3 (Juni 2003), S. 285–298. ISSN: 1063-6706. DOI: 10.1109/TFUZZ.2003.812680.
- [51] Kosko, B. „Fuzzy Systems as Universal Approximators“. *IEEE Transactions on Computers* Vol. 43, Nr. 11 (Nov. 1994), S. 1329–1333. ISSN: 0018-9340. DOI: 10.1109/12.324566.
- [52] Kroll, A. „On the State-Space Representation of Local Affine Models in Takagi-Sugeno-Kang Fuzzy Systems“. *at – Automatisierungstechnik* Vol. 52 (Okt. 2004), S. 470–480. ISSN: 0178-2312. DOI: 10.1524/auto.52.10.470.44805.
- [53] Kroll, A. „On Choosing the Fuzziness Parameter for Identifying TS Models with Multidimensional Membership Functions“. *Journal of Artificial Intelligence and Soft Computing Research* Vol. 1, Nr. 4 (2011), S. 283–300.
- [54] Kroll, A. „Zur regelungsorientierten Ableitung von Takagi-Sugeno-Modellen“. *at – Automatisierungstechnik* Vol. 59 (Dez. 2011), S. 705–719. DOI: 10.1524/auto.2011.0964.
- [55] Kroll, A. *Computational Intelligence – Eine Einführung in Probleme, Methoden und technische Anwendungen*. Oldenbourg Verlag, 2013. ISBN: 978-3-486-70976-6. DOI: 10.1524/9783486737424.

- 
- [56] Landau, I. D., R. Lozano, M. M'Saad und A. Karimi. *Adaptive Control – Algorithms, Analysis and Applications*. Communications and Control Engineering. Springer London, 2011. ISBN: 978-0-85729-663-4. DOI: 10.1007/978-0-85729-664-1.
- [57] Leontaritis, I. J. und S. A. Billings. „Experimental design and identifiability for non-linear systems“. *International Journal of Systems Science* Vol. 18, Nr. 1 (1987), S. 189–202. DOI: 10.1080/00207728708963958.
- [58] Ljung, L. *Identification for Control – What is There To Learn?* Techn. Ber. Linköping University, Automatic Control, 1998.
- [59] Ljung, L. *System Identification: Theory for the User*. 2. Aufl. Prentice Hall, Jan. 1999. ISBN: 978-0-136-56695-3.
- [60] Luenberger, D. G. „Observing the state of a linear system“. *IEEE Transaction on Military Electronics* Vol. 8, Nr. 2 (Apr. 1964), S. 74–80. ISSN: 0536-1559. DOI: 10.1109/TME.1964.4323124.
- [61] Lunze, J. *Regelungstechnik 2 – Mehrgrößensysteme, Digitale Regelung*. 4. Aufl. Springer, März 2006. ISBN: 3-540-32335-X.
- [62] Lunze, J. *Regelungstechnik 1 – Systemtheoretische Grundlagen, Analyse und Entwurf einschleifiger Regelungen*. 7. Aufl. Springer, Aug. 2008. ISBN: 3-540-68907-9.
- [63] Ma, X.-J., Z.-Q. Sun und Y.-Y. He. „Analysis and Design of Fuzzy Controller and Fuzzy Observer“. *IEEE Transactions On Fuzzy Systems* Vol. 6, Nr. 1 (Feb. 1998), S. 41–51. ISSN: 1063-6706. DOI: 10.1109/91.660807.
- [64] Michels, K., F. Klawonn, R. Kruse und A. Nürnberger. *Fuzzy-Regelung – Grundlagen, Entwurf, Analyse*. Springer, 2002. ISBN: 978-3-540-43548-8. DOI: 10.1007/978-3-642-55812-2.
- [65] Minsky, M. und S. Papert. *Perceptrons: An Introduction to Computational Geometry*. MIT Press, 1969. ISBN: 978-0-262-13043-1.
- [66] Mitschke, M. und H. Wallentowitz. *Dynamik der Kraftfahrzeuge*. 4. Aufl. Springer, 2004. ISBN: 978-3-5404-2011-8.

- [67] Moez, A., S. Mansour, C. Mohamed und M. Driss. „Takagi-Sugeno Fuzzy Control of Induction Motor“. *International Journal of Electrical and Computer Engineering* Vol. 5, Nr. 3 (2010), S. 25–31.
- [68] Murphy, K. P. *Machine Learning – A Probabilistic Perspective*. MIT Press, 2012. ISBN: 978-0-262-01802-9.
- [69] Murray-Smith, R. und T. A. Johansen, Hrsg. *Multiple Model Approaches to Modelling and Control*. Series in Systems and Control. Taylor & Francis, 1997. ISBN: 0-7484-0595-X.
- [70] Narasimhan, S. und R. Rengaswamy. „Multiobjective Input Design for System Identification – Frequency Selection for Identification of Nonlinear Systems“. In: *14th IFAC Symposium on System Identification*. Newcastle, Australia, März 2006. DOI: 10.3182/20060329-3-AU-2901.00183.
- [71] Nelles, O. *Nonlinear System Identification: From Classical Approaches to Neural Networks and Fuzzy Models*. Springer, 2000. ISBN: 978-3-540-67369-9. DOI: 10.1007/978-3-662-04323-3.
- [72] Ohtake, H., K. Tanaka und H. O. Wang. „Fuzzy Modeling via Sector Nonlinearity Concept“. In: *Proceedings of the Joint 9th IFSA World Congress and 20th NAFIPS International Conference*. Vol. 1. Vancouver, Canada, Juli 2001, S. 127–132.
- [73] Patwardhan, R. S., S. Lakshminarayanan und S. L. Shah. „Constrained nonlinear MPC using Hammerstein and Wiener models: PLS framework“. *AIChE Journal* Vol. 44, Nr. 7 (Juli 1998), S. 1611–1622. DOI: 10.1002/aic.690440713.
- [74] Pintelon, R. und J. Schoukens. *System Identification – A Frequency Domain Approach*. 2. Aufl. Wiley, Apr. 2012. ISBN: 978-0-470-64037-1. DOI: 10.1002/9781118287422.
- [75] Prasad, B. und S. R. M. Prasanna, Hrsg. *Speech, Audio, Image and Biomedical Signal Processing using Neural Networks*. Springer, 2008. ISBN: 978-3-540-75397-1. DOI: 10.1007/978-3-540-75398-8.

- 
- [76] Pronzato, L. „Optimal Experimental Design and Some Related Control Problems“. *Automatica* Vol. 44, Nr. 2 (Feb. 2008), S. 303–325. ISSN: 00051098. DOI: 10.1016/j.automatica.2007.05.016.
- [77] Puchalski, B., K. Duzinkiewicz und T. Rutkowski. „Multi-region fuzzy logic controller with local PID controllers for U-tube steam generator in nuclear power plant“. *Archives of Control Sciences* Vol. 25, Nr. 4 (2015), S. 429–444. DOI: 10.1515/acsc-2015-00280.
- [78] Reinschke, K. *Lineare Regelungs- und Steuerungstheorie*. Springer, 2006. ISBN: 978-3-540-21886-9.
- [79] Ropohl, G. *Allgemeine Systemtheorie – Einführung in transdisziplinäres Denken*. edition sigma, 2012. ISBN: 978-3-836-03586-6.
- [80] Ruspini, E. H. „A New Approach to Clustering“. *Information and Control* Vol. 15, Nr. 1 (Juli 1969), S. 22–32. DOI: 10.1016/S0019-9958(69)90591-9.
- [81] Schetzen, M. *The Volterra and Wiener theories of nonlinear systems*. Wiley, 1980. ISBN: 978-0-471-04455-0.
- [82] Schrodtt, A. und A. Kroll. „Zur Fuzzy-Clusterungs-basierten Identifikation eines Verbrennungsmotorkennfelds: Methodenvergleich und Parametrierungsstrategie“. In: *21. Workshop Computational Intelligence*. Hrsg. von Mikut, R. und M. Reischl. Schriftenreihe des Instituts für Angewandte Informatik / Automatisierungstechnik. Dortmund, Dez. 2011, S. 47–60.
- [83] Schrodtt, A. und A. Kroll. „Drift Term Compensating Control for Off-Equilibrium Operation of Nonlinear Systems with Takagi-Sugeno Fuzzy Models“. In: *Proceedings of the 14th European Control Conference (ECC)*. EUCA. Linz, Austria, Juli 2015, S. 392–397. DOI: 10.1109/ECC.2015.7330575.
- [84] Schrodtt, A. und A. Kroll. „Using an Iterative and Affine Closed-Loop Identification and Controller Design Scheme for Takagi-Sugeno Models“. In: *Proceedings of the 17th IFAC Symposium on System Identification (SysID)*. IFAC. Beijing, China, Okt. 2015, S. 362–367. DOI: 10.1016/j.ifacol.2015.12.154.

- [85] Schrod, A. und A. Kroll. „Zur regelungsorientierten Identifikation und driftkompensierenden Takagi-Sugeno-Fuzzy-Regelung“. *at – Automatisierungstechnik* Vol. 64, Nr. 4 (Apr. 2016), S. 270–281. DOI: 10.1515/auto-2015-0079.
- [86] Schrod, A. und A. Kroll. „On Iterative Closed-Loop Identification Using Affine Takagi-Sugeno Models and Controllers“. *International Journal of Fuzzy Systems* (2017), S. 1–11. DOI: 10.1007/s40815-016-0290-x.
- [87] Sliwinski, P. *Nonlinear System Identification by Haar Wavelets*. Springer, 2013. ISBN: 978-3-642-29395-5. DOI: 10.1007/978-3-642-29396-2.
- [88] Suykens, J. A. K., J. P. L. Vandewalle und B. L. D. Moor. *Artificial Neural Networks for Modelling and Control of Non-Linear Systems*. Springer, 1996. ISBN: 978-0-7923-9678-9. DOI: 10.1007/978-1-4757-2493-6.
- [89] Tanaka, K. und H. O. Wang. *Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach*. John Wiley & Sons, Inc., 2001. ISBN: 978-0-471-32324-2.
- [90] Telen, D., F. Logist, E. V. Derlinden und J. F. V. Impe. „Robust Optimal Experiment Design: A Multi-Objective Approach“. In: *Proceedings of the 7th Vienna International Conference on Mathematical Modelling*. Vol. 2. Nr. 45. Okt. 2012, S. 689–694. DOI: 10.3182/20120215-3-AT-3016.00122.
- [91] Unbehauen, H. *Regelungstechnik III – Identifikation, Adaption, Optimierung*. 7. Aufl. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag, 2011. ISBN: 978-3-8348-1419-7.
- [92] United Nations. *UNECE Regulation No. 101 Addendum 100 Revision 2 – Uniform Provisions Concerning the Approval of Passenger Cars Powered by an Internal Combustion Engine Only, or Powered by a Hybrid Electric Power Train with Regard to the Measurement of the Emission of Carbon Dioxide and Fuel Consumption and/or the Measurement of Electric Energy Consumption and Electric Range, and of Categories M1 and N1 Vehicles Powered by an Electric Power Train only with Regard to the Measurement of Electric Energy Consumption and Electric Range*. Apr. 2013.

- 
- [93] Van den Hof, P. M. J. „Closed-Loop Issues in System Identification“. *Annual Reviews in Control* Vol. 22 (1998), S. 173–186. ISSN: 1367-5788. DOI: DOI:10.1016/S1367-5788(98)00016-9.
- [94] Wang, H. O., K. Tanaka und M. F. Griffin. „An Approach to Fuzzy Control of Nonlinear Systems: Stability and Design Issues“. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* Vol. 4 (Feb. 1996), S. 14–23. DOI: 10.1109/91.481841.
- [95] Wang, H., K. Tanaka und M. Griffin. „Parallel Distributed Compensation of Nonlinear Systems by Takagi-Sugeno Fuzzy Model“. In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Fuzzy Systems*. Vol. 2. Nr. 4. März 1995, S. 531–538. DOI: 10.1109/FUZZY.1995.409737.
- [96] Wang, H. und G.-H. Yang. „Controller design for affine fuzzy systems via characterization of dilated linear matrix inequalities“. *Fuzzy Sets and Systems* Vol. 217 (2013), S. 96–109. ISSN: 0165-0114. DOI: 10.1016/j.fss.2012.10.006.
- [97] Wellers, M. und N. Kositzka. „Identifikation nichtlinearer Systeme mit Wiener- und Hammerstein-Modellansätzen auf Basis der Volterra-Reihe“. *at – Automatisierungstechnik* Vol. 47, Nr. 5 (Mai 1999), S. 209–216. DOI: 10.1524/auto.1999.47.5.209.
- [98] Wellstead, P. E. „Reference Signal for Closed-Loop Identification“. *International Journal of Control* Vol. 26, Nr. 6 (1977), S. 945–962. DOI: 10.1080/00207177708928534.
- [99] Xie, X.-P., Z.-W. Liu und X.-L. Zhu. „An efficient approach for reducing the conservatism of LMI-based stability conditions for continuous-time T–S fuzzy systems“. *Fuzzy Sets and Systems* Vol. 263 (2015), S. 71–81. ISSN: 0165-0114. DOI: 10.1016/j.fss.2014.05.020.
- [100] Xu, J. und L. Xie. „Control and Estimation of Piecewise Affine Systems“. In: Woodhead Publishing, 2014. Kap. A PWA approach to Takagi-Sugeno fuzzy logic systems, S. 169–192. ISBN: 978-1-78242-161-0. DOI: 10.1533/9781782421627.169.
- [101] Yoshinari, Y., W. Pedrycz und K. Hirota. „Construction of fuzzy models through clustering techniques“. *Fuzzy Sets and Systems* Vol. 54, Nr. 2 (März 1993), S. 157–165. DOI: 10.1016/0165-0114(93)90273-K.

- [102] Zhang, Z., C. Lin und B. Chen. „New stability and stabilization conditions for T-S fuzzy systems with time delay“. *Fuzzy Sets and Systems* Vol. 263 (2015), S. 82–91. ISSN: 0165-0114. DOI: 10.1016/j.fss.2014.09.012.
- [103] Zhao, J., R. Gorez und V. Wertz. „Synthesis of Fuzzy Control Systems Based on Linear Takagi-Sugeno Fuzzy Models“. In: *Multiple Model Approaches to Modelling and Control*. Hrsg. von Murray-Smith, R. und T. A. Johansen. Taylor & Francis, 1997. Kap. 13, S. 307–336. ISBN: 978-0-7484-0595-4.

# **Schriftenreihe Mess- und Regelungstechnik der Universität Kassel**

Herausgegeben von / Edited by

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Andreas Kroll, Universität Kassel

---

- Band 1:** Klassifikationsgestützte on-line Adaption eines robusten beobachter-basierten Fehlerdiagnoseansatzes für nichtlineare Systeme, Kassel 2011  
Patrick Gerland
- Band 2:** Zur Identifikation mechatronischer Stellglieder mit Reibung bei Kraftfahrzeugen, Kassel 2012  
Zhenxing Ren
- Band 3:** Sensordatenfusionsansätze in der Thermografie zur Verbesserung der Messergebnisse, Kassel 2014  
Samuel Soldan
- Band 4:** Multi-Robot Task Allocation for Inspection Problems with Cooperative Tasks Using Hybrid Genetic Algorithms, Kassel 2014  
Chun Liu
- Band 5:** Gasleckortungsmethode für autonome mobile Inspektionsroboter mit optischer Gasfernmesstechnik in industrieller Umgebung, Kassel 2015  
Gero Bonow
- Band 6:** Dynamische Analyse großer verkoppelter Systeme mit Methoden der Komplexen Netzwerke am Beispiel des Inverse-Response-Verhaltens, Kassel 2015  
Andreas Geiger
- Band 7:** Close range 3D thermography: real-time reconstruction of high fidelity 3D thermograms, Kassel 2018  
Antonio Rafael Ordóñez Müller



Hauptziel der vorliegenden Arbeit ist es, ein einfaches und praxisorientiertes iteratives Verfahren zu entwickeln, mit welchem regelungsorientierte Modelle für nichtlineare Systeme aus Messdaten identifiziert werden können. Dazu werden Takagi-Sugeno-Fuzzy-Modelle mit lokal linearen/affinen Modellen verwendet. Ein besonderes Augenmerk liegt auf dem sogenannten Driftterm, der bei der Linearisierung eines Modells außerhalb einer Ruhelage auftritt. Dieser wird häufig beim Reglerentwurf aus Takagi-Sugeno-Modellen nicht berücksichtigt. Es wird daher ein einfaches approximatives Verfahren zur Kompensation dieses Terms vorgeschlagen und eine vollständige Methode zum Entwurf eines Fuzzy-Takagi-Sugeno-Reglers mit Driftkompensation eingeführt. Des weiteren wird ein iteratives Identifikationschema vorgestellt, mit welchem Modelle zur Reglerauslegung im geschlossenen Regelkreis identifiziert werden.

In drei Fallstudien werden unterschiedliche Effekte bei Verwendung der vorgestellten Methoden beleuchtet. Die einzelnen Fallstudien gehen dabei auf die Aspekte Stabilisierbarkeit bei Vernachlässigung/Berücksichtigung des Driftterms, die Modelländerung über die Iterationen sowie Anwendbarkeit auf reale Systeme unter Verwendung eines modifizierten Zustandsbeobachters ein. Das Ergebnis dieser Studien ist, dass sich bei Verwendung der vorgestellten Methoden die Regelgüte verbessern lässt, wenn ein Regler aus Messdaten erzeugt wird, welche im geschlossenen Regelkreis gewonnen wurden.

ISBN 978-3-7376-0646-2



9 783737 606462 >