

Diese Arbeit entstand als eine vom Fachbereich Bauingenieurwesen der Universität Kassel genehmigte Dissertation.

Erster Gutachter: Univ. Prof. Dr.-Ing. Hans-Georg Kempfert

Zweiter Gutachter: Univ. Prof. Dr.-Ing. Ekkehard Fehling

Dritter Gutachter: em. Univ. Prof. Dr.-Ing. Harry Grundmann

Tag der mündlichen Prüfung: 27. Mai 2009

Institut für Geotechnik und Geohydraulik

Universität Kassel – Fachgebiet Geotechnik

Mönchebergstraße 7 – 34125 Kassel

Telefon: (0561) 804 2630

Telefax: (0561) 804 2651

2010, kassel university press GmbH

www.upress.uni-kassel.de

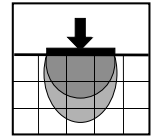
ISBN print: 978-3-89958-834-7

ISBN online: 978-3-89958-835-4

URN: <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:0002-8358>

Bibliographische Information der Deutschen Nationalbibliothek:

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliographie; detaillierte bibliographische Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.



Herausgeber:
Professor Dr.-Ing. H.-G. Kempfert

**Interaktion zwischen
Baugrund und Bauwerk
– Zulässige Setzungsdifferenzen
sowie Beanspruchungen von
Bauwerk und Gründung –**

Daniel Fischer

Heft 21

Oktober 2009

Vorwort des Herausgebers

Sowohl im Grundbau wie im allgemeinen konstruktiven Ingenieurbau ist für die Bauteile und Tragsysteme nachzuweisen, dass ein ausreichender Sicherheitsabstand zwischen den Grenzzuständen der Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit vorliegt. Diese Nachweise werden bisher weitgehend getrennt und unbeeinflusst zwischen Gründung und aufgehendem Bauwerk geführt. Setzungsdifferenzen zwischen den verschiedenen Punkten der Gründungselemente können bekanntlich zu Zwangsbeanspruchungen bis hin zu Risseschäden in der aufgehenden Konstruktion führen. Die Nichteinhaltung des Nachweises der Gebrauchstauglichkeit in der Gründung kann dabei einen Grenzzustand der Tragfähigkeit im aufgehenden Bauwerk hervorrufen. Für dieses im Allgemeinen stark nichtlineare und komplexe ganzheitliche Verhalten von Baugrund–Gründung–Bauwerk liegen wissenschaftlich noch erhebliche Defizite vor.

Herr Dr.-Ing. Daniel Fischer hat in seiner Arbeit in umfangreichen Darstellungen aus der Literatur die Bedingungen und Grenzwerte aus statistischen Auswertungen, Beobachtungen und Messungen zusammengefasst und herausgearbeitet, dass eine erhebliche Bewertungsunsicherheit zur Fragestellung vorliegt. Mit umfangreichen theoretischen Untersuchungen von kritischen Setzungsdifferenzen für Mulden und Sattellagerungen wurde auf der Grundlage der Balkentheorie unter Verwendung der Vorstellungen von *Burland (1974/1977)* mit der Modellvorstellung von Gebäude und Gründung als Ersatzbalken ausgegangen. Dazu waren Vereinfachungen zu diskutieren und zu bewerten. Grundidee ist die Übereinstimmung von Biegelinie des Gebäudeersatzsystems mit der Setzungslinie unter dem Gebäude, wobei die Biegelinie wiederum abhängig ist von der Belastungsart des Ersatzträgers und von seiner Biege- und Schubsteifigkeit. In den Untersuchungen wurden die maßgeblichen Einflussparameter, z. B. Laststellungen, maßgebliche Schnitte, Schubkorrektur, usw. unter der Maßgabe von Biege- und Schubversagen geprüft und die Ergebnisse in zahlreichen grafischen Darstellungen dokumentiert. In der zusammenfassenden Darstellung wird deutlich, dass die vorstehend genannten Einflussparameter ganz maßgeblich die Schadensgrenzen beeinflussen.

Als Grundlage für die Entwicklung eines eigenen praktischen Berechnungsverfahrens zur Fragestellung wurden vergleichende Betrachtungen zur Ersatz- und Systemsteifigkeit am Gesamtsystem Bauwerk–Gründung–Baugrund vorgenommen. Unter Verwendung und Zusammenführung der im Grundbau verwendeten Definitionen „relative Winkelverdrehung“ und „Biegeverhältnis“ ist das empfohlene Berechnungsverfahren für die verschiedenen Belastungsformen und Versagensquerschnitte differenziert nach Mulden- und Sattellagen anwenderorientiert aufbereitet worden. Des Weiteren sind die ausführlich dargestellten materialabhängigen Bedingungen für das Verfahren in Form von materialbezogenen kritischen Dehnungen und Rissbreiten herausgearbeitet und für die im Einzelnen zu verwendenden Baustoffe zusammengestellt.

Insbesondere die Berücksichtigung und Anwendung des unterschiedlichen stark zeitabhängigen Materialverhaltens von Baugrund und Bauwerk auf die Thematik macht deutlich, dass die im Grundbau weit verbreitete Vorgehensweise einer pauschalierten Betrachtung mit Schadensgrenzen von 1/300 (Muldenlage) bzw. 1/600 (Sattellage) zu wenig differenziert ist und sowohl zur sicheren wie zur unsicheren Seite erhebliche Abweichungen möglich sind.

Auch wenn Herr Fischer mit seiner interdisziplinär ausgerichteten Arbeit wesentliche Erkenntnisse herausgearbeitet und eine praktische Vorgehensweise aufgezeigt hat, liegt aufgrund der Komplexität der Fragestellung noch erheblicher experimenteller und theoretischer Forschungsbedarf zur Interaktion Baugrund – Bauwerk vor.

Hans-Georg Kempfert

Vorwort des Autors

Die Erfassung der Boden-Bauwerks-Wechselwirkung stellt eine sehr komplexe Fragestellung dar, deren zahlreichen Einflussfaktoren meist nur näherungsweise erfasst werden können. Diese Problematik führt auf eines für die praktische Anwendung ausgerichtetes Berechnungsverfahren, das trotz der zahlreichen Einflussfaktoren eine realitätsnahe Beurteilung der Schadensanfälligkeit von Konstruktionen unter Sattel- oder Muldenlagerungen bzw. auch unter Kombinationen aus Sattel- und Muldenlagerungen, zulässt. Aufgrund der theoretischen Zusammenhänge lässt sich das abgeleitete Verfahren auch auf Teilstrukturen des konstruktiven Ingenieurbaus zur Beurteilung der Schadensanfälligkeit unter der allgemeinen Fragestellung des Verformungszwanges anwenden.

Die vorliegende Arbeit entstand in der Zeit zwischen Februar 2004 und Mai 2009, parallel zu meiner beruflichen Tätigkeit im Ingenieurbüro Förster + Sennewald in München.

Herrn Univ. Prof. Dr.-Ing. H.-G. Kempfert gilt mein besonderer Dank für das entgegengebrachte Vertrauen und für die Möglichkeit die Fragestellung der vorliegenden Dissertation zu bearbeiten. Durch seine intensive Betreuung und Unterstützung mit zahlreichen Hinweisen und wertvollen Ratschlägen trägt er einen sehr großen Anteil am Gelingen dieser Arbeit.

Wertvolle Anregungen ergaben sich ebenso aus Gesprächen mit Herrn em. Univ. Prof. Dr.-Ing. H. Grundmann, dem ich für seine wertvollen Hinweise und für die Übernahme des Korreferates danke. Für das fachliche Interesse und die kritische Durchsicht bin ich dem Korreferenten Herrn Univ. Prof. Dr.-Ing. E. Fehling zu Dank verbunden.

Bedanken möchte ich mich auch bei Herrn Univ. Prof. Dr.-Ing. W. Seim und Herrn Dr.-Ing. B. Gebrelassie für die Mitwirkung in der Promotionskommission.

Allen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern am Fachgebiet Geotechnik gilt mein Dank für die freundschaftliche und konstruktive Zusammenarbeit.

Meinem Arbeitgeber, Herrn Prof. Dipl.-Ing. R. Sennewald, danke ich für die Bereitschaft, meinen Arbeitsvertrag für die Dauer der Promotion zu reduzieren und mir damit die notwendige Zeit für die Ausarbeitung der vorliegenden Arbeit zu geben.

Allen, die durch ihre ständige Unterstützung einen wesentlichen Anteil am erfolgreichen Abschluss und zum Gelingen dieser Arbeit beitrugen, sei besonders gedankt, insbesondere meinen Eltern, die meinen Lebensweg hilfreich begleitet und meinen Werdegang ermöglicht haben.

München, im Oktober 2009

Daniel Fischer

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung und Zielsetzung.....	1
1.1 Allgemeines.....	1
1.2 Nachweiskonzepte und Grundlagen der normativen Regelungen.....	3
1.3 Modellbildung zur Berücksichtigung der Boden-Bauwerk-Interaktion.....	5
1.4 Zielsetzung und Methodik der Arbeit.....	6
2 Zusammenfassende Darstellung über zulässige Setzungskriterien aus der Literatur... 	9
2.1 Allgemeines.....	9
2.2 Ursachen und Auswirkungen von Setzungen.....	10
2.3 Setzungen von Flachgründungen.....	11
2.3.1 Setzungsanteile und Bauwerksbeanspruchungen.....	11
2.3.2 Zulässige Setzungsgrößen.....	14
2.3.3 Zulässige Verkantungen.....	16
2.3.4 Allgemeine Wirkung von Setzungsdifferenzen und Beanspruchungen.....	16
2.3.5 Schadensgrenzen für Bauwerke.....	20
2.3.6 Weitere Setzungsursachen.....	30
3 Nachweiskonzepte im allgemeinen konstruktiven Ingenieurbau und im Grundbau mit Auswirkungen auf die Gebrauchstauglichkeitsnachweise bei Flachgründungen..	33
3.1 Problemstellung.....	33
3.2 Nachweisverfahren im allgemeinen konstruktiven Ingenieurbau.....	34
3.3 Nachweisverfahren im Grundbau.....	35
3.4 Ableitung wirklichkeitsnaher setzungserzeugender Lasten.....	37
3.4.1 Vorgehensweise.....	37
3.4.2 Hochbauten.....	43
3.4.3 Brückenbauwerke.....	46
3.4.4 Schornsteine.....	48
3.4.5 Silos.....	48
3.5 Zusammenfassung der bauwerksbezogenen setzungserzeugenden Lasten.....	51
4 Zwangsbeanspruchungen und Querschnittssteifigkeiten.....	55
4.1 Allgemeines.....	55
4.2 Eigenschaften von Stahlbeton im Hinblick auf Gebrauchstauglichkeitsnachweise.....	56
4.2.1 Grundlegende Materialeigenschaften von Beton.....	56
4.2.2 Materialeigenschaften von Betonstahl.....	60
4.2.3 Materialeigenschaften von Beton unter Berücksichtigung zeitlicher Einflüsse...	61
4.2.4 Zusammenwirken von Beton- und Betonstahl.....	70
4.2.5 Ableitung von Steifigkeitsverhältnissen.....	72

4.2.6 Schubsteifigkeit.....	80
4.2.7 Steifigkeitsansätze bei Beanspruchungen infolge Gebäudesetzungen.....	81
4.3 Eigenschaften von Mauerwerk.....	81
4.3.1 Allgemeines.....	81
4.3.2 Materialverhalten unter Druckbeanspruchung.....	84
4.3.3 Nicht-lineares Spannungs-Dehnungsverhalten von Mauerwerk.....	87
4.3.4 Zug- und Biegezugfestigkeit von Mauerwerk.....	90
4.3.5 Tragverhalten von Mauerwerk unter Schubbeanspruchung.....	95
4.3.6 Schwinden und Kriechen von Mauerwerk.....	99
4.4 Materialspezifische Einflüsse auf Verformungen und Setzungen von Verbundkonstruktionen.....	102
4.4.1 Allgemeines.....	102
4.4.2 Zwangsbeanspruchungen und Langzeiteinwirkung.....	105
4.5 Zusammenfassende Hinweise zu den Steifigkeitsansätzen bei Zwangsbeanspruchungen infolge Setzungen.....	109
5 Ableitung von kritischen Setzungsdifferenzen für Mulden- und Sattellagerungen auf der Grundlage der Balkentheorie.....	116
5.1 Ziele und Vorgehensweise.....	116
5.2 Grundlagen und Erweiterungen.....	119
5.2.1 Überlegungen nach Burland zur Beschreibung einer Setzungsmulde.....	119
5.2.2 Formänderung infolge Biegemoment und Querkraft.....	120
5.2.3 Lage der neutralen Faser z im Balkenquerschnitt.....	125
5.2.4 Definition der Winkelverdrehung für Mulden- und Sattellagerungen.....	125
5.2.5 Beanspruchungsformen eines Balkens als Analogie für Gebäude mit Sattel- und Muldenlagerungen.....	130
5.2.6 Analogiebetrachtungen zum Durchlaufträgersystem mit Ersatzsystemen.....	135
5.2.7 Definition kritischer Versagensschnitte für Mulden- und Sattellagerungen.....	138
5.3 Berücksichtigung erweiterter Lastfallsituationen.....	139
5.3.1 Vorgehensweise.....	139
5.3.2 Erweiterte Lastsituationen.....	139
5.3.3 Trägerstellen mit maximalen Beanspruchungen und maximalen Verschiebungen.....	140
5.3.4 Momentennullpunkte als Kennzeichen der Unterteilung in Einfeldsysteme und Kragssysteme.....	144
5.3.5 Behandlung von elastischen Einspannungen.....	146
5.3.6 Lösung der Balkendifferentialgleichung.....	147
5.3.7 Erläuterungen zur Ergebnisdarstellung und zur Anwendung der Graphiken....	151
5.4 Anwendung der Balkentheorie für Gebäudemuldenlagerung.....	154

5.4.1 Allgemeines.....	154
5.4.2 Einfeldträger mit variablem Abstand der Einzellast.....	155
5.4.3 Einfeldträger unter Linienbelastung.....	163
5.5 Anwendung der Balkentheorie für Gebäudesattellagerung.....	169
5.5.1 Allgemeines.....	169
5.5.2 Kragträger unter Einzel- und Streckenlast.....	172
5.5.3 Auswertung für die maßgebenden Versagensbeziehungen.....	174
5.6 Zusammenfassung der Ergebnisse nach der Balkentheorie.....	178
5.6.1 Allgemeines.....	178
5.6.2 Vergleich der Ergebnisse von Mulden- und Sattellagerung.....	182
5.6.3 Bewertung.....	187
5.7 Zusammengesetzte Systeme aus Mulden- und Sattellagerungen.....	189
5.8 Anwendung auf zweiachsig gespannte Systeme.....	190
5.9 Hinweise zu einer veränderlichen Biegesteifigkeit des Ersatzsystems.....	193
5.10 Abschließende Hinweise zum Berechnungsgang.....	190
6 Rechnerische Ermittlung kritischer Setzungsdifferenzen für Mulden- und Sattellagerungen unter Berücksichtigung des zweiachsigen Spannungszustandes... 191	
6.1 Allgemeines.....	191
6.2 Grundlagen der verwendeten Scheibenlösung.....	192
6.3 Lastentwicklung und Überlagerung.....	194
6.3.1 Allgemeines.....	194
6.3.2 Belastungen von Einfeldsystemen.....	197
6.3.3 Belastungen von Durchlaufsystemen.....	200
6.4 Lösung des zweiachsigen Spannungszustandes.....	201
6.4.1 Allgemeines.....	201
6.4.2 Einfeldsysteme unter Muldenlagerung.....	203
6.4.3 Hinweise zur Auswertung.....	209
6.4.4 Auswertung für eine Muldenlagerung.....	210
6.4.5 Auswertung für eine Sattellagerung.....	211
6.5 Durchlaufsysteme.....	213
6.5.1 Vorbemerkungen.....	213
6.5.2 Durchlaufsysteme unter Muldenlagerung.....	214
6.6 Zusammenfassung und Fazit.....	215
7 Muldenlagerung unter Berücksichtigung von Reibungskräften in der Sohlfuge..... 217	
7.1 Allgemeines.....	217
7.2 Lösung der Differentialgleichung.....	220
7.3 Auswirkung der Reibungskräfte in der Sohlfuge und Vergleich.....	225

8 Zur Berechnung von Gründungskörpern und Baugrundverformungen.....	229
8.1 Allgemeines.....	229
8.2 Verfahren zur Ermittlung von Setzungen.....	230
8.3 Berechnung von Gründungen unter Einbeziehung der Baugrundsteifigkeit.....	234
8.3.1 Übersicht.....	234
8.3.2 Bettungsmodulansätze.....	236
8.3.3 Steifemodulverfahren.....	240
8.3.4 Numerische Verfahren.....	241
8.3.5 Hinweise zu Anwendungskriterien und Anwendungsgrenzen für unterschiedliche Baugrundmodelle.....	242
9 Ersatzsteifigkeiten und die Definition der Systemsteifigkeit.....	245
9.1 Definition der Systemsteifigkeit Baugrund – Bauwerk.....	245
9.2 Näherungsweise Bestimmung von Gebäudeersatzsteifigkeiten.....	248
9.3 Hinweise zur Berücksichtigung weiterer Einflussfaktoren auf die Bestimmung der Überbausteifigkeit.....	255
9.4 Ersatz- und Systemsteifigkeiten für die praktische Berechnung.....	256
10 Ableitung eines praktischen Berechnungsverfahrens.....	257
10.1 Zielsetzung.....	257
10.2 Empfehlungen zur praktischen Vorgehensweise.....	259
10.2.1 Grundlagen.....	259
10.2.2 Definition kritischer Versagensschnitte für Mulden- und Sattellagerungen...	262
10.2.3 Grundnomogramm für Gebäudemuldenlagen und Gebäudesattellagen.....	265
10.3 Materialabhängige kritische Dehnungen und Rissbreiten.....	268
10.3.1 Allgemeines.....	268
10.3.2 Bauteile aus Stahlbeton.....	269
10.3.3 Bauteile aus Mauerwerk.....	281
10.4 Hinweise zu weiteren Baustoffen.....	285
10.5 Anwendungsbeispiele.....	285
10.5.1 Allgemeines.....	285
10.5.2 Beispiel 1: Gebäudemuldenlagerung unter Dreiecksbelastung	285
10.5.3 Beispiel 2: Gebäudesattellagerung unter Trapezbelastung	294
10.5.4 Beispiel 3: Ermittlung der Verformungsreserven bei einem realen Projekt mit vorliegenden Setzungsmessungen - Beispiel 5 unter Muldenlagerung aus der Arbeit <i>Soumaya (2005)</i> -.....	300
10.5.5 Beispiel 4: Anwendung der vereinfachten Versagensbeziehungen am Beispiel eines Stahlbetonskelettbaus.....	319

10.6 Zusammenfassende Darstellung von kritischen Dehnungen und Winkelverdrehungen.....	332
10.7 Weitere Anwendungsmöglichkeiten des Verfahrens.....	338
11 Zusammenfassung und Ausblick.....	342
12 Summary.....	348
13 Literatur.....	353

Anhänge

- A** Hilfwerte zur Erfassung von Ersatzsteifigkeiten
(Anhang zu Abschnitt 4 und zu Abschnitt 9)
- B** Weiteres Anwendungsbeispiel und exemplarische Betrachtungen
(Anhang zu Abschnitt 10)
- C** Liste häufig verwendeter Bezeichnungen und Symbole

1 Einleitung und Zielsetzung

1.1 Allgemeines

Der Baugrund übernimmt bekanntermaßen die Aufgabe statische und dynamische Lasten aus der Tragwerksbeanspruchung abzutragen. So kommt der Dimensionierung der Gründungselemente jeder Baumaßnahme eine wichtige Bedeutung zu. Die allgemeine Forderung einer wirtschaftlichen Verwendung der Baustoffe führt zu immer schlankeren Bauteilen. Damit sind allerdings höhere Ansprüche an die Einhaltung der Materialeigenschaften geknüpft, was auch zu einer exakteren Berücksichtigung der Interaktion Baugrund - Bauwerk führen muss.

Die Steifigkeit und die Festigkeit der Baustoffe eines Bauwerkes sind in der Regel erheblich größer als die des Bodens. Im Vergleich zu den verwendeten Baustoffen liegen über den Baugrund in der Regel aufgrund der natürlichen Inhomogenitäten die weitaus geringsten Informationen hinsichtlich Zusammensetzung und mechanischem Verhalten vor. Andererseits haben die Baugrundrandbedingungen einen entscheidenden Einfluss auf die Standsicherheit und die Gebrauchstauglichkeit einer Baumaßnahme. Eine Baugrunderkundung kann stets nur punktuell begrenzt und für jedes Bauvorhaben separat durch Bohrungen oder Sondierungen erfolgen, wodurch eine exakte Verteilung der Baugrundeigenschaften nur schwer zu prognostizieren ist und über die zwischen den Aufschlüssen liegenden Bereiche in der Regel nur Wahrscheinlichkeitsaussagen getroffen werden können.

Die Lasten, die aus einem Bauwerk in den Baugrund eingeleitet werden, verursachen Verformungen des Untergrundes. Unterschiedliche Baugrundverformungen rufen im Bauwerk selbst ihrerseits Verformungen und Zwängungen hervor, welche wiederum mit einer Veränderung des Beanspruchungszustandes des Tragwerkes einhergehen.

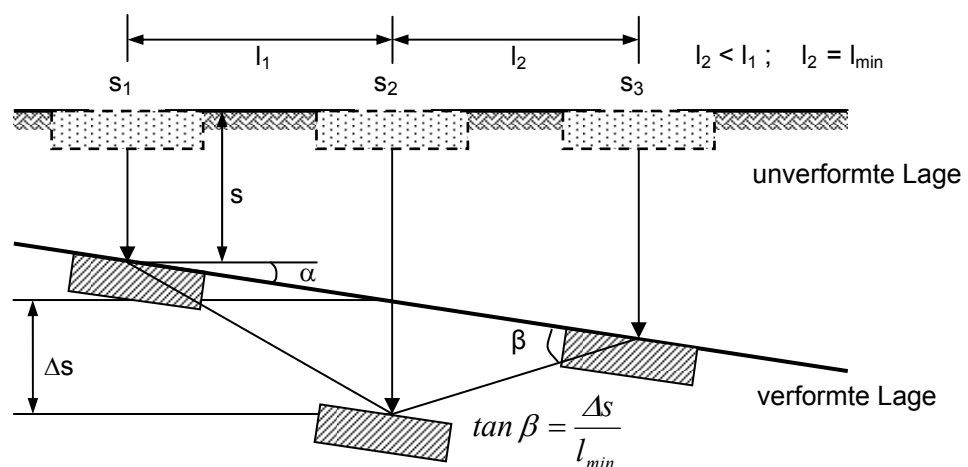


Bild 1.1: Allgemeine Darstellung der Setzung und der Setzungsdifferenzen von Fundamenten

Insbesondere große Setzungsunterschiede können zu Schäden an Bauwerken führen. Um diese zu minimieren bzw. zu vermeiden, müssen die Setzungen bzw. die Setzungsdifferenzen begrenzt werden (Bild 1.1). Neben der Bestimmung der Setzungen s unter den jeweiligen Fundamenten und der Winkelverdrehung β unterliegt die Bestimmung der Setzungsdifferenz zweier Punkte den im allgemein stark streuenden absoluten Setzungsgrößen s_i .

Für die Standsicherheit eines Bauwerkes sind unterschiedliche Versagensarten wie der Gleichgewichtsverlust einzelner Bauteile, das Versagen einzelner Konstruktionsteile, ein fortschreitendes Versagen durch allmählich abnehmende Bauteilwiderstände oder das Versagen des Gesamtsystems zu betrachten. Je nach Lastgröße und Bodeneigenschaften ergeben sich unterschiedliche Spannungsverteilungen. Neben dem nahezu elastischen Verhalten bei einer geringen Ausnutzung von Fundament und Boden muss bei einer Lasterhöhung bis zur Traglast zwischen einem Fundamentversagen mit Fließgelenkausbildung und dem Baugrundversagen infolge Plastifizierung unterschieden werden. In beiden Fällen kommt es zu Umlagerungen der Sohlspannungen.

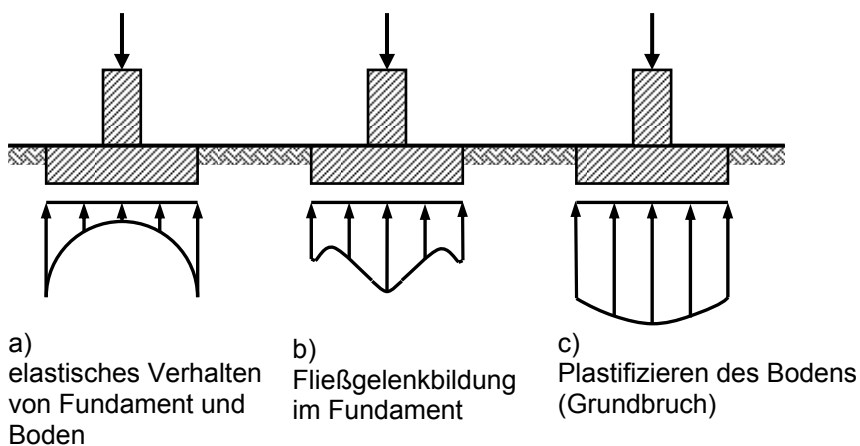


Bild 1.2:

Mögliche Verteilung der Sohlspannung unter einem Einzelfundament abhängig von der Beanspruchung

In vielen Fällen kann der Ansatz eines unteren bzw. oberen Grenzwertes der Baugrundsteifigkeit zu ungünstigeren Beanspruchungen des Tragwerkes gegenüber der Verwendung des Mittelwertes führen. Als Beispiel sei hier ein Bogentragwerk genannt. Während eine steifere Bettung der Widerlager unter der Belastung des Eigengewichtes und der Verkehrslast zu einer Verringerung der Beanspruchung im Bogen führt, nehmen die aus einer Verformungsbehinderung (z. B. Temperaturbeanspruchung ΔT , Schwinden) hervorgerufenen Spannungen zu.

Insgesamt ist es für die Standsicherheit von Bauwerken von großer Bedeutung, einerseits die Baugrundverformungen möglichst zutreffend zu prognostizieren und andererseits abgesicherte Grenzwerte zu kennen, bei denen die unterschiedlichsten Konstruktionsformen

Zwangsbeanspruchungen aus den Setzungen und Winkelverdrehungen ohne Risse im Bauwerk aufnehmen können. Dazu liegen einige empirische Grundlagen vor, die aber weiter abzusichern bzw. bauwerksspezifisch zu ergänzen sind.

1.2 Nachweiskonzepte und Grundlagen der normativen Regelungen

Flach gegründete Fundamente gelten in der Regel als standsicher, wenn die Grundbruchsicherheit, der Gleit- und Kippnachweis und ggf. die Auftriebssicherheit eingehalten sind. Für im Allgemeinen lotrechte Fundamentbelastungen werden in den Normenwerken zulässige Sohlnormalspannungen in Abhängigkeit des Baugrundes, der Einbindetiefe der Fundamente und der Fundamentabmessungen angegeben. Diese zulässigen Werte der Sohlnormalspannungen wurden in *DIN 1054* aus Grundbruchberechnungen und Setzungsberechnungen unter der Annahme eines starren Gründungskörpers, einer geradlinigen Sohldruckverteilung, nahezu gleich bleibende Baugrundverhältnisse mit nahezu geradlinig verlaufenden Schichtengrenzen und nur geringen horizontalen Belastungen ermittelt. Sollten die für die Anwendung der Tabellenwerke angegebenen Grenzen nicht eingehalten oder wirtschaftlichere Abmessungen angestrebt werden, sind zum Nachweis der Standsicherheit die oben genannten Nachweise jeweils getrennt zu führen. Der Nachweis der Gebrauchstauglichkeit wird in der Regel über eine Setzungsberechnung abgeschätzt und die ermittelten Werte zulässigen Setzungsdifferenzen und Winkelverdrehungen gegenübergestellt.

Auch im Massiv-, Stahl- und Holzbau wird zwischen den Nachweisen der Tragfähigkeit und den Nachweisen der Gebrauchstauglichkeit unterschieden. Die Bemessungsschnittgrößen können mit unterschiedlichen Verfahren (lineares Verfahren ohne und mit begrenzter Momentenumlagerung, nichtlineare Verfahren und plastische Verfahren) ermittelt werden. Der Nachweis der Tragfähigkeit eines Bauteiles ist erbracht, wenn die Bauteilwiderstände mit einem Sicherheitsabstand größer bzw. gleich den zulässigen Werten sind. Der Nachweis der Gebrauchstauglichkeit ist in der Regel durch Einhaltung zulässiger Verformungen erfüllt.

Mit Einführung des neuen Normenkonzeptes wird nicht wie bisher für die Berechnung von globalen Sicherheitsfaktoren ausgegangen, sondern die Bemessungskonzepte beruhen auf sog. Grenzzuständen, bei deren Erreichen die gestellten Anforderungen nicht mehr erfüllt werden. Im Allgemeinen wird zwischen den rechnerischen Versagenszuständen (Grenzzustand der Tragfähigkeit) und den Grenzzuständen der Gebrauchstauglichkeit (Rissbildung, Verformungen, etc.) unterschieden. Für einzelne Lastfälle wird die Kombination von mehreren veränderlichen und voneinander unabhängigen Einwirkungsgrößen durch Multiplikation der entsprechenden charakteristischen Größen mit zugehörigen Kombinationsfaktoren erreicht.

Die Bemessungswerte der Einwirkungen ergeben sich dann durch die Multiplikation der charakteristischen Größen mit den so genannten zugehörigen Teilsicherheitsfaktoren. Auch die Baustoffkenngrößen werden mit Hilfe von charakteristischen Werten ermittelt und durch Division mit zugehörigen Teilsicherheitsbeiwerten als Bemessungswerte eingeführt. Sowohl die Einwirkungsgrößen wie auch die Materialgrößen unterliegen einer statistischen Häufigkeitsverteilung. Für die statischen Nachweise wird von Fraktilwerten der jeweiligen Normalverteilungskurven ausgegangen. Allgemein wird der Nachweis durch Vergleich der Bemessungswerte der Einwirkungen und den Bemessungswerten des Materialwiderstandes geführt. Die in die Nachweiskonzepte eingeführten Teilsicherheitsfaktoren sollen Unsicherheiten der zugrunde gelegten Berechnungsmodelle, der Geometrie, Unsicherheiten der Materialeigenschaften sowie Unsicherheiten der Einwirkungen abdecken. Neben den in den Normen festgelegten Teilsicherheitsfaktoren für die Widerstände sind bei der Ermittlung der maßgebenden Lastkombinationen unterschiedliche Sicherheitsanforderungen in den einzelnen Normenwerken vorzufinden.

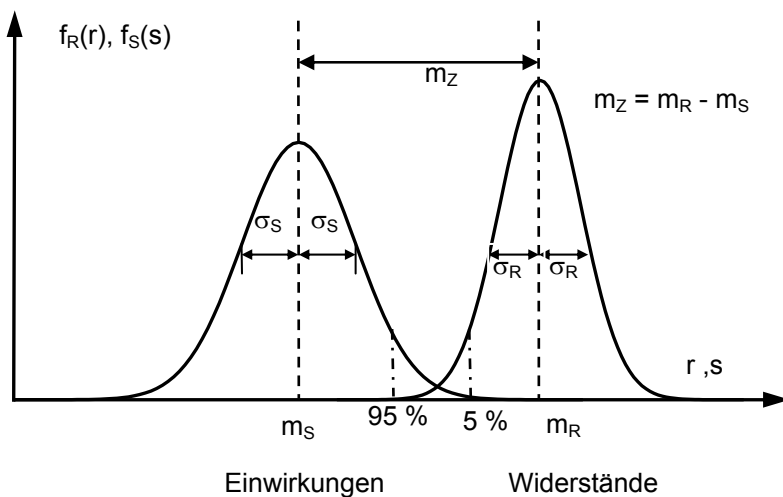


Bild 1.3:

Schematische Darstellung der Normalverteilung für Einwirkungen und Widerstände

Im Grundbau geht man demgegenüber pragmatisch eher von den sogenannten „vorsichtigen Mittelwerten“ der Kenngrößen und der Widerstände aus.

Die Boden-Bauwerk-Wechselwirkung besitzt nicht den Charakter einer Lasteinwirkung, vielmehr ist sie von den Steifigkeiten des Baugrundes, die sehr oft starken Streuungen und Unsicherheiten unterliegen, und von den Steifigkeiten des Tragwerks abhängig, dennoch müssen die Teilsicherheitsfaktoren eine ausreichende Systemsicherheit beinhalten. Aus diesem Grund ist die Boden-Bauwerk-Wechselwirkung in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit und in den Grenzzuständen der Gebrauchstauglichkeit zu berücksichtigen. Dies gilt für Neudimensionierungen der Tragwerke in gleicher Weise wie für Umbauten oder Nutzungsänderungen.

1.3 Modellbildungen zur Berücksichtigung der Boden-Bauwerk-Interaktion

Eine Modellierung des im allgemeinen dreidimensionalen Problems der Boden-Bauwerk-Interaktion bedeutet nicht nur eine zutreffende Erfassung des Materialverhaltens des Baugrundes und des Tragwerkes in Verbindung mit einer möglichst genauen Baugrundmodellierung und einer zutreffenden Beschreibung des statischen Verhaltens, sondern auch eine möglichst wirklichkeitsnahe Beschreibung des Kontaktverhaltens von Baugrund und Tragwerk selbst. Bei der Modellierungsproblematik sind neben der Belastungsgeschichte und dem meist nichtlinearen Werkstoffverhalten des Baugrundes auch die zeitlichen Veränderungen des Materialverhaltens des Bauwerks zu berücksichtigen. Hierzu zählen neben thermischen Einwirkungen und Materialermüdung durch Belastungswechsel der Konstruktion auch Konsolidierungsvorgänge des Baugrunds mit dem Abbau von Porenwasserüberdrücken oder -unterdrücken und Kriechvorgängen.

Zur Berechnung wird meist das Gesamtsystem vereinfacht in die beiden Teilsysteme Baugrund und Tragwerk aufgespalten. Eine übliche Vorgehensweise für die Bemessung der Gründungsbauteile ist die Ermittlung der Auflagerlasten unter der Annahme einer starren Auflagerung. Die errechneten Ergebnisse werden bei der Bemessung der Gründungselemente den zulässigen Spannungen des Baugrundes gegenübergestellt, die ein Versagen infolge Grundbruch ausschließt. Bei der Ermittlung der Setzungen wird in der Regel auf eine Berücksichtigung der Rückwirkung auf die Tragwerkssteifigkeit verzichtet. Diese Vorgehensweise setzt allerdings für die Nachweise der Gebrauchstauglichkeit die Setzungsunempfindlichkeit des Tragwerkes bzw. einen relativ steifen Untergrund mit klein bleibenden Setzungen und vernachlässigbaren Setzungsdifferenzen voraus.

Für setzungsunempfindliche Tragwerke können berechnete charakteristische Verformungsdifferenzen dem aufgehenden Tragwerk als Lastfall aufgezwungen werden. Die ermittelten Beanspruchungen aus diesen Zwangseinwirkungen müssen sowohl für die Tragfähigkeitsnachweise als auch für die Gebrauchstauglichkeitsnachweise berücksichtigt werden. Diese Vorgehensweise stellt eine sinnvolle Vereinfachung gegenüber der vollständigen rechnerischen Abbildung der Baugrund-Tragwerk-Interaktion dar, die entweder am Gesamtmodell geschlossen berechnet werden kann oder iterativ an den Teilmodellen Baugrund und Tragwerk bestimmt werden kann.

Für die Wahl einer geeigneten Modellierungsstufe kann der Faktor der Systemsteifigkeit herangezogen werden, der sich für ein flach gegründetes System mit rechtwinkliger Sohlfläche nach *DIN 4018* als Verhältnis der Steifigkeiten des Tragwerkes und des Baugrundes darstellen lässt:

$$k = \frac{E_T I_T}{E_s l^3 b} \eta, \text{ wobei} \quad (1.1)$$

$E_T I_T$ die Steifigkeit des Tragwerkes,

l, b die Länge und die Breite des Tragwerkes,

E_s der Steifemodul des Baugrundes und

η der Modellfaktor zur Berücksichtigung des Verhältnisses b/l und der Dicke der kompressiblen Bodenschicht(en) nach *DIN 4018*

bedeutet.

Liegen die ermittelten Werte für k zwischen 0,1 und 0,5 kann von einer Sohlnormalspannungsverteilung nach *Boussinesq* ausgegangen werden; rechnerische Spannungsspitzen im Bereich der Fundamentränder werden umgelagert. Bei Werten zwischen 0,001 und 0,005 sollte näherungsweise ein schlaffes Tragwerk angenommen werden. Zwischen den beiden Grenzen ist die Berücksichtigung der Interaktion – zur Vermeidung ungünstiger und unsicherer Ergebnisse bei der Dimensionierung der Tragwerke – zweckmäßig.

Aufgrund von leistungsfähigeren EDV-Programmen ist es möglich, sowohl für die verwendeten Baustoffe wie auch für den Baugrund „wirklichkeitsnähere“ nichtlineare Stoffgesetze zu verwenden und eine Betrachtung am Gesamtsystem unter Einbeziehung der Bodenverhältnisse durchzuführen.

1.4 Zielsetzung und Methodik der Arbeit

Auf der Grundlage der bereits genannten Modellierungsstufen sollen wirklichkeitsnahe Empfehlungen und wissenschaftlich abgesicherte Vorgaben zur Berücksichtigung der Boden-Bauwerk-Interaktion erarbeitet werden. Aufgrund der zum Teil unterschiedlichen Sicherheitsanforderungen in den einzelnen Normenwerken und der unterschiedlichen Berücksichtigung der jeweiligen Materialeigenschaften in den Berechnungsansätzen werden im Hinblick auf eine Zusammenführung die beiden Teilbereiche Grundbau und Tragwerksplanung zunächst für sich getrennt betrachtet und die Unterschiede gegenübergestellt. Hieraus werden Vorgaben und Hinweise für die Bestimmung von setzungswirksamen Verkehrslastanteilen auf der Grundlage der Normenformulierungen abgeleitet.

Für die in dieser Arbeit zentrale Fragestellung der Schadensanfälligkeit von Bauwerken aufgrund von auftretendem Setzungszwang werden anhand eines einfachen Ersatzsystems, auf das die komplexe Bauwerksstruktur zurückgeführt werden kann, kritische Beanspruchbarkeiten unter Berücksichtigung wirklichkeitsnaher Materialeigenschaften abgeleitet. Die

Grundlage hierbei liefert die Vorgehensweise nach *Burland (1974)* bzw. *Burland (1977)*. Dabei wurde als Ersatzsystem ein Einfeldträger unter mittig wirkendem Setzungszwang mit gelenkigen Endauflagern für eine Muldenlagerung angenommen. Die Erweiterung besteht in einer differenzierteren Untersuchung dieses Ersatzsystems durch weitere Lastsituationen und Lagerungsbedingungen. Auf dieser Grundlage wird dabei auch ein Ersatzsystem für unterschiedliche Belastungs- und Lagerungsarten für die i. d. R. kritischere Sattellagerung abgeleitet. Die Bestimmung der Schadensanfälligkeit an einem Ersatzsystem setzt allerdings voraus, dass die Setzungslinie einer Mulden- oder Sattellagerung mit der Biegelinie des Ersatzsystems näherungsweise übereinstimmt.

Diese Vorgehensweise wird durch die zusätzliche Betrachtung einer Ersatzscheibe für die zweiachsige Beanspruchung bei gedrungenen Ersatzquerschnittstypen der Überbausteifigkeit verifiziert und der Einfluss einer Sohlreibung auf die Schadensanfälligkeit untersucht. Auf der Grundlage der theoretisch abgeleiteten Gesetzmäßigkeiten wird für die praktische Anwendung unter Berücksichtigung wirklichkeitsnaher Steifigkeitsverhältnisse für die Überbausteifigkeit eines Bauwerks unter Beachtung des zeitlichen Einflusses und von Bruchbedingungen für die verwendeten Materialien eine Vorgehensweise abgeleitet, die eine einfache Bestimmung der Schadensanfälligkeit infolge Setzungszwang eines Bauwerkes oder seiner Teile unter Zuhilfenahme der abgeleiteten Ersatzsysteme zulässt. In dieser Arbeit wird dabei die kritische Beanspruchbarkeit auf die überwiegend verwendeten Materialien Mauerwerk und Stahlbeton beschränkt. Die aufgezeigte Vorgehensweise lässt sich allerdings auch auf andere Materialien erweitern. Ergänzend werden darüber hinaus Hinweise für die Setzungsermittlungen und die Bestimmungen wirklichkeitsnaher Überbausteifigkeiten gegeben.

Allgemein ist zu beachten und zu unterscheiden, dass die Wechselwirkung in unterschiedlicher Intensität erfasst werden kann. Wird die Setzungslinie beispielsweise durch Setzungsmessungen ermittelt, ist in Abhängigkeit der Baugrundverhältnisse, der Konstruktion und des betrachteten Zeitpunkts die Wechselwirkung in den Messwerten bereits erfasst. Wird das in dieser Arbeit abgeleitete vereinfachte Verfahren auf Setzungslinien angewandt, die anhand einer Setzungsberechnung ermittelt werden, ist die Wechselwirkung nicht bzw. nur unzureichend berücksichtigt. Mit steigendem Rechenaufwand (z. B. Erfassung der Konstruktion und des Baugrundes am Gesamtmodell) kann die Wechselwirkung stufenweise besser abgebildet werden. Die Wechselwirkung zwischen Bauwerk und Baugrund wird in der vorliegenden Arbeit durch nachfolgendes, in Tabelle 1.1 dargestellte Gedankenmodell erfasst und, abgebildet, vgl. Abschnitt 5. Es ist am Beispiel der beiden Grenzfälle einer starren und einer schlaffen Lastfläche näher erläutert.

Tabelle 1.1: Gedankenmodell zur Erfassung der Wechselwirkung zwischen Bauwerk und Baugrund

Bauwerk und Baugrund im unverformten Zustand	<p>Ausgangszustand: Belastung des Bauwerks</p>	<p>Ersetzen des Baugrundes durch unverschiebliche Lager in hoch belasteten Bereichen und Federn im Bereich des Gründungsbauteils</p>
	<p>Resultierende Belastung des Bauwerks im Gründungsbereich und örtliche Verformung des Gründungsbauteils durch die Last q_1</p>	<p>Ersatz der Auflagerbedingungen durch gleichgewichtshaltende Kräfte und Spannungen; Kräfte P_i enthalten Anteile aus der Belastung q_1</p>
<p>Ausgangssystem zur Berücksichtigung der Wechselwirkung. Lasten P_i werden als setzungserzeugend aufgefasst</p>		
<p>Schlaffe Lastfläche:</p>	<p>Starre Lastfläche:</p>	
<p>Bauwerk passt sich ohne Umlagerungen und Zwängungen der Setzungslinie an.</p>	<p>Bauwerk passt sich nur unter Lastumlagerung und durch Zwängungen der Setzungslinie an. Lastbild: → Abbildung der Wechselwirkung</p>	
<p>Die wirklichen Steifigkeitsverhältnisse der überwiegenden Bauwerke befinden sich zwischen den theoretischen Grenzfällen einer schlaffen und starren Lastfläche. → Lastbild zur Erzeugung der Setzungslinie und zur Abbildung der Wechselwirkung am Ersatzsystem</p>		

2 Zusammenfassende Darstellung über zulässige Setzungskriterien aus der Literatur

2.1 Allgemeines

Die Belastungen, die von Bauwerken über die Gründung auf den Baugrund übertragen werden, führen zu Beanspruchungen des Baugrundes. Je nach modelltheoretischem Aufwand werden die daraus resultierenden Baugrundverformungen über Berechnungsansätze nach der

- Elastizitätstheorie,
- Kontinuumsmechanik oder neuerdings auch
- Diskontinuumsmechanik

abgeschätzt. Dabei sind zeitabhängige Vorgänge im Baugrund, wie

- Konsolidation,
- Kriechen,
- Erst- und Wiederbelastung, usw.

zu berücksichtigen.

Für Bauwerke und Baugrund mit einfacher bzw. mittlerer Schwierigkeit der geotechnischen Kategorien GK 1 und GK 2 nach *DIN 4020* bzw. *DIN 1054* sind einfache Setzungsabschätzungen unter Berücksichtigung regionaler Vorerfahrungen (z. B. aus Setzungsmessungen) in Anlehnung an *DIN 4019* durchaus zielführend.

Durch die dabei vorgenommenen Idealisierungen des Baugrundes als elastisch isotropen Halbraum werden der Spannungs- und Setzungsberechnung allerdings Eigenschaften unterstellt, die nur in sehr begrenztem Maße den natürlichen Gegebenheiten entsprechen. Dies sind im Wesentlichen

- Elastizität,
- schichtweise Homogenität und
- Isotropie.

Die Verformungen des Baugrundes, hier vorwiegend Setzungen, führen zu Beanspruchungen im Bauwerk, die wiederum durch Lastumlagerungen auf den Baugrund rückwirken. So besteht zwischen Bauwerk und Baugrund eine gegenseitige Beeinflussung, die bereits an-

gesprochene Boden-Bauwerk-Interaktion. Diese Wechselbeziehung gilt in gleichem Maße für ein einzelnes Fundament, ein System von Einzel- und Streifenfundamenten mit darüber liegenden Stützen und Wandscheiben, ein auf einer Bodenplatte gegründetes Bauwerk, ein pfahlgegründetes Bauwerk und nicht zuletzt auch für benachbarte Bauwerke, die über den Baugrund miteinander gekoppelt sind. Auch für vertikale Bauteile, die durch Erddrücke belastet sind und dadurch verformt werden (Pfähle, Spundwände oder Schlitzwände), besteht diese Wechselbeziehung.

Da die auftretenden Verformungen in der Regel gering sind, werden sämtliche Betrachtungen zunächst näherungsweise am unverformten System durchgeführt; es gilt in der Regel das Superpositionsprinzip, solange die Nichtlinearität des Baugrundes und der Materialien nicht berücksichtigt werden.

2.2 Ursachen und Auswirkungen von Setzungen

Auftretende Setzungen an Bauwerken während einer Bauausführung und nach Fertigstellung der Baumaßnahme können mehrere Ursachen haben, die getrennt voneinander auftreten oder auch in Kombination vorkommen können und sich gegenseitig beeinflussen. Neben der Änderung des Spannungszustandes im Boden infolge von

- Baugrubenaushub,
- Belastung durch ein Bauwerk, Bauwerksteil oder Schüttungen,
- Änderung des Grundwasserspiegels,
- Änderungen der Strömungsverhältnisse,
- bergbauliche Einwirkungen und
- dynamische Einwirkungen

können weitere Ursachen zu Verformungen führen; wie

- thermische Einwirkungen (Gefrieren und Auftauen des Bodens),
- Schwellen und Schrumpfen infolge Zu- oder Abnahme des Wassergehaltes,
- Erosion und Suffosion bei starker Grundwasserströmung,
- tektonische Einwirkungen und
- unterirdische Hohlraumbildung bei Subrosion.

Allen genannten Setzungsursachen ist gemeinsam, dass sie nur unter sehr variablen Annahmen vorausgesagt bzw. exakt berechnet werden können. Die genannten Ursachen können zu gleichmäßigen Setzungen, zu Verkantungen und Verkippungen sowie zu ungleichmäßigen Setzungen, also Setzungsdifferenzen führen.

2.3 Setzungen von Flachgründungen

2.3.1 Setzungsanteile und Bauwerksbeanspruchungen

Für die im Allgemeinen zeitabhängigen Vertikalverschiebungen des Baugrundes, unter Bauwerken, sind die Sofortsetzungen, Konsolidierungssetzungen (Primärsetzungen) und Kriechsetzungen (Sekundärsetzungen) zu unterscheiden, siehe Bild 2.1.

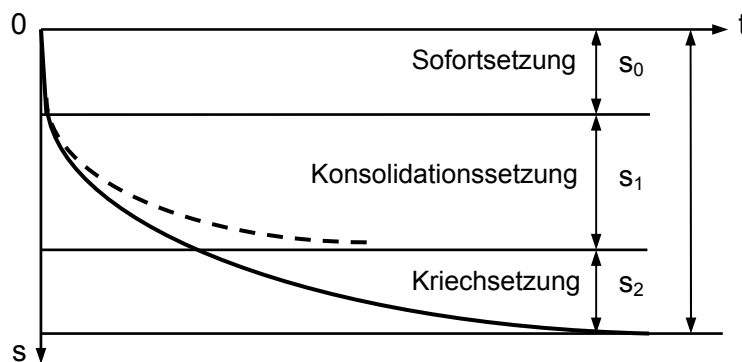


Bild 2.1:
Zeitabhängige Setzungsanteile

Eine eindeutige Trennung der genannten Setzungsanteile ist meist nicht möglich, da sie sich in den Setzungsphasen eines Bauwerkes überlagern und oftmals gleichzeitig auftreten, siehe z. B. *Soumaya (2005)*.

Aus den Setzungsgrößen nach Bild 2.1 ergeben sich Beanspruchungen aus Setzungsdifferenzen Δs , Winkelverdrehungen $\tan \beta$ oder Krümmungsradien R nach Bild 2.2 bzw. Gleichung (2.1) oder Gebäudeschiefstellungen mit Verkantungsdifferenzen s_v und Verdrehungen $\tan \alpha$ nach Bild 2.2 b) bzw. Gleichung (2.2).

$$\Delta s = \tan \beta \cdot l \text{ bzw. } \tan \beta = \frac{\Delta s}{l} \quad (2.1a)$$

$$R \approx \frac{l^2}{8\Delta s} \text{ (vgl. Gleichung 2.3b)} \quad (2.1b)$$

Der Krümmungsradius bezieht sich jeweils auf einen Abschnitt zwischen zwei Wendepunkten.

$$s_v = \tan \alpha \cdot L \text{ bzw. } \tan \alpha = \frac{s_v}{L} \quad (2.2)$$

Beispielhaft zeigt Bild 2.2a eine Setzungsmulde eines Skelettbaus mit Einzelfundamentgründung. Die Gleichmaß- und die Verkantungssetzungen sind getrennt in Bild 2.2b) dargestellt.

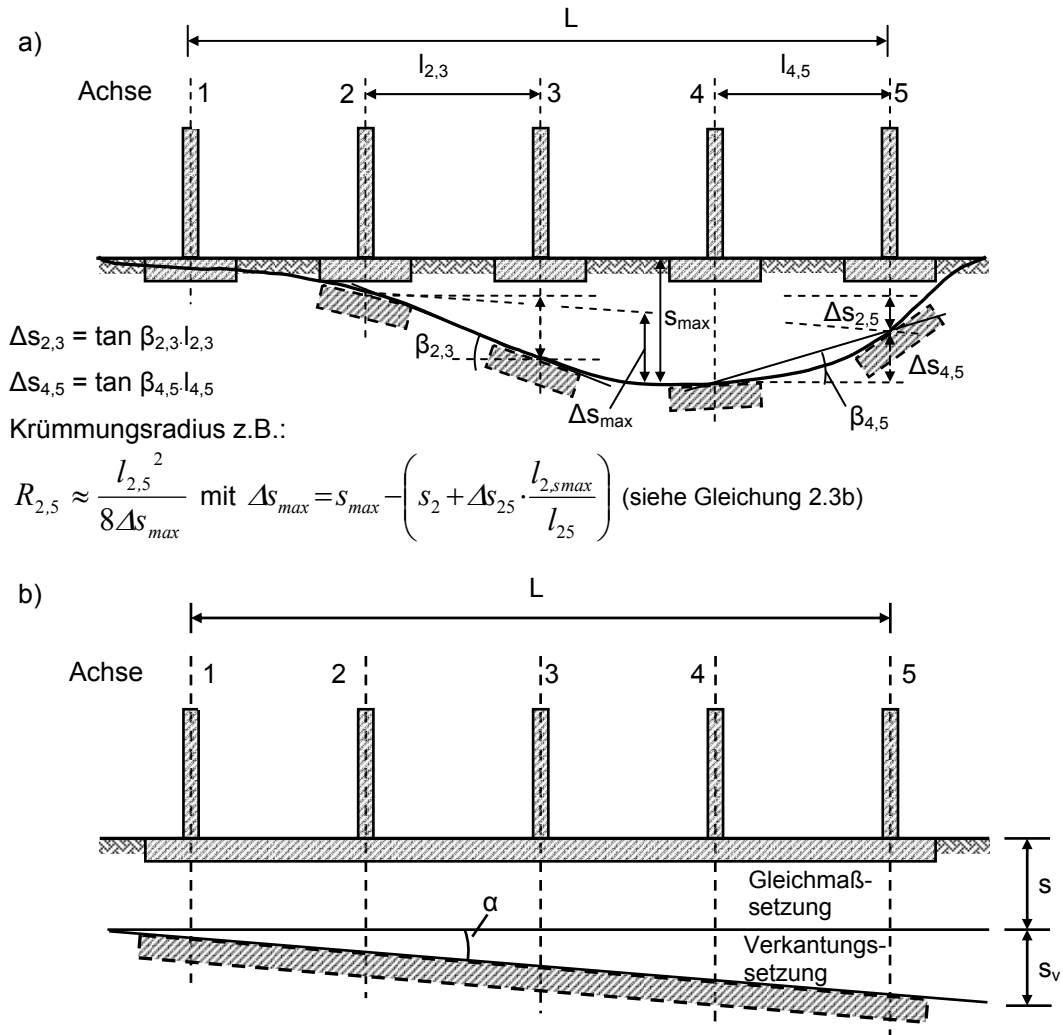


Bild 2.2: Bauwerksbeanspruchungen infolge Setzungen und Setzungsdifferenzen
 a) ungleichmäßige Setzungen (Muldenlagerung)
 b) Gleichmaß- und Verkantungssetzung

Durch drei Punkte lässt sich die Form einer Setzungsmulde (vgl. Bild 2.2a) oder eines Setzungssattels näherungsweise beschreiben. Gerade wenn die Setzungswerte aus einer Setzungsmessung gewonnen werden, liegen die Messwerte nur punktuell vor, für die Bereiche zwischen diesen Punkten müssen Annahmen des Setzungsverlaufs getroffen werden. Die einfachste Annahme besteht dabei in einer geradlinigen Verbindung der betrachteten Punkte.

Aufgrund der relativen Lage zueinander der jeweils betrachteten Punkte können sich unterschiedliche Setzungsdifferenzwerte innerhalb einer Mulden- oder Sattellagerung ergeben. Für eine Vergleichbarkeit wird aus diesem Grund die Winkelverdrehung $\tan \beta$ aus dem Quotienten der Setzungsdifferenz Δs der betrachteten Punkte zur jeweils angrenzenden Stützweite l_i definiert (vgl. Bild 2.2c).

Das für die Schadensanfälligkeit einer Konstruktion kritische Maß der Winkelverdrehung ergibt sich dabei als Maximalwert aus dem Verhältniswert von Setzungsdifferenz Δs zur minimalen angrenzenden Stützweite l_{min} . In Zweifelsfällen müssen daher mehrere Abschnitte einer Setzungsmulde oder eines Setzungssattels untersucht werden (vgl. Bild 2.2c).

Für die entsprechende Definition über den Krümmungsradius R am Kreissegment gelten die Zusammenhänge des nebenstehenden Bildes 2.2d) (vgl. Gleichung 2.1b). Bekanntlich gilt für die Krümmung am Biegebalken

$$\frac{1}{R(x)} = \frac{w''(x)}{[1 + w'(x)^2]^{2/3}} \approx w''(x). \tag{2.3a}$$

Die maximale Setzungsdifferenz am Kreissegment Δs kann näherungsweise mit der maximalen Verschiebung eines Einfeldträgers unter Gleichlast in Zusammenhang gebracht werden (vgl. Bild 2.2e)

$$\frac{1}{R(x=l/2)} \approx \frac{M(x=l/2)}{EI} = \frac{q \cdot l^2}{8 \cdot EI}. \tag{2.3b}$$

Mit $R \approx l^2/(8 \cdot \Delta s)$ folgt für Δs

$$\Delta s = \frac{q \cdot l^4}{64 \cdot EI} \cong \frac{5}{348} \cdot \frac{q \cdot l^4}{EI} \tag{2.3c}$$

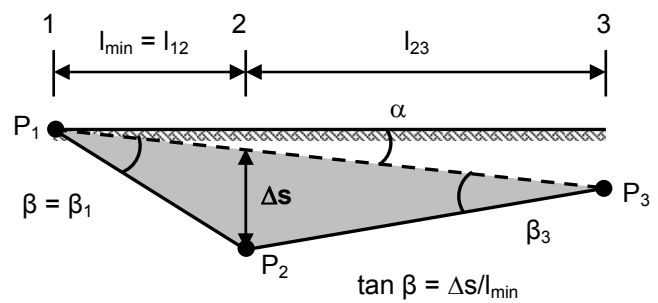


Bild 2.2c:

Definition der Winkelverdrehung β

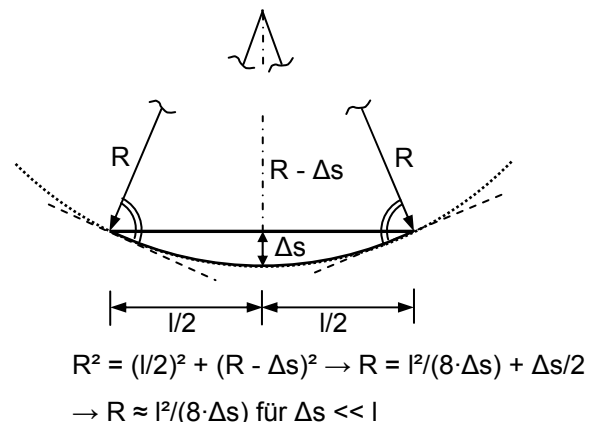


Bild 2.2d:

Definition des Krümmungsradius R am Kreissegment

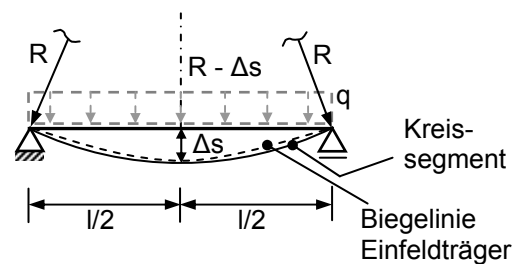


Bild 2.2e:

Verschiebung Δs am Kreissegment und am Ersatzträger unter Gleichlast

Dies entspricht einer Abweichung von 20 % zum ermittelten Verschiebungswert nach der Biegetheorie. Werden die geometrischen Zusammenhänge am Kreissegment zur Beschreibung der Biegelinie einer Konstruktion herangezogen, können keine Aussagen über die Schadensanfälligkeit infolge Biege- und Schubbeanspruchung an unterschiedlichen Ersatzträgerstellen getroffen werden (vgl. Abschnitt 5).

Aus diesem Grund wird für die weiteren Betrachtungen in der vorliegenden Arbeit die übliche Definition der kritischen Winkelverdrehung (vgl. Bild 2.2c) zur Beschreibung der Schadensanfälligkeit herangezogen.

2.3.2 Zulässige Setzungsgrößen

Die zulässige Größe von Setzungsbeträgen bei Bauwerken hängt nicht nur von statischen Gesichtspunkten, sondern vor allem auch von deren Nutzung ab. Beispielsweise lässt sich für ein Turmfundament, das sich gleichmäßig setzt, i. d. R. keine statisch relevante Größe angeben. Rohrverbindungen, die nach außen verlaufen, können jedoch durchaus das Maß der zulässigen Setzungen bestimmen.

Die Angabe einer zulässigen Setzungsgröße suggeriert jedoch, dass bei dessen Einhaltung das Bauwerk weitestgehend schadensfrei bleibt. Sie stellt im Allgemeinen eine wenig aussagekräftige Größe dar und sollte daher zunächst nur als erster Richtwert und zusätzliche Maßangabe verstanden werden, die jedoch nicht zwingend eingehalten werden muss. Sie bietet allerdings im Rahmen von Setzungsberechnungen eine erste Kontrollmöglichkeit, die durchaus dazu dienen kann, eine gewählte Gründungsvariante hinsichtlich ihrer Ausführbarkeit zu beurteilen.

So werden von unterschiedlichen Autoren und Regelwerken zulässige Setzungen in Abhängigkeit von der Gründungsart, vom statischen System des Überbaues und/oder in Abhängigkeit von den jeweiligen Baugrundverhältnissen angegeben. Eine Zusammenstellung findet sich in der Tabelle 2.1.

Tabelle 2.1: Zusammenstellung von zulässigen Setzungsgrößen aus der Literatur

		zulässige Setzungen s_{max} [cm]				
		aus Grenzwert $\Delta s/l = 1/500$, mit Sicherheit $\eta = 1,50$		aus Grenzwert $\Delta s/l = 1/300$		
		Sand	Ton	Sand	Ton	
Skempton/McDonald, (1956)	Einzelfundament	4,0	6,0	5,0	7,5	
	Platte	4,0 bis 6,0	6,0 bis 10,0	5,0 bis 7,5	7,5 bis 12,5	
	Wanne		$\geq 10,0$			
Terzaghi, (1961)	Einzelfundament, 1948	2,5				
	Platte, 1961	5,0				
Grant et. al., (1974)	Einzelfundamente	nicht bindiger Boden	$s_{max} = 1524 \cdot (\Delta s/l)_{max}$			
		bindiger Boden	$s_{max} = 3048 \cdot (\Delta s/l)_{max}$			
	Streifenfundament	Ton (bindiger Boden)	$s_{max} = 3048 \cdot (\Delta s/l)_{max}$			
	Platten	Ton (bindiger Boden)	$s_{max} = 3157 \cdot (\Delta s/l)_{max}$			
		Sand (nicht bindiger Boden)	$s_{max} = 1905 \cdot (\Delta s/l)_{max}$			
Polshin /Tokar, (1957)	Ziegelmauerwerk auf Streifen- oder Einzelgründung	$L/H \geq 2,5$	8,0			
		$L/H \leq 1,5$	10,0			
	Skelettbauten		10,0			
	Ziegelmauerwerk mit Stahlbeton- aussteifung oder Stahlbewehrung		15,0			
	starre Stahlbetongründungen von Schornsteinen, Silos, etc.		30,0			
Sowers, (1961)	Skelettbauten		5,0 bis 10,0			
	Ziegelmauerwerk		2,5 bis 5,0			
DDR Standard, TGL 11646, (1972)			nicht-bindiger Baugrund und bindiger Baugrund mit halbfester oder fester Zustandsform		bindiger Baugrund mit plastischer Zustandsform	
			Einzelgründung	Plattengründung/ Roste	Einzelgründung	Plattengründung/ Roste
	Rahmenkonstruktion und Skelettbauten in Stahlbeton oder Stahl mit Ausfachung		2,5	3,13	4,0	5,0
	statisch unbestimmte Rahmenkonstruktionen, Skelettbauten oder Durchlaufträger in Stahlbeton oder Stahl ohne Ausfachung		3,0	3,75	5,0	6,25
	statisch unbestimmte Konstruktionen in Stahlbeton oder Stahl ohne Ausfachung		5,0	6,25	8,0	10,0
	Wandbauten aus unbewehrtem Mauerwerk		2,5	3,13	4,0	5,0
	Wandbauten aus Mauerwerk oder Großblöcken mit Ringankern in Geschossdecken		3,0	3,75	5,0	6,25
Eurocode 7 (1997)	Einzelfundament	2,5				
	Fundamentplatte	5,0				

2.3.3 Zulässige Verkantungen

Verkantungen eines Bauwerks als mehr oder weniger starrer Körper sind in der Regel aus statischer Sicht unkritisch, sofern diese die Gebrauchstauglichkeit nicht beeinflussen. Die Schiefstellung eines Rohbaues kann einerseits beim Ausbau (Estrich, Dachrinne, Tür-laibungen, eventuell Schränke, usw.) erhebliche Probleme bereiten, andererseits sind auch die verwendeten Baustoffe unterschiedlich setzungsempfindlich. So sind Holz- und Stahlbauten weniger setzungsempfindlich als Stahlbeton- bzw. Spannbetonbauwerke und Mauerwerksbauten. Tabelle 2.2 enthält dazu Grenzwerte aus der Literatur.

Tabelle 2.2: Zusammenstellung zulässiger Bauwerksverkantungen

Bauwerk	Verkantung	Quelle
Schornsteine, Türme, Silos	1 / 250	<i>Polsin / Tokar, (1957); Sowers, (1961)</i>
hohe, starre Bauwerke	1 / 250	<i>Skempton, (1956)</i>
Schornsteine, Türme, Silos	b / 200·h	<i>Burland, (1974)</i>
üblicher Hochbau	h / 333	<i>Stiegler, (1979)</i>
Schornsteine, Türme, Silos	b / 250	<i>Grundbautaschenbuch (Smoltczyk), (1990)</i>
b.... Fundamentbreite	h.... Gebäudehöhe	

Speziell für oberirdische zylindrische Flachboden-Tankbauwerke aus metallischen Materialien ist nach *DIN 4119* der Einfluss des Lagergutes bei einer Schiefstellung des Tanks für den Standsicherheitsnachweis durch eine Mindestneigung von 1 % des Durchmessers D zu berücksichtigen. Auf die halbe Zylinderwandabwicklung bezogen, entspricht dies einer Schiefstellung von 1 / 157. Nach *Belloni, et. al (1974)* kann von einer zulässigen Setzungsdifferenz von 1 / 333 bis 1 / 286 für Tankbauwerke ausgegangen werden.

2.3.4 Allgemeine Wirkung von Setzungsdifferenzen und Beanspruchungen

Unterschiedliche Anforderungen an das Bauwerk wie z. B. die Forderung nach völliger Rissfreiheit im Hinblick auf Dichtheit einerseits bzw. bewusste Zulassung von „Schönheitsrissen“ im Hinblick auf Wirtschaftlichkeit der Gründung andererseits, erfordert unterschiedliche Kriterien für zulässige Setzungsunterschiede. Diese wirken sich jedoch in der Beanspruchung eines Gebäudes deutlich aus, je nach dem ob sie zu Mulden- oder zu Sattellagerungen führen und sind in erster Linie für Schäden mitverantwortlich. Beispielhaft sind in Bild 2.3 Rissbildungen dargestellt, die aufgrund von Mulden- oder Sattellagerungen von Gebäuden oder Bauteilen auftreten können.

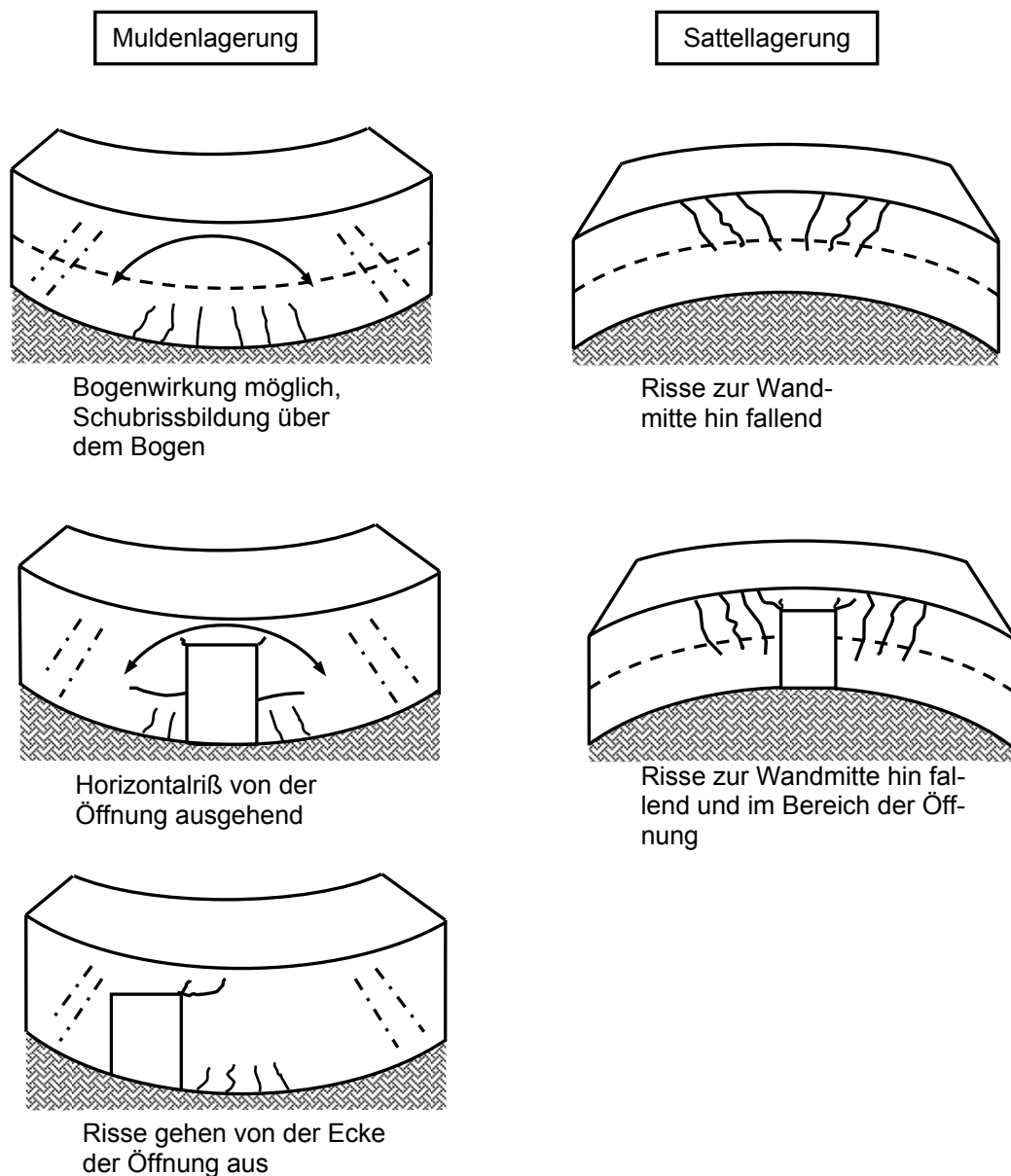


Bild 2.3: Rissbildung bei Mulden- und Sattellagerung von Gebäuden oder Bauteilen aus Mauerwerk

Die Krümmung, die sich innerhalb der Gründungsfläche einstellt, führt zu Beanspruchungen des Gebäudes, die wiederum von der Steifigkeit der Bauteile abhängig sind. Während ein ideal schlaffes Bauwerk ohne zusätzliche Beanspruchungen der Krümmung folgt, kann es bei einem starren Gebäude zumindest theoretisch zu Frei- bzw. Kraglagen kommen.

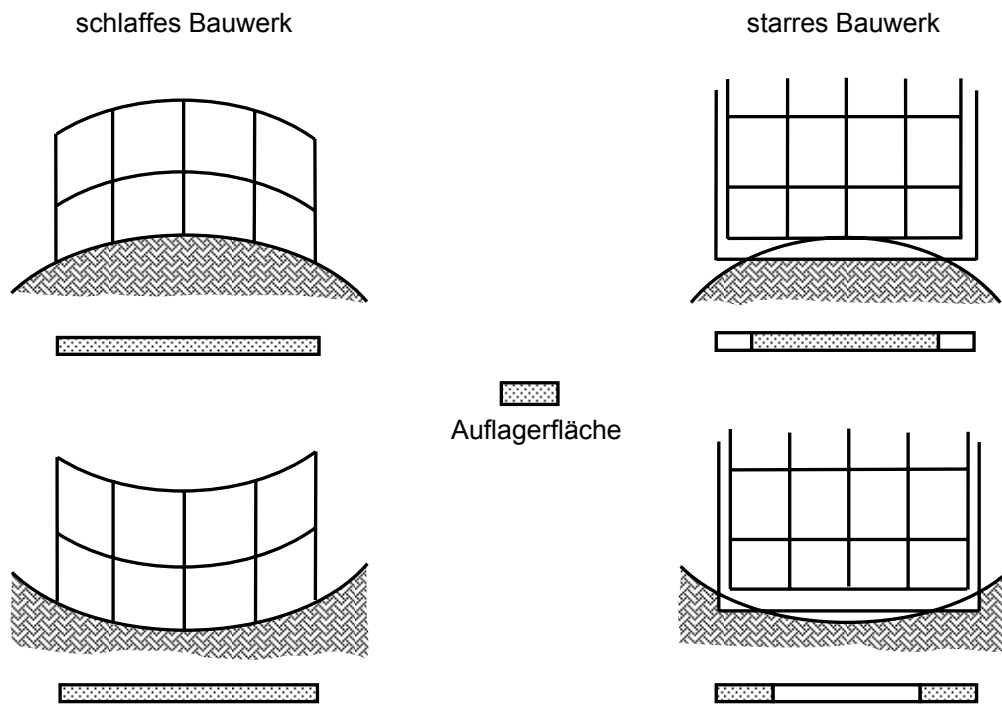


Bild 2.4: Idealisierte Wirkung von Krümmungen abhängig von der Gebäudesteifigkeit

Schlaffe und auch starre Bauwerke sind jedoch als Grenzfälle anzusehen. Die meisten Hochbauten in Ziegelbauweise oder auch Stahlbetonbauten und Stahlbetonskelettbauten besitzen eine Bauwerkssteifigkeit, die zwischen den genannten theoretischen Extremen liegt. Diese Bauwerke können bis zu einem gewissen Grade der Krümmung folgen ohne Schaden zu nehmen. Auch der Grad der statischen Bestimmtheit einer Konstruktion beeinflusst die Aufnahmefähigkeit der Reaktionskräfte. Es gilt hier das Ausweichprinzip, sodass statisch bestimmte Konstruktionen sich bekanntlich den Krümmungen bei Sattel- oder Muldenlagerungen besser annähern können, als statisch unbestimmte Konstruktionen.

Maßgebend für die zulässigen Setzungsunterschiede ist die Winkelverdrehung bzw. Krümmung zwischen einzelnen Gründungsteilen, die über eine Starrkörperverdrehung hinausgehen.

Als Maßstab für Bauwerksschäden ist nicht der Grenzzustand des Einsturzes zu betrachten, sondern der Zustand in dem ein Bauwerk unbewohnbar bzw. unbenutzbar wird, d.h. wenn die Gebrauchstauglichkeit nicht mehr gegeben ist. Ungleichmäßige Setzungen infolge von Inhomogenitäten des Baugrundes sind von einem Bauwerk nur in einem durch Geometrie und Werkstoff begrenzten Maß rissefrei zu ertragen. Das Schadensrisiko bei plötzlicher Lastaufbringung ist im Übrigen größer als bei langsamer Laststeigerung.

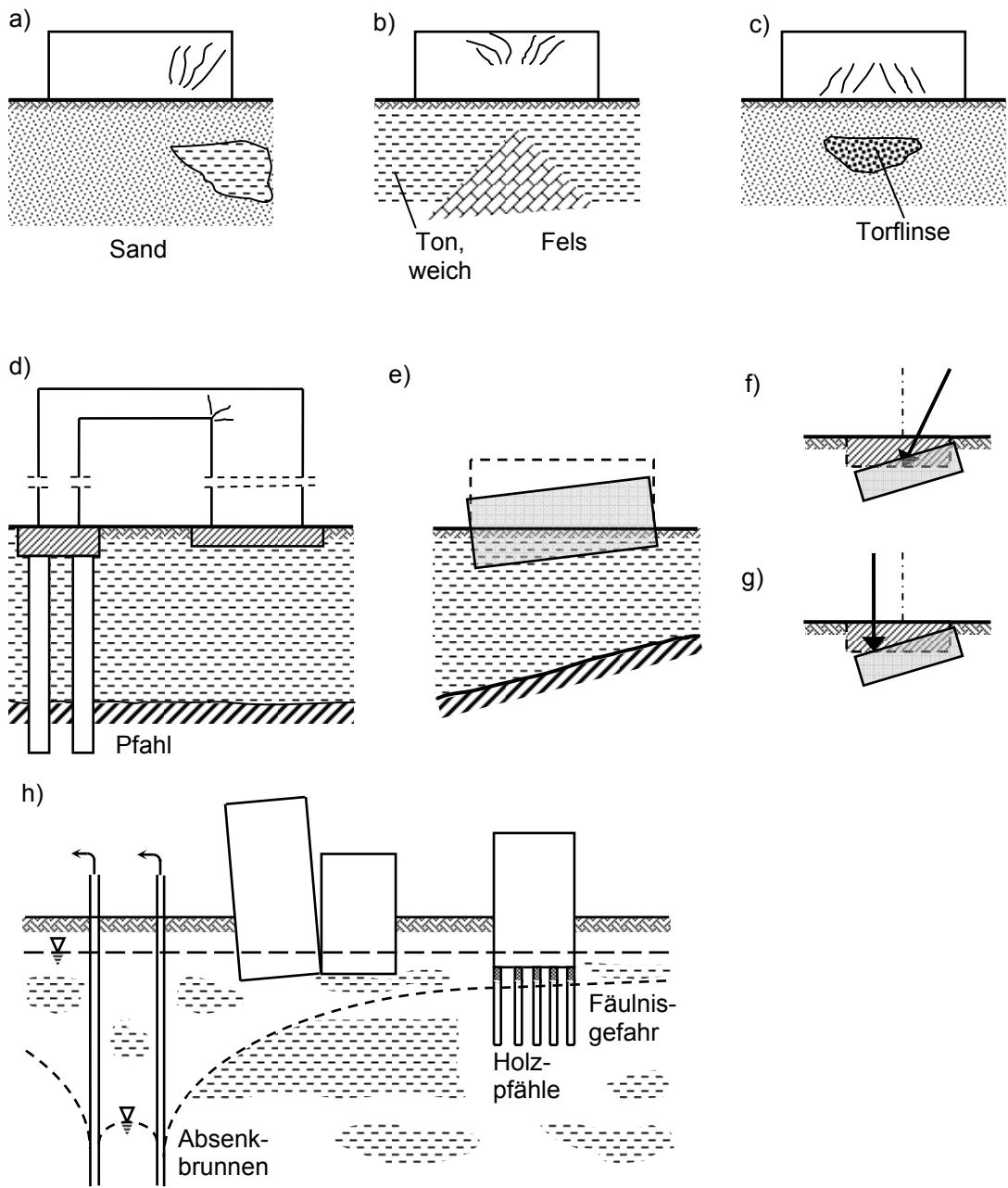


Bild 2.5: Beispiele von Ursachen ungleichmäßiger Setzungen und Rissbildungen

Bei der Festlegung der Kriterien muss gegebenenfalls berücksichtigt werden, ob ein benachbartes Gebäude in Mitleidenschaft gezogen werden kann. Aus diesem Grund empfiehlt es sich Setzungsfugen dort anzuordnen, wo sich die Baugrundbelastung sprunghaft und in größerem Umfang ändert (z. B. ein eingeschossiges Bauwerk neben einem Hochhaus).

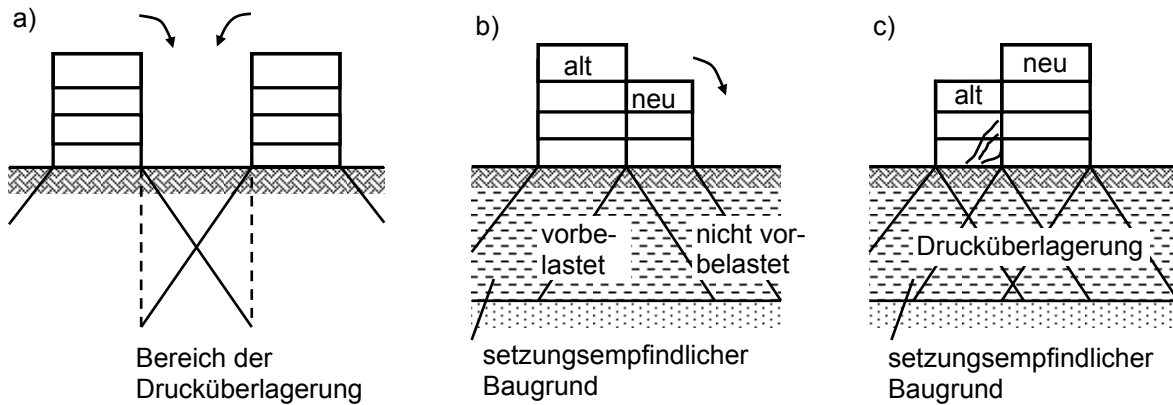


Bild 2.6: Beispiele gegenseitiger Beeinflussung benachbarter Gebäude

2.3.5 Schadensgrenzen für Bauwerke

Von unterschiedlichen Autoren wurden für Bauwerke Schadensgrenzen bzw. -kriterien angegeben, die noch erträglich erscheinen bzw. Grenzen wonach mit Schäden zu rechnen ist. Die Angaben weichen zum Teil erheblich voneinander ab. Als Grenzwerte wurden neben Setzungsdifferenzen auch zulässige Winkelverdrehungen benachbarter Fundamente bzw. Fundamentbereiche formuliert. Hieraus lässt sich als weitere Kenngröße ein zulässiger Biege-radius ableiten, der den Verlauf der Setzungsmulde bzw. des Setzungssattels als Kreissegment annähert, siehe Abschnitt 2.3.1.

Tabelle 2.3: Zulässige Setzungsdifferenzen und Winkelverdrehungen für Muldenlagerungen

Muldenlagerung						
			Setzungsdifferenz in [%]	Setzungsdifferenz Δs [cm]	Winkelverdrehung $\tan \beta$ [-]	Radius [km]
Nendza, (1982)	Terzaghi, (1948)	an-gegebene Werte Δs in Abhängigkeit der Bauwerkslänge $L = 35$ m ermittelt		5,0 bis 2,0	1 / 350 bis 1 / 875	2,5 bis 6,0
	Leussink, (1954)			5,0 bis 2,0	1 / 350 bis 1 / 875	2,5 bis 6,0
	russ. Norm (1955)			12,0 bis 5,0	1 / 146 bis 1 / 350	1,0 bis 6,0
	Meyerhoff, (1955)			6,0	1 / 292	2,2
	Rausch, (1955)			3,0	1 / 583	4,0
Skempton / McDonald, (1956); (statistische Auswertung für lange ausgefachte Rahmenbauwerke)	Einzelgründung	aus Grenzwert $\Delta s/l = 1 / 500$ und Sicherheit $\eta = 1,50$	$60 \cdot s_{\max}$	Ton:	3,6	
				Sand:	2,4	
	Platte		$(40 \text{ bis } 60) \cdot s_{\max}$	Ton:	2,4 bis 6,0	
				Sand:	1,6 bis 3,6	
	Wanne		$(40 \text{ bis } 60) \cdot s_{\max}$	Ton:	$\geq 4,0$ bis 6,0	
	Einzelgründung		aus Grenzwert $\Delta s/l = 1 / 300$	Ton:	4,5	
				Sand:	3,0	
	Platte			Ton:	4,5	
				Sand:	3,0	
	Rissegfreiheit					1 / 500
leichte Risse				1 / 300		
konstruktive Schäden				1 / 150		
Polshin/ Tokar, (1957)	Industrie und öffentliche Gebäude	Stahl- und Stahlbetonrahmen		Sand, Ton (dichte Lagerung)	1 / 500·L	
				Ton, plastifiziert		
		Randstütze mit Ziegelverkleidung		Sand, Ton (dichte Lagerung)	1 / 143·L	
			Ton, Plastifizieren	1 / 1000·L		
	Mauerwerk	öffentliche und mehrgeschosige Gebäude	Sand, Ton (dichte Lagerung)	L/H < 3	1 / 3333	
				L/H > 5	1 / 2000	
			Ton, plastifiziert	L/H < 3	1 / 2500	
L/H > 5				1 / 1430		
	eingeschossige Gebäude	Sand, Ton (dichte oder plastische Lagerung)		1 / 1000		
	Brückenlaufkräne auf Schienen	Sand, Ton, dichte u. plast. Lagerung		1 / 333		

Tabelle 2.3: Zulässige Setzungsdifferenzen und Winkelverdrehungen für Muldenlagerungen (Fortsetzung)

Muldenlagerung					
		Setzungsdifferenz in [%]	Setzungsdifferenz Δs [cm]	Winkelverdrehung $\tan \beta$ [-]	Radius [km]
Sowers, (1957)	Stahlrahmen			1 / 500	
	Stahlbetonrahmen			1 / 400	
Meyerhof, (1953)	Rahmen			1 / 300	
	Rahmen ausgefacht			1 / 1000	
	Mauerwerkverkleidung, Wandlager		1 / 2000-L		
Terzaghi, (1961)			2,0		
Leussink, (1963 / '67)	Hochbauten			1 / 250	1,0
Schultze, (1967)					2,0
Mayer/Rüsch, (1967)				1 / 300	
Bjerrum, 1963 (Erweiterung der Angaben von Skempton)	Schadensgrenze	Bauwerke allgemein			1 / 150
		Wände			1 / 300
		Rahmen mit Ausfachung			1 / 600
	Sicherheitsgrenze	Vermeidung jeglicher Risse			1 / 500
		Ziegelwände $h/l < 1/4$			1 / 150
setzungsempfindliche Maschinen				1 / 750	
Fjeld, S., (1963)	L/H = 2			< 1 / 200 bis 1 / 300	
	L/H = 4			< 1 / 200	
Sherif, (1973)	Einzelgründung	50 · s_{mittel}			
	Platte	33 · s_{mittel}			
Schultze, (1974)				1 / 125	
Grant et al., (1974)	Einzelgründung	Ton	5,0		
		Sand	3,0		
	Platte	Ton	5,0		
		Sand	3,0		
	Rahmenbauwerke			1 / 300	
Bauwerke mit tragenden Wänden			1 / 300		

Tabelle 2.3: Zulässige Setzungsdifferenzen und Winkelverdrehungen für Muldenlagerungen (Fortsetzung)

Muldenlagerung					Setzungsdifferenz in [%]	Setzungsdifferenz Δs [cm]; L [m]	Winkelverdrehung $\tan \beta$	Radius [km]	
Burland et al., (1977)	Wandscheibe	Mauerwerk					< 1 / 1000		
		Ausfachung, Mauerwerk					1 / 1100 < $\Delta s/l$ < 1 / 650		
		Stahlbeton					< 1 / 1250		
Rybicki, (1978)	allgemein							< 0,5	
	Bergbau							5,0	
Nenzda, (1982)	allg. Grenze							5,0	
	Ziegelmauerwerk mit Stahlbetondecken						1 / 800	3,0	
	Stahlbetonskelettbau						1 / 800	3,0	
Grundbautaschenbuch (Smolczyk), (1990)	Schäden	konstr.	Einsturz bzw. Abbruch					$\geq 1 / 100$	
			stark				1 / 100 bis 1 / 170		
		architekt.	leicht bis mittel					1 / 170 bis 1 / 250	
			mittel bis stark					1 / 250 bis 1 / 500	
			leicht					1 / 500 bis 1 / 1000	
		keine Schäden						$\leq 1 / 1000$	
Dulácska, (1992)							1 / 500		
EVB, (1993)					2,0				
Pfefferkorn (1994)							1 / 1000		
MacLeod, et al., (1980)	ermittelt für Mauerwerk, Zugfestigkeit $f_{bt} = 1,5 \text{ N/mm}^2$	homog. Boden	L/H=2	Gleichlast			0,027·L bis 0,095·L	1 / 833 bis 1 / 250	
				Einzellast			0,016·L bis 0,068·L	1 / 3125 bis 1 / 599	
		L/H=5	Gleichlast			0,02·L bis 0,063·L	1 / 581 bis 1 / 220		
			Einzellast			0,009·L bis 0,028·L	1 / 2778 bis 1 / 763		
		inhomog. Boden Gleichlast L/H = 2				0,01·L bis 0,042·L	1 / 3125 bis 1 / 700		
DIN 4421, (1982)	Traggerüste der Gruppe II und der Gruppe III						$\Delta s = 0,025 \cdot L$ $\leq \max \Delta s = 0,5$		

Tabelle 2.3: Zulässige Setzungsdifferenzen und Winkelverdrrehungen für Muldenlagerungen (Fortsetzung)

Muldenlagerung						
		Setzungsdif-ferenz in [%]	Setzungsdif-ferenz Δs [cm]; L [m]	Winkelver-drehung $\tan \beta$ [-]	Radius [km]	
Eurocode 7, (1997)		Einzelfunda-ment	2,0			
		Einzelfunda-ment Sand	1,9			
	Rahmen , aus-gefachte Rah-men, Wände aus Mauerwerk	SLS			1 / 2000 bis 1 / 300	
		ULS			1 / 150	
	allgemein			1 / 500		
Ruile, (1999), Wandscheiben aus Mauerwerk auf Streifenfundament gegri.; Grenzstand d. Gebrauchstauglichkeit, Rissweite 0,4 mm	ohne Bau-grund	mit Decke		$\leq 1 / 570$		
		ohne Decke		1 / 1250 bis 1 / 700		
	Mauerziegel Mz 1,8/28/III	1			1 / 1670 bis 1 / 1390	
			3		1 / 1790 bis 1 / 1430	
			4		1 / 1880 bis 1 / 1460	
	KS 1,8/28/III	2			1 / 1670 bis 1 / 1330	
	Mz 1,8/28/III			1 / 1539 bis 1 / 1240		
	Mauerziegel KS 1,8/28/III; Längsbew. im Fundament	4	10 cm ²		1 / 1540 bis 1 / 940	
			25 cm ²		1 / 1110 bis 1 / 810	
			40 cm ²		1 / 1050 bis 1 / 750	
	Mauer-ziegel KS 1,8/28/III;	4	ohne Öff-nung		1 / 1110 bis 1 / 810	
mit Öff-nung				1 / 3450 bis 1 / 2120		
Bem.: Kombination von Naturschotter mit 1 mitteldichtem Sand, 2 lockerer Sand, 3 halb-fester Lehm, 4 Schluff; Schlankheit Mau-erw.scheibe: $L_w/h_w = 3,33 = \text{const.}$; Schlankheit Fundament: $10 \leq L_f/h_f \leq 25$						

Auch *Meyerhof (1982)* hat für Mulden-, Sattellagerung und Verkantungen zulässige Werte der Winkelverdrehung angegeben. Sie sind in nachstehender Tabelle 2.3a zusammengestellt.

Tabelle 2.3a: Zulässige Winkelverdrehungen für Mulden-, Sattellagerungen und Verkantungen nach *Meyerhof (1982)*

	Grenzen	Winkelverdrehung $\tan \beta$ [-]
Meyerhof. (1982)	Gefahren-Grenzwert für statisch bestimmte Strukturen und Stützmauern / Stützwände	1 / 100
	Sicherer Grenzwert für statisch bestimmte Strukturen und Stützmauern / Stützwände	1 / 150
	Gefahren-Grenzwert für Rahmen oder Trägerroste aus offenen Stahlprofilen oder Stahlbetonbalken, Speichertanks aus Stahl und dem Kippen hoher starrer Strukturen	1 / 150
	Sicherer Grenzwert für Rahmen oder Trägerroste aus offenen Stahlprofilen oder Stahlbetonbalken, Speichertanks aus Stahl und dem Kippen hoher starrer Strukturen	1 / 250
	Gefahren-Grenzwert für nicht tragende Wände in Rahmentragwerken und dem Kippen von Brückenwiderlagern	1 / 250
	Sicherer Grenzwert für nicht tragende Wände in Rahmentragwerken und dem Kippen von Brückenwiderlagern	1 / 500
	Gefahren-Grenzwert für das Durchhängen nicht bewehrter tragender Wände	1 / 500
	Sicherer Grenzwert für das Durchhängen nicht bewehrter tragender Wände	1 / 1000
	Gefahren-Grenzwert für das Aufwölben nicht bewehrter tragender Wände	1 / 1000
	Sicherer Grenzwert für das Aufwölben nicht bewehrter tragender Wände	1 / 2000

In vielen Fällen wurden die jeweiligen Werte aufgrund von Setzungsmessungen bzw. Setzungsbeobachtungen gewonnen. Für die kritischeren Sattellagerungen von Bauwerken liegen in der Literatur kaum Werte vor, sodass die angegebenen zulässigen Setzungskriterien fast ausschließlich aus den Werten für Muldenlagerungen abgeleitet wurden. Nach *Schultze/Horn (1990)* sollten beispielsweise für Sattellagerungen entsprechend *Bjerrum (1963)* die halben Werte der Muldenlagerungen eingehalten werden. Tabelle 2.4 enthält zulässige Setzungsdifferenzen für eine Sattellagerung aus der Literatur.

Tabelle 2.4: Zulässige Setzungskriterien für Sattellagerungen aus der Literatur

Sattellagerungen				Setzungsdifferenz Δs [cm]; L in [m]	Winkelverdrehung $\tan \beta$ [-]	Radius [km]	
Schultze / Horn, (1990) (abg. v. Bjerrum)	Schadens- grenze	Bauwerke allgemein			1 / 300		
		Wände			1 / 600		
		Rahmen mit Ausfachung			1 / 1200		
	Sicherheits- grenze	Vermeidung jeglicher Risse			1 / 1000		
		Ziegelwände $h/l < 1/4$			1 / 300		
setzungsempfind- liche Maschinen				1 / 1500			
Burland et al., (1977)	Wandscheibe			< 1 / 1000			
Rybicki, (1978)	Bergbau				2,0		
MacLeod, et al. (1980)	inh. Boden, L/H=2, Gleichlast für Mauer- werk $f_{bt} = 1,5\text{N/mm}^2$		0,06·L	1 / 7143 bis 1 / 4762			
	homog. Boden L/H=2	Einzellast für Mauerwerk $f_{bt} = 1,5\text{N/mm}^2$	0,01·L bis 0,013·L	1 / 2380 bis 1 / 2000			
			0,006·L bis 0,017·L	1 / 2000 bis 1 / 1205			
Nendza, (1982)					2,0		
Dulácska, (1992)				1 / 1000			
Ruile, (1999), Wandscheiben aus Mauerwerk auf Streifenfundament gegri.; SLS, Rissweite 0,4 mm	ohne Bau- grund	mit Decke			1 / 530 bis 1 / 460		
		ohne Decke			1 / 1010 bis 1 / 910		
	Mauerziegel Mz 1,8/28/III	1			1 / 3290 bis 1 / 3100		
		2			1 / 3240 bis 1 / 3000		
		3			1 / 3250 bis 1 / 2980		
		4			1 / 3180 bis 1 / 2890		
	KS 1,8/28/III	2			1 / 3210 bis 1 / 2780		
	Mz 1,8/28/III	2			1 / 2550 bis 1 / 2100		
	Mauer- ziegel KS 1,8/28/III	4	ohne Öff- nung			1 / 2160 bis 1 / 1870	
			mit Öff- nung			1 / 3450 bis 1 / 1990	
<u>Bem.:</u> Kombination von Naturschotter mit 1 mitteldichtem Sand, 2 lockerer Sand, 3 halb- fester Lehm, 4 Schluff; Schlankheit Mauerwerksscheibe: $L_w/h_w = 3,33 = \text{konst.}$; Schlankheit Fundament: $10 \leq L_f/h_f \leq 25$ (siehe auch Tabelle 2.3)							

Im Gegensatz zu den empirisch abgeleiteten Werten (siehe Tabellen 2.3 und 2.4) hat *Burland (1974)* bzw. *Burland (1977)* ein Verfahren entwickelt, das auf theoretischen Überlegungen beruht. Die Ermittlung der zulässigen Setzungsdifferenzen für Mauerwerksausfachungen, Wandscheiben und Balken aus Stahlbeton und Mauerwerk wird dabei unter Zuhilfenahme des Timoschenko-Balkens abgeleitet. Die prinzipiellen Zusammenhänge enthält nachfolgendes Bild 2.7. Die Vorgehensweise nach *Burland* dient auch zur Beschreibung der Wechselwirkung zwischen Bauwerk und Baugrund dieser Arbeit. Eine detaillierte Darstellung enthält Abschnitt 5.

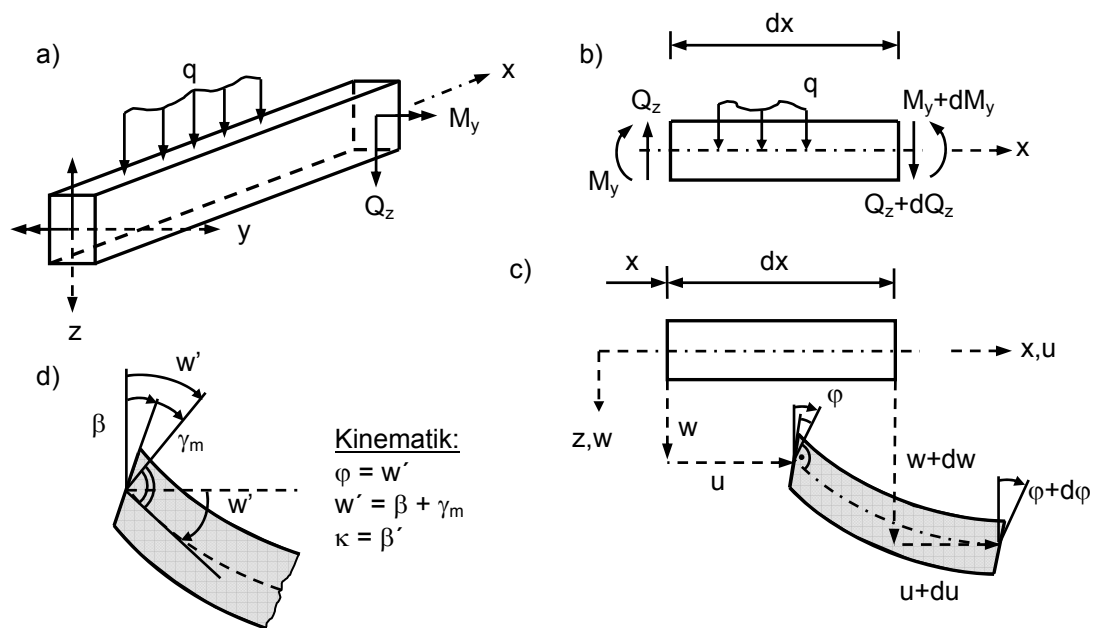


Bild 2.7: Schubalken nach Timoschenko in der Ebene
a) Geometrie b) Schnittgrößen c) Verschiebungsgrößen d) Kinematik

Für die Ableitungen des Timoschenko-Balkens gelten folgende Voraussetzungen (vgl. Abschnitt 5):

- elastisches Materialverhalten (*Hooke*),
- geradlinige Spannungsverteilung (*Navier*),
- keine Veränderung der Querschnittsabmessungen während der Verformung,
- Superposition der Verformungsanteile aus Biegung und Querkraft,
- keine Vernachlässigung der Querschubverzerrungen γ_{xz} , die als gemittelter Wert γ_m für einen Querschnitt betrachtet werden,
- keine Wölbbehinderung des Querschnitts,
- Vernachlässigung von Normalkraftverformungen.

Für einen Träger auf zwei Stützen wird die Durchbiegung nach Anteilen aus Biegemoment M und Querkraft Q in Abhängigkeit der Bruchdehnungen bzw. -gleitung ε_{krit} des jeweils verwendeten Materials und dem Verhältnis der Bauteillänge l zur Bauteilhöhe h gesetzt. Die Verschiebung w_i ergibt sich allgemein nach dem Prinzip der virtuellen Kräfte zu:



$$\delta F \cdot w_i = \int_x \frac{\delta M \cdot M}{EI} dx + \int_x \kappa \frac{\delta Q \cdot Q}{GA} dx \quad \text{mit } \kappa = \frac{1}{\alpha_s} = A \cdot \int_A \frac{S^2}{I^2 b^2} dA \quad (2.4)$$

Dabei sind:

A	Querschnittsfläche	GA	Schubsteifigkeit
S	Flächenmoment 1. Ordnung	EI	Biegesteifigkeit
I	Flächenmoment 2. Ordnung	κ	Schubkorrekturfaktor (s. u.)
b	Bauteilbreite		

In Tabelle 2.5 sind für gebräuchliche Querschnittsformen Werte des Schubkorrekturfaktors κ in Abhängigkeit der Querschnittsform angegeben.

Tabelle 2.5: Schubbeiwert κ in Abhängigkeit der Querschnittsform

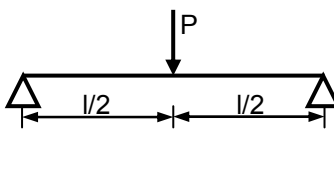
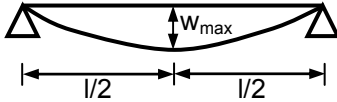
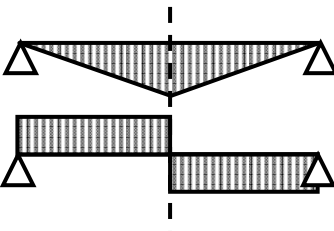
Querschnitt	Schubkorrekturfaktor κ ($\kappa = 1/\alpha_s$)
	$\kappa = 1,2$
	$\kappa \approx \frac{\sum A}{A_s}$

Eine entsprechende Ableitung unter Anwendung der Arbeitsgleichung gibt beispielsweise *Hirschfeld (1965)*. Weitere Hinweise sind u. a. in der Arbeit von *Hofmann (1992)* enthalten.

Bild 2.8 zeigt die nach *Burland (1977)* aufgrund von Schub- bzw. Biegeversagen abgeleiteten Versagenskriterien an einem mittig belasteten Ersatzträger. Tabelle 2.6 stellt zusammenfassend die entsprechenden Versagensbeziehungen nach *Burland (1977)* dar. Sowohl für das Biege- als auch für das Schubversagen wurden die Beziehungen für die Trägermitte, also die Stelle mit maximaler Verschiebung und maximaler Momenten- bzw. Querkraftbeanspruchung. Aufgrund des konstanten Querkraftverlaufes kann für den Ersatzträger unter mittiger Einzellast jede Trägerstelle unter Querkraftbeanspruchung zur Bestimmung des

Schubversagenkriteriums verwendet werden. Für die Darstellung der Versagensbeziehungen in nachfolgender Tabelle 2.6 wird als allgemeine Abkürzung Δ für das Verschiebungsmaximum am Ersatzträger w_{max} eingeführt. Die Größe Δ am Ersatzsystem entspricht dabei nicht dem Wert der Setzungsdifferenz Δ_s , die beispielsweise aus einer Setzungsprognose am realen Bauwerk bzw. Bauwerksschnitt ermittelt wurde. Zweckmäßig wird die Größe Δ an der Ersatzträgerstelle mit maximaler Verschiebung w_{max} definiert.

Tabelle 2.6: Versagensbeziehungen nach Burland (1977); Trägerstelle $x = l/2$

	<p>Verschiebung ($x = l/2$)</p> $w_{max} = \Delta = \frac{P \cdot l^3}{48 \cdot EI} \cdot \left[1 + \kappa \cdot \frac{12 \cdot EI}{GA \cdot l^2} \right] = \frac{M \cdot l^2}{12 \cdot EI} \cdot \left[1 + \kappa \cdot \frac{12 \cdot EI}{GA \cdot l^2} \right]$	
<p>Bemessungsschnitt</p>	<p>Biegeversagen ($x = l/2$)</p>	<p>Schubversagen ($x = l/2$)</p>
	$M = \frac{EI \cdot \varepsilon_{B,krit}}{z}$ $\frac{\Delta}{l \cdot \varepsilon_{B,krit}} = \frac{l}{12 \cdot z} \cdot \left[1 + \kappa \cdot 2 \cdot (1 + \nu) \cdot \frac{h^2}{l^2} \right]$	$P = \frac{4}{\kappa} \cdot GA \cdot \varepsilon_{S,krit}$ $\frac{\Delta}{l \cdot \varepsilon_{S,krit}} = 1 + \frac{1}{2 \cdot (1 + \nu)} \cdot \frac{1}{\kappa} \cdot \frac{l^2}{h^2}$
<p>Vereinfachung</p>	$\frac{\Delta}{l \cdot \varepsilon_{B,krit}} = \frac{1}{6} \cdot \frac{l}{h} + 0,65 \cdot \frac{h}{l}$	$\frac{\Delta}{l \cdot \varepsilon_{S,krit}} = 1 + \frac{1}{3,9} \cdot \frac{l^2}{h^2}$
<p>$\nu = 0,3; \kappa = 1,5; z = \frac{h}{2}$</p>		

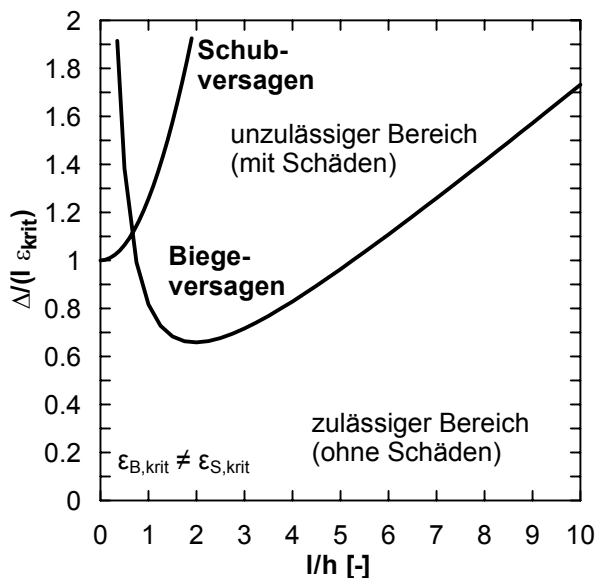


Bild 2.8:

Bezogene kritische Verformung für Muldenlagen unter Gleichlast für Stahlbeton (Verhältnis $E/G = 2,6$)

Für die Ermittlung der Schadensgrenzen wurden dabei folgende Bruchdehnungen angegeben:

- Mauerwerk: $\varepsilon_{krit} = 0,075 \%$
- Stahlbeton: $\varepsilon_{krit} = 0,03 \%$ bis $0,05 \%$

Die abgeleiteten Werte sind sehr viel restriktiver, als die aus Setzungsmessungen bzw. -beobachtungen und statistischen Erhebungen gefundenen Werte. So schlägt *Franke (1980)* vor, die nach *Burland (1977)* abgeleiteten Werte auf die Anwendung von Flächengründungen zu beschränken; für die Beurteilung von Bauwerken auf Einzelfundamenten sollten dagegen die empirisch gefundenen Werte nach *Bjerrum (1963)* beibehalten werden.

Zu beachten ist, dass die in den Tabellen zusammengestellten und aus Messungen an Gebäuden gewonnenen Werte u. a. auch die Bodenverhältnisse, die Bauweisen die verwendeten Materialien und die Konstruktionen der Gebäude widerspiegeln. Es können daher Widersprüche auftreten, sodass die zusammengestellten Werte nicht den Anspruch einer allgemeingültigen Regelung besitzen und eine Übertragbarkeit aus diesem Grund nicht oder nur bedingt möglich ist, sie sind vielmehr als Anhaltswerte zu verstehen.

Die Ableitung von allgemeingültigeren Regelungen sollten daher detaillierter in Abhängigkeit von den verwendeten Baustoffen (Stahl, Holz, Stahlbeton, Mauerwerk, etc.), von der Bauweise, von der Bauwerksgeometrie, von den Bodenverhältnissen, von der Gründungsform (Einzelfundamente, Plattengründungen, Pfahlgründungen, Mischgründung, etc.) und nicht zuletzt auch unter Einbeziehung der Belastungsgeschichte erfolgen.

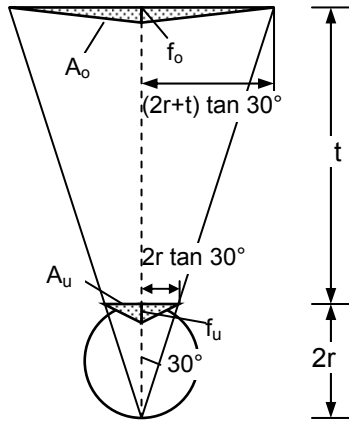
2.3.6 Weitere Setzungsursachen

2.3.6.1 Tunnelbau mit Schildvortrieb

Auch durch das Auffahren von Tunnelbauwerken kann es an der Geländeoberfläche zu Setzungen kommen. Setzungen beim Tunnelbau können mehrere Ursachen haben, die zum einen durch die Bauausführung (zu weitgehende Bodenentnahme vor der Ortsbrust; Verformung des Schildkörpers; Verformung der Tunnelauskleidung, Verdichten des Bodens beim Vorschieben des Schildkörpers, etc.) hervorgerufen werden und zum anderen auch geotechnischer Natur (Entspannen des Bodens an der freiliegenden Ortsbrust; Nachfallen des Bodens, ungenügende Ringspaltverfüllung; etc.) sein können. Einige der genannten Setzungsursachen können durch eine sorgfältige Bauausführung weitestgehend minimiert bzw. ausgeschlossen werden, allerdings ist ein absolut setzungsfreier Tunnelvortrieb in der Regel nicht möglich.

So betragen die unvermeidbaren Setzungen in der Ebene des Tunnelscheitels erfahrungsgemäß etwa ca. 2,0 cm für mitteldicht bis dicht gelagerte rollige sowie steife bis halbfeste

bindige Böden und bis ca. 5,0 cm für locker gelagerte nicht bindige Böden. Bild 2.9 zeigt beispielhaft eine Setungsmulde



Aus der Bedingung, dass die Flächen der beiden Dreiecke gleich gesetzt werden, also $A_o = A_u$, folgt:

$$f_o = \frac{2r}{2r+t} f_u \quad (2.5a)$$

$$\tan \alpha = \frac{f_o}{(2r+t) \tan 30^\circ} \quad (2.5b)$$

Bild 2.9: Abschätzung der Setzungen über einem Tunnel

Für Setzungsdifferenzen und die daraus resultierende Winkelverdrehungen gibt *Breth, et. al. (1974)* für Frankfurter Ton einen Wert von $1 / 450$ an.

2.3.6.2 Schrumpfen des Bodens

Wassergehaltsabnahmen von vorwiegend bindigen Bodenschichten, die nicht durch äußere Kräfte oder Belastungen hervorgerufen werden, werden als Schwinden bezeichnet. Beim Schwindverhalten und -vorgang bindiger Böden, haben vor allem klimatische Verhältnisse Einfluss. Hierzu können

- die relative Luftfeuchte der Umgebung,
- die Temperatur der Umgebungsluft,
- die Windgeschwindigkeit in Höhe der Geländeoberfläche und
- der Niederschlag

gezählt werden. Darüber hinaus ist von Bedeutung, ob die schwindanfällige Bodenschicht zusätzlich von einer Deckschicht überlagert wird. Die Vorgänge, die beim Schwinden stattfinden, können mit der Feuchteströmung aus der Bauphysik verglichen werden, sodass es zu einer Abgabe des im Boden gebundenen Porenwassers durch Oberflächenverdunstung an die Umgebungsluft, deren Wassersättigungsgrad $< 100\%$ beträgt, kommt. Der typische Austrocknungsverlauf einer überdeckten bindigen Bodenschicht besteht zunächst in einer Hebung, die mit zeitlichem Fortschreiten des Vorganges in eine Setzung übergeht. Hierbei entzieht die bindige Bodenschicht durch ihr hohes Saugvermögen der Deckschicht Porenwasser,

was zu der genannten Hebung, also Volumenvergrößerung, führt. Hierbei entspricht die Wassergehaltszunahme im Ton der Wasserabnahme in der Deckschicht. Dieser Vorgang ist bei nicht überdeckten bindigen Böden nicht zu beobachten. Wassereinfluss eine der bindigen Bodenschicht unterlagernde Schicht verzögert zwar den zeitlichen Verlauf des Austrocknens, die genannten Vorgänge bleiben jedoch erhalten.

Nicht nur die Mächtigkeit, sondern auch die Zusammensetzung der Deckschicht hat einen wesentlichen Einfluss auf die Vorgänge. So setzen die Schwindverformungen mit zunehmender Mächtigkeit der Überlagerungsschicht später ein und laufen langsamer ab.

Eine Wasseraufnahme des Tones aus der Deckschicht ist nur dann möglich, wenn die Kapillarität dieser Deckschicht verhältnismäßig gering ist, beispielsweise bei Sanden und Kiesen. Durch eine bindige Deckschicht können – in Abhängigkeit der Mächtigkeit – die Austrocknungsvorgänge fast völlig verhindert werden. Dies ist bereits bei einer nicht bindigen Deckschichtstärke von 30 cm bis 50 cm und einem Wassergehalt $> 5\%$ der Fall. So kann vor allem bei plastischen Tonen das Schrumpfmaß bis zu 10 % der Schichtdicke betragen.

Weitere detaillierte Angaben können der Arbeit von *Placzek (1982)* entnommen werden, in der auch ein Berechnungsansatz zur Abschätzung der Setzungen s aufgrund von Schwindverformungen genannt ist. Aus der Bedingung, dass die Volumenverminderung ΔV gleich dem verdunsteten Wasservolumen ΔV_w ist, kann das Maß der Setzungen in allgemeiner Form abgeschätzt werden:

$$s = \frac{\Delta m_w}{\rho_w A} \quad (2.6)$$

Hierbei bedeuten Δm_w die im betrachteten Zeitintervall verdunstete Wassermasse, ρ_w die Dichte des Wassers in Abhängigkeit der Temperatur und A die betrachtete Verdunstungsfläche.

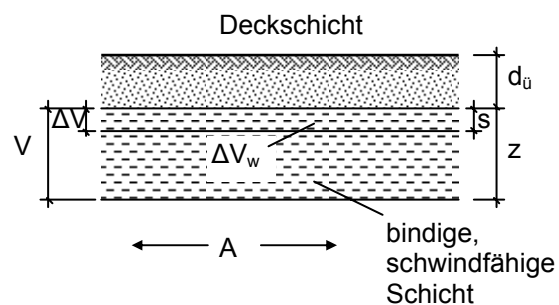


Bild 2.10:
Volumenänderung beim Schwindvorgang

Schwindverformungen neben Gebäuden führen i. d. R. zu Verkantungen oder Sattellagen.

2.3.6.3 Setzungen infolge zyklischer/dynamischer Beanspruchungen

Bei Maschinenfundamenten oder Erschütterungseinwirkungen können ebenfalls Setzungen infolge Kornumlagerungen im Boden oder Verflüssigungsneigungen eintreten.

3 Nachweiskonzepte im allgemeinen konstruktiven Ingenieurbau und im Grundbau mit Auswirkungen auf die Gebrauchstauglichkeitsnachweise bei Flachgründungen

3.1 Problemstellung

Mit der Einführung des Teilsicherheitskonzeptes geht der allgemeine konstruktive Ingenieurbau z. B. auf der Grundlage von *DIN 1055-100:2001*, *DIN 1045-1:2008* mit *DIN EN V 1992*, *DIN Fachberichten*, *DIN 1052:2008*, *DIN 18800*, *DIN EN V 1994*, usw. so vor, dass die Tragwerksberechnung mit γ_i -fach erhöhten Einwirkungen durchgeführt werden. Dabei liegen den Lastansätzen weiterhin mit den Kombinationsbeiwerten ψ_i Wahrscheinlichkeiten der gleichzeitigen Wirkung zugrunde.

Der Grundbau verfolgt nach *DIN 1054:2005* und dem Verfahren 2 nach *DIN EN 1997-1:2008* (*Eurocode EC7-1*) bei seiner Nachweisform eine etwas andere Vorgehensweise, indem die Beanspruchungen (z. B. Schnittgrößen, Spannungen, usw.) mit charakteristischen Größen ermittelt werden. Dieses Verfahren ist für geotechnische Nachweise zweckmäßiger. Erst danach werden dann am Ende der Berechnung die charakteristischen Beanspruchungen durch Faktorisierung mit Teilsicherheitsbeiwerten in Bemessungsschnittgrößen umgewandelt und die Nachweise der Tragfähigkeit geführt.

Für die Fragestellung dieser Arbeit ist aber Folgendes von Bedeutung:

- Der Gebrauchstauglichkeits-/Setzungsnachweis von Flachgründungen erfordert charakteristische Fundamentbeanspruchungen E_k in der Form von „wirklichkeitsnahen, setzungserzeugenden“ Lasten.
- Wie erhält man die „wirklichkeitsnahen setzungserzeugenden“ Lasten der Tragwerksberechnung mit γ_i -fachen und ψ_i -bewerteten Einwirkungen?
- Aus dem Gebrauchstauglichkeits-/Setzungsnachweis der Gründung kann sich eine Zwangsbeanspruchung für das aufgehende System ergeben, die dort einen Grenzzustand der Tragfähigkeit hervorrufen kann.

Es handelt sich also um eine Boden-Bauwerks-Interaktionsbetrachtung, wobei jeweils unterschiedliche Nachweisverfahren im konstruktiven Ingenieurbau und im Grundbau vorliegen. Nachfolgend sind dazu wissenschaftlich-ingenieurmäßige Vorgehensweisen abgeleitet und begründet.

3.2 Nachweisverfahren im allgemeinen konstruktiven Ingenieurbau

Das Sicherheitskonzept mit der Definition der Grenzzustände und den Einwirkungskombinationen wird für Hochbaukonstruktionen in *DIN 1055-100:2001* bzw. für Brückenbauwerke im *DIN-Fachbericht 101* geregelt. Zur Beschreibung des Tragverhaltens und der Gebrauchstauglichkeit sind zwei Grenzzustände zu berücksichtigen, deren Einhaltung folgende Ziele verfolgen:

- Grenzzustand der Tragfähigkeit zur Vermeidung des Versagens (z. B. Einsturz) des Gesamttragwerks oder einzelner Tragwerksteile mit ausreichender Zuverlässigkeit als Folge eines Überschreitens der Kurzzeitfestigkeit oder aufgrund von Ermüdung als auch infolge des Verlustes der Gesamtlagesicherheit unter γ_i -fach erhöhten und ψ_i behafteten Einwirkungen und Einflüssen.
- Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit zur Aufrechterhaltung zugesicherter Gebrauchseigenschaften entsprechend der für die Nutzung festgelegten Nutzungsbedingungen (Begrenzung der Verformungen, der Schwingung, der Rissbreite, der Spannungen, Feuerwiderstandsdauer, Übertragung von Tritt- und Luftschall, usw.) mit ausreichender Zuverlässigkeit unter „tatsächlichen“ Gebrauchslasten.

Neben der außergewöhnlichen Bemessungssituation E_{dA} und der Bemessungssituation infolge Erdbeben E_{dAE} ist einer Tragwerksbemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit die ständige und vorübergehende Einwirkungskombination zugrunde zu legen:

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} \oplus \gamma_P P_k \oplus \gamma_{Q,1} Q_{k,1} \oplus \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i} \right\} \leq R_d \quad (3.1)$$

Hinsichtlich der Nutzungsbedingungen und der Gebrauchseigenschaften wird im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit zwischen der seltenen Kombination $E_{d,rare}$, der häufigen Kombination $E_{d,frequ}$ und der quasi-ständigen Bemessungssituation $E_{d,perm}$ unterschieden. Für Brückenbauwerke nach *DIN-Fachbericht* ist gegebenenfalls zusätzlich eine nicht-häufige Kombination $E_{d,not perm}$ zu berücksichtigen. Die Gebrauchstauglichkeitsnachweise, beispielsweise zur Begrenzung der Verformungen und der Rissbreite werden i. A. für die quasi-ständige Einwirkungskombination, also unter Berücksichtigung dauerhaft wirkender Lastanteile geführt:

$$E_{d,perm} = E \left\{ \sum_{j \geq 1} G_{k,j} \oplus P_k \oplus \sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} \right\} \quad (3.2)$$

Für die Kombinationsfaktoren ψ_i und die Teilsicherheitsbeiwerte γ_i sind in den einzelnen Normenwerken und Richtlinien unterschiedliche Werte, abhängig vom gewählten Last- und Rechenmodell, von der Nutzung bzw. der Nutzungsdauer und den betrieblichen Anforderungen angegeben. Ihr Geltungsbereich bezieht sich dabei auch auf überwiegend aus Stahlbeton bzw. unbewehrten Beton erstellte Gründungsbauteile.

3.3 Nachweisverfahren im Grundbau

Neben dem Grenzzustand des Verlustes der Lagesicherheit (GZ 1A) und dem Grenzzustand des Verlustes der Gesamtstandsicherheit (GZ 1C) werden Flach-, Flächen- und Pfahlgründungen nach *DIN 1054:2005* dem Grenzzustand 1 B – Versagen von Bauwerken und Bauteilen – zugeordnet. Die Zustandsgleichung kann dabei wie folgt angeschrieben werden:

$$E_d \leq R_d \text{ bzw. } \sum_i E_{k,i} \cdot \gamma_{F,i} \leq \frac{R_k}{\gamma_R} \quad (3.3)$$

Hierin bedeuten:

E_d	Bemessungswert der Beanspruchung,
$E_{k,i}$	charakteristische Beanspruchung,
$\gamma_{F,i}$	Teilsicherheitsbeiwert für die Beanspruchung,
R_d	Bemessungswert des Widerstandes,
R_k	charakteristischer Widerstand,
γ_R	Teilsicherheitsbeiwert für den Widerstand.

Im Sicherheitskonzept der *DIN 1054* sind für den Grenzzustand der Tragfähigkeit die aus den Normen und Richtlinien des allgemeinen konstruktiven Ingenieurbauwes bekannten Kombinationsfaktoren ψ_i zur Berücksichtigung einer möglichen gleichzeitigen Auftretenswahrscheinlichkeit mehrerer Einwirkungen nicht explizit aufgeführt, sie sind bereits in den für die Bemessung im Grundbau definierten Lastfällen 1 bis 3, die sich aus Kombinationen jeweils dreier Einwirkungs- und Sicherheitsklassen ergeben, enthalten. Die Teilsicherheitsfaktoren der Tragfähigkeitsnachweise des Grundbaus unterscheiden sich daher zu den Vorgaben der konstruktiven Normen. In Tabelle 3.1 sind allgemein die Entsprechungen der drei Lastfälle des Grundbauwes zur Norm der Tragwerkseinwirkungen genannt.

Tabelle 3.1: Entsprechungen der Lastfälle des Grundbaues zu den Vorgaben der konstruktiven Normen für den Grenzzustand der Tragfähigkeit

DIN 1054:2005	DIN 1055-100:2001
Lastfall 1	ständige Bemessungssituation
Lastfall 2	vorübergehende Bemessungssituation (beispielsweise Bauzustände, Instandsetzung)
Lastfall 3	außergewöhnliche Bemessungssituation

Zur Sicherstellung der Funktion eines Bauwerks oder seiner Teile sowie zur Einhaltung der Anforderungen an das optische Erscheinungsbild und an das Wohlbefinden von Personen werden für Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (GZ 2) nach *DIN 1054:2005* keine Einwirkungskombinationen oder zulässigen Grenzwerte genannt.

Die beiden etwas unterschiedlichen Vorgehensweisen im Grundbau und im allgemeinen konstruktiven Ingenieurbau sind bei Verwendung linearer Berechnungsverfahren und der damit verbundenen Gültigkeit des Superpositionsprinzips äquivalent. Es ist daher gleichgültig mit den Widerstandsgrößen vorab erhöhte Einwirkungen zu vergleichen oder erst im Nachgang mit entsprechenden Teilsicherheitsbeiwerten beaufschlagte Beanspruchungen den Widerständen gegenüberzustellen. Die unterschiedlichen Vorgehensweisen führen dagegen bei nichtlinearen Verfahren zu unterschiedlichen Ergebnissen.

Bei den resultierenden, charakteristischen Einwirkungsgrößen in der Sohlfuge, die sich aus den betrachteten, unabhängigen Einwirkungen der statischen Berechnung für die Standsicherheitsnachweise im Grenzzustand 1 B und für die Setzungsberechnung im Grenzzustand 2 ergeben, kann es sich nach *DIN 1054* um Repräsentativwerte handeln, also unter Berücksichtigung von Kombinationsbeiwerten im Sinne der *DIN 1055-100* bzw. des *DIN-Fachberichtes 101*.

Neben den geotechnischen Nachweisen, wie Versagen durch Gleiten, Grundbruch, usw., erfasst der Grenzzustand 1 B auch explizit den Nachweis gegen Materialversagen der Bauteile. Zu einer Überschneidung mit den Normen des konstruktiven Ingenieurbaus kommt es an dieser Stelle jedoch nicht, da einerseits für die Materialkennwerte und für die Materialteilsicherheitsbeiwerte die einzelnen konstruktiven Normen gelten und andererseits geotechnische Einwirkungen (z. B. Erddruck) charakteristisch angesetzt und die daraus resultierenden Beanspruchungen mit den Teilsicherheitsbeiwerten der Grundbaunorm angenommen werden können.

3.4 Ableitung wirklichkeitsnaher setzungserzeugender Lasten

3.4.1 Vorgehensweise

Die Ermittlung realitätsnaher Setzungswerte wird u. a. durch die Berücksichtigung

- realistischer Verkehrs- bzw. Nutzlastanteile

erreicht, wobei

- die Lastintensität und die Lasthäufigkeit

einen wesentlichen Indikator darstellen, sodass für das zu erwartende Setzungsmaß neben dem Eigengewicht einer Konstruktion regelmäßig auftretende Einwirkungen, die eine überwiegende Beanspruchung eines Bauwerkes ausmachen, ursächlich sind. Dies können statische, zyklische oder auch dynamische Einwirkungen sein. Dabei ist die Kenntnis des örtlichen Wirkungsbereiches notwendig. Dies gilt besonders für Einwirkungen mit großer Intensität, wie z. B. Fertigungsmaschinen, die darüber hinaus dynamische Lastkomponenten über die Konstruktion in den Baugrund einleiten. Deshalb steht die überwiegende Beanspruchung eines Bauwerks oder seiner Teile in direktem Verhältnis mit

- der Nutzung.

Aus technischen, bauphysikalischen und auch architektonischen Gesichtspunkten wird von der Nutzung

- die Tragstruktur und
- die Bauwerksgeometrie bestimmt,

was oftmals auch zu einer Einschränkung in der Wahl der Materialien führt. So sind in diesem Zusammenhang für die Bestimmung realistischer Setzungswerte

- realitätsnahe Stoffgesetze und Bauteilsteifigkeiten in Verbindung mit
- materialspezifischen Zwangseinwirkungen,

die in Abschnitt 4 dieser Arbeit näher beschrieben werden, zu berücksichtigen. Dadurch können auch die

- Gebrauchseigenschaften

wirklichkeitsnaher abgebildet werden. Weitere Lastmerkmale können darüber hinaus

- der Bauwerksstandort und
- die klimatischen Verhältnisse

haben. Die Anforderungen an das Bauwerk stehen selbstverständlich eng mit den vor Ort vorhandenen

- Baugrundverhältnissen

in Verbindung. Da durch die Kombinationsbeiwerte für Hochbaukonstruktionen und Brückenbauwerke die Wahrscheinlichkeit des Auftretens der Maximalwerte mehrerer voneinander unabhängiger Einwirkungen berücksichtigt werden, muss in Bezug auf setzungs-erzeugende Lasten nicht nur die wirklichkeitsnahe Lastgröße, sondern auch die zeitliche Wirkung der Lastanteile berücksichtigt werden. Nachfolgend sind Verkehrs- und Nutzlasten auch mit zeitlichem Wirkungsbezug zusammengestellt:

Tabelle 3.2: Auswahl allgemeiner Hochbau- und Brückenlasten

Einwirkungen aus Hochbaulasten				
Klassen der Last- einwirkungsdauer nach DIN 1055-3		Einwirkungen nach DIN 1055-3	Kategorie nach DIN 1055-3	quasi- ständiger Kombina- tions- beiwert ψ_2
lotrechte Verkehrslasten	ständig	Eigenlasten		
	lang	Fabriken und Werkstätten, Ställe, Lagerräume und Zugänge, Flächen mit erheblichen Menschenansammlungen	E	0,8
	mittel	Spitzböden, Wohn- und Aufenthaltsräume Büroflächen, Arbeitsflächen und Flure Verkaufsräume Flächen für den Betrieb für Gegengewichtsstaplern Fahrzeuge mit Gesamtgewicht zw. 25 kN und 190 kN Treppen und Treppenpodeste	A	0,3
			B	0,3
			D	0,6
kurz	Kat. C, die nicht in Kat. A, B, D, E entsprechen Verkehrs- und Parkflächen (Gesamtgewicht ≤ 25 KN) nichtbegehbare Dächer Hubschrauberregellasten Zugänge, Balkone, Lauben, ähnliches	G	0,3	
		G	0,3	
		T	[-]	
horizontale Nutzlasten	sehr kurz - kurz	Alle H-Lasten außer Horizontallasten zur Erzielung einer ausreichenden Queraussteifung (Anprall, usw.)	[-]	[-]
	[-]	Horizontallasten zur Erzielung einer ausreichenden Queraussteifung entspr. den Kat. für lotrechte Lasten		[-]
Wind	kurz	Windlasten	[-]	0
Schnee und Eis	kurz	Bauwerksstandort unter NN < 1000 m	[-]	0
	mittel	Bauwerksstandort über NN > 1000 m	[-]	0,2
Anprall	sehr kurz			[-]
Tempe- ratur	[-]			0

Tabelle 3.2: Auswahl allgemeiner Hochbau- und Brückenlasten (Fortsetzung)

Einwirkungen auf Silos nach DIN 1055-6:2005-03			
			0,5
ψ -Beiwerte für Flüssigkeitsdruck sind standortbedingt festzulegen			
Einwirkungen auf Straßenbrücken nach DIN-Fachbericht 101			
Vertikallasten	Lastgruppe 1	Haupt-Lastmodell (Lastmodell 1)	0,2
Horizontallasten		Lasten aus Bremsen und Anfahren	0,2
		Zentrifugallasten	0,2
Windlasten			0
Temperatur			0,5
Einwirkungen auf Geh- und Radwegbrücken nach DIN-Fachbericht 101			
Vertikallasten	Lastgruppe 1		0,2
Horizontallasten			0,2
Vertikallasten	Lastgruppe 2: Dienstfahrzeug		0
Horizontallasten			0
Windlasten			0
Einwirkungen auf Eisenbahnbrücken nach DIN-Fachbericht 101			
Vertikallasten	Lastmodell 71		0 *)
Horizontallasten	Lasten aus Bremsen und Anfahren		0 *)
	Fliehkräfte		0 *)
	Seitenstoß		0
Windlasten			0
Temperatur			0,5
*) Für die Verformungsnachweise ist für das Lastmodell 71 und die Horizontalkomponenten unter Berücksichtigung der dynamischen Lasterhöhungsfaktoren der quasi-ständige Kombinationsfaktor aus Sicherheitsgründen und aus Gründen des Fahrgastkomforts $\psi_2=1,0$ anzunehmen.			

Aus Messungen der Verkehrslastanteile in Bürogebäuden und in Parkhäusern, die in *Schobbe (1982)* näher beschrieben werden, wurden Verkehrslastanteile in Abhängigkeit der Einzugsfläche lastabtragender Bauteile bestimmt. In Bild 3.1 a) sind die Lastprozesse einer Büronutzung und in Bild 3.1 b) die Nennwerte der Verkehrslasten in Parkhäusern dargestellt. Für eine Büronutzung, die sich aus dauernd vorhandenen Nutzlastenanteilen p_s (Einrichtungsgegenstände und Personenlasten) und aus kurzzeitig auftretenden Anteilen p_a zusammensetzen, wurden ständig wirkende Verkehrslastanteile von ca. 0,50 kN/m² bis 0,65 kN/m² ermittelt. Zusammenfassende Hinweise für Nutzlasten in Parkhäusern sind beispielsweise auch in *König/Marten (1977)* gegeben.

Dies entspricht in etwa dem nach *DIN 1055* anzunehmenden Kombinationsbeiwert $\psi_2 = 0,3$, einer quasi-ständigen Einwirkung der Kategorie A und B. Für Parkhäuser wurde nach *Schobbe (1982)* vereinfachend ein quasi-ständiger Verkehrslastanteil von 60 % angegeben, dieser Wert ist in der *DIN 1055-100:2001* ebenfalls zu finden.

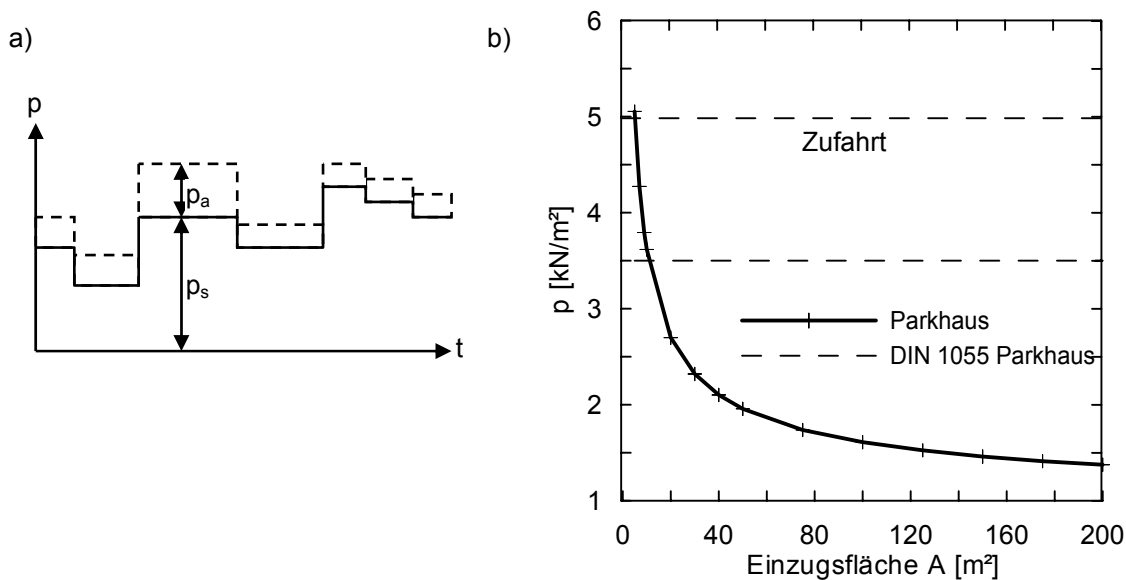


Bild 3.1: a) Lastprozesse der Büronutzlast
b) gemessene Lasten in Parkhäusern im Vergleich zum Lastansatz nach *DIN 1055*

Eine weitere Zusammenstellung von Verkehrslasten des allgemeinen Hochbaues ist in *Rackwitz (1998)* zu finden. Sie sind in Tabelle 3.3 zusammengestellt und dem quasi-ständigen Verkehrslastanteil nach *DIN 1055* gegenübergestellt. Die angegebenen Werte für unterschiedliche Nutzungsarten beruhen einerseits auf statistischen Beobachtungen und Überlegungen, andererseits enthalten sie auch Ergebnisse aus Lastmessungen. Die Ermittlungsmethoden auf denen diese Werte beruhen sowie die Untersuchungsziele sind jedoch sehr unterschiedlich. Ein Großteil dieser Werte stammt nicht von Auswertungen aus Deutschland, da hier nur vereinzelt Untersuchungen vorliegen. Diese Werte enthalten Anteile aus ständiger Belastung aber auch kurzfristige Lastanteile. Für eine Reihe von Nutzungen sind die intermittierenden Lastsituationen dominierend, d. h. aber auch, dass an dieser Stelle die Annahme der zeitlichen Wiederkehr dieser kurzfristigen Belastungen in den Auswertungsergebnissen eine große Rolle spielt. So spiegeln diese Werte auch Lebensgewohnheiten, soziale und wirtschaftliche Verhältnisse wieder, was insgesamt dazu führt, dass sie kritisch zu betrachten sind und sich nicht ohne Weiteres auf allgemeine und regional unabhängige Verhältnisse übertragen lassen.

Tabelle 3.3: Mittelwerte der auf 50 Jahre bezogenen Verkehrslast aus *Rackwitz (1998)*

Nutzungsart	Bezugsfläche [m ²]	Mittelwert [kN/m ²]	quasi-ständiger Anteil $\psi_2 \cdot p$ nach DIN 1055 [kN/m ²]
Büro	20	1,03	0,60
Empfangshallen	20	0,38	3,00
Wohnräume	20	0,52	0,45
Hotelzimmer	20	0,35	0,45
Krankenzimmer	20	0,84	0,45 bzw. 3,00 (schwere Geräte)
Labor	20	1,27	3,00
Bibliotheksmagazine	20	2,05	4,80
Schulzimmer	100	0,70	1,80
Verkaufsflächen:			Wohngebäude:
Erdgeschoss	100	2,24	1,20 (A<50 m ²)
Obergeschoss		1,77	sonst: 3,00
Lagerräume	100	3,50	> 4,80

Die Gegenüberstellung in Tabelle 3.3 zeigt zum Teil erhebliche Abweichungen zum quasi-ständigen Verkehrslastanteil nach *DIN 1055-3*. Dies kann einerseits mit der recht groben Einteilung und Angabe von Kombinationsbeiwerten begründet werden, andererseits liegen den Werten auch Annahmen, Voraussetzungen und Verhaltensmuster zugrunde, sodass diese Werte keine allgemeine Gültigkeit besitzen können. Aufgrund der Vielzahl der Einflussgrößen, wie z. B. Benutzungstage pro Jahr, allgemeine Betriebs- oder Öffnungszeiten oder mittlere Verweildauer von Personen oder Gegenständen, sind allgemeine Angaben eines zeitlich dauernd wirkenden konstanten Lastanteiles nur schwer abzuleiten, nicht zuletzt auch wegen der Änderung dieser Einflussgrößen.

Für eine Setzungsberechnung sind nach *DIN 1054:2005* regelmäßig auftretende veränderliche Einwirkungen zu berücksichtigen, der quasi-ständige Kombinationsbeiwert nach *DIN 1055-100:2001* ist als zeitlicher Mittelwert angegeben und kann daher im Zusammenhang mit setzungserzeugenden Lasten als erster Richtwert für die Berücksichtigung dauerhaft wirkender Verkehrslastanteile verstanden werden.

Ausgehend von einer Lastwechselzahl von 120 Tagen pro Jahr und der geforderten Versagenswahrscheinlichkeit nach *DIN 1055-100* von $p_f = 10^{-3}$ (Zuverlässigkeitsindex $\beta = 3,0$) wurden dagegen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit quasi-ständige Windlastanteile

von 20 % bestimmt. Aus diesem Grund wird für schlanke Bauwerke (z. B. Hochhäuser, Schornsteine) und Bauwerke, die im Sinne der *DIN 1045-1:2008* als rechnerisch nicht ausgesteift gelten, vorgeschlagen, einen quasi-ständigen Windlastanteil von 20 % als setzungserzeugend zu berücksichtigen.

Dennoch kann nicht für alle Lastarten eine allgemeingültige Angabe getroffen werden. Dies lässt sich daran verdeutlichen, dass in Zusammenhang mit Lastmerkmalen, wie Nutzung und Betrieb, gerade Maschinenlasten von Fertigungsprozessen abhängen, die stark schwanken können; an dieser Stelle sind dann weitergehende Untersuchungen für setzungserzeugende Lastanteile notwendig.

Im Sinne der Grenzzustandsdefinition (vgl. Abschnitt 3.2) ist im Falle des Eintretens einer außergewöhnlichen Bemessungssituation die Standsicherheit ohne Berücksichtigung der Auswirkungen auf die Gebrauchstauglichkeit zu gewährleisten, es handelt sich also um ein sehr selten auftretendes Ereignis, sodass der Einfluss solcher außergewöhnlicher Situationen auf Setzungen in der Regel nicht zu berücksichtigen sind.

Die nachfolgenden Ableitungen wirklichkeitsnaher, setzungserzeugender Lasten erfolgt auf der in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit üblicherweise verwendeten linear elastischen Schnittgrößenermittlung, wobei für die lastabtragenden Bauteile einschließlich Gründungskörper in aller Regel nur die ungünstigst wirkenden Lastanteile berücksichtigt werden. So ergeben sich in der Gründungsfuge Schnittgrößen, die mit Kombinationsfaktoren ψ_i und mit unterschiedlichen Teilsicherheitsfaktoren γ_i aus unterschiedlich unabhängigen Einwirkungen behaftet sind und durch die Geometrie des Bauwerks, die unterstellten Lagerungsbedingungen und die Materialeigenschaften der Tragstruktur mit den sich daraus ergebenden Steifigkeitsverteilungen bestimmt sind.

Eine rückwirkende Aufspaltung und eine eindeutige Zuordnung der an der Übergabestelle zwischen Konstruktion und Gründung zusammengesetzten Schnittgrößen stellt ein nicht-lineares Problem dar, das nur unter hohem Aufwand iterativ gelöst werden kann. Aus diesem Grund werden nachfolgend für Hochbauwerke und Brückenbauwerke Ableitungen angegeben, die eine näherungsweise Bestimmung der Lastanteile zulassen. Hinsichtlich der Unsicherheiten der Einwirkungen, der Modellbildung und der Materialkennwerte von Konstruktionen und Baugrund ist diese Vorgehensweise berechtigt. Anwendungseinschränkungen sind ebenfalls in den Abschnitten genannt.

3.4.2 Hochbauten

Es werden in diesem Abschnitt zwei Vorgehensweisen für die Bestimmung von charakteristischen setzungswirksamen Schnittgrößen aus γ_i -fach bzw. ψ_i behafteten Einwirkungsgrößen angegeben. Sie können für ausreichend ausgesteifte Konstruktionen, mit vorwiegend lot-rechten Einwirkungsgrößen ohne Berücksichtigung von Zwangeinwirkungen und einer statisch unbestimmten Wirkung der Vorspannung angewandt werden, wobei bei beiden Vorgehensweisen die Nutzung und die Gebäudegeometrie als bekannt vorausgesetzt werden. Das erste Verfahren kann für Konstruktionen herangezogen werden, aus dessen statischer Berechnung lediglich die γ_i -fach bzw. ψ_i behafteten Schnittgrößen in der Gründungsfuge bekannt sind. Das zweite Verfahren setzt dagegen weitere Kenntnisse über die Art und die Abmessungen der lastabtragenden Bauteile voraus, und ist aus diesem Grund auch für einzelne Bauteile geeignet.

Durch eine Bestimmung der Gesamtsumme der in der Gründungsfuge ermittelten und γ_i -fach bzw. ψ_i behafteten Schnittgrößen ΣQ_d mit anschließender Aufspaltung durch Faktoren $\lambda_{i,d}$ können bei der erst genannten Vorgehensweise Eigengewichtsanteile G_d und Verkehrslastanteile P_d ermittelt werden.

$$\lambda_{Q,d} = \frac{\sum P_d}{\sum Q_d} \text{ und } \lambda_{G,d} = (1 - \lambda_{Q,d}) \quad (3.4)$$

Wird dabei die ständige und vorübergehende Einwirkungskombination im Grenzzustand der Tragfähigkeit auf die gesamte Bauwerksstruktur bezogen, können die Verkehrslastanteile beispielsweise mit der vereinfachten Form der Gleichung (3.5) ermittelt werden.

$$\sum P_d = \sum_{i \geq 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot P_{k,i} + \gamma_{Q,1} (1 - \psi_{0,1}) \cdot P_{k,1} \quad (3.5)$$

Die Bestimmung der Verkehrslastanteile in Abhängigkeit der Nutzung der überwiegenden Gebäudeteile bzw. Stockwerke bzw. anderer vertikal wirkender Lastanteile wie z. B. Schnee kann näherungsweise unter Berücksichtigung einer feldweisen Lastanordnung, der Belastungsfläche A_i und in Abhängigkeit baugleicher Stockwerke ermittelt werden.

$$\sum P_k = \sum A_i \cdot p_i \cdot f \cdot \alpha_n \quad (3.6)$$

Zur Berücksichtigung der Durchlaufwirkung kann der Faktor f näherungsweise zu 1,1 angenommen werden. Werte für eine Lastabminderung können nach *DIN 1055* durch den Faktor α_n berücksichtigt werden.

Werden bei der zweiten Vorgehensweise zunächst Hochbaudeckenkonstruktionen ohne Berücksichtigung lastabtragender Bauteile betrachtet, ergeben sich aus der Kombination von Gebäudenutzung, also Verkehrslasten, die zwischen $1,00 \text{ kN/m}^2$ und $10,00 \text{ kN/m}^2$ liegen und Eigengewichtsanteilen der Deckenkonstruktionen zwischen $2,00 \text{ kN/m}^2$ und $15,00 \text{ kN/m}^2$ die in Bild 3.2 dargestellten Verläufe der Tragsicherheit von Geschossdeckenkonstruktionen.

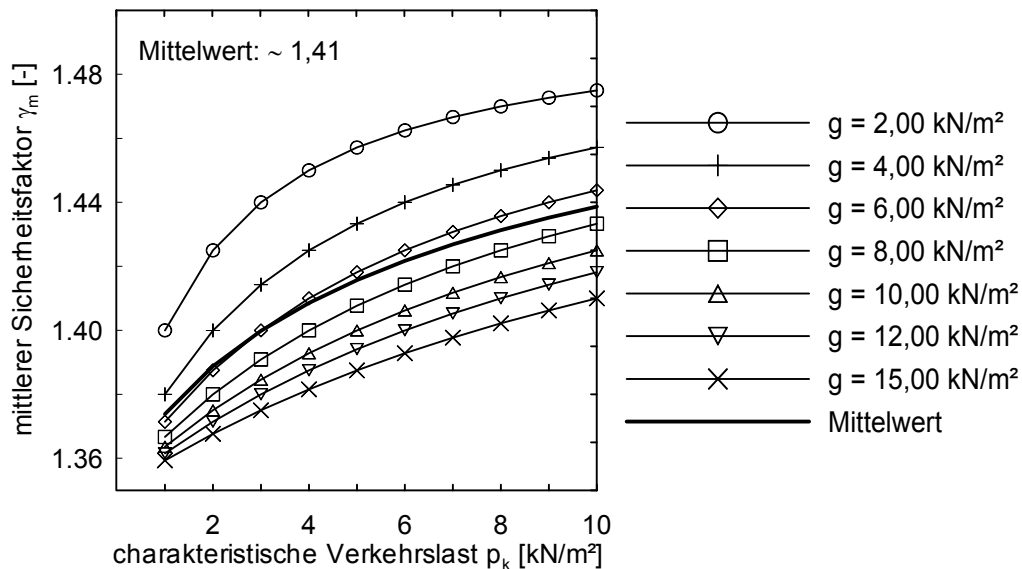


Bild 3.2: mittlere Tragsicherheit von Deckenkonstruktionen im Hochbau für Eigengewichtsanteile von $2,00 \text{ kN/m}^2$ bis $15,00 \text{ kN/m}^2$.

Aus den dargestellten Kurven lässt sich eine maximale Differenz von ca. 4,8 % zur Kurve des Mittelwertes angeben.

In Abhängigkeit der Gebäudeart werden aufgrund des Eigengewichts der lastabtragenden Bauteile die mittleren Sicherheiten geringer. Wird von Grundflächenanteilen der lastabtragenden Bauteile zwischen 0,1 % bis 40 % ausgegangen, so lässt sich der mittlere Teilsicherheitsfaktor wie in Bild 3.3 gezeigt, darstellen. Die Kurven sind für lastabtragende Bauteile aus Stahlbeton mit einer unterstellten Geschosshöhe von 3,25 m abgeleitet. Auf der Ordinatennachse sind die mittleren Sicherheitsfaktoren γ_m aufgezeigt, auf der Abszisse sind die Werte der charakteristischen Verkehrslastanteile p_k [kN/m²] angetragen.

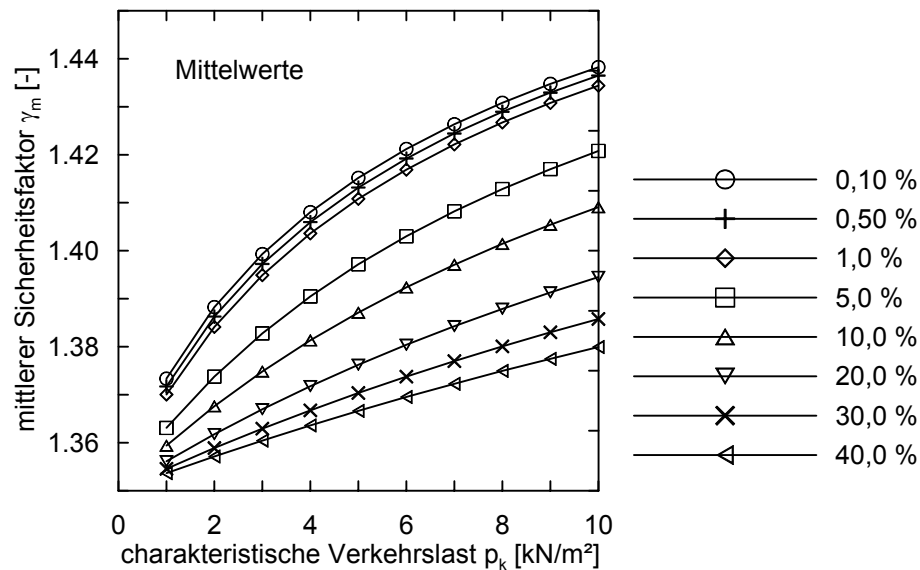


Bild 3.3: Mittelwerte der Tragsicherheit von Hochbaudeckenkonstruktionen für Eigengewichtsanteile zwischen 2,00 kN/m² und 15,00 kN/m² und lastabtragende Bauteile aus Stahlbeton mit einer Geschosshöhe von 3,25 m.

Die in Bild 3.3 angetragenen Mittelwerte weichen zu den exakten Werten bei Eigengewichtsanteilen von 2,00 kN/m² bis 15,00 kN/m² maximal um ca. 3 % ab. Auch bei einer Betrachtung von Geschosshöhen von 2,30 m und 4,60 m ergeben sich bei den angegebenen Grundflächenanteilen maximale Abweichungen von ca. 3 %, sodass für baupraktische Zwecke in guter Näherung von den dargestellten Mittelwerten ausgegangen werden kann.

Durch Variation der Rohdichte der lastabtragenden Bauteile von 5,00 kN/m³ bis 25,00 kN/m³ bei den genannten Geschosshöhen ergaben sich ebenfalls geringe Abweichungen zu den lastabtragenden Bauteilen aus Stahlbeton. Die Abweichungen konnten maximal mit 3,5 % ermittelt werden. Diese Abweichungen sind im baupraktischen Sinne gering.

Gerade bei der Bestimmung von setzungserzeugenden Lasten besteht oftmals das Problem der Aufspaltung von charakteristischen Gesamtlasten in Verkehrs- und Eigengewichtsanteile, die auch mit nicht-linearen Lastanteilen behaftet sein können. Für Abschätzungen der Verkehrslastanteile und der Eigengewichtsanteile von lastabtragenden Bauteilen und Deckenkonstruktionen sind in Bild 3.4 Mittelwerte in Abhängigkeit der Nutzung und den Einteilungskategorien nach *DIN 1055-3* dargestellt.

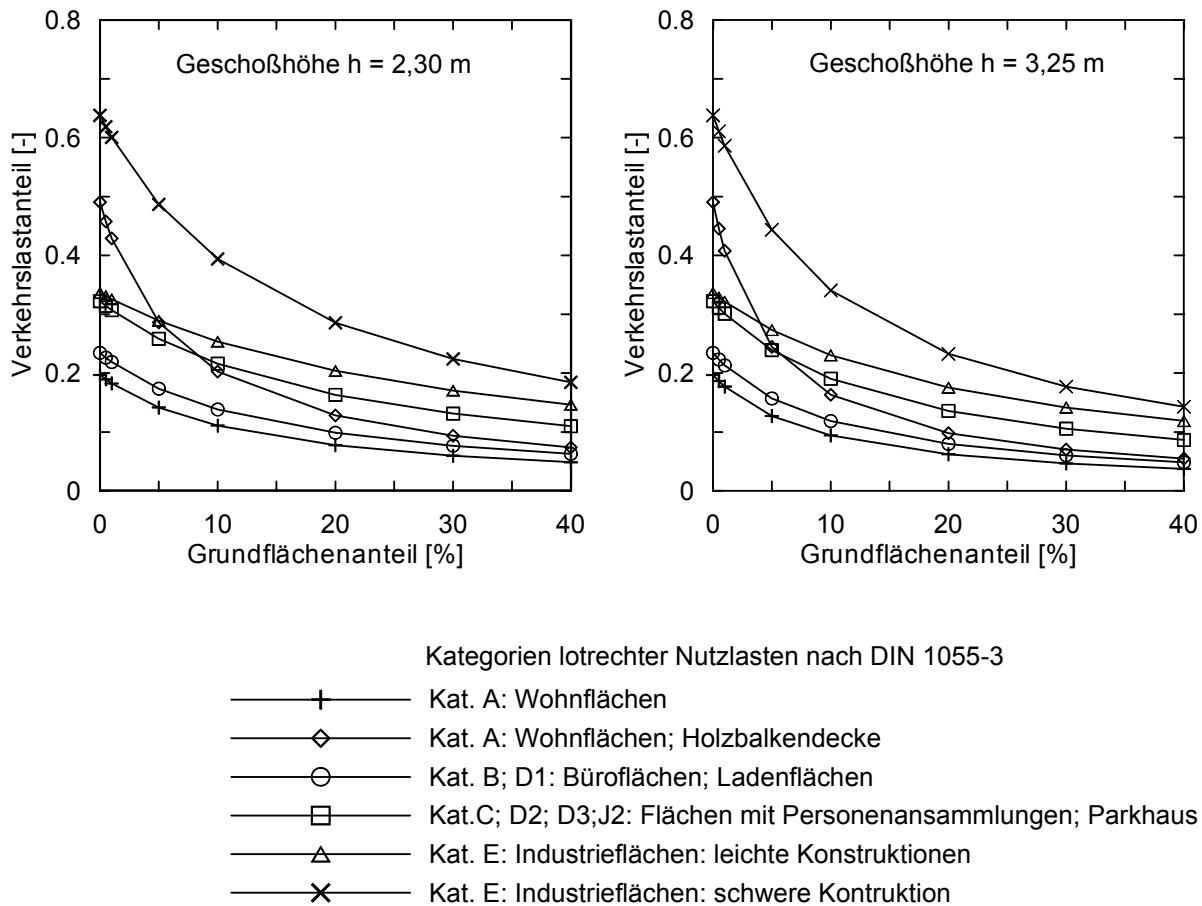


Bild 3.4: Mittelwerte der lotrechten Verkehrslastanteile von Geschossbauten in Abhängigkeit der Nutzung und der Einteilungskategorien nach *DIN 1055-3*

Bei den genannten Berechnungsvarianten bleiben gegebenenfalls berücksichtigte nicht-lineare Einflüsse beispielsweise aus Theorie II und höherer Ordnung in der Gründungsfuge erhalten.

3.4.3 Brückenbauwerke

Entsprechend den Angaben im *DIN Fachbericht 101* sind für Straßen- sowie Geh- und Radwegbrücken 20 % der mit eventuell dynamischen Faktoren erhöhten Verkehrslasten als quasi-ständiger Lastanteil aufzufassen. Hierzu zählen neben Zentrifugallasten auch Lasten, die durch Bremsen und Anfahren verursacht werden. Für Eisenbahnbrücken beträgt dagegen der quasi-ständige Lastanteil für die vertikal wie auch horizontal wirkenden Lastkomponenten Null. Darüber hinaus sind 50 % der für die Tragfähigkeitsnachweise anzunehmenden Temperaturlasten als ständiger Lastanteil aufzufassen. Eine Zusammenfassung der quasi-ständigen Lastanteile enthält Tabelle 3.2.

Spezifische Regelungen für die Ermittlung setzungswirksamer Lasten werden nicht angegeben, stattdessen sind Setzungen bzw. Setzungsdifferenzen im Grenzzustand der Tragfähigkeit zu berücksichtigen. Eine Zusammenstellung mit einer Erläuterung an einem Anwendungsbeispiel finden sich in *Zilch, et al. (1991)*, *Zilch (1993)* bzw. *Zilch (1998)*.

Nach den Vorgaben der quasi-ständigen Kombinationsbeiwerte für Eisenbahnbrücken (vgl. Tabelle 3.2) sind die auftretenden Horizontallasten aus Flieh-, Brems- und Anfahrkräften und Seitenstößen nicht zu berücksichtigen. Allerdings hängen diese Kräfte in hohem Maße von der Streckenführung (z. B. Signaltechnik) und der Bauwerksgeometrie ab. Eine pauschale Nicht-Berücksichtigung erscheint unrealistisch. Vielmehr sind auch in diesem Fall die maßgebenden Parameter wie Bauwerksgeometrie, Standort und Frequentierung des Bauwerkes näher zu berücksichtigen. Aus diesem Grund sollte in Anlehnung an die quasi-ständigen Verkehrslastanteile von Straßen- sowie Geh- und Radwegbrücken zumindest für die vertikal wirkenden Lasten ein quasi-ständiger Lastanteil inklusive dynamischer Erhöhung von 20 % als setzungswirksam angenommen werden. Für horizontale Lastkomponenten aus Anfahren und Bremsen kann näherungsweise der quasi-ständige Lastanteil des *DIN-Fachberichtes 101* angenommen werden. Diese Werte sind in Zusammenhang mit der Streckenauslegung und dem Verkehrsaufkommen zu sehen. In Zweifelsfällen können in Absprache mit dem Bauherrn modifiziertere Werte angesetzt werden.

Es erscheint daher sinnvoll, im Hinblick auf Setzungen die entsprechenden Lastkombinationen im zukünftigen *DIN-Fachbericht* aufzunehmen.

Vereinfacht lassen sich setzungswirksame Lasten unter Berücksichtigung der Lastmodelle in ungünstigster Laststellung für Straßen-, Eisenbahn- sowie Geh- und Radwegbrücken gemäß *DIN-Fachbericht 101* bei Kenntnis des jeweiligen Brückenquerschnittes durch Anwendung einfacher Stabwerksprogramme bestimmen. Auf der sicheren Seite liegend kann auf die Steifigkeitsreduzierung durch Rissbildung verzichtet werden. Geometrisch komplizierte Brückenquerschnitte lassen sich dabei vereinfacht durch Ersatzquerschnitte berücksichtigen. Lastanteile aus Vorspannung können durch Ersatz- und Umlenkkräfte berücksichtigt werden. Für die Spannkraftverluste kann dabei näherungsweise von 15 % bis 20 % ausgegangen werden. In der Regel ergeben sich die Spannliedführung und die Spannliedanzahl aus dem Grenzzustand der Dekompression. Die vereinfacht ermittelten, setzungswirksamen Lasten sind im Zuge der Ausführungsplanung zu überprüfen und gegebenenfalls anzupassen.

3.4.4 Schornsteine

Schornsteine sind Bauteile, deren Verhältnis Höhe zu Durchmesser sehr groß ist und die Abgase von Feuerstätten bzw. Abluft abführen. Je nach technischen oder statischen Anforderungen werden sie in unterschiedlichen Materialien, wie Stahlbeton, Spannbeton, Mauerwerk oder Stahl hergestellt, wobei das Tragwerk vor thermischen oder chemischen Beanspruchungen durch ein Futterrohr geschützt sein kann. Sie können dabei frei stehen, also neben ihrem Eigengewicht, Verkehrslasten, Wärmeeinwirkung, Unter- oder Überdrücke planmäßig durch Windlasten belastet sein.

Für frei stehende Schornsteine in Massivbauart nach *DIN 1056:1984* bzw. für Schornsteine aus Stahl nach *DIN 4133:1991* ist es dabei ausreichend, die Gründung für die Beanspruchungen im Gebrauchszustand nachzuweisen, d. h. die Ermittlung der charakteristischen Gründungslasten kann aus den 1,0-fachen Vertikallasten und den durch 1,5 geteilten Horizontalkräften und Momenten nach Theorie II. Ordnung aus dem entsprechenden Bemessungslastfall der Tragfähigkeit an der Einspannstelle des Schaftes ermittelt werden. Gegebenenfalls sind Schnittgrößen infolge einer Vorspannung bei abgespannten Systemen zu berücksichtigen.

3.4.5 Silos

In der Regel ist für den Tragfähigkeitsnachweis von Silos nach *DIN 1055-6: 2005* und der damit verbundenen geometrischen Abgrenzung für

- schlanke Silos ($h_c/d_c \geq 2$),
- Silos mit mittlerer Schlankheit ($1,0 < h_c/d_c < 2,0$),
- Niedrige Silos ($0,4 < h_c/d_c < 1,0$) und
- Stützwandsilos ($h_c/d_c < 0,4$),

von ungünstig wirkenden Schüttgutbelastungen der Form auszugehen, dass die maßgebenden Schüttgutparameter, wie

- Wichte γ ,
- Böschungswinkel φ_r ,
- innerer Reibungswinkel φ_i und
- Kohäsion

in Verbindung mit dem

- Wandreibungskoeffizienten μ

in Abhängigkeit des jeweils betrachteten Konstruktionsteils (z. B. Wandungen, Trichter, etc) durch obere und untere Werte und Teilflächenbelastungen so zu bestimmen sind, dass sich für die

- Wandreibungslasten p_w
- Horizontallasten p_h und
- Vertikallasten p_v

ungünstige Werte für die zu untersuchenden Lastfälle ergeben. Da durch Lufteinblasen die Erleichterung des Entleerungsvorganges von Silozellen aber auch eine dauernde Trocknung von körnigem Schüttgutmaterial erreicht werden kann, sind gegebenenfalls zusätzlich

- Einblasdruckbelastungen p_L

zu beachten. Unsymmetrische Lastverteilungen, beispielsweise durch

- unterschiedliche Lagerungsdichten beim Befüllen,

insbesondere aber Exzentrizitäten aus den

- Befüllungsvorgängen und den
- Entleerungsvorgängen

sind bei den Betrachtungen mit einzubeziehen. Darüber hinaus kann sich bei stark kohäsiven Schüttgütern ein Gewölbe ausbilden, dessen Einsturz unerwünschte dynamische Belastungen auf die Konstruktion hervorrufen, deren Lastgröße jedoch nur schwer zu bestimmen ist und durch konstruktive Vorgaben minimiert werden sollte. In Bild 3.5a) und b) ist in Abhängigkeit des Verhältnisses von Durchmesser d zu größter Siloguttiefe h zwischen Bunkern und Silos unterschieden. In bild 3.5 c) sind die theoretischen Unterteilungen der Fließvorgänge dargestellt, eine scharfe Grenze kann dabei allerdings nicht gezogen werden.

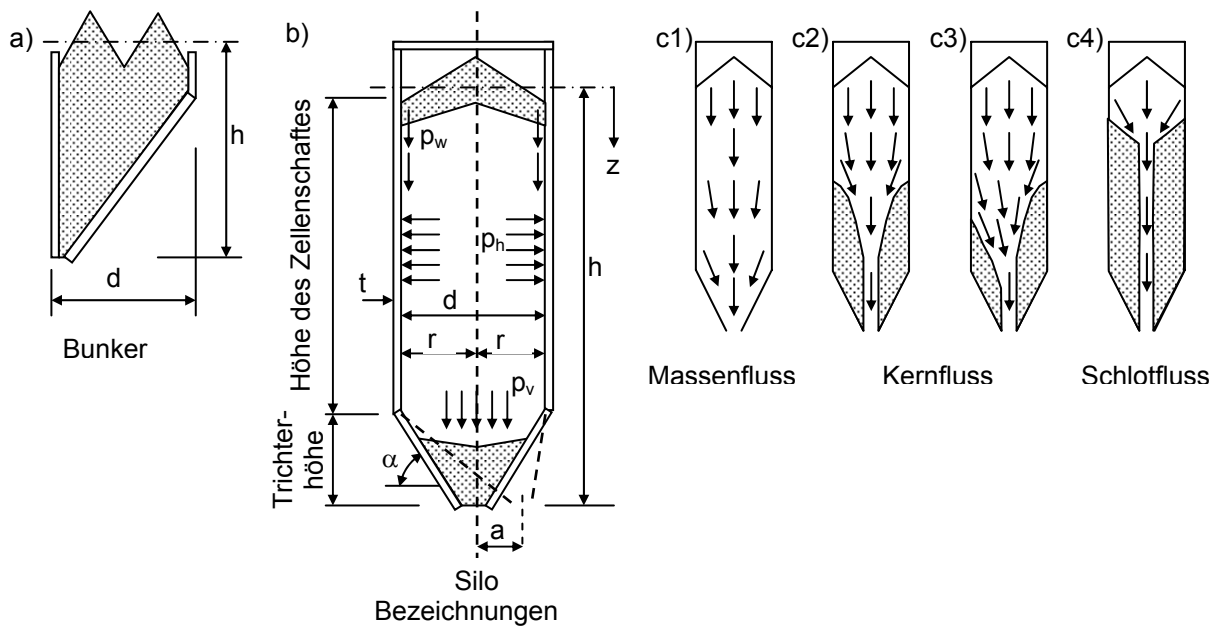


Bild 3.5: Silo

- a) Bunker ($h/d < 1,5$)
- b) Silo ($h/d > 1,5$) mit Lastbezeichnungen
- c) Fließverhalten von Silogütern

Im Hinblick auf Setzungen und den damit verbundenen setzungswirksamen Lasten haben weniger die Tragfähigkeitsparameter nach *DIN 1055-6: 2005-03* Einfluss, vielmehr sind zur Erzielung setzungswirksamer Lasten,

- eine realistische Beschreibung der Schüttguteigenschaften,
- sowie Kenntnisse über
- die zeitliche Wiederkehr der Befüllungs- und Entleerungsvorgänge, also die mittlere Verweildauer des Schüttgutes und
 - die mittlere Schüttguthöhe

notwendig. Zu beachten ist, dass viele Parameter keine Konstanten sind, sondern vom Spannungsniveau und der Belastungsgeschichte abhängen können. Dabei spielen beispielsweise

- Schwankungen des Feuchtegehalts des Schüttgutes,
- dynamische Effekte beim Befüllen und Entleeren,
- die Art des Einbringens des Schüttgutes und
- die Wechselwirkung zwischen den Schüttgutpartikeln (z. B. chemische Reaktionen, etc.)

eine Rolle. Unter Beachtung dieser Vielzahl von Einflussfaktoren kann der in der *DIN 1055-6: 2005-03* angegebene quasi-ständige Lastanteil beispielsweise zur Bestimmung setzungswirksamer Lasten nur den Charakter eines Richtwertes haben. Gerade bei schlechten Baugrundverhältnissen sind detaillierte Kenntnisse zu den aufgeführten Punkten notwendig um wirklichkeitsnahe setzungserzeugende Lasten zu bestimmen.

Symmetrische Lasten auf Silos sowie Lasten aus Luft – und Gasdrücken werden nach *DIN 1055-6* als veränderliche, ortsfeste Lasten eingestuft, d. h. sie können nach *DIN 1055-100* wie Eigenlasten behandelt werden. Da i. d. R. die Tragfähigkeitsbemessung für den oberen Kennwert der Schüttgutwichte γ_u durchzuführen ist, lassen sich setzungswirksame Lasten weiter durch den Mittelwert der oberen und unteren Grenzwerte γ_l bestimmen. Sind beide Grenzwerte bekannt, so können durch Multiplikation der jeweiligen Schnitt- bzw. Auflagerkraft A mit dem Faktor f_γ

$$A \cdot f_\gamma \text{ mit } f_\gamma = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{\gamma_l}{\gamma_u} \right) \quad (3.7)$$

wirklichkeitsnähere Belastungen ermittelt werden. Näherungsweise können auch unsymmetrische Lasten als veränderliche, ortsfeste Lasten eingestuft werden.

3.5 Zusammenfassung der bauwerksbezogenen setzungserzeugenden Lasten

Im Abschnitt 3.4 werden Hypothesen und Ableitungen formuliert und begründet, die aus den Vorgaben des konstruktiven Ingenieurbau (Tragwerksplanung) für den Grundbau maßgeblich als wirklichkeitsnahe Lasten für Setzungsberechnungen und damit als Nachweise der Brauchbarkeit der Gründung anzusetzen sind. Diese sind abhängig von

- der Art des Bauwerks und der Konstruktion,
- der Nutzung,
- der Aufteilung in statische, zyklische und dynamische Einwirkungen,
- von dem im Gründungsbereich vorhandenem Baugrund und
- von der Gründungsform.

Nachfolgend sind die getroffenen Festlegungen als Empfehlung für praktische Setzungsberechnungen nochmals in tabellarischer Form zusammengestellt.

Tabelle 3.4: Setzungswirksame Lastanteile von Verkehrslasten

Einwirkungen aus Hochbaulasten			
Lastart	Einwirkungen nach DIN 1055-3	quasi-ständiger Kombinationsbeiwert ψ_2 für den setzungswirksamen Lastanteil	
lotrechte Verkehrslasten	Eigenlasten	1,0	
	Fabriken und Werkstätten, Ställe, Lagerräume und Zugänge, Flächen mit erheblichen Menschenansammlungen	0,8	
	Spitzböden, Wohn- und Aufenthaltsräume	0,3	
	Büroflächen, Arbeitsflächen und Flure	0,3	
	Verkaufsräume	0,6	
	Flächen für den Betrieb für Gegengewichtsstaplern	0,3	
	Fahrzeuge mit Gesamtgewicht zw. 25 kN und 190 kN	0,3	
	Verkehrs- und Parkflächen (Gesamtgewicht ≤ 25 kN)	0,6	
Schnee und Eis	Bauwerksstandort über NN > 1000 m	0,2	
Lastart	Einwirkungen auf Silos nach DIN 1055-6:2005-03		
		1,0 bzw. 0,5 *)	
ψ -Beiwerte für Flüssigkeitsdruck sind standortbedingt festzulegen			
Einwirkungen auf Straßenbrücken nach DIN-Fachbericht 101			
Vertikallasten	Lastgruppe 1	Haupt-Lastmodell (Lastmodell 1)	0,2
Horizontallasten		Lasten aus Bremsen und Anfahren	0,2
		Zentrifugallasten	0,2
Temperatur			0,5
Einwirkungen auf Geh- und Radwegbrücken nach DIN-Fachbericht 101			
Vertikallasten	Lastgruppe 1		0,2
Horizontallasten			0,2
Einwirkungen auf Eisenbahnbrücken nach DIN-Fachbericht 101			
Vertikallasten	Lastmodell 71		0,2
Horizontallasten	Lasten aus Bremsen und Anfahren		0 **)
	Fliehkräfte		0 **)
	Seitenstoß		0 **)
Temperatur			0,5
*) in Abhängigkeit der Entleerungsintervalle und der mittleren Füllhöhe in Abstimmung mit dem Betreiber;			
**) aufgrund von Geometrie und Nutzungseinteilung eventuell höhere Werte in Abstimmung mit dem Bauherrn			

In Verbindung mit der zeitlichen Entwicklung setzungswirksamer Lasten ist die realistische Erfassung der ebenfalls zeitlich veränderlichen Materialeigenschaften des Baugrundes und des Bauwerkes zur wirklichkeitsnahen Beschreibung des Interaktionsverhaltens von Bauwerk und Baugrund notwendig.

Da bekanntlich die Spannungs-Verformungs-Beziehungen des Bodens außer von der Bodenart vor allem von der

- Spannungsvorgeschichte, dem
- Spannungsniveau und der Art der Spannungsänderung, sowie von der
- Ausnutzung der Scherfestigkeit

abhängig ist, sind gerade die bei Spannungsänderungen auftretenden Verformungen zeitabhängig. Dieses zeitabhängige Verfestigungsverhalten ist gerade bei bindigen Böden für die realistische Beschreibung des Setzungsverhaltens notwendig. Eine zusammenfassende Darstellung zum Konsolidationsverhalten bindiger Böden geben die Arbeiten von *Gebreselassie (2003)* und *Soumaya (2005)*. Hinweise zur Berechnung von Gründungskörpern und Baugrundverformungen enthält Abschnitt 8.

Darüber hinaus ist ebenfalls die wirklichkeitsnahe Erfassung der Materialeigenschaften der Konstruktion und deren zeitlichen Entwicklung erforderlich. Neben der

- Lastsituation und der Lastgeschichte

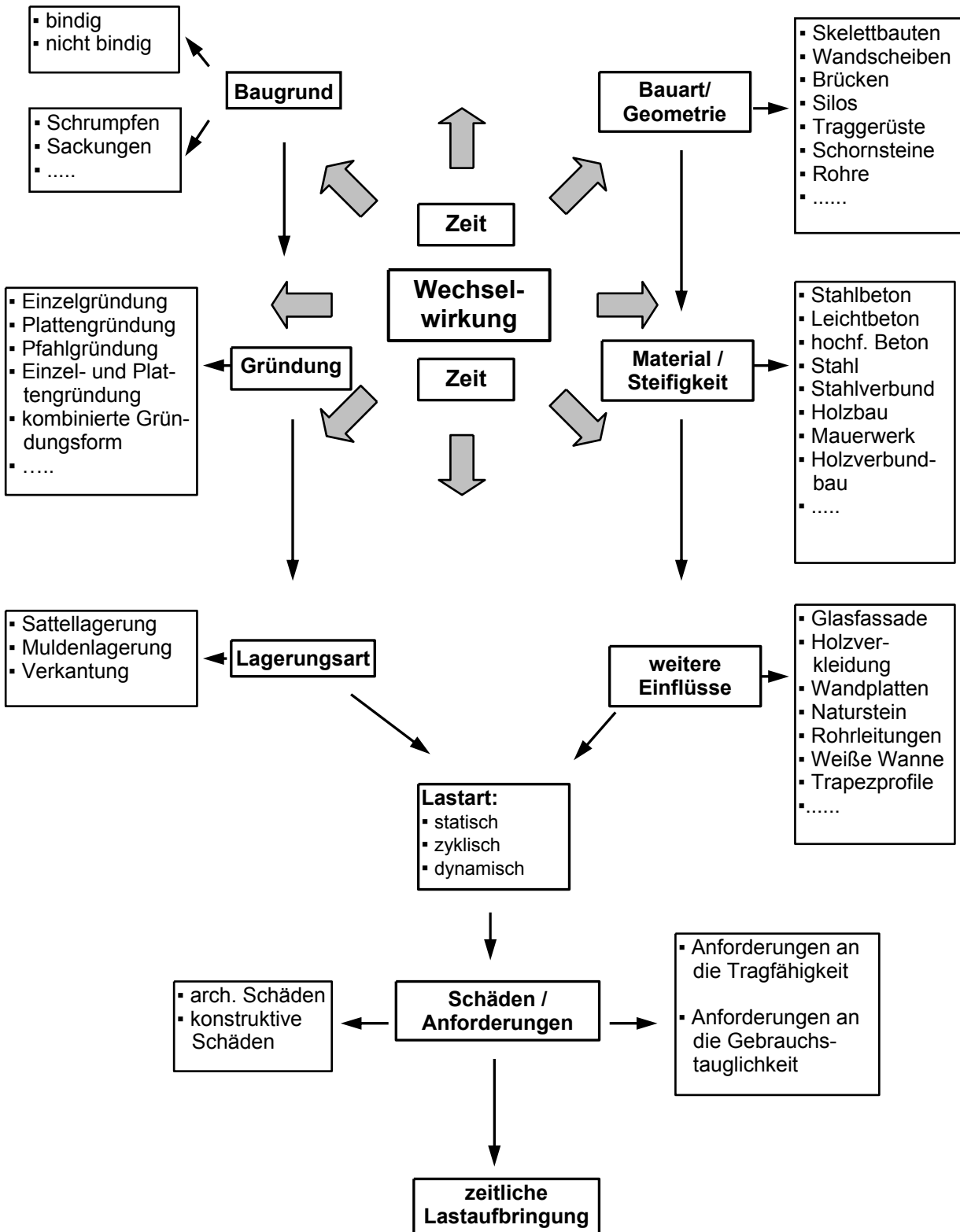
haben bekanntlich

- Zwangsbeanspruchungen

Einfluss auf das Interaktionsverhalten. Eine zusammenfassende Darstellung und deren Berücksichtigung im Rahmen der Boden-Bauwerks-Wechselwirkung enthält Abschnitt 4.

Einen Überblick über die Vielzahl der teilweise komplexen Einflüsse auf die Boden-Bauwerks-Wechselwirkung zeigt Diagramm 3.1.

Diagramm 3.1: Einflüsse auf das Setzungsmaß und das Bauwerksverhalten unter Zwangsbeanspruchungen infolge Baugrundverformungen



4 Zwangsbeanspruchungen und Querschnittssteifigkeiten

4.1 Allgemeines

Allgemein entwickeln sich Zwangsbeanspruchungen im Laufe der Zeit und sie nehmen in aller Regel mit steigender Dauer zu. Dabei kann zwischen

- inneren Zwangszuständen und
- äußeren Zwangszuständen

unterschieden werden.

Innere Zwangszustände, die bei Bauteilen Zwangsschnittgrößen und Verformungen aus einer nichtlinearen Spannungsverteilung über den Querschnitt hervorrufen, können dabei

- lastabhängig oder auch
- lastunabhängig sein.

Bekanntlich handelt es sich bei

- Kriech- und Relaxationsvorgängen

um lastabhängige Zwangsbeanspruchungen eines Bauteils, wohingegen es sich bei

- Schwind-, Quell- und Schrumpfvorgängen und beim
- Abfließen der Hydratationswärme

um lastunabhängige Zwangsbeanspruchungen handelt. Aus äußeren Zwangszuständen, wie

- Temperatureinflüsse und
- Auflagersenkungen bzw. Baugrundsetzungen

resultieren nur bei statisch unbestimmten Systemen Schnittgrößen. Sie entstehen i. d. R. aus Verformungsbeanspruchungen angrenzender Bauteile bzw. durch Baugrundverformungen. Da sich die Zwangsschnittgrößen näherungsweise proportional zu den Steifigkeiten des betrachteten Bauteils verhalten, können sie durch Steifigkeitsverlust deutlich abgebaut werden. Der Steifigkeitsverlust tritt beispielsweise bei mineralischen Baustoffen wie Beton oder Mauerwerk durch Rissbildung, also durch den Übergang vom ungerissenen Zustand (Zustand I) zum gerissenen Zustand (Zustand II) ein. Die Größe der Zwangsbeanspruchung ist von

- der Baustoffzusammensetzung,
- den zeitlichen Festigkeitsveränderungen der Materialien,
- den klimatischen Verhältnissen und den Umgebungsbedingungen

abhängig. Querschnittsbereiche können dabei durch die genannten Einflussgrößen wechselnden Beanspruchungen unterworfen sein.

Da der Regelfall einer Tragwerksbemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit eine linear elastische Schnittgrößenermittlung mit gegebenenfalls begrenzter Momentumlagerung darstellt, bleiben zumindest innere Zwangsbeanspruchungen für allgemeine Hochbaukonstruktionen i. d. R. unberücksichtigt. Bei der Abschätzung von Verformungswerten im Gebrauchstauglichkeitszustand führt unter Ansatz wirklichkeitsnaher Verkehrslasten (vgl. Abschnitt 3) die Verwendung von modifizierten Materialarbeitslinien mit Berücksichtigung der Auswirkung von Zwangsbeanspruchungen zu wirklichkeitsnäheren Ergebnissen.

Anhand elastischer Berechnungsverfahren können allgemein geringe Lastniveaus ausreichend genau beschrieben werden, insbesondere der ungerissenen Zustand bei Stahlbetontragwerken. Die ermittelten Schnittgrößen können allerdings mit zunehmender Belastung von den realen Werten immer mehr abweichen, sodass durch die Verwendung von nicht-linearen Berechnungsverfahren unter Berücksichtigung wirklichkeitsnaher Steifigkeitsverhältnisse wirtschaftlichere Querschnittsabmessungen durch die Aktivierung von Tragreserven entstehen können. Durch diese Vorgehensweise ist die lineare Lastfallüberlagerung jedoch nicht mehr möglich und setzt daher eine iterative Traglastberechnung voraus.

Für die Materialeigenschaften im Zusammenhang mit Bauwerkssetzungen sind neben den Zwangsbeanspruchungen und deren Auswirkungen auf die Bauteilsteifigkeiten auch die zeitlichen Entwicklungen der Materialeigenschaften von Interesse. Da diese Entwicklung oftmals aus Ergebnissen von Kurzzeitversuchen abgeleitet bzw. abgeschätzt werden kann, können Kurz- und Langzeitverhalten nicht getrennt betrachtet werden, sodass in diesem Abschnitt nachfolgend auch grundsätzliche, bekannte und bereits oftmals dargestellte Zusammenhänge kurz erläutert werden, da sie für die Beurteilung der Thematik dieser Arbeit von zulässigen bzw. aufnehmbaren Setzungsdifferenzen von Bedeutung sind.

4.2 Eigenschaften von Stahlbeton im Hinblick auf Gebrauchstauglichkeitsnachweise

4.2.1 Grundlegende Materialeigenschaften von Beton

4.2.1.1 Einachsige Druckfestigkeit

Aufgrund des inhomogenen Werkstoffverhaltens von Beton, das einerseits durch die unterschiedlichen Steifigkeitsverhältnisse des Zementsteins und der Zuschläge begründet ist, ande-

rerseits durch die bereits im unbelasteten Zustand während des Abbindeprozesses des Zementgels entstehenden Mikrorissbildungen zwischen dem Zementstein und den Zuschlägen herrührt, besitzt das Spannungs-Dehnungs-Diagramm unter Druckbelastungen einen nicht-linearen Verlauf, der aus Kurzzeitversuchen abgeleitet ist. Dabei kann der Verlauf bis zu ca. 40 % der maximalen Druckfestigkeit f_c eines normalfesten Betons nahezu linear-elastisch beschrieben werden. Bis zum Erreichen der Druckfestigkeit kommt es im Weiteren aufgrund des Anwachsens, der Neubildung und der Vereinigung von Mikrorissen durch eine Steifigkeitsabnahme zu einer fortschreitenden Krümmung der Arbeitslinie. Das Nachbruchverhalten ist durch eine weitere Zunahme der Stauchung bei abnehmender Spannung gekennzeichnet. Es stellt sich die in Bild 4.1 schematisch dargestellte nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Beziehung ein. Der Verlauf kann durch Gleichung (4.1) nach *DIN 1045-1* beschrieben werden.

$$\sigma_c = -\frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k-2) \cdot \eta} \cdot f_c \quad (4.1)$$

Hierbei sind:

$$\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}; k = -1,1 \cdot E_c \frac{\varepsilon_{c1}}{f_c}; \varepsilon_{c1} = 2,2 \text{ ‰},$$

wobei

E_c Elastizitätsmodul,

f_c Druckfestigkeit,

ε_c Dehnung

des Betons bedeuten.

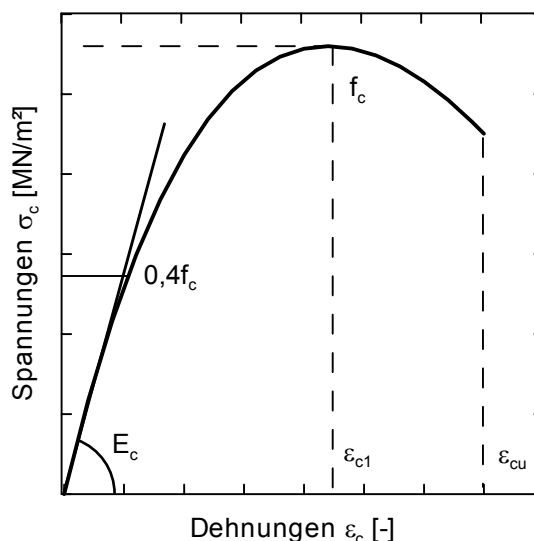


Bild 4.1: Spannungs-Dehnungs-Linie von Beton

Da für Gebrauchstauglichkeitsnachweis mit den quasi-ständigen Einwirkungskombinationen in der Regel die maximalen Betondruckspannungen unterhalb ca. $0,4 f_c$ liegen, können mit Hilfe des beanspruchungsunabhängigen Elastizitätsmoduls E_{cm} , ausreichend genaue Werte bestimmt werden.

4.2.1.2 Zweiachsige Druckfestigkeit

Bei zweiachsiger Druckbeanspruchung kann die maximal aufnehmbare Druckspannung um bis zu 25 % gegenüber der einachsigen Druckfestigkeit gesteigert werden. Herrschen jedoch gleichzeitig Zug- und Druckbeanspruchungen, so nehmen die aufnehmbaren Druck-

spannungen bei steigender Zugbeanspruchung deutlich ab. Unter zweiachsiger Zugbeanspruchung ist die Zugfestigkeit unabhängig von den Hauptspannungen und entspricht der einachsigen Zugfestigkeit. In der Regel sind für Gebrauchstauglichkeitsnachweise die genannten Erhöhungen ohne Bedeutung. Weitere Hinweise zum Verhalten des Betons unter zweiachsiger Beanspruchung gibt *Kupfer (1973)*.

4.2.1.3 Zug- und Biegezugfestigkeit

Das Verhalten des Betons unter Zugbeanspruchung wird allgemein nur indirekt berücksichtigt; es kann näherungsweise aus der Betondruckfestigkeit abgeleitet werden. Entsprechende Beziehungen der mittleren Betonzugfestigkeit f_{ctm} , sowie der 5 % bzw. 95 % Fraktilwerte zwischen Betonzug- und Druckfestigkeit sind beispielsweise in *Model Code 90* und in der *DIN 1045-1* enthalten.

$$f_{ctm} = 1,4 \cdot \left(\frac{f_{ck}}{10} \right)^{2/3} \approx 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (4.2a)$$

$$f_{ctk,min} = 0,95 \cdot \left(\frac{f_{ck}}{10} \right)^{2/3} \approx f_{ctk;0,05} = 0,2 \cdot f_{ck}^{2/3} \approx 0,7 \cdot f_{ctm} \quad (4.2b)$$

$$f_{ctk,max} = 1,85 \cdot \left(\frac{f_{ck}}{10} \right)^{2/3} \approx f_{ctk;0,95} = 0,4 \cdot f_{ck}^{2/3} \approx 1,3 \cdot f_{ctm} \quad (4.2c)$$

Bis kurz vor Erreichen der Betonzugfestigkeit ist ein nahezu lineares Verformungsverhalten zu beobachten. Bei Betonzugspannungen über $\sigma_c = 0,7 f_{ct}$ kann wegen der wachsenden Mikrorissbildung im Betongefüge ein nicht-lineares Verhalten, das von der Mikrorissbildung in der Grenzschicht beeinflusst ist, beobachtet werden. Erst ab Zugspannungen $\sigma_c = 0,9 f_{ct}$ ist dieses Verhalten ausgeprägt. Durch das Betonschwinden und den Abbindeprozess des Betons wird die Zugfestigkeit ungünstig beeinflusst.

Kurz vor Erreichen der Betonzugfestigkeit bildet sich in der sog. Rissprozesszone aus den Mikrorissen ein einzelner Makroriss aus. Außerhalb dieses Einzelrisses verhält sich der Beton weiterhin nahezu elastisch. Im Bereich des fiktiven Einzelrisses ist ein nicht elastisches Betonverhalten vorhanden. Für eine Beschreibung des Spannungs-Verformungs-Verhaltens des zugbeanspruchten Betons sind deshalb zwei sich deutlich voneinander unterschiedliche Bereiche zu betrachten.

Aus dem Elastizitätsmodul, der Zugfestigkeit und aus der Bruchenergie G_f , die aus der Fläche unterhalb der Spannungs-Rissöffnungsbeziehung gebildet wird und die benötigte Energie zum Öffnen eines Risses der Größe „ l “ darstellt, kann das Verhalten des Betons eindeutig beschrieben werden. Die Bruchenergie ist neben dem Betonalter und dem Verbund zwischen

Zement und Zuschlag wesentlich vom Wasser-Zementwert und vom Größtkorndurchmesser des Zuschlages abhängig. Für die Spannungs-Rissöffnungsbeziehung wurden unterschiedliche Ansätze entwickelt, die von einem linearen, multi-linearen oder auch exponentiellen Verlauf ausgehen. Das prinzipielle Verhalten (symbolische Form) ist in Bild 4.2 dargestellt. Weitere Hinweise sind in *Donaubauer (2002)* enthalten.

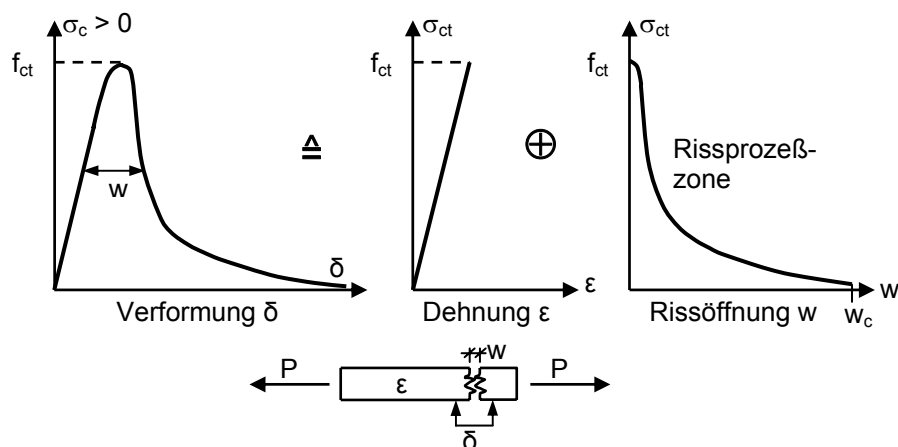


Bild 4.2: Aufteilung der Spannungs-Verformungs-Beziehung des zugbeanspruchten Betons in eine Spannungs-Dehnungs-Beziehung und eine Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung (symbolische Form), *Hillerborg, et al. (1976)*

Die Biegezugfestigkeit ist in aller Regel größer als die zentrische Zugfestigkeit, auf die Angabe eines Erhöhungswertes wird in *DIN 1045-1* allerdings verzichtet. Gemäß dem DBV-Merkblatt *Industrieböden aus Beton für Frei- und Hallenflächen (2004)* kann der Wert der Biegezugfestigkeit näherungsweise aus dem 5 %-Fraktilwert der zentrischen Zugfestigkeit $f_{ctk;0,05}$ nach Gleichung (4.3) in Abhängigkeit der Bauteilhöhe h durch

$$f_{ctk,fl} = k_h \cdot f_{ctk;0,05} \quad (4.3)$$

abgeschätzt werden, wobei $k_h = 1,6 - h \geq 1,0$ zu ermitteln ist.

4.2.1.3 Elastizitätsmodul

Der Elastizitätsmodul E_{cm} , der neben dem Zuschlag in den überwiegenden Fällen vom Elastizitätsmodul des Zementsteins abhängig ist, ist als Sekantenmodul bei einem Betonalter von 28 Tagen definiert. Er kann im Gebrauchslastniveau bei Kurzzeitbelastung unter Berücksichtigung plastischer Anfangsdehnungen aus dem Tangentenmodul E_{c0} abgeleitet werden.

$$E_{cm} = \alpha_i \cdot E_{c0}; E_{cm} \text{ in } [MN/m^2] \text{ mit} \quad (4.4)$$

$$E_{c0} = 9500 \cdot (f_{ck} + 8)^{1/3} \text{ und } \alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{(f_{ck} + 8)}{88} \leq 1; f_{ck} \text{ in } [MN/m^2]$$

Unter Berücksichtigung der Zuschlagstoffe, die allerdings meist unbekannt bzw. auch gemischt vorhanden sind, kann ein modifizierter Elastizitätsmodul $E_{c0,mod}$ berücksichtigt werden, wobei

$$E_{c0,mod} = \alpha_E \cdot E_{c0} \quad (4.5)$$

bedeutet. Richtwerte für den Beiwert α_E zur Berücksichtigung der Art der Gesteinskörnungen sind in nachfolgender Tabelle enthalten.

Tabelle 4.1: Beiwert α_E in Abhängigkeit von der Art der Gesteinskörnung

Art der Gesteinskörnung	Wertebereich α_E nach Heft 525 DAfStb.	Beiwert α_E nach Model Code 90
Basalt, dichter Kalkstein	1,05 bis 1,45	1,20
Quarzitischer Zuschlagsstoff	0,80 bis 1,20	1,00
Kalkstein	0,70 bis 1,10	0,90
Sandstein	0,55 bis 0,85	0,70

Da der Elastizitätsmodul für ca. 90 % der Zugspannung mit dem Elastizitätsmodul für Druckspannungen übereinstimmt, kann dieser auch für Beton unter Zugspannungen angenommen werden.

4.2.1.4 Querdehnzahl

Die Querdehnzahl ν schwankt im Bereich der Gebrauchsspannungen zwischen 0,15 und ca. 0,25 in Abhängigkeit der Betonzusammensetzung, dem Betonalter und dem Feuchtezustand. Infolge der Mikrorissbildung bei Druckbeanspruchungen nimmt die Querdehnung im Bereich des nicht-linearen Spannungs-Dehnungs-Diagrammes (Bild 4.1) bis zu einem maximalen Wert von $\nu = 0,5$ (Volumenkonstanz) bei einer Druckfestigkeit von $\sigma_c = f_c$ zu. Im Bereich des abfallenden Astes steigt die Querdehnzahl nochmals weiter an. Nach *DIN 1045-1* kann die Querdehnzahl mit $\nu = 0,2$ angenommen werden.

4.2.2 Materialeigenschaften von Betonstahl

Bis kurz vor Erreichen der Streckgrenze (0,2 % Dehngrenze) verhält sich Stahl – unabhängig von der Stahlgüte – nahezu linear elastisch. Für Untersuchungen der Gebrauchstauglichkeit werden die Stahlspannungen unterhalb der Streckgrenze beschränkt, sodass allgemein von

einem linearen Verhalten ausgegangen werden kann und der Fließbereich unbedeutend ist. Eine Unterscheidung zwischen Kurzzeit- und Langzeitverhalten muss nicht vorgenommen werden; die Definition der einachsigen Baustoffeigenschaften ist ausreichend.

4.2.3 Materialeigenschaften von Beton unter Berücksichtigung zeitlicher Einflüsse

4.2.3.1 Kriechen

Der Kriechvorgang, d.h. die zeitabhängige Zunahme der Dehnungen des Betons infolge konstanter Belastung ist von der Spannungshöhe abhängig. Die Kriecheigenschaften des Betons werden dabei neben den betontechnologischen Einflussfaktoren wie Wasser-Zement-Wert, Zuschlagssteifigkeit sowie Zementart und eventueller Betonzusatzmittel auch von äußeren Bedingungen wie Belastungsalter, Bauteilabmessungen und dem Umgebungsklima beeinflusst. Da die Zuschläge eine kaum nennenswerte Verformungszunahme zeigen, beschränkt sich der Kriechvorgang – zumindest im Gebrauchslastniveaubereich – auf eine Verformung der Zementsteinmatrix. Allgemein stellt der Kriechvorgang ein hochgradig komplexes Problem dar, dessen Mechanismen bislang noch nicht vollständig geklärt sind. Auch die allgemein vorgenommene Trennung der Langzeitverformungen in Kriechen und Schwinden stellt nur eine formale Trennung dar, da sich beide Effekte gegenseitig beeinflussen.

Unterhalb der Spannungsgrenze für Gebrauchstauglichkeitsnachweise von ca. $0,4 \cdot f_c$ verhalten sich die Kriechverformungen annähernd proportional zur angreifenden Belastung, sodass in diesem Spannungsbereich lineares Verhalten unterstellt werden kann. Durch eine fortschreitende Mikrorissbildung nimmt oberhalb des genannten Grenzwertes das Kriechen stark zu (nichtlineares Kriechen), wobei sich durch eine Entlastung die Kriechverformungen teilweise wieder zurückbilden. Die einzelnen Anteile der Kriech- und Schwindverformungen sind in Bild 4.3 dargestellt.

Unter der Annahme kleiner Verformungen, können die zeitabhängigen Verformungen, wie die elastische Dehnung zum Zeitpunkt des Belastungsbeginns ε_{el} , die Kriechdehnungen ε_{cc} und die Schwinddehnungen ε_{cs} als Summe der in Bild 4.3 dargestellten Zusammenhänge ausgedrückt werden.

$$\varepsilon(t, t_0) = \varepsilon_{el}(t) + \varepsilon_{cc}(t, t_0) + \varepsilon_{cs}(t) \quad (4.6)$$

Der Kriechbeiwert φ wird allgemein als Verhältnis von Kriechverformungen zu elastischen Verformungen definiert

$$\varphi(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{cc}(t, t_0)}{\varepsilon_{el}(t)} \quad (4.7)$$

sodass die Verknüpfung der Gleichungen (4.5) und (4.6) zur allgemein bekannten Abhängigkeit der Gesamtverformungen vom Kriechbeiwert führt:

$$\varepsilon(t, t_0) = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{cc}(t, t_0) = \varepsilon_{el}(t_0) \cdot (1 + \varphi(t, t_0)) = \sigma_c(t_0) \cdot \left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi(t, t_0)}{E_{c,28}} \right] = \sigma_c(t_0) \cdot J(t, t_0) \quad (4.8)$$

Hierbei bedeuten:

$E_c(t_0)$ Elastizitätsmodul des Betons zum Zeitpunkt der Belastung,

$E_{c,28}$ Elastizitätsmodul im Alter von 28 Tagen,

$J(t, t_0)$ Kriechfunktion.

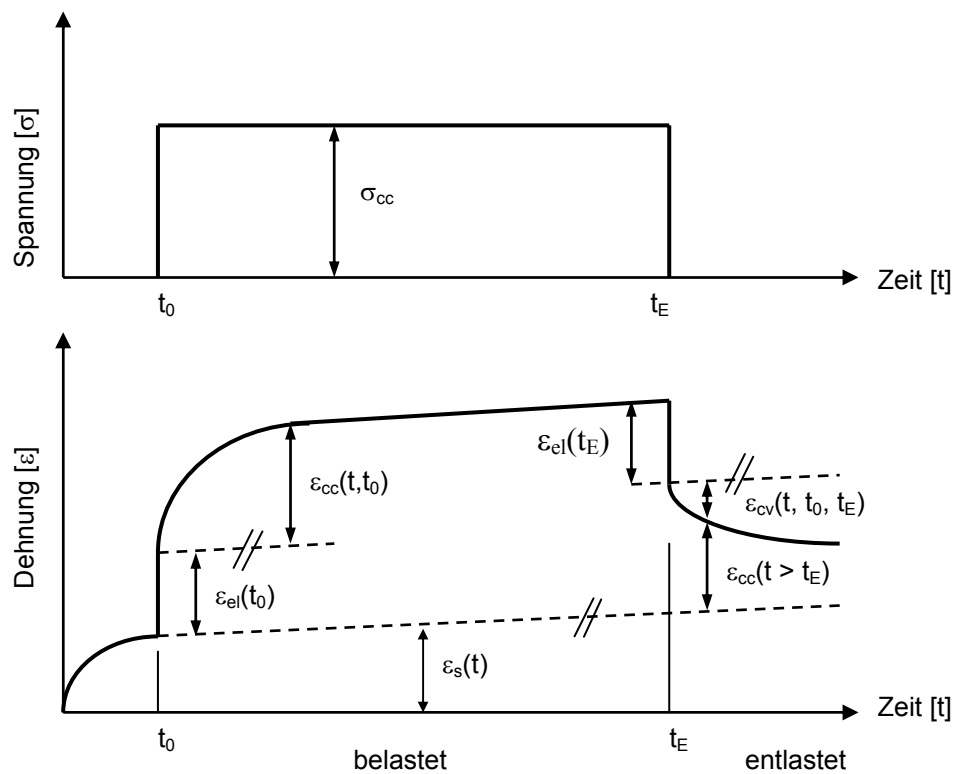


Bild 4.3: Kriechen und Schwinden – Definition der Einzelanteile

Zur Beschreibung des Betonkriechens werden neben Summationsansätzen, wie beispielsweise in *DIN 4227* beschrieben, Produktansätze angenommen, die in *DIN 1045-1* oder *Eurocode 2* Verwendung finden. Hierbei wird der Kriechvorgang linear erfasst. Der allgemeine Zusammenhang, der auch für Hochleistungsbetone verwendet werden kann, setzt sich aus einem Produkt von Funktionen aus Grundzahl des Kriechens φ_0 und dem Beiwert β_c zur Be-

schreibung der zeitlichen Entwicklung zusammen. Dabei wird auf eine Trennung der Einzelanteile verzichtet:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \cdot \beta_c(t, t_0) \quad (4.9)$$

In Bild 4.4 ist der zeitliche Verlauf der Kriechzahl für unterschiedliche Betonfestigkeitsklassen und unterschiedliche relative Luftfeuchten RH für einen unterstellten Belastungsbeginn von 28 Tagen exemplarisch dargestellt. Für Bauteile im Gebrauchslastniveau ist die vereinfachte Annahme des linearen Kriechens eine gute Näherung und sein Einfluss auf die Bauteilsteifigkeit kann durch einen effektiven E-Modul $E_{c,eff}$ nach *DIN 1045-1* berücksichtigt werden:

$$E_{c,eff} = \frac{1,1 \cdot E_{cm}}{1,1 + \varphi(t, t_0)} \quad (4.10)$$

Auf eine detaillierte Beschreibung der Einzelanteile wird an dieser Stelle verzichtet und auf die einschlägige Literatur verwiesen, z. B. *Reinhardt (2002)*.

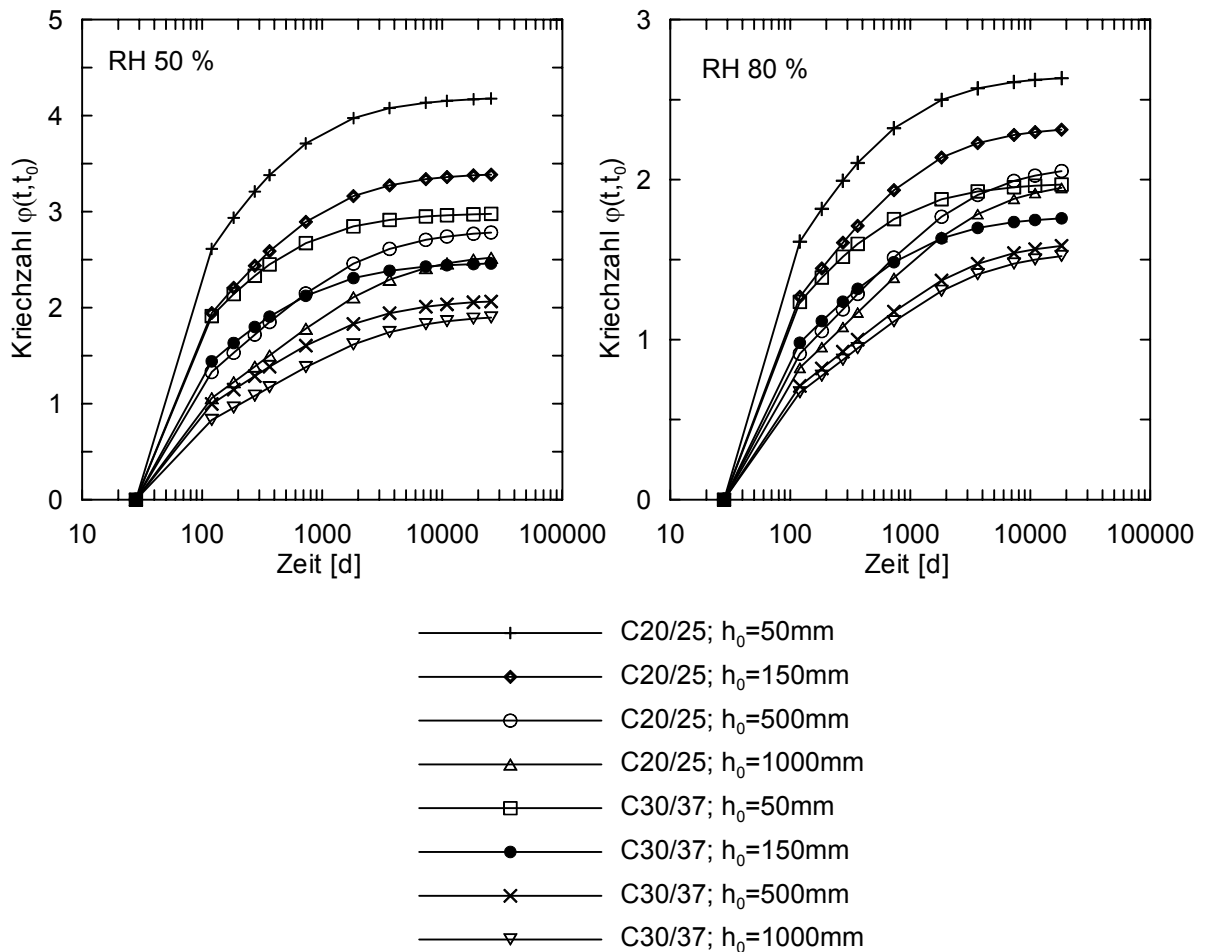


Bild 4.4: Zeitlicher Kriechverlauf bei unterschiedlicher relativer Luftfeuchte und unterschiedlichen Betonfestigkeitsklassen; unterstellter Belastungsbeginn $t = 28$ Tage

4.2.3.2 Relaxation

Der Relaxationsvorgang, bei dem die kriecherzeugende Spannung derart abfällt, dass die Dehnungen konstant bleiben, gilt als ein Sonderfall des Kriechvorgangs unter veränderlichen Spannungen. Die Relaxationszahl und die Kriechzahl können durch Gleichung (4.11)

$$\psi(t, t_0) = \frac{\varphi(t, t_0)}{1 + \rho \cdot \varphi(t, t_0)} \quad (4.11)$$

in Beziehung gesetzt werden, wobei der Relaxationskennwert ρ bei längerer Beanspruchungsdauer näherungsweise zu 0,8 angenommen werden kann. Unter Berücksichtigung der Relaxation kann Gleichung (4.10) erweitert werden.

$$E_{c,eff} = \frac{1,1 \cdot E_{cm}}{1,1 + \psi \cdot \varphi(t, t_0)} \quad (4.12)$$

4.2.3.3 Schwinden

Als Hauptursache der zeitabhängigen Verformung eines nicht belasteten Bauteiles unter Annahme einer konstanten Temperatur ist für Normalbeton der als Trocknungsschwinden bezeichnete Vorgang zu nennen, der durch die Volumenreduktion des Baukörpers infolge Abgabe von nicht gebundenem Wasser an eine trockenere Umgebung gekennzeichnet ist. Der gegensätzliche Vorgang wird als Quellen bezeichnet und tritt in sehr feuchter Umgebung, beispielsweise Wasser auf.

Eine weitere Ursache für das Schwinden ist im chemischen Abbindeprozess zu sehen. Bei diesem autogenen Schwindvorgang kommt es zu einer Volumenreduktion, bei dem das Zementgel ein kleineres Volumen annimmt als die Ausgangsprodukte Zement und Wasser. Andere Schwindmechanismen wie beispielsweise Karbonatisierungsschwinden oder plastische Schwindvorgänge sind relativ klein. Beide Prozesse – Trocknungsschwinden und autogenes Schwinden – laufen zeitlich versetzt ab, sodass die Schwindverformungen nach *DIN 1045-1* aus der Summe des Trocknungsschwinden $\varepsilon_{c,ds}$ und des autogenen Schwinden $\varepsilon_{c,as}$ gebildet werden:

$$\varepsilon_{cs}(t, t_s) = \varepsilon_{c,as}(t) + \varepsilon_{c,ds}(t, t_s) \quad (4.13)$$

Da das Schwinden der äußeren Bauteilschichten durch den noch feuchten Kern behindert wird, entsteht durch die Zugspannungen am Rand und die Druckspannungen im Kern eine ungleichmäßige Spannungsverteilung über den Querschnitt. Die Auswirkungen des Kriech- und Schwindvorgangs auf gerissene und ungerissene Stahlbetonquerschnitte zeigt qualitativ Bild 4.5 für Verschiebungszustände. In Bild 4.6 ist der zeitliche Verlauf der Schwinddehnungen bei unterschiedlichen Umgebungsbedingungen dargestellt.

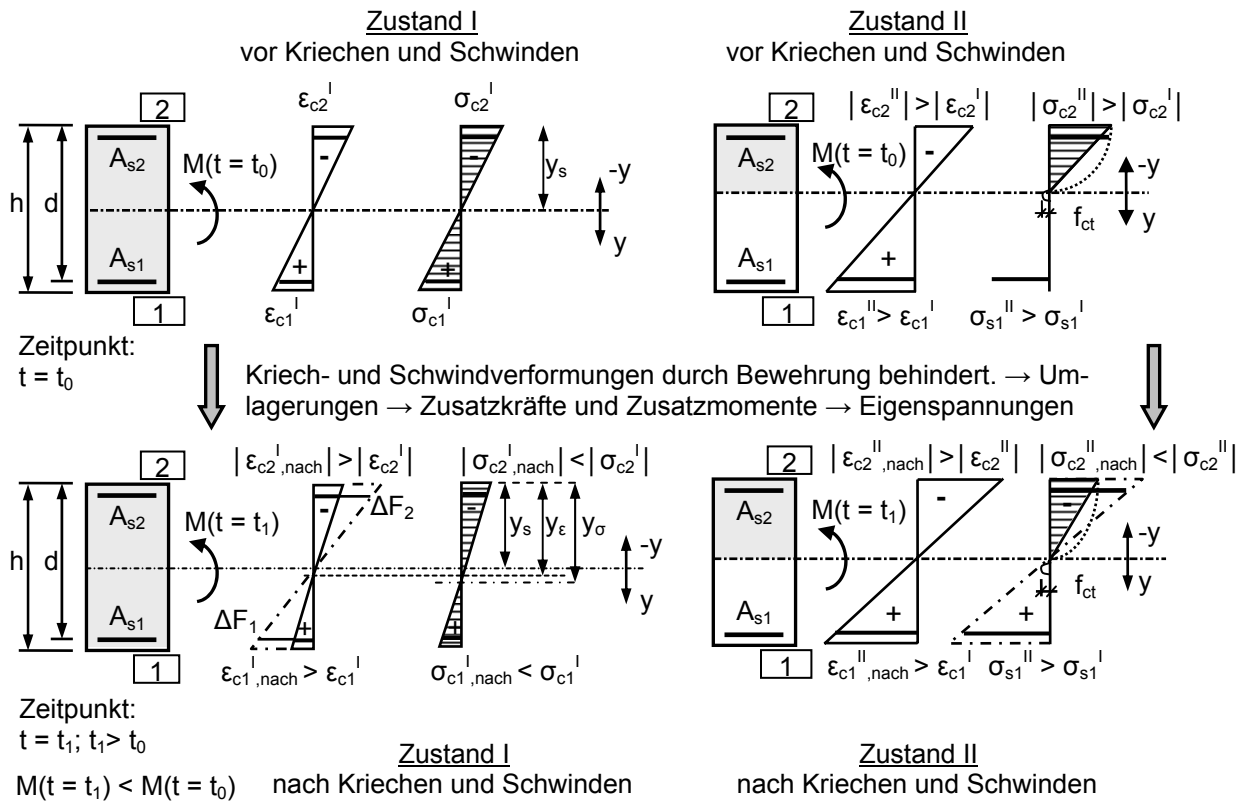


Bild 4.5: Einfluss von Kriechen und Schwinden auf die Dehnungen und Spannungen in den Zuständen I und II bei Belastungsbeginn t_0 und zu einem späteren Zeitpunkt t_1 für Verschiebungszustände gemäß Mayer (1967) (Belastung variabel: $q(t = t_0) > q(t = t_1) \rightarrow M(t = t_1) < M(t = t_0)$; Verschiebung: $w(t = t_0) = w(t = t_1)$).

Wird davon ausgegangen, dass Schwinden ein lastunabhängiger Vorgang ist, wird der Schwindvorgang allein durch die Bewehrungsanordnung im Querschnitt und die Rissbildung gesteuert. Die freie Schwindverkürzung wird dabei durch den Bewehrungsstahl im Querschnitt behindert. Ist die Bewehrung im Querschnitt dabei symmetrisch angeordnet, fallen Bewehrungsschwerpunkt und Betonquerschnittsschwerpunkt zusammen. Am Betonquerschnitt (ohne Bewehrung) führt dies zu einer Zugbeanspruchung, die die Zugfestigkeit des Betons durchaus überschreiten kann. Für die Normalkraft gilt

$$N_{cs} = \epsilon_{cs} \cdot E_s \cdot \sum A_s \quad (\epsilon_{cs} < 0) \tag{4.14a}$$

Fällt der Bewehrungsschwerpunkt allerdings nicht mit dem Querschnittsschwerpunkt zusammen, entstehen neben Normalkraftspannungen auch zusätzlich Biegebeanspruchungen durch eine Querschnittsverkrümmung. Unter der bekannten Annahme, dass sich der zeitliche Schwind- und Kriechvorgang affin zueinander verhält, ergibt sich aus der Schwindnormalkraft zusätzlich ein Schwindmoment M_{cs} auf den Betonquerschnitt

$$M_{cs} = N_{cs} \cdot z_s \quad (4.14b)$$

und hieraus eine zusätzliche Querschnittsverkrümmung κ_{cs} . Für den ungerissenen Querschnitt folgt:

$$\kappa_{cs,1} = \frac{M_{cs}}{EI_1(t)} = \frac{\varepsilon_{cs} \cdot E_s \cdot A_s}{E_{c,eff} \cdot I_1} \cdot z_{s,1} = \varepsilon_{cs} \cdot \alpha_s \cdot \frac{S_1}{I_1} \quad \text{mit } S_1 = A_s \cdot z_{s,1} \quad (4.14c)$$

Im gerissenen Zustand liefert lediglich das Schwinden der ungerissenen Druckzone einen Beitrag zur Querschnittsverkrümmung. Wird dabei von derselben Modellvorstellung einer Ersatznormalkraft im Bewehrungsschwerpunkt ausgegangen, kann die zusätzliche Verkrümmung mit analogen Beziehungen angegeben werden. Dabei bezeichnet $z_{s,i}$ den Abstand der Schwerpunkte und S_i das statische Moment zwischen Betonquerschnitt und Bewehrung. Schwinden führt allerdings im Rissbereich zu einer Vergrößerung der Druckzonenhöhe, so dass streng genommen die vereinfachte Aufteilung in Last- und Schwindkrümmung nicht möglich ist.

$$\kappa_{cs,2} = \frac{M_{cs}}{EI_2(t)} = \frac{\varepsilon_{cs} \cdot E_s \cdot A_s}{E_{c,eff} \cdot I_2} \cdot z_{s,2} = \varepsilon_{cs} \cdot \alpha_s \cdot \frac{S_2}{I_2} \quad \text{mit } S_2 = A_s \cdot z_{s,2} \quad (4.14d)$$

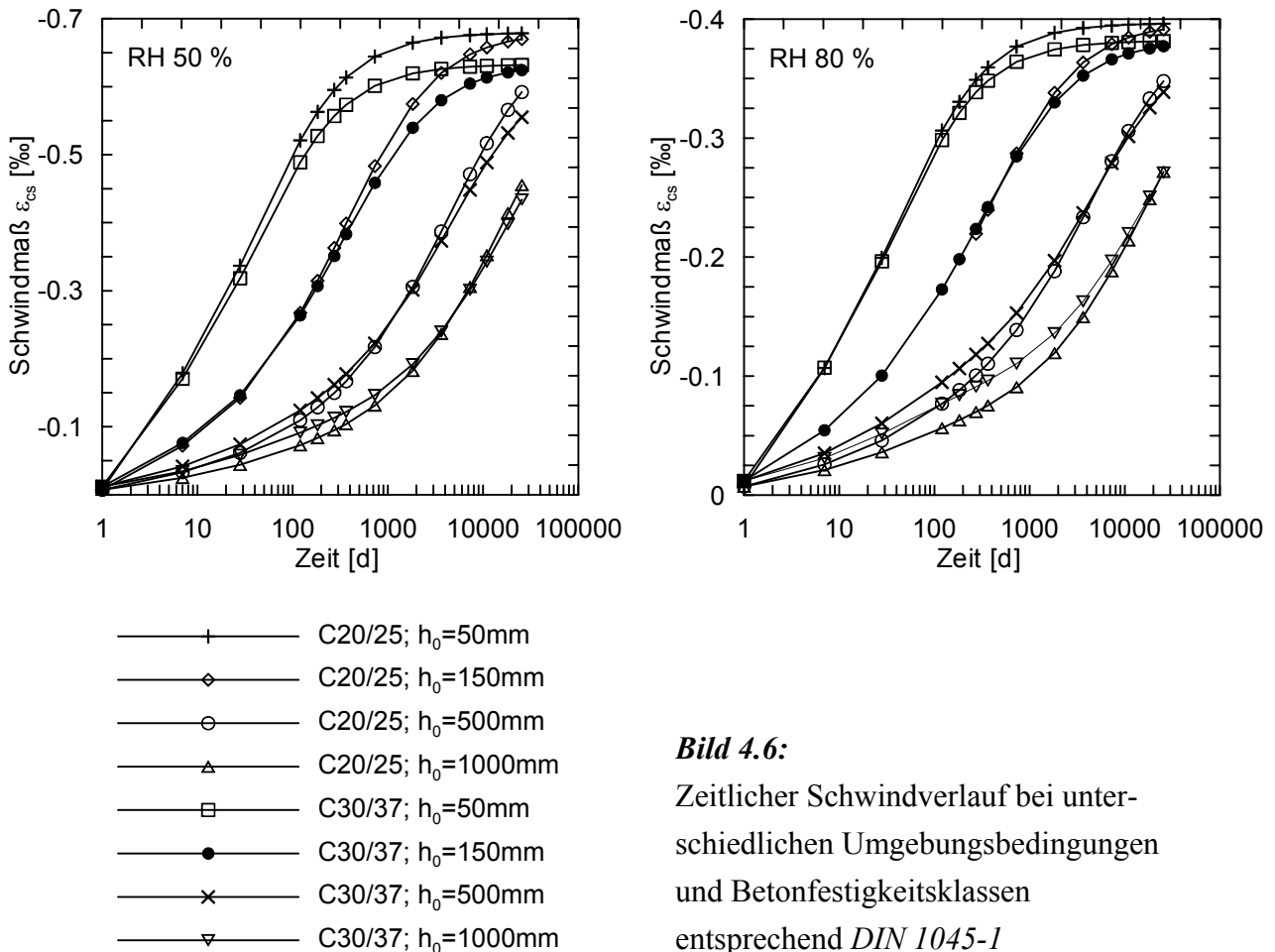


Bild 4.6:

Zeitlicher Schwindverlauf bei unterschiedlichen Umgebungsbedingungen und Betonfestigkeitsklassen entsprechend *DIN 1045-1*

4.2.3.4 Hydratation

Die in Bild 4.7 für den Fall einer vollständigen Verformungsbehinderung aufgrund des chemischen Prozesses der Hydratation des Zementes dargestellten Temperatur- und Spannungsentwicklungen sind in den ersten Tagen am stärksten ausgeprägt und werden im baupraktischen Sinne zwischen 3 und 7 Tagen bis zum Erreichen der Ausgleichsfeuchte mit der Umgebung weitestgehend abgebaut. Sie können dabei durch prinzipiell drei Phasen charakterisiert werden. Nach einer Phase ohne wesentliche Temperatur, Spannungs- und Steifigkeitserhöhung entwickeln sich in der Phase 2 des Abbindeprozesses geringe Druckspannungen bei einer Behinderung der Dehnungen. Die Abkühlung des Betons findet bei einem erheblich höheren Elastizitätsmodul und einem geringeren Relaxationsvermögen statt, sodass es aufgrund einer behinderten Temperaturdehnung zu Zwangsbeanspruchungen im Bauteil kommt, die die zu diesem Zeitpunkt bestehende Betonzugfestigkeit überschreiten können. Sie lassen sich allerdings nur schwer abschätzen, da der Grad der Verformungsbehinderung in der Regel nicht hinreichend genau abgeschätzt werden kann. Sie werden dabei von

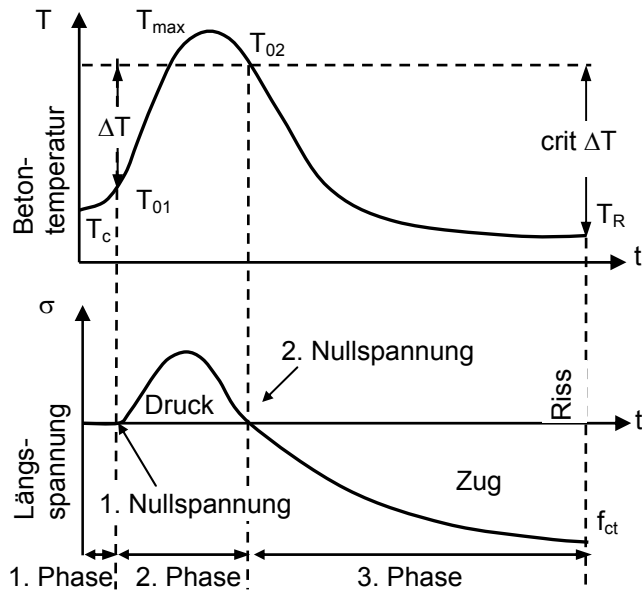
- den thermischen und meteorologischen Umgebungsbedingungen,
- der Frischbetontemperatur und dem Wasser-Zement-Wert,
- der Bauteildicke und dem wirksamen Betonalter sowie
- von eventuell vorhandenen Normalspannungen

beeinflusst. Gerade bei Sohlplatten ist diese horizontale Boden-Bauteil-Wechselwirkung durch grobe Abschätzungen der Baugrundeigenschaften in der Bodenfuge gegeben, wobei die Baugrundeigenschaften, definiert durch

- den Reibungswinkel und die Kohäsion,
- die Wichte des Bodens und die Baugrundtemperatur,

zu berücksichtigen sind. Hinweise hierzu finden sich beispielsweise in *König/Tue (1996)* oder *Simons (1999)*.

Im Rahmen dieser Arbeit wird vorausgesetzt, dass die durch den Hydratationsvorgang des Frischbetons und die damit zusammenhängenden Temperaturbeanspruchung auftretenden Zwangsspannungen bedingten Zwangskräfte die Zugfestigkeit des Betons nicht erreichen, bzw. durch konstruktive Maßnahmen weitestgehend minimiert werden, sodass keine nennenswerten negativen Auswirkung auf die BauteilstEIFigkeiten vorhanden sind.

**Bild 4.7:**

Temperatur und Spannungsentwicklung während des Erhärtungsvorganges

4.2.3.5 Zeitliche Entwicklung der Materialeigenschaften

Die zeitlichen Entwicklungen von Druck-, Zugfestigkeit und Elastizitätsmodul sind wesentlich von der Zementart, der Erhärtungstemperatur, eventuell zugegebenen Betonzusatzmitteln und der Nachbehandlung abhängig. Nach *Model Code 90 (MC 90)* kann die zeitliche Entwicklung der Betondruckfestigkeit f_c und des Elastizitätsmoduls E_c durch folgende Formulierungen abgeschätzt werden:

$$f_c(t_{ef}) = \beta_{cc}(t_{ef}) f_c \quad (4.15a)$$

$$E_c(t) = \beta_E(t_{ef}) E_c = [\beta_{cc}(t_{ef})]^{1/2} E_c \quad (4.15b)$$

Für die zeitliche Entwicklung der Zugfestigkeit f_{ct} gibt *Laube (1990)* folgende Näherung an

$$f_{ct}(t_{ef}) = \beta_{ct}(t_{ef}) f_{ct} = [\beta_{cc}(t_{ef})]^{2/3} f_{ct}, \quad (4.15c)$$

wobei β_{cc} der Beiwert zur Berücksichtigung der zeitlichen Entwicklung der Druckfestigkeit in allen Formulierungen bedeutet. In Bild 4.8 sind die Beiwerte grafisch gegenübergestellt.

$$\beta_{cc}(t_{ef}) = \exp \left\{ s \cdot \left[1 - \left(\frac{28}{t_{ef} / t_1} \right)^{1/2} \right] \right\} \quad (4.15d)$$

t_{ef} wirksames Betonalter zum betrachteten Zeitpunkt [d],

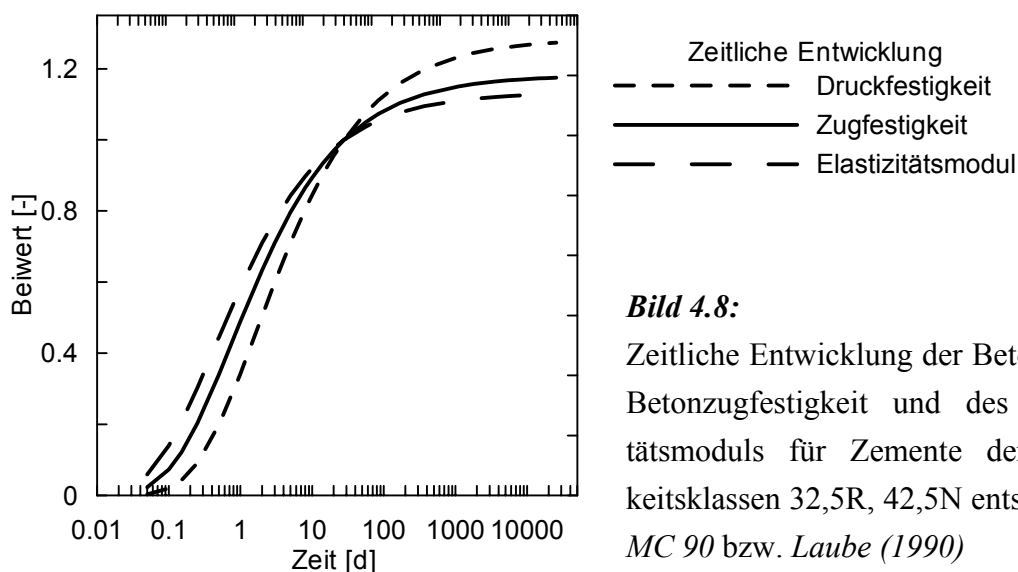
t_1 Referenzzeit, $t_1 = 1d$

s Beiwert zur Berücksichtigung der Zementart für

Zementfestigkeitsklasse 32,5N: $s = 0,38$,

Zementfestigkeitsklassen 32,5R, 42,5N: $s = 0,25$,

Zementfestigkeitsklassen 42,5R, 52,5N: $s = 0,20$,



4.2.3.6 Dauerstandszugfestigkeit

Neben dem Werkstoffverhalten des Betons unter Druckbeanspruchungen ist auch unter Zugbeanspruchung eine Dauerstandsfestigkeit vorhanden. Für das Verhalten von Beton unter dauernder Zugbelastung liegen vergleichsweise wenige Ergebnisse vor, was die relativ große Streubreite der in der Literatur angegebenen Werte begründet. Eine Zusammenstellung der in der Literatur vorhandenen Ergebnisse ist in *Donaubauer (2002)* gegeben. Hierbei schwanken die Werte für die zentrische Dauerstandszugfestigkeit zwischen 0,6 und 0,75. Die aus exzentrischen Zugversuchen gewonnenen Werte liegen zwischen 0,65 und 0,83. *Stenzel (2005)* schlägt für die Bemessung von Beton-Sohlplatten für Hallen- und Freiflächen einen Wert von 80 % der Kurzzeitzugfestigkeit vor.

Diese Dauerzugfestigkeit wird bereits nach ca. einem Tag erreicht. Infolge der genannten großen Streuung der Werte scheint die Annahme der Dauerstandzugfestigkeit von 70 % des Mittelwertes der Kurzzeitzugfestigkeit für Stahlbetonbauteile gerechtfertigt. *Donaubauer (2002)* hat in seiner Arbeit mit diesem Ansatz gute Übereinstimmung der Verformungswerte von Stahlbetonplatten mit Versuchsergebnissen erzielt.

$$f_{ct}(t) \approx 0,7 f_{cm} \quad (4.16)$$

Eine zusammenfassende Darstellung mit weiterführenden Literaturhinweisen zu den Materialeigenschaften von Beton gibt beispielsweise *Reinhardt (2002)*. Weitere Grundlagen zu den normativen Regelungen nach *DIN 1045-1* sind im *Heft 525 DAfStb.* bzw. in *Zilch/Rogge (2002)* genannt.

4.2.4 Zusammenwirken von Beton- und Betonstahl

Das Zusammenwirken von Beton und Betonstahlbewehrung ist wesentlich durch den Schlupf, und die Dübelwirkung gekennzeichnet. Der Berücksichtigung der Zugfestigkeit und die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen kommt bei einer zuverlässigen Modellierung des Materialverhaltens eine wesentliche Bedeutung zu. Das Verhalten von Stahlbeton unter Zugbeanspruchung kann bekanntlich im Wesentlichen in vier Abschnitte gegliedert werden:

- ungerissener Bereich,
- Bereich der Rissbildung,
- abgeschlossenes Rissbild,
- Fließen der Bewehrung.

Die Überschreitung der Zugfestigkeit des Betons und die bis zu diesem Zeitpunkt in beiden Materialien gleichförmig verteilten Zugspannungen kennzeichnen den Übergang von Zustand I zu Zustand II durch Rissbildung. Im Bereich des abgeschlossenen Rissbildes treten im Gegensatz zum Rissbildungsbereich keine neuen Risse mehr auf. Sie werden bei einer weiteren Laststeigerung lediglich aufgeweitet. Durch die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen resultiert also eine höhere Steifigkeit im Verhältnis zur reinen Stahlkennlinie im Zustand II. Die Berücksichtigung kann einerseits in einer

- modifizierten Stahlarbeitslinie oder andererseits in einer
- modifizierten Betonarbeitslinie erfolgen,

wobei die Modifizierung der Spannungs-Dehnungsbeziehung des Betons auf einer Umrechnung der Stahlspannungen in entsprechende Betonspannungen beruht. Am Beispiel der abschnittsweisen linearen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen nach *Model-Code 90* sind die Zusammenhänge grafisch in Bild 4.9 verdeutlicht.

Durch Normierung kann die Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen durch den Verteilungsbeiwert ζ berücksichtigt werden; er ist definiert als Verhältnis der mittleren Stahldehnung zur reinen Stahldehnung im Riss $\zeta = \varepsilon_{sm} / \varepsilon_{s2}$.

Zur Beschreibung des nicht-linearen Spannungs-Dehnungszustandes sind Näherungsansätze gebräuchlich, in denen die Verbundwirkung zwischen Beton und Stahl und die Lasteinwirkungsdauer berücksichtigt werden. In Bild 4.10 sind beispielhaft einige Ansätze grafisch dargestellt, die die Mitwirkung des Betons in einer modifizierten Stahlarbeitslinie (Bild 4.10a) bzw. Betonarbeitslinie (Bild 4.10b) berücksichtigen.

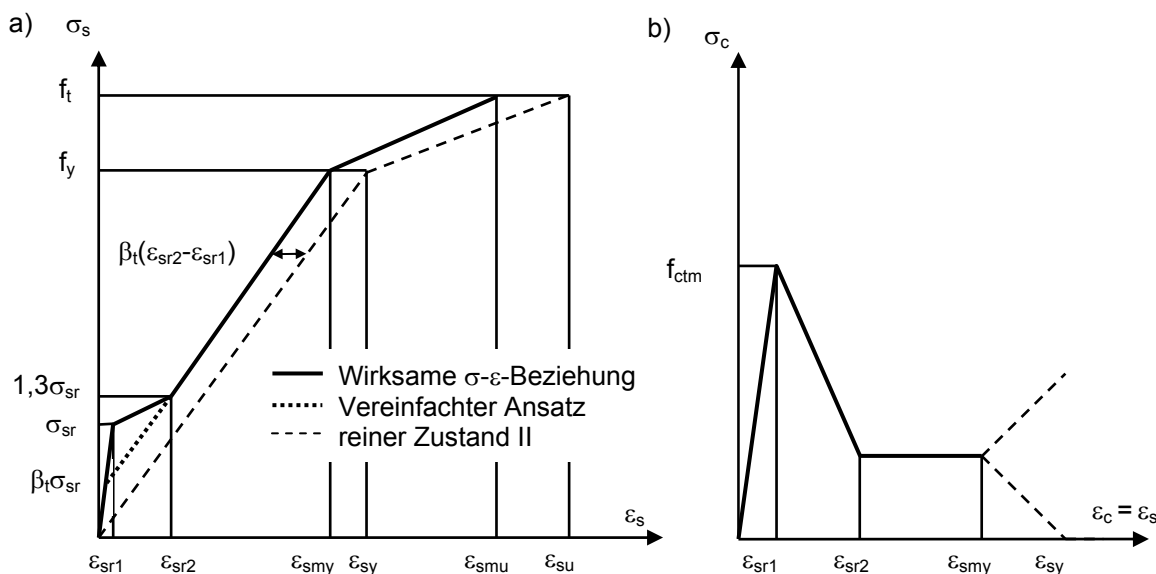


Bild 4.9: Modifizierte Arbeitslinien für die Berücksichtigung des tension stiffening Effektes nach *Model-Code 90*

a) modifizierte Stahlarbeitslinie b) modifizierte Betonarbeitslinie

Das Querschnittsversagen von schwach bewehrten Bauteilen ist allerdings durch das Überschreiten der maximalen Stahldehnung im Riss gekennzeichnet. Die Zunahme des Bruchmomentes durch den Anstieg der aufnehmbaren Betondruckspannung infolge Querdrucks bei einer zweiachsigen Beanspruchung ist sehr gering. Unter Gebrauchslasten kann daher auf eine Berücksichtigung der zweiachsigen Betonfestigkeitsentwicklung verzichtet werden, zumal sie üblicherweise im elastischen Bereich verbleiben. Ebenso ist auch der Abfall der aufnehmbaren Zugspannungen unter Querdruckbeanspruchung gering. Eine zusammenfassende Darstellung des Zusammenwirkens von Stahl und Beton ist beispielsweise in *Winkler (2001)* oder *Beeby (1999)* enthalten.

Nicht nur für die Fragestellung der Boden-Bauwerks-Interaktion und Zwangsbeanspruchungen infolge Setzungen dieser Arbeit, sondern auch beispielsweise zur besseren Abschätzung der Verformung von Stahlbetonbauteilen, ist die Kenntnis von gerissenen und ungerissenen Tragwerksbereichen unter Berücksichtigung von Zwangsbeanspruchungen von Bedeutung. Aus diesem Grund sollen im folgenden Abschnitt Verhältniswerte abgeleitet werden, die auf relativ einfache Weise eine Einschätzung von gerissenen Tragwerksbereichen und ungerissenen Tragwerksbereichen zulassen.

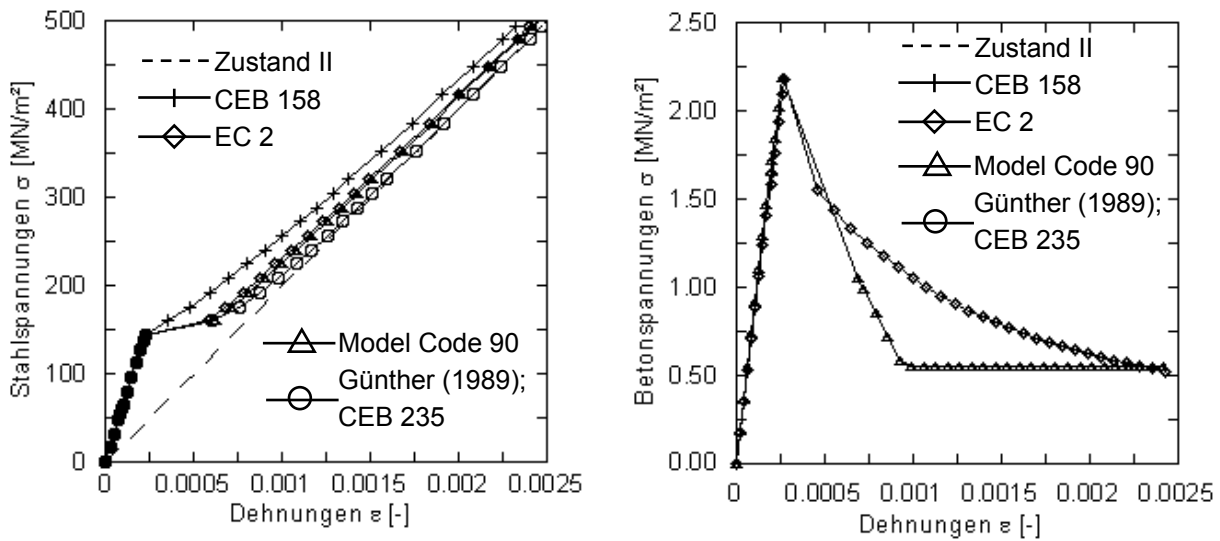


Bild 4.10: Ansätze zur Berücksichtigung des „tension stiffening“ Effektes aus der Literatur
 a) Berücksichtigung durch eine modifizierte Stahlarbeitslinie
 b) Berücksichtigung durch eine modifizierte Betonarbeitslinie

4.2.5 Ableitung von Steifigkeitsverhältnissen

Beim Übergang eines Bauteiles vom ungerissenen zum gerissenen Zustand schwankt die Stahldehnung entlang der gerissenen Bauteilachse zwischen der reinen Stahldehnung ϵ_{s2} im Zustand II direkt im Rissquerschnitt und dem dazwischen liegenden ungerissenen Bereich. Für die Berechnung wird vereinfachend von einer mittleren Stahldehnung ϵ_{sm} ausgegangen. Bild 4.11 zeigt die prinzipielle Modellvorstellung für reine Biege- und Zugbeanspruchung.

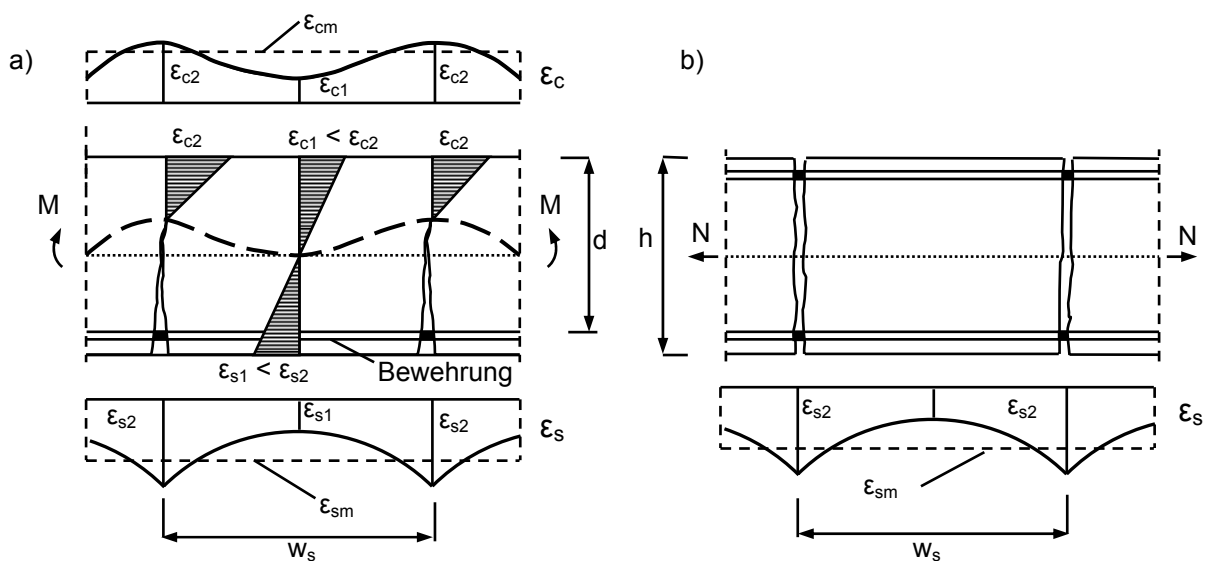


Bild 4.11: Dehnungsverhalten im gerissenen Zustand für
 a) reine Biegebeanspruchung b) Zugbeanspruchung

Für die mittlere Stahldehnung im gerissenen Trägerbereich wird in *Eurocode 2* folgende Formulierung angegeben:

$$\varepsilon_{sm} = \varepsilon_{s2} - \beta_1 \cdot \beta_2 (\varepsilon_{sr2} - \varepsilon_{sr1}) \cdot \left(\frac{\sigma_{sr2}}{\sigma_{s2}} \right) \quad (4.17a)$$

Hierbei bedeuten:

- ε_{s2} Stahldehnung im gerissenen Zustand,
- ε_{sr1} Stahldehnung im ungerissenen Zustand unter Rissschnittgrößen,
- ε_{sr2} Stahldehnung im gerissenen Zustand unter Rissschnittgrößen,
- σ_{s2} Stahlspannung im gerissenen Zustand,
- σ_{sr2} Stahlspannung im gerissenen Zustand unter Rissschnittgrößen.

Durch die Beiwerte β_1 und β_2 werden einerseits die Verbundeigenschaften zwischen Beton und Stahl und andererseits die Art und Dauer der Belastung berücksichtigt. Dabei kann nach *Eurocode 2* für Rippenstahl $\beta_1 = 1,0$ und für eine langfristig wirkende Belastungen $\beta_2 = 0,5$ angenommen werden. In *Model Code 90* ist eine Modifizierung des Verfahrens nach *Eurocode 2* enthalten, indem der Beiwert β_2 für langfristig wirkende Belastungen zu 0,8 angegeben ist.

Unter der Annahme eines Nicht-Verrutschens der Nulllinie kann mit den Spannungs- bzw. Dehnungsverhältnissen $\frac{\varepsilon_{sr2}}{\varepsilon_{s2}} = \frac{\varepsilon_{sr1}}{\varepsilon_{s1}} = \frac{\sigma_{sr2}}{\sigma_{s2}}$ die Gleichung (4.17a) in

$$\varepsilon_{sm} = \zeta \cdot \varepsilon_{s2} + (1 - \zeta) \cdot \varepsilon_{s1} \quad \text{mit} \quad \zeta = 1 - \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \left(\frac{\sigma_{sr2}}{\sigma_{s2}} \right)^2 \quad (4.17b)$$

überführt werden, wobei

- ε_{s1} die Stahldehnung im ungerissenen Zustand bezeichnet.

Da aufgrund der Rissbildung entlang der Bauteilachse nicht nur die Stahldehnungen, sondern auch die Betonstauchungen schwanken, kann ein analoges Berechnungsgesetz für die mittlere Betonstauchung abgeleitet werden:

$$\varepsilon_{cm} = \zeta \cdot \varepsilon_{c2} + (1 - \zeta) \cdot \varepsilon_{c1} \quad (4.18)$$

Allerdings sind hier die Schwankungen nicht so ausgeprägt, sodass die reine Betonstauchung ε_{c1} im Zustand I vernachlässigt werden kann

$$\varepsilon_{cm} \approx \zeta \cdot \varepsilon_{c2} \quad (4.19)$$

Für erste Abschätzungen ist es oftmals ausreichend die mittlere Betonstauchung ε_{cm} gleich der Betonstauchung ε_{c2} im Zustand II zu setzen:

$$\varepsilon_{cm} \approx \varepsilon_{c2} \quad (4.20)$$

Die Steifigkeitsverhältnisse lassen sich allgemein aus den bekannten Beziehungen für

- reine Biegebeanspruchung: $\kappa = \frac{1}{r} = \frac{M}{EI}$ (4.21a)

- und für Zugbeanspruchung: $\varepsilon = \frac{N}{EA}$ (4.21b)

auf prinzipiell zwei Arten ableiten, die durch Einsetzen der Spannungs- und geometrischen Beziehungen ineinander überführt werden können.

Da der Verteilungswert einerseits eine dimensionslose Größe darstellt, andererseits für Gebrauchstauglichkeitsnachweise das Superpositionsprinzip unterstellt werden kann, lässt sich das Steifigkeitsverhältnis K durch das Krümmungsverhältnis von Zustand II und Zustand I für Biegebeanspruchung zu

$$K_M = \frac{M / \kappa_m}{M / \kappa_1} = \frac{M \cdot d}{E_c I_{i,1} (|\varepsilon_{cm}| + \varepsilon_{sm})} < 1 \quad (4.22)$$

bzw. näherungsweise für $I_{i,1} = I_1 = b \cdot h^3 / 12$ zu

$$K_M \approx \frac{12 \cdot A_{s,1} \cdot \sigma_{s2} \cdot z \cdot d}{E_c \cdot b \cdot h^3 (|\varepsilon_{c2}| + \varepsilon_{sm})} \quad (4.23)$$

angeben. Werden nun für die mittlere Stahldehnung ε_{sm} nach Gleichung (4.16)

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_{s2}}{E_s} \left(\zeta + (1 - \zeta) \frac{\sigma_{sr1}}{\sigma_{sr2}} \right) \quad (4.24)$$

geschrieben, wenn $\sigma_{s1} = \frac{\sigma_{sr1}}{\sigma_{sr2}} \sigma_{s2}$ bedeutet, ξ_2 die bezogene Druckzonenhöhe im Zustand II

ist und für die Betonstauchung im Zustand II $|\varepsilon_{c2}| = \frac{\sigma_{s2} \cdot \xi_2}{(1 - \xi_2) \cdot E_s}$ eingeführt wird,

kann für die Summe von Betonstauchung $|\varepsilon_{c2}|$ und mittlerer Stahldehnung ε_{sm}

$$|\varepsilon_{c2}| + \varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_{s2}}{E_s} \left[\zeta + (1 - \zeta) \cdot \frac{12 \left(d - \frac{h}{2} \right) \cdot d \cdot \alpha \cdot \rho_{I,1} \left(1 - \frac{\xi_2}{3} \right)}{h^2} + \frac{\xi_2}{1 - \xi_2} \right] \quad (4.25)$$

ermittelt werden. Nach Einsetzen in Gleichung (4.22) ergibt sich für die bezogene Steifigkeit

$$K_M \approx \frac{4 \cdot \rho_{I,1} \cdot d^2 (\xi_2 - 3) (\xi_2 - 1) \cdot \alpha_e}{\left[2 \rho_{I,1} d (h - 2d) (3 - 4\xi_2 + \xi_2^2) \right] \alpha_e + (1 - \xi_2) h^2} \cdot \zeta + \frac{2 \rho_{I,1} d (2d - h) (3 - 4\xi_2 + \xi_2^2) \alpha_e + \xi_2 h^2}{\left[2 \rho_{I,1} d (h - 2d) (3 - 4\xi_2 + \xi_2^2) \right] \alpha_e + (1 - \xi_2) h^2} \quad (4.26)$$

bzw. vereinfacht für die statische Höhe $d \approx 9/10 h$

$$K_M \approx \frac{81 \cdot \rho_{I,1} \cdot h^2 (\xi_2 - 3) (\xi_2 - 1) \cdot \alpha_e}{\left[-36 \rho_{I,1} \cdot h^2 \cdot (3 - 4\xi_2 + \xi_2^2) \alpha_e + 25 (1 - \xi_2) h^2 \right] \cdot \zeta + 36 \rho_{I,1} \cdot h^2 (3 - 4\xi_2 + \xi_2^2) \alpha_e + \xi_2 \cdot h^2} \quad (4.27)$$

Für Zugbeanspruchung ergibt sich in gleicher Weise das bezogene Steifigkeitsverhältnis

$$K_N = \frac{N / \varepsilon_{sm}}{E_c A_{i,1}} \approx \frac{\sigma_{s2} \cdot A_s}{E_c \cdot A_c \cdot \varepsilon_{sm}} \quad (4.28)$$

Wird für ε_{sm} dabei wieder oben angeschriebene Beziehung eingeführt, erhält man

$$K_N \approx \frac{\alpha_e \cdot \rho_I}{\zeta + (1 - \zeta) \cdot \alpha_e \cdot \rho_I} \quad (4.29)$$

Da die Bauteilkrümmung direkt proportional zur inversen Biegesteifigkeit ist, besteht weiter die Möglichkeit den Verteilungsfaktor ζ direkt bei den Biegesteifigkeiten im Zustand II zu berücksichtigen. Die mittlere Biegesteifigkeit $E_c I_{m,2}$ im Zustand II ergibt sich dabei zu

$$\frac{1}{E_c I_{m,2}(t)} = \zeta \frac{1}{E_c I_{i,2}(t)} + (1 - \zeta) \frac{1}{E_c I_{i,1}(t)} \quad (4.30)$$

Für die mittlere Dehnsteifigkeit gilt gleichermaßen im Zustand II

$$\frac{1}{E_c A_{m,II}(t)} = \zeta \frac{1}{E_c A_{i,II}(t)} + (1 - \zeta) \frac{1}{E_c A_{i,I}(t)}, \quad (4.31)$$

sodass sich für die Steifigkeitsverhältnisse folgende inverse Beziehungen ergeben:

- reine Biegebeanspruchung:

$$K_M = \frac{\frac{1}{E_c I_{i,1}(t)}}{\zeta \frac{1}{E_c I_{i,2}(t)} + (1 - \zeta) \frac{1}{E_c I_{i,1}(t)}} = \frac{I_{i,2}}{\zeta \cdot I_{i,1} + (1 - \zeta) \cdot I_{i,2}} < 1 \quad (4.32)$$

- Zugbeanspruchung:

$$K_N = \frac{\frac{1}{E_c A_{i,1}(t)}}{\zeta \frac{1}{E_c A_{i,II}(t)} + (1 - \zeta) \frac{1}{E_c A_{i,I}(t)}} = \frac{A_{i,2}}{\zeta \cdot A_{i,1} + (1 - \zeta) \cdot A_{i,2}} < 1 \quad (4.33)$$

Die Verteilungswerte ζ können dabei beispielsweise nach *Eurocode 2* oder *Model Code 90* eingeführt werden. Nach *Model Code 90* wird neben der modifizierten Vorgehensweise nach *Eurocode 2* eine weitere durch abschnittsweise lineare Verläufe der Spannungs-Dehnungs-Beziehung angegeben. Sie ist beispielsweise auch im *Heft 525 DAfStb.* enthalten. Folgende Zusammenhänge können dabei angeschrieben werden:

- ungerissenen Bereich: ($0 < \sigma_s \leq \sigma_{sr}$)

$$\zeta = 0 \quad (4.34a)$$

- für den Bereich der Rissbildung: ($\sigma_{sr} < \sigma_s \leq 1,3\sigma_{sr}$)

$$\zeta = 1 - \frac{\beta_t (\sigma_{s2} - \sigma_{sr}) + (1,3\sigma_{sr} - \sigma_{s2}) \cdot \varepsilon_{sr2} - \varepsilon_{sr1}}{0,3\sigma_{sr} \cdot \varepsilon_{s2}} \quad (4.34b)$$

- für den Bereich der abgeschlossenen Rissbildung: ($1,3\sigma_{sr} < \sigma_s \leq f_y$)

$$\zeta = 1 - \beta_t \frac{\varepsilon_{sr2} - \varepsilon_{sr1}}{\varepsilon_{s2}} \quad (4.34c)$$

Darüber hinaus kann noch ein Bereich des Stahlfließens ($f_y < \sigma_s \leq f_t$) angegeben werden, der jedoch für die Betrachtungen im Gebrauchstauglichkeitsniveau nicht erreicht werden darf. Der Beiwert β_t wird für dauerhafte und wiederholte Belastungen zu 0,25 festgelegt.

Für die Ermittlung der Steifigkeitsverhältnisse sind die benötigten Querschnittsbeziehungen in Tabelle A.1 des Anhangs A zusammengestellt.

In Bild 4.12 ist der typische Kurvenverlauf für den Steifigkeitsabfall im Zustand II dargestellt und in Bild 4.13 sind die unterschiedlichen Ansätze für Biegebeanspruchung beispielhaft gegenübergestellt bei einer genaueren Berücksichtigung der Querschnittswerte gemäß Anhang A. Für die vereinfachte Berücksichtigung der Querschnittswerte wird auf *Fastabend (2002)* verwiesen. Den Vergleich der Ansätze für eine Normalkraftbeanspruchung zeigt Bild 4.14.

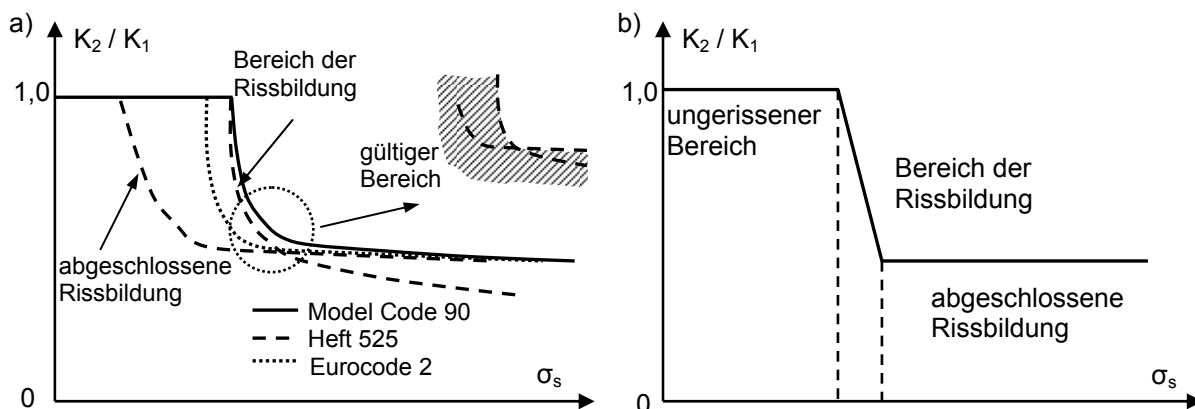


Bild 4.12: a) typische Kurvenverläufe für unterschiedliche Modelle zur Berücksichtigung des Betons auf Zug zwischen den Rissen
b) vereinfachter Kurvenverlauf

Dabei lassen sich folgende Charakteristika aufzeigen:

- Der Bereich der Rissbildung ist im Vergleich zum Bereich der abgeschlossenen Rissbildung bekanntlich klein.

- Die beschriebenen Verfahren liefern nahezu identische Endwerte, sie unterscheiden sich allerdings beim Erreichen des Rissbildungsbereiches, was in den unterschiedlichen Ansätzen (quadratisch, linear) und in den Festlegungen der Beiwerte β_i begründet ist.

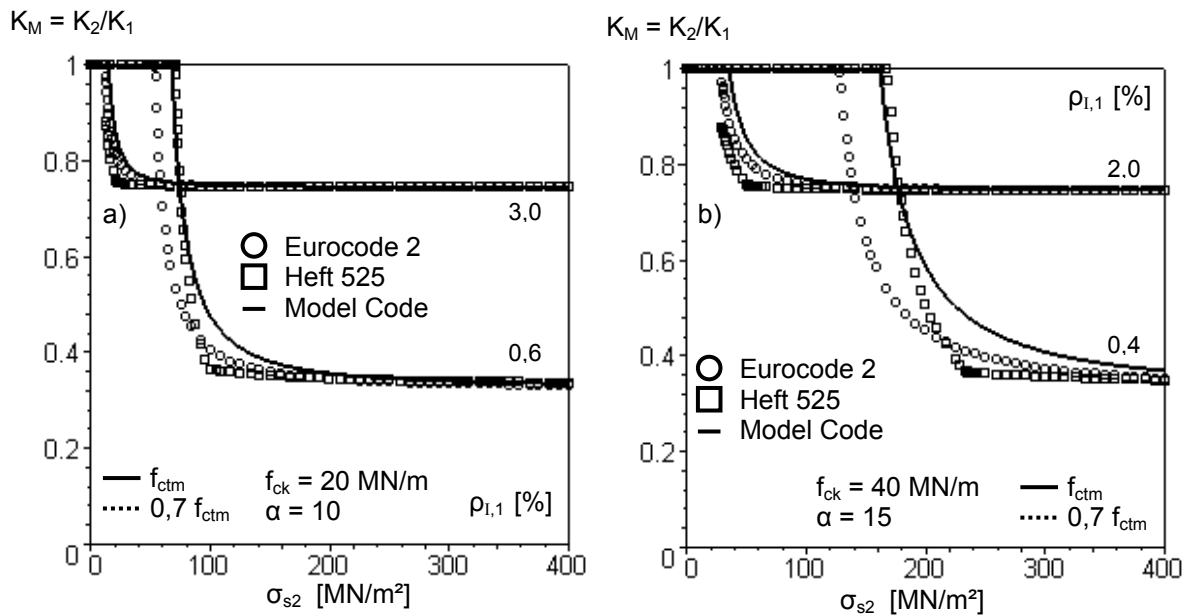


Bild 4.13: Gegenüberstellung unterschiedlicher Verläufe für den Steifigkeitsabfall im Zustand II nach den Ansätzen *Eurocode 2*, *Model Code 90* und *Heft 525 DAfStb.* für unterschiedliche Betonfestigkeitsklassen, Bewehrungsgehalte und E-Modul Verhältnisse unter Biegebeanspruchung ohne Berücksichtigung einer Druckbewehrung

- a) $f_{ck} = 20$ MN/m²; $\alpha = 10$
- b) $f_{ck} = 40$ MN/m²; $\alpha = 15$

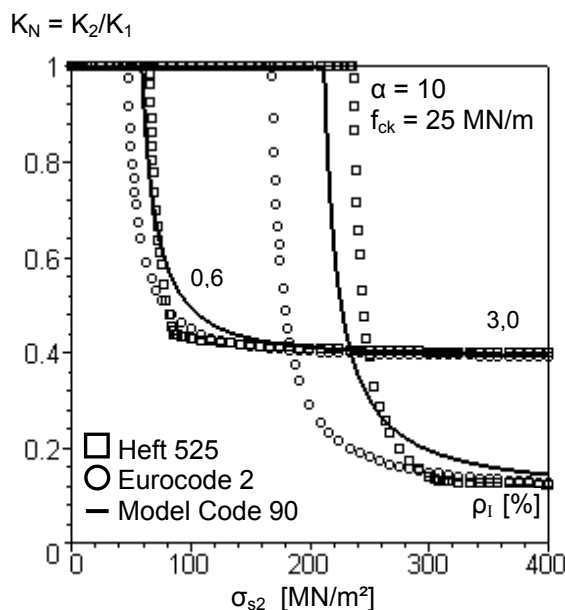


Bild 4.14:

Vergleich für den Steifigkeitsabfall im Zustand II nach unterschiedlichen Ansätzen bei einer genauen Berücksichtigung der Querschnittswerte unter Normalkraftbeanspruchung.

Sowohl für eine Normalkraft- wie auch für eine Biegebeanspruchung ergeben sich nach den Ansätzen von *Eurocode 2* für geringe Bewehrungsgrade die größten Abweichungen.

In Bild 4.15 ist ein Vergleich der unterschiedlichen Ansätze dargestellt, wobei folgende Punkte deutlich werden:

- Die Zugfestigkeit hat Auswirkungen auf die Stahlspannung im Riss beim Übergang vom ungerissenen zum gerissenen Bereich und somit auch auf die geometrische Ausdehnung des gerissenen Bereiches.
- Eine genauere Berücksichtigung der Querschnittswerte unter Kenntnis des Bewehrungsgehalts ergibt erhebliche Abweichungen im Steifigkeitsverhältnis.

Darüber hinaus ergeben sich bei einer Berücksichtigung der Verteilungswerte ζ nach *Heft 525 DAfStb.* für relativ hohe Bewehrungsgrade teilweise unrealistische Kurvenverläufe.

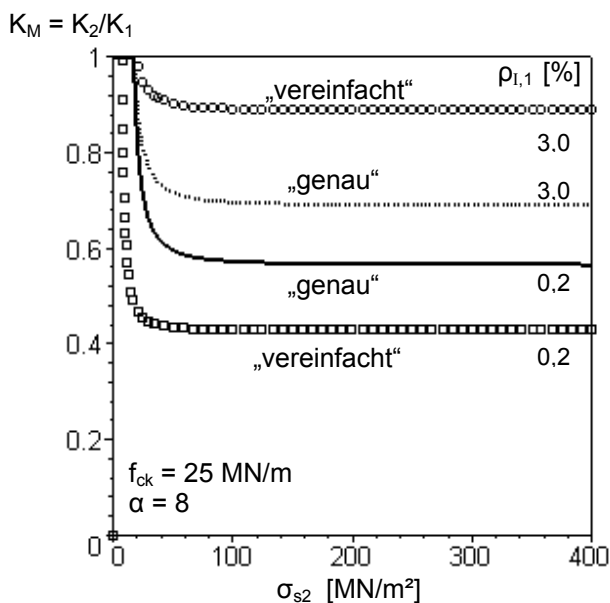


Bild 4.15:

Vergleich für den Steifigkeitsabfall im Zustand II nach dem Ansatz nach *Model Code 90* bei einer genauen und einer näherungsweise Berücksichtigung der Querschnittswerte

Da mit dem Ansatz nach *Heft 525 DAfStb.*, *Donaubauer (2002)* gute Übereinstimmung mit numerischen Verformungsberechnungen und Versuchsergebnissen erzielt hat, sich andererseits bei hohen Bewehrungsgraden unrealistische Kurvenverläufe ergeben können und sich zum modifizierten Vorgehen nach *Model Code 90* vergleichsweise geringe Abweichungen der Kurvenverläufe gerade im Schnittpunkt des abschnittswisen linearen Ansatzes ergeben, sind die im Anhang A angegebenen Kurvenverläufe zum Steifigkeitsverhältnis für unterschiedliche Bewehrungsgrade, Verhältnisfaktoren der E-Moduln auf der Grundlage des Vorgehens nach *Model Code 90* ermittelt. Den Kurvenverläufen liegt die Vereinfachung für die

statische Querschnittshöhe $d \approx 9/10 h$ zugrunde. Es sind sowohl die Kurvenverläufe für die Zugfestigkeit f_{ctm} in Abhängigkeit der Betondruckfestigkeit f_{ck} angegeben sowie auch die Kurven für eine Dauerstandzugfestigkeit von $0,7 f_{ctm}$. Auf die mathematische Darstellung der Zusammenhänge soll an dieser Stelle verzichtet werden. Sie können ebenfalls dem Anhang A entnommen werden.

Unter Berücksichtigung einer Druckbewehrung sind beispielhaft in Bild 4.16 die Kurvenverläufe für eine Betonfestigkeitsklasse $f_{ck} = 25 \text{ MN/m}^2$ angegeben.

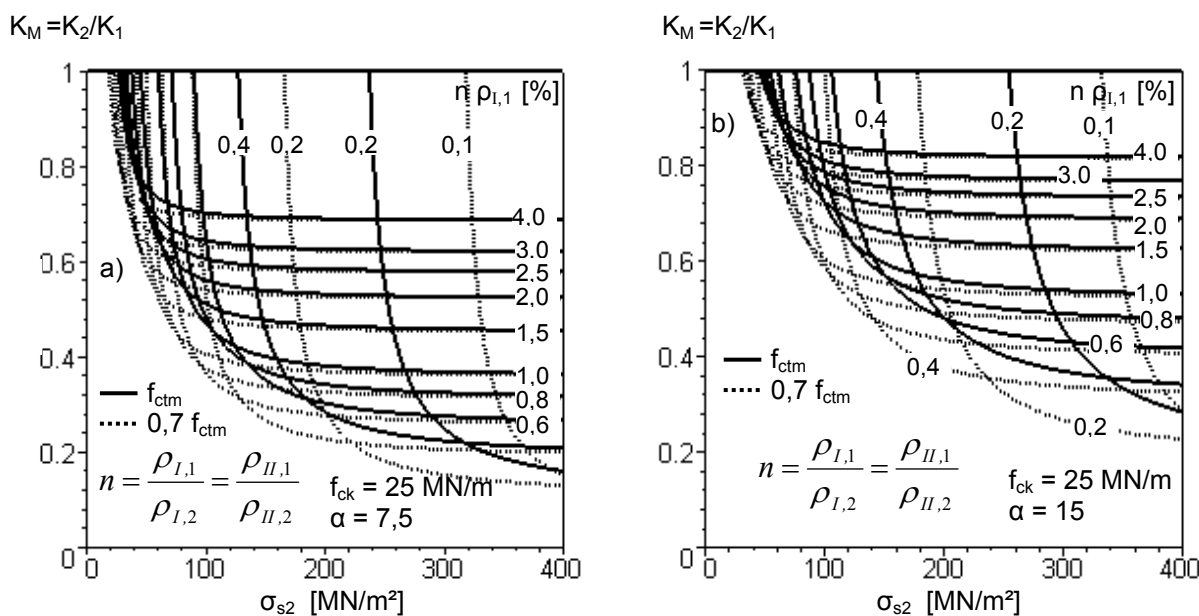
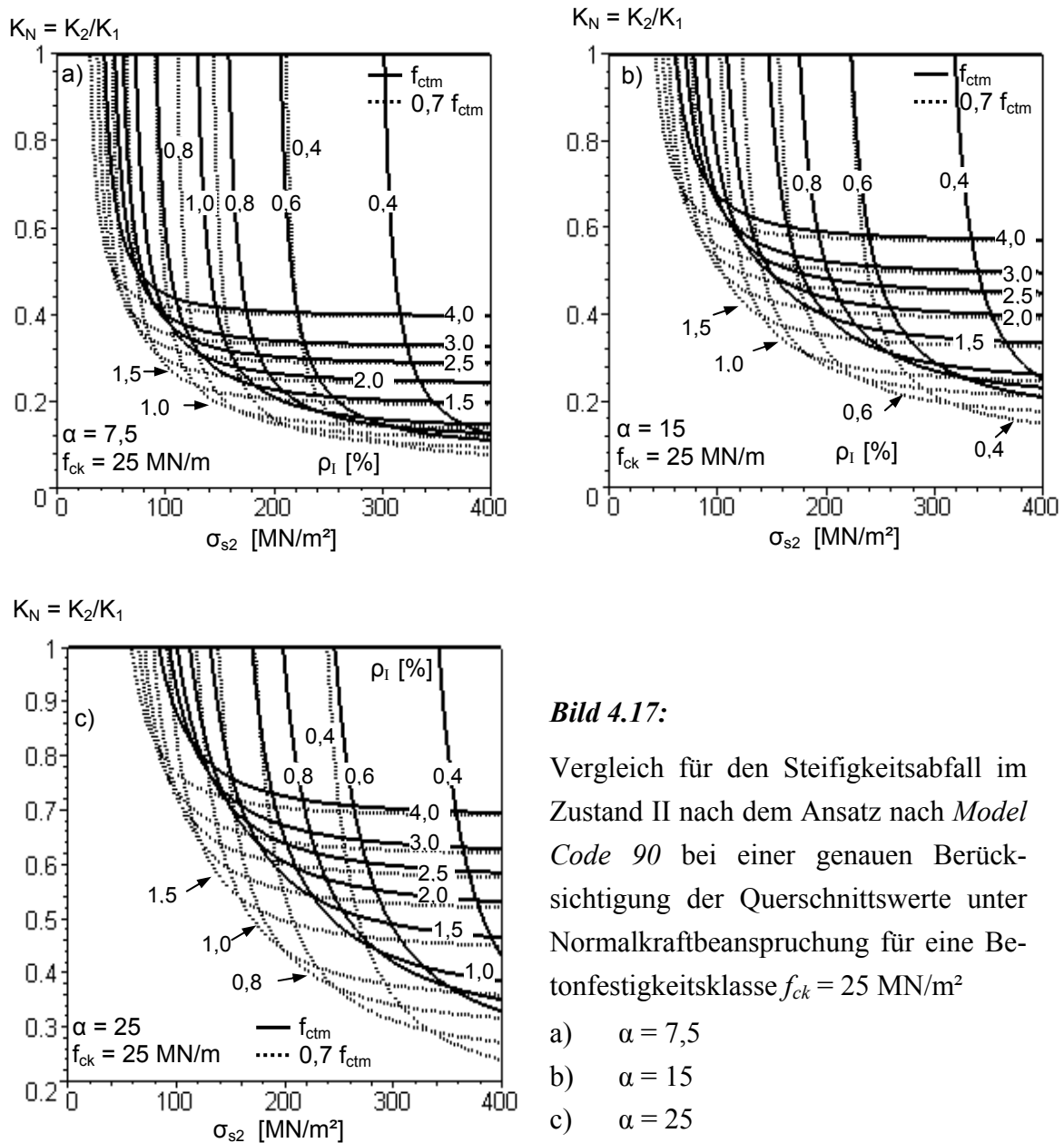


Bild 4.16: Vergleich für den Steifigkeitsabfall im Zustand II nach dem Ansatz nach *Model Code 90* bei einer genauen Berücksichtigung der Querschnittswerte unter Berücksichtigung einer Druckbewehrung

- a) $f_{ck} = 25 \text{ MN/m}^2$; $\alpha = 7,5$
- b) $f_{ck} = 40 \text{ MN/m}^2$; $\alpha = 15$

Für eine Normalkraftbeanspruchung können ähnliche Kurven für den Verhältniswert von Zustand II zu Zustand I abgeleitet werden. Nachfolgendes Bild 4.17 zeigt eine Gegenüberstellung der unterschiedlichen Verläufe.

**Bild 4.17:**

Vergleich für den Steifigkeitsabfall im Zustand II nach dem Ansatz nach *Model Code 90* bei einer genauen Berücksichtigung der Querschnittswerte unter Normalkraftbeanspruchung für eine Betonfestigkeitsklasse $f_{ck} = 25 \text{ MN/m}^2$

- a) $\alpha = 7,5$
- b) $\alpha = 15$
- c) $\alpha = 25$

4.2.6 Schubsteifigkeit

Die infolge einer Querkraftbeanspruchung hervorgerufene Verformung kann für ungerissene Bauteile und nach *Heft 240 DAfStb.* für Bauteilschlankheiten $l_i/d > 12$ i. d. R. vernachlässigt werden. Für kleinere Schlankheiten sollten diese Verformungsanteile bei der Berechnung gerissener Stahlbetonbauteile allerdings berücksichtigt werden. Nach *Heft 240 DAfStb.* wird der Einfluss der Schubverzerrung γ auf die Querkraftverformung w_V durch ein parallelgurtiges Gelenkfachwerk aus Betondruckstreben und Stahlzugstreben angenähert. Für vertikal an-

geordnete Schubbewehrung und einer Druckstrebenneigung von 45° kann die Schubsteifigkeit im gerissenen Zustand näherungsweise durch

$$GA_{s,2} = \frac{b_w \cdot z \cdot E_c}{4 + \frac{b_w \cdot E_c}{a_{sw} \cdot E_s}} \quad (4.35a)$$

angesetzt werden, wobei sich die Schubverformung unter Anwendung des Prinzips der virtuellen Kräfte allgemein zu

$$\delta F \cdot w_V = \int_0^l \delta V \cdot \gamma \cdot dx \quad \text{mit} \quad \gamma = \frac{V}{GA_s} \quad (4.35b)$$

bestimmen lässt. Im Hinblick auf die in Abschnitt 5 abgeleiteten Versagenskriterien für Ersatzsysteme unter Mulden- und Sattellagerungen kann die Schubsteifigkeit im ungerissenen Zustand

$$GA_{s,1} = \alpha_s \cdot \frac{E_c}{2 \cdot (1 + \nu)} \cdot A_{c,i} \approx \alpha_s \cdot \frac{E_c}{2 \cdot (1 + \nu)} \cdot b \cdot h \quad (4.36)$$

berücksichtigt werden. Die zeitabhängige Zunahme der Schubverformung infolge Verkürzung der Druckstreben durch Kriechen kann durch die Einführung des effektiven Elastizitätsmoduls $E_c = E_{c,eff}$ berücksichtigt werden. Für eine genauere Bestimmung der Schubsteifigkeit wird auf die Arbeit von *Hauschild (1996)* verwiesen.

4.2.7 Steifigkeitsansätze bei Beanspruchungen infolge Gebäudesetzungen

Hinweise für eine zusammenfassende und vereinfachte Vorgehensweise bezüglich der Gebäude- bzw. der Bauteilansätze zur Steifigkeit bei Zwangsbeanspruchungen infolge Setzungen finden sich in Abschnitt 4.6.

4.3 Eigenschaften von Mauerwerk

4.3.1 Allgemeines

Neben den zeitlichen Materialveränderungen spielen für die Beschreibung der Materialeigenschaften von Mauerwerk die aus der Literatur bekannten Bruch- und Versagenskriterien eine entscheidende Rolle, sodass nachfolgend auch kurz auf diese wesentlichen Versagenseigenschaften eingegangen werden soll.

Der Verbundbaustoff Mauerwerk, bestehend aus den Komponenten Mörtel und Stein lässt eine Vielzahl verschiedener Mauerwerksarten zu, die sich hinsichtlich des Materials, der Steingröße und -geometrie in Verbindung mit handelsüblichen Mörtelarten unterscheiden, sodass das Tragverhalten durch diese Stoffeigenschaften und das Zusammenwirken der genannten Komponenten festgelegt und bestimmt wird. Hierbei spielen neben dem Herstellungsverfahren und der Geometrie der Steine, das Mischungsverhältnis von Bindemittel und Zuschlag des Mauermörtels sowie der Lochanteile der Steine eine Rolle. Die Verarbeitung erfolgt in der Regel direkt vor Ort, sodass auch diese örtlichen Verhältnisse wie Temperatur, Steinlagerung, Luftfeuchte, etc. Einfluss auf die Festigkeit des Mauerwerks haben. Durch vertikale und eventuell auch gleichzeitig wirkende horizontale Beanspruchungen in Verbindung mit Baugrundbewegungen können verschiedene Versagensformen auftreten. Theoretisch kann bekanntlich zwischen

- Druckversagen,
- Zugversagen,
- Biegezugversagen und
- Schubversagen

unterschieden werden. Allerdings tritt das Versagen von Mauerwerk meist durch Kombination der verschiedenen Versagensformen ein, sodass eine exakte Zuordnung nicht erfolgen kann. Typische Rissarten sind nachfolgenden in Bild 4.18 dargestellt.

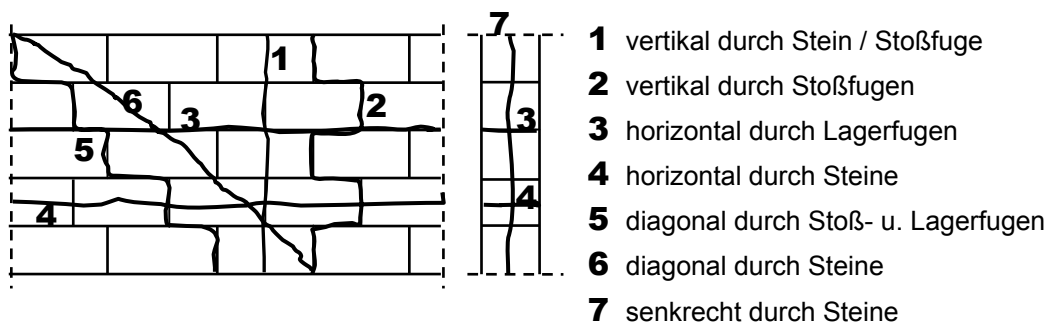


Bild 4.18: Typische Rissarten in Mauerwerk

In Tabelle 4.2 ist eine theoretische Einteilung der verschiedenen Versagensformen gegeben; in Bild 4.19 sind die Versagensformen anhand einer Mauerwerksscheibe in Verbindung mit Baugrundverformungen näher erläutert.

Tabelle 4.2: Versagensformen von Mauerwerk

Versagensformen und Charakteristiken		
Druckversagen		
Risse parallel zur Belastungsrichtung - Vertikallast: Vertikalriss durch Stein und Fuge; setzt jedoch die Lagerung auf einem gleichmäßig steifen Untergrund voraus. - Horizontallast: Ablösen der einzelnen Steinschichten voneinander; seltene Versagensform.		1
Zugversagen		
- Aufreißen der Lagerfuge durch Überschreiten der Zugfestigkeit senkrecht zu den Lagerfugen		2.1
- Überschreiten der Mauerwerkszugfestigkeit parallel zu den Lagerfugen		2.2
Schubversagen		
Fall 1: Rei- bungsver- sagen	Horizontales Gleiten entlang einer oder mehrerer Lagerfugen; - geringe Auflast und Horizontalbelastung	3.1
	- durch Gewölbeschub in den Fußpunkten entstehende Horizontallasten Diese Versagensart setzt die freie Verformung voraus, sodass es zum Aufklaffen der Lagerfuge durch Überschreitung der Kohäsion und der Reibung zwischen Stein und Mörtel kommt.	3.2
Fall 2:	Vor Versagen der Lagerfuge kann es bei Erhöhung der Druckbeanspruchung zu einem Reißen der Steine infolge schräger Hauptzugspannungen im Stein kommen.	4
Fall 3:	Bei sehr hohen Druckspannungen versagt Mauerwerk infolge schräger Hauptdruckspannungen	

Gerade die Verbundeigenschaften von Mauerwerk und Mörtel haben auf das Tragverhalten von Mauerwerk einen entscheidenden Einfluss. Haftscher- und Haftzugfestigkeit ermöglichen das Zusammenwirken von Mörtel und Stein. Im Allgemeinen wird für Mauerwerk die Annahme eines homogenen Materialverhaltens verwendet. Die aus Versuchen gewonnenen Eigenschaften des Mauerwerks streuen allerdings zum Teil erheblich, bei der Festlegung der Materialeigenschaften wird in der Regel von Mittelwerten ausgegangen; die mathematische Formulierung der Zusammenhänge werden meist empirisch dargestellt. Oftmals konnten durch die Versuche nur Teilbereiche erfasst werden, aus denen allgemeingültige Zusammenhänge nur schwer abgeleitet werden können.

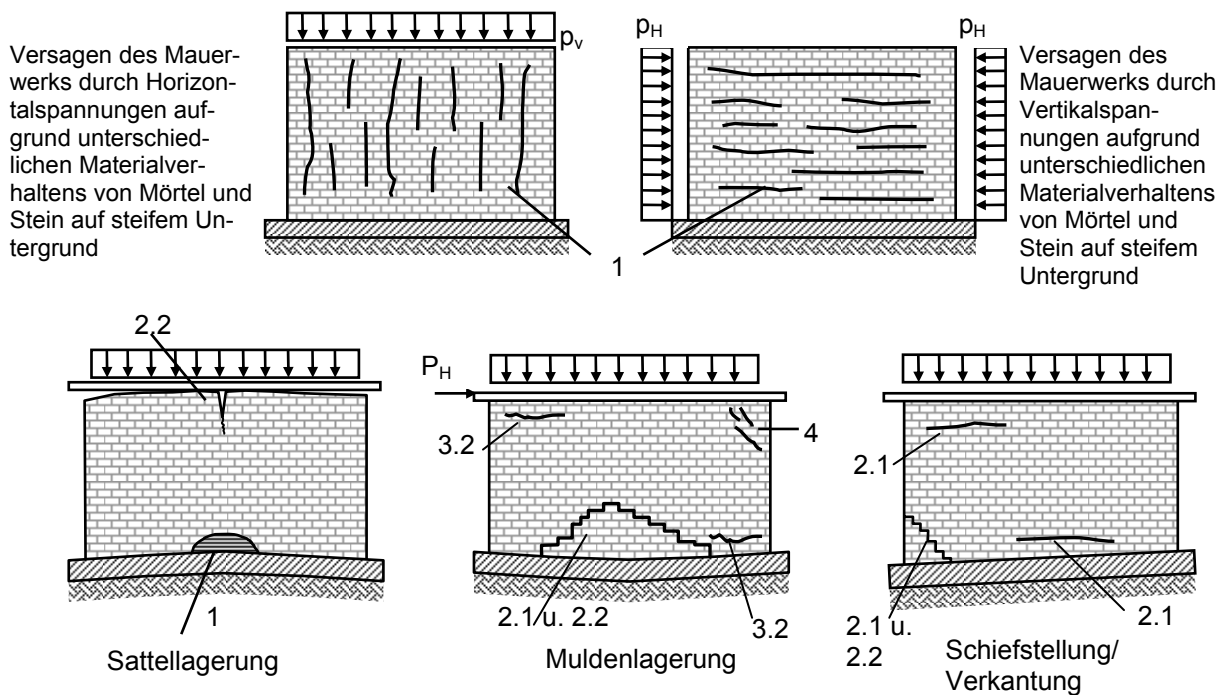


Bild 4.19: Versagensformen von Mauerwerksscheiben unter Berücksichtigung von Baugrundverformungen, vgl. u. a. *Ruile (1999)*

Für eine rechnerische Beurteilung der Rissicherheit von Mauerwerkswänden wie für die Analyse von Schadensfällen und der Dimensionierung von Sonderfällen der Tragwerksplanung sind die in den Normen und zahlreichen Richtlinien angegebenen Kennwerte oftmals nicht ausreichend und zum Teil auch zu ungenau; es bedarf einer genaueren Kenntnis über die Einflussfaktoren, Eigenschaften und Verhaltensweisen des Verbundbaustoffs Mörtel und Stein. Hilfreich können in unklaren Fällen Belastungsproben an Probekörpern sein.

4.3.2 Materialverhalten unter Druckbeanspruchung

4.3.2.1 Zentrische Druckbeanspruchungen senkrecht zur Lagerfuge

Bei einachsiger Druckbeanspruchungen senkrecht zur Lagerfuge kommt es neben der Stauchung der Steine und des Mörtels aufgrund des ungleichen Querdehnungsverhaltens der Komponenten, der vorhandener Inhomogenitäten in der Mörtelfuge und im Verbundverhalten zu dreiachsigen Spannungszuständen in Stein und Mörtel. Die meist größere Querdehnung des Mörtels und dessen Herausquellen wird dabei durch Reibungskräfte behindert, die Zugspannungen in Querrichtung des Steins erzeugen. Diese Querzugspannungen können die Zug-

festigkeit des Steins erreichen und zum Versagen führen. Darüber hinaus sind weitere Einflussgrößen auf das Bruchverhalten, wie das Verhältnis von Querdehnungs- zu Längsdehnungsverhalten des Mörtels, das Verhältnis der Zug- zur Druckfestigkeit der Steine, die Fugendicke sowie Format, Lochart und Lochanteil der Steine vorhanden. Der sich einstellende dreiachsige Spannungszustand im Mauerwerk ist in Bild 4.20 dargestellt.

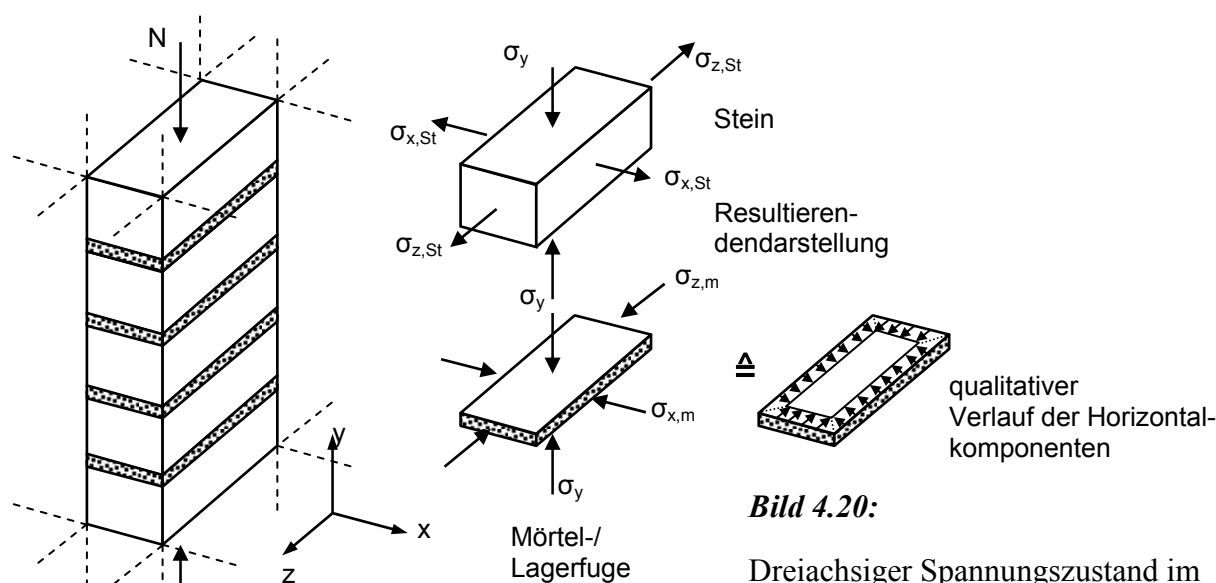


Bild 4.20:

Dreiachsiger Spannungszustand im Mauerwerk unter Druckbeanspruchung senkrecht zur

Da sich der beschriebene Versagensmechanismus bei Mauerwerk in Kombination mit Dünnbettmörtel nicht in gleicher Weise einstellen kann, liegen hier die Druckfestigkeiten vergleichsweise höher, als bei Mauerwerk mit Normalmörtel. Zur Beschreibung des Bruchmechanismus von Mauerwerk unter zentrischer Druckbeanspruchung kann nach *Hilsdorf (1965)* die in Bild 4.21 dargestellte Bruchkurve zugrunde gelegt werden. Neben eines linear-elastischen Materialverhaltens der einzelnen Komponenten Mörtel und Stein, einer konstanten Verteilung der Horizontalspannungen über die Steinhöhe und die Mörtelhöhe, liegen dem Bruchmechanismus ein homogenes und isotropes Materialverhalten sowie ein vollkommener Verbund zwischen den Komponenten zugrunde.

Die Tragfähigkeit unter einer zentrischen Druckbeanspruchung lässt sich dabei aus einer Kombination zweier Bruchkurven beschreiben. Die Spannungsentwicklung im Stein folgt dabei der Linie L_1 bis zum Erreichen der Bruchlinie des Steins im Punkt A_1 . Durch Rissbildung werden die aus behinderter Querdehnung vorhandenen Zugbeanspruchungen abgebaut und die Spannungsentwicklung kann dann durch die Linie L_2 beschrieben werden.

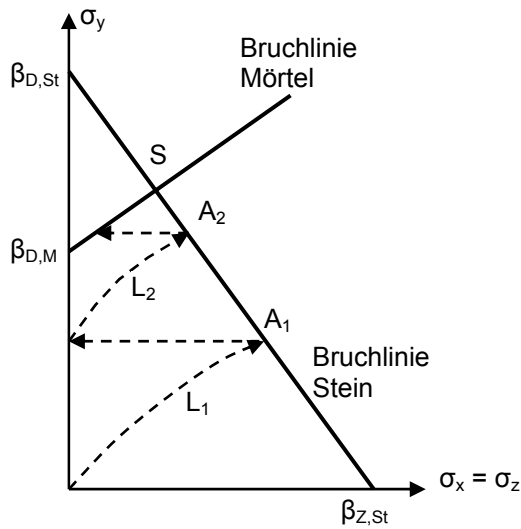


Bild 4.21:
Bruchkurve nach *Hilsdorf (1965)*
für Mauerwerk unter zentrischer
Druckbeanspruchung

Dieser Vorgang wiederholt sich bis zum Erreichen des Schnittpunktes *S* der Bruchlinie für Mörtel und Stein. Die Beziehungen für die einzelnen Bruchlinien sowie für den Schnittpunkt *S* sind in nachfolgender Tabelle 4.3 zusammengestellt und erläutert. Allgemein kann durch eine Verwendung des Bruchkriteriums nach *Hilsdorf (1965)* der Versagensmechanismus von zentrisch beanspruchtem Mauerwerk ausreichend genau beschrieben werden. Weitere Bruchbedingungen sind in der Arbeit von *Simon (2002)* zusammengestellt.

Darüber hinaus wurden aus der Auswertung von Versuchsergebnissen empirisch Zusammenhänge abgeleitet. Eine zusammenfassende Darstellung mit weiterführenden Literaturhinweisen ist ebenfalls in der Arbeit von *Simon (2002)* enthalten.

Tabelle 4.3: Beziehungen für die Bruchlinien und den Schnittpunkt *S* nach *Hilsdorf (1965)*

Versagensform	Beziehung	Bezeichnungen
Bruchlinie Stein	$\sigma_y = \frac{\beta_{D,St}}{\beta_{Z,St}} \cdot \sigma_{x,St} - \beta_{D,St}$	$\beta_{D,St}$ Steindruckfestigkeit $\beta_{Z,St}$ Steinzugfestigkeit
Bruchlinie Mörtel	$\sigma_y = -m \cdot \frac{h_m}{h_{St}} \cdot \sigma_{x,St} - \beta_{D,m}$	$\beta_{D,m}$ Mörteldruckfestigkeit h_{St} Steinhöhe
Schnittpunkt <i>S</i>	$\sigma_y = -\beta_{D,St} \cdot \frac{\frac{\beta_{Z,St} + \beta_{D,m} \cdot \frac{h_{St}}{h_m \cdot m}}{\beta_{D,St}} + \frac{h_{St}}{h_m \cdot m}}{\frac{\beta_{Z,St}}{\beta_{D,St}} + \frac{h_{St}}{h_m \cdot m}}$	h_m Fugendicke m Steigung der Bruchgerade σ_i Normalspannungen in <i>i</i> - Richtung mit $i = \{x, y, z\}$
Bemerkung: Die Steigung <i>m</i> der Bruchlinie für Mörtel ist aus Versuchen zu bestimmen Die verwendeten Bezeichnungen entsprechen der DIN 1053:1996		

Nach *Eurocode 6* und *DIN 1053-1* ist dabei zwischen der Mauerwerksdruckfestigkeit bei Verwendung von Normalmörtel, Dünnbettmörtel und Leichtmörtel zu unterscheiden. In allgemeiner Form kann die Druckfestigkeit von Mauerwerk nach Gleichung (4.37) bestimmt werden.

$$f_{m,y} = K_{\perp} \cdot f_{b,\perp}^{\alpha} \cdot f_{mo,\perp}^{\beta}, \text{ wobei} \quad (4.37)$$

$f_{m,y}$ dabei die Mauerwerksdruckfestigkeit senkrecht zur Lagerfuge bezeichnet. Eine Zusammenstellung der Werte $K, f_b^{\alpha}, f_{mo}^{\beta}$ ist in *Schubert (1997)* enthalten. Vereinfachte Rechenwerte für die Kombinationen der Steinfestigkeitsklasse und der Mörtelgruppe sind in den Normenwerken angegeben.

4.3.2.2 Druckbeanspruchungen parallel zur Lagerfuge

Die Druckfestigkeit parallel zur Lagerfuge $f_{m,x}$ kann sich erheblich von der Druckfestigkeit senkrecht zur Lagerfuge unterscheiden. Dies ist gerade dann der Fall, wenn es sich einerseits um anisotropes Verhalten der Mauersteine handelt und wenn andererseits die Stoßfugen im Läuferverband unvermörtelt ausgeführt, also knirsch aneinandergestoßen werden. Die Druckfestigkeit von Mauerwerk parallel zur Lagerfuge kann ebenfalls empirisch nach Gleichung (4.38) bestimmt werden.

$$f_{m,x} = K_{\parallel} \cdot f_{b,\parallel}^{\alpha} \cdot f_{mo,\parallel}^{\beta} \quad (4.38)$$

Eine Zusammenstellung der in Gleichung (4.38) angegebenen Beziehungen ist ebenfalls in *Schubert (1997)* enthalten. Allerdings sind noch nicht für alle Stein- und Mörtelkombinationen aufgrund fehlender Versuche gesicherte Werte vorhanden.

Durch den Schwindvorgang des Mörtels und der damit verbundenen Möglichkeit des Ablösens der Mörtelschicht vom Stein in der Stoßfuge ist keine dauerhafte Kraftübertragung gewährleistet.

4.3.3 Nicht-lineares Spannungs-Dehnungsverhalten von Mauerwerk

Bekanntlich kann für Mauerwerk unter Druckbeanspruchung die Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Stahlbeton für ein nicht-lineares Materialverhalten zugrunde gelegt werden. Allerdings kann die Grenzstauchung von Stahlbeton $\varepsilon_u = -3,5\%$ nicht auf alle Mauerwerksarten übertragen werden. Auf der Grundlage unterschiedlicher Grenzstauchungen gibt *Jäger (2002)* charakteristische Spannungs-Dehnungs-Beziehungen für Mauerwerk an, die grob in

einen linear-elastischen, einen nicht linearen, spröden und einen nicht linearen, duktilen Verlauf eingeteilt werden können, wobei für das linear-elastische Verhalten ein duktiler Bruch ausgeschlossen wird. Der Elastizitätsmodul kann dabei als Sekantenmodul bei $1/3$ der Druckfestigkeit bestimmt werden.

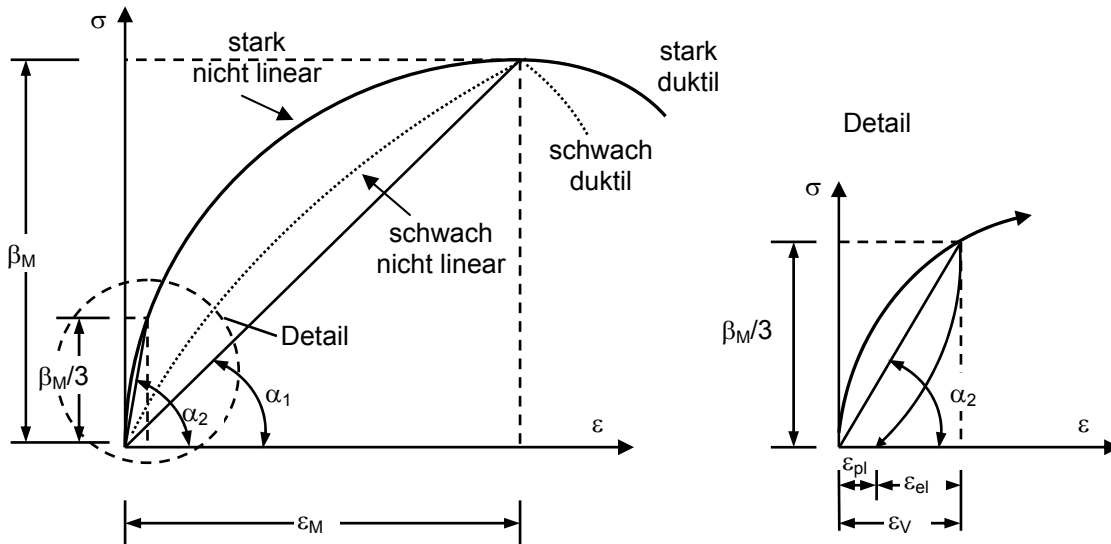


Bild 4.22: Spannungs-Dehnungslinie von druckbeanspruchtem Mauerwerk nach Jäger (2002), enthalten in Glock (2004)

Zur vereinfachten Beschreibung des Spannungs-Dehnungsverhaltens auf der Grundlage der Beziehung für Stahlbeton nach Gleichung (4.1) wurden von Meyer/Schubert (1992) Grenzdrehungen und Völligkeitswerte für unterschiedliche Mauerwerk-Stein Kombinationen angegeben. Sie sind in Tabelle 4.4 zusammengestellt.

Tabelle 4.4: Beiwerte zur Beschreibung des idealisierten Last-Verformungsverhaltens von Mauerwerk nach Meyer/Schubert (1992)

Kenngröße	Leichtbeton und Betonsteine	Hochlochziegel und Porenbetonsteine	Kalksandlochsteine	Kalksandvollsteine
k	1,0	1,0	2,0	2,0
$\epsilon_f (= \epsilon_{c1})$ [‰]	1,2	2,0	2,0	2,0
ϵ_u [‰]	1,2	2,0	2,5	3,5

Der Elastizitätsmodul kann für gebräuchliche Mauerstein-Mörtel-Kombinationen empirisch aus der Mauerwerksdruckfestigkeit bzw. der Steindruckfestigkeit näherungsweise abgeleitet werden.

$$E = k \cdot \sigma_0 \quad (\text{DIN 1053-1}), \text{ bzw.} \quad (4.39a)$$

$$E = k \cdot f_k \quad (\text{DIN 1053-100}) \quad (4.39b)$$

Der Wertebereich liegt dabei nach *DIN 1053-1* zwischen $2500 \sigma_0$ und $7500 \sigma_0$ und nach *DIN 1053-100* zwischen $800 f_k$ und $2400 f_k$. Die charakteristische Mauerwerksdruckfestigkeit f_k bzw. σ_0 kann einerseits experimentell bestimmt, andererseits unter Anwendung von Gleichung (4.37) errechnet bzw. vereinfachend aus den Normenwerken entnommen werden. Grundlage der Umrechnung ist die Nennfestigkeit β_M in die Rechenfestigkeit β_R nach *DIN 1053-1* bzw. die charakteristische Druckfestigkeit f_k nach *Eurocode 6* oder *DIN 1053-100*.

$$\begin{aligned} \beta_R &= 0,94 \cdot \beta_M \\ f_k &= 1,18 \cdot \beta_R = 1,10 \cdot \beta_M \end{aligned} \quad (4.40)$$

Die zulässigen Druckspannungen σ_0 nach *DIN 1053-1* lassen sich anschließend unter Berücksichtigung des vereinfachten Nachweisverfahrens und des globalen Sicherheitsfaktors für Wände nach Gleichung (4.41) bestimmen

$$\sigma_0 = \frac{\beta_R}{2,67} = \frac{f_k}{3,14}. \quad (4.41)$$

Für die Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Mauerwerk unter Zugbeanspruchung kann in guter Näherung von einem linearen Verlauf ausgegangen werden, wobei der Elastizitätsmodul unter Zugbeanspruchungen dem Ursprungsmodul unter Druck entspricht, auf eine Berücksichtigung des Nachbruchverhaltens ähnlich dem Stahlbeton sollte aber aufgrund des meist schlagartigen Versagens unter Zug- bzw. Biegezugbeanspruchung abgesehen werden. Empirische Formulierungen für den Zug-E-Modul von Mauerwerk enthält *Schubert (2005)*.

Der Schubmodul G kann allgemein aus dem Elastizitätsmodul nach der bekannten Form

$$G = E / (2 \cdot (1 + \nu)) \quad (4.42a)$$

ermittelt werden. Liegen keine gesicherten Werte über die Querdehnzahl ν vor, kann der Schubmodul auch vereinfacht nach Gleichung (4.42b) bestimmt werden.

$$G \approx 0,40 E \quad (4.42b)$$

Der Rechenwert der Querdehnzahl ν zur Beschreibung des zweiachsigen Tragverhaltens von Mauerwerk für Mauerstein mit Normalmörtel liegt zwischen 0,1 und 0,25, also im Wertebereich von Beton.

4.3.4 Zug- und Biegezugfestigkeit von Mauerwerk

4.3.4.1 Allgemeines

Der Ansatz einer Zug- und Biegezugfestigkeit rechtwinklig zur Lagerfuge darf wegen der stark streuenden Haftzugfestigkeit zwischen Mörtel und Stein für eine Bemessung nicht angesetzt werden, d. h., dass in diesem Fall die Standfestigkeit nur durch eine ausreichend große Auflast gewährleistet werden kann. Üblicherweise tritt das Versagen in der Lagerfuge auf; bei Verwendung von Dünnbettmörtel in Verbindung mit niederfesten Steinen (Porenbetonsteine) kann es jedoch auch zum Steinversagen kommen. Dabei ist die Haftzugfestigkeit von der Ausführungsqualität der Mörtelfuge und auch von Lagerungsbedingungen der Steine vor Ort abhängig. In diesem Zusammenhang hat auch das Lochbild der Steine Einfluss auf die Biegezugfestigkeit, da gerade bei Hochlochziegeln die in die Steine hineinragenden Mörteldorne die Biegezugfestigkeit deutlich erhöhen können. In *Eurocode 6* sind Rechenwerte der Biegezugfestigkeit senkrecht zur Lagerfuge enthalten, es wird allerdings empfohlen, die Biegezugfestigkeit nur für zeitweise einwirkende Lasten, beispielsweise Wind in Rechnung zu stellen.

4.3.4.2 Zugbeanspruchungen senkrecht zur Lagerfuge

Da die Mauerwerkswände im Allgemeinen zur Lastabtragung lotrechter Beanspruchungen herangezogen werden, tritt eine Zugbeanspruchung über den gesamten Querschnitt nur sehr selten auf. Prinzipiell sind aber zwei Versagensarten denkbar, einerseits ein

- Verbundversagen zwischen Mörtel und Stein,

das i. d. R. durch die Haftzugfestigkeit zwischen den beiden Komponenten beeinflusst wird, und andererseits ein

- Versagen durch Überschreiten der Steinzugfestigkeit,

wenn die Steinzugfestigkeit geringer ist, als die Haftzugfestigkeit zwischen Mörtel und Stein. Bild 4.23 zeigt die beiden Versagensmechanismen.

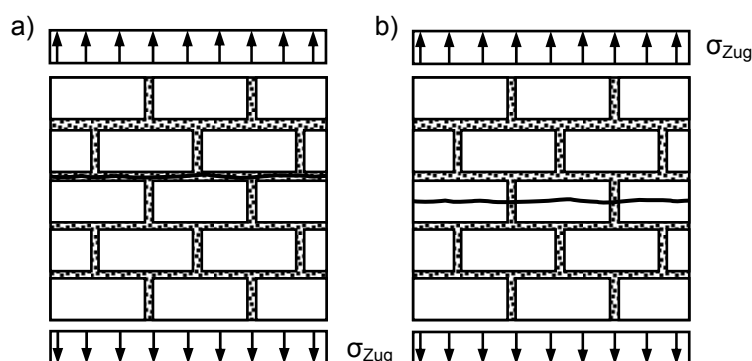


Bild 4.23: Versagensformen von auf Zug belastetes Mauerwerk parallel zur Lagerfuge

- a) Versagen durch Überschreiten der Haftzugfestigkeit zwischen Mörtel und Stein
- b) Versagen durch Überschreiten der Steinzugfestigkeit

Dabei ist die Haftzugfestigkeit von der Ausführungsqualität der Mörtelfuge und auch von Lagerungsbedingungen der Steine vor Ort abhängig. Ein Ansatz einer Zugfestigkeit senkrecht zur Lagerfuge kann allerdings nach *Eurocode 6* in Ansatz gebracht werden, wenn kein unmittelbares Versagen des Gesamttragwerks besteht.

4.3.4.3 Zugbeanspruchung parallel zur Lagerfuge

Zugversagen parallel zur Lagerfuge kann beispielsweise infolge von Zwangsbeanspruchungen erfolgen, aber auch durch ein Zusammenwirken von senkrecht aufeinander stehenden, im Verband gemauerten Wänden auftreten. Das Versagen kann dabei durch ein

- Überschreiten der Verbundfestigkeit zwischen Stein und Mörtel

erfolgen. In Abhängigkeit des Verhältnisses der Steinzugfestigkeit zur Verbundfestigkeit kann sich einerseits ein treppenartiger Riss, andererseits ein Riss durch die Steine einstellen. Treppenartige Risse treten dann auf, wenn die Verbundfestigkeit klein gegenüber der Steinzugfestigkeit ist. Demgegenüber treten vertikale Risse dann auf, wenn die Verbundfestigkeit zwischen Mörtel und Stein groß gegenüber der Steinzugfestigkeit ist. Bild 4.24 zeigt die Versagensarten.

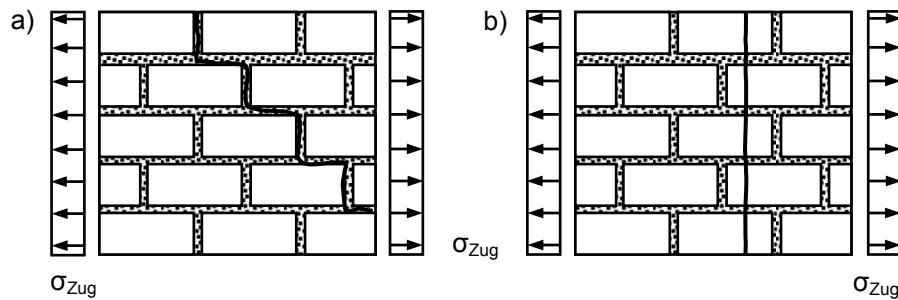


Bild 4.24: Versagensformen von auf Zug belastetem Mauerwerk senkrecht zur Lagerfuge
 a) Versagen durch Überschreiten der Verbundfestigkeit zwischen Mörtel und Stein
 b) Versagen durch Überschreiten der Steinzugfestigkeit

Die beschriebenen Versagensmechanismen kann durch die Bruchtheorie nach *Mann (1992)* beschrieben werden. Dabei wird von einer unvermörtelten Stoßfuge ausgegangen, da sich durch Zwangsbeanspruchungen, beispielsweise Schwindvorgängen die Mörtelschicht in der Stoßfuge lösen kann, aber auch ausführungsbedingt nicht prinzipiell eine vollständig vermörtelte Stoßfuge vorhanden sein muss. Durch diese Annahme muss ein Teil der Zugbeanspruchung über Reibung in die benachbarten Steine übertragen werden. Der Reibwiderstand in der Lagerfuge kann durch das bekannte Gesetz von Mohr-Coulomb beschrieben werden, wenn die Haftscherfestigkeit einer Kohäsion gleichgesetzt wird. Für die einwirkende Belastung wird dabei davon ausgegangen, dass die auf zwei Steine wirkende Zugbeanspruchung über die Lagerfugen in einen Stein eingeleitet werden muss. Von jedem Stein wird also die doppelte der von außen aufgetragenen Einwirkung aufgenommen. Aus denen in Bild 4.25 dargestellten Zusammenhängen, lässt sich unter Einhaltung des horizontalen Gleichgewichts im entsprechenden Schnitt die bekannte Beziehung

$$f_{mt} = \min \left\{ \begin{array}{l} 0,5 \cdot f_{bt} \cdot \left(\frac{1}{1 + d_f / h_{St}} \right) \\ f_v \cdot \frac{\ddot{u}}{h_{St} + d_f} \end{array} \right. \quad (4.43)$$

ableiten, wobei $f_v = \tau = f_{v0} + \mu \cdot \sigma_D$ ist, d_f die Fugendicke und f_{bt} die Steinzugfestigkeit beschreibt.

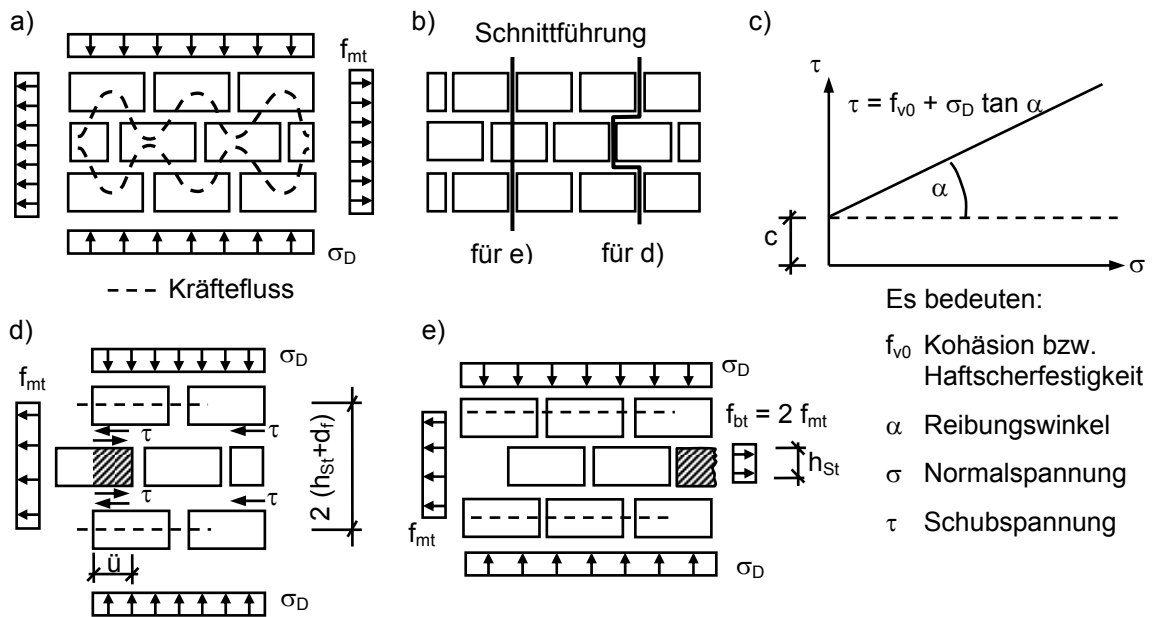


Bild 4.25: Prinzipielle Darstellung der Zusammenhänge für das Versagenkriterium nach Mann unter Zugbeanspruchung von Mauerwerk parallel zur Lagerfuge

- a) Wandelement im Gebrauchszustand
- b) Schnittführung
- c) Coulomb'sches Reibungsgesetz
- d) Versagen der Lagerfuge
- e) Versagen des Steins

Nach *DIN 1053-100* liegen die Rechenwerte der Zugfestigkeit in Abhängigkeit der Steinfestigkeitsklasse zwischen $0,02 \text{ MN/m}^2$ und $0,4 \text{ MN/m}^2$. In der DB-Richtlinie *Ril. 805* dürfen für Standsicherheitsnachweise von bestehenden Gewölbebrückenkonstruktionen aus Mauerwerk Zugspannungen nicht größer als $0,5 \text{ MN/m}^2$ in Ansatz gebracht werden.

Die Werte für die Haftscherfestigkeit liegen für eine vermörtelte Stoßfuge zwischen $0,02 \text{ MN/m}^2$ und $0,26 \text{ MN/m}^2$, für eine unvermörtelte Stoßfuge gelten die halben Werte.

4.3.4.4 Biegezugbeanspruchung senkrecht und parallel zur Lagerfuge

Wird eine Mauerwerkswand als Platte, beispielsweise durch Windbelastungen oder Erd-druckbelastungen beansprucht, treten Biegespannungen senkrecht und parallel zur Lagerfuge auf.

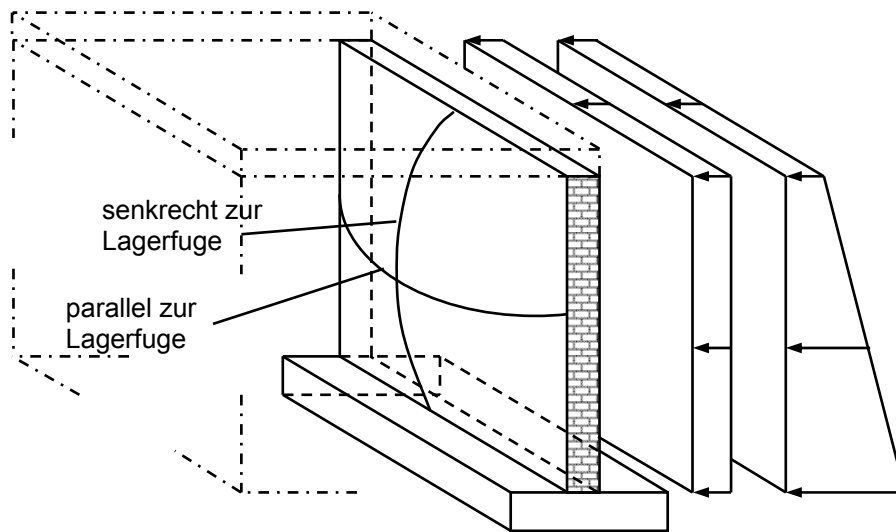


Bild 4.26: Mauerwerk unter Biegebeanspruchung senkrecht und parallel zur Lagerfuge

Die Bemessung nach *DIN 1053-1* ist dabei unter Ausschluss der Zug- und Biegezugspannungen senkrecht zur Lagerfuge zu führen, wobei die Klaffung maximal bis zur Wandmittelachse reichen darf, was einer Exzentrizität von $1/3$ der Wanddicke entspricht. Ausnahmen stellen Ausfachungswände dar. Für eine Biegezugbeanspruchung parallel zu den Lagerfugen kann ein ähnliches Versagenskriterium wie für eine Zugbeanspruchung parallel zur Lagerfuge abgeleitet werden. Bild 4.27 zeigt die wesentlichen Zusammenhänge für eine Biegebeanspruchung parallel und senkrecht zur Lagerfuge.

Unter der Voraussetzung, dass in der Stoßfuge keine Spannungen übernommen werden können, muss das über zwei Steine wirkende Biegemoment m_x von einem Stein aufgenommen werden. Nach *Mann/Bernhardt (1984)* bzw. *Mann/Tonn (1989)* ergibt sich das Versagen bei Überschreiten der Steinzugfestigkeit bzw. bei Überschreiten des Reibwiderstandes nach Tabelle 4.5.

Tabelle 4.5: Biegeversagen parallel zur Lagerfuge nach *Mann/Tonn (1989)*

Überschreiten der Steinzugfestigkeit	$\sigma_{bz,st} = \frac{6 \cdot M_x}{d^2 \cdot h_{st}} = 12 \cdot \frac{m_x}{d^2} \cdot \left(1 + \frac{d_f}{h_{st}}\right) < \beta_{z,st}$
Überschreiten des Reibwiderstandes	$\tau_T = \frac{M_T}{W_T} = \frac{m_x \cdot (h_{st} + d_f)}{\alpha \cdot d \cdot \ddot{u}^2} \leq f_{v0} + \mu \cdot \sigma_y$

Eine zusammenfassende Darstellung zur Biegezugfestigkeit enthält darüber hinaus *Schubert/Schmidt (2004)*.

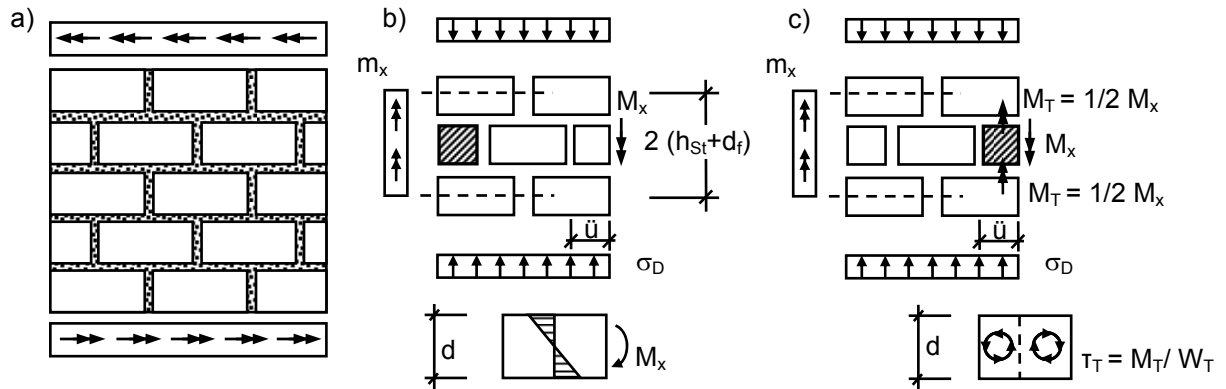


Bild 4.27: Darstellung der Zusammenhänge für Biegebeanspruchung senkrecht und parallel zur Lagerfuge von Mauerwerk

- a) Biegebeanspruchung senkrecht zur Lagerfuge
- b) Versagen infolge Überschreitung der Steinzugfestigkeit bei Biegebeanspruchung parallel zur Lagerfuge
- c) Versagen infolge Überschreitung des Reibwiderstandes bei Biegebeanspruchung parallel zur Lagerfuge

Werden die Versagensbedingungen direkt der ungestörten Biegezugspannungen $\sigma_{bz} = 6 \cdot m_x / d^2$ gegenübergestellt, ergibt sich für das Überschreiten der Steinzugfestigkeit

$$\sigma_{bz} = \frac{1}{2} \cdot \sigma_{bz,st} \cdot \frac{h_{st}}{(h_{st} + d)} \leq \frac{1}{2} \cdot \beta_{z,st} \cdot \frac{h_{st}}{(h_{st} + d)} \quad (4.44a)$$

und für das Überschreiten des Reibwiderstandes

$$\sigma_{bz} = \frac{6 \cdot \tau \cdot \alpha \cdot \ddot{u}}{d \cdot (h_{st} + d_f)} \leq (f_{v0} + \mu \cdot \sigma_y) \cdot \underbrace{\frac{6 \cdot \alpha \cdot \ddot{u}}{(h_{st} + d_f)} \cdot \frac{\ddot{u}}{d}}_{\approx 1} \approx (f_{v0} + \mu \cdot \sigma_y) \cdot \frac{\ddot{u}}{d} \quad (4.44b)$$

4.3.5 Tragverhalten von Mauerwerk unter Schubbeanspruchung

Das in Verbindung mit dem in Abschnitt 4.3.4 beschriebenen Biegeversagen auftretende Schubversagen senkrecht zur Scheibenebene (Plattenschub) soll nicht weiter verfolgt werden. Eine maßgebende Beanspruchung bei Mauerwerkswänden stellen hingegen Belastungen in Wandebene (Scheibenbeanspruchungen) dar. In Verbindung mit horizontalen Lasten in Schei-

benebene, wie Aussteifungslasten, Erdbebenlasten, etc. treten Belastungen aus der vertikalen Lastabtragung auf, die i. d. R. maßgebend für die Tragfähigkeit des Gesamtragwerks sind. Je nach Verhältnis der in Wandebene wirkenden Normalkraft- und Schubkraftbeanspruchungen besteht ein zweiachsiger Spannungszustand. Es können im Wesentlichen vier Versagensmechanismen unterschieden werden, die meist in Kombination auftreten. Sie sind in Bild 4.28 näher erläutert.

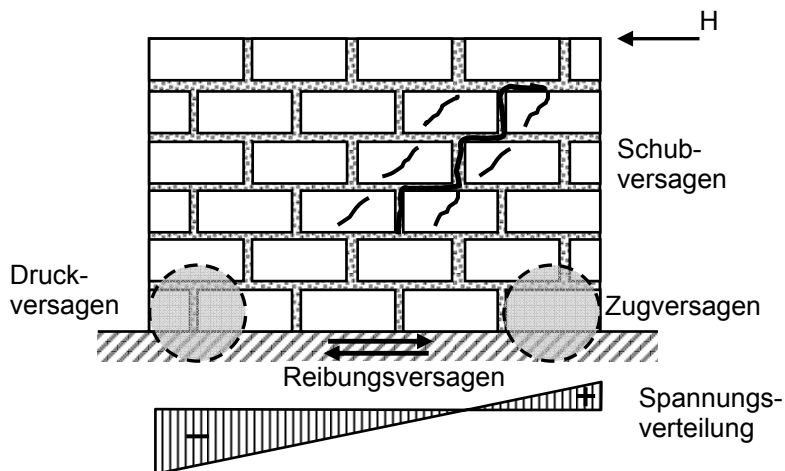


Bild 4.28:

Versagensarten bei zweiachsiger Beanspruchung in Wandebene

In den entwickelten Schubbruchtheorien wird zwischen einer Beteiligung der Stoßfugen bzw. einer Nicht-Beteiligung der Stoßfugen an der Kraftübertragung unterschieden. Nachfolgend sind die wesentlichen Mechanismen für Schubversagen von Mauerwerk ohne eine Beteiligung der Stoßfugen an der Lastabtragung zusammengestellt.

Ausgehend von einer Wandscheibe, die durch Normal- und Horizontalkräfte in Scheibenebene belastet sind (vgl. Bild 4.28), entwickelten *Mann/Müller (1973)* ein Versagensmodell, das auf der Grundlage von Gleichgewichtsbetrachtungen am Einzelstein abgeleitet wurde, wobei neben der halben Steinlänge l_{st} als Überbindemaß \ddot{u} , der Reibungsbeiwert des *Mohr-Coulomb-Kriteriums* für Reibungsversagen als konstant angenommen und die Spannungsverteilungen am Stein ebenfalls näherungsweise als konstant angesehen wurde. Nach *DIN 1053-1* wird ein Überbindemaß von $\ddot{u} > 0,4 \cdot h$ als ausreichend angesehen, siehe *Mann (1999)*. Aufgrund Finiter-Element-Berechnungen wurde der Spannungsverlauf genauer von *Schneider/Wiegand/Jucht (1976)* ermittelt. Dabei wurde festgestellt, dass der lineare Zusammenhang des *Mohr-Coulomb-Kriteriums* (Abschnitt 4.3.3.3) das Versagensverhalten nur unzureichend beschreibt, da sich der Reibungsbeiwert in Abhängigkeit der Normalspannung ändert. *Simon (2002)* erweitern das Versagensmodell von *Mann/Müller (1973)* für großformatige Steine um die variable Größe des Überbindemaßes \ddot{u} und für einen verbesserten Spannungsverlauf am Einzelstein auf der Grundlage von *Schneider/Wiegand/Jucht (1976)*. In Bild 4.29 ist die

Spannungsverteilung am Mauerwerkselement für die Ableitung der beschriebenen Versagensmodelle unter Ausschluss einer Spannungsübertragung in den Stoßfugen dargestellt.

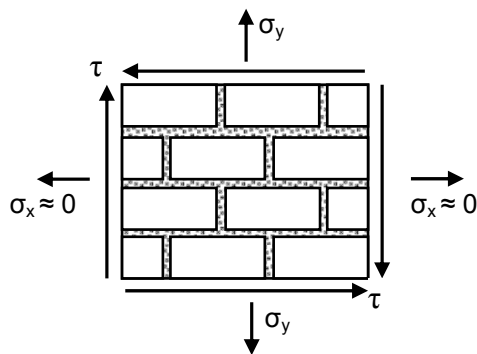


Bild 4.29:

Spannungsverteilung am Mauerwerkselement

In Abhängigkeit des Einwirkungsverhältnisses von Normal- und Horizontalkräften werden dabei im Wesentlichen vier mögliche Versagensmechanismen unterschieden. Das Schubversagen von Mauerwerk ist aber entscheidend von der Höhe der Druckspannungen abhängig.

Das Zugversagen kann aufgrund einer Biegebeanspruchung auftreten, wobei es durch Überschreiten der kritischen Zugspannungen zu einem

- Klaffen der Lagerfuge

kommen kann. Die damit bedingte Überschreitung der Haftzugfestigkeit f_{Hz} muss jedoch mit einer Starrkörperverdrehung des Einzelsteines im Verband einhergehen, sodass dieser Versagensmechanismus zwar rein theoretisch denkbar ist, in der Praxis jedoch eine untergeordnete Bedeutung hat. Im Versagenkriterium von *Simon (2002)* wird dieser Versagensmechanismus vernachlässigt. Die unter hohen Druckbeanspruchungen aus Normal- und Biegespannungen am Wandfuß der Mauerwerksscheibe in Bild 4.28 auftretenden Querkzugspannungen führen zum

- Druckversagen.

Bei hohen Normal- oder Schubspannungen kann es darüber hinaus zum

- Reibungsversagen

durch eine Überschreitung des Reibungswiderstandes zwischen Stein und Mörtel in der untersten Lagerfuge kommen. Diese Versagensart kann auch bei zu geringer Auflast an der obersten Lagerfuge auftreten. Durch eine kritische Kombination von Hauptdruck- und Hauptzugspannungen führt das

- Schubversagen

entweder zu einem treppenartigen Riss durch Lager- und Stoßfugen oder zu diagonalen Steinrissen. Aufbauend auf den verbesserten Spannungsverläufen, die prinzipiell in Bild 4.30 dar-

gestellt sind, und der Gleichgewichtsbetrachtung am Einzelstein, hat *Simon (2002)* ein weiteres Versagenkriterium für großformatige Steine eingeführt, das

- Überschreiten der Steinzugfestigkeit am Steinrand.

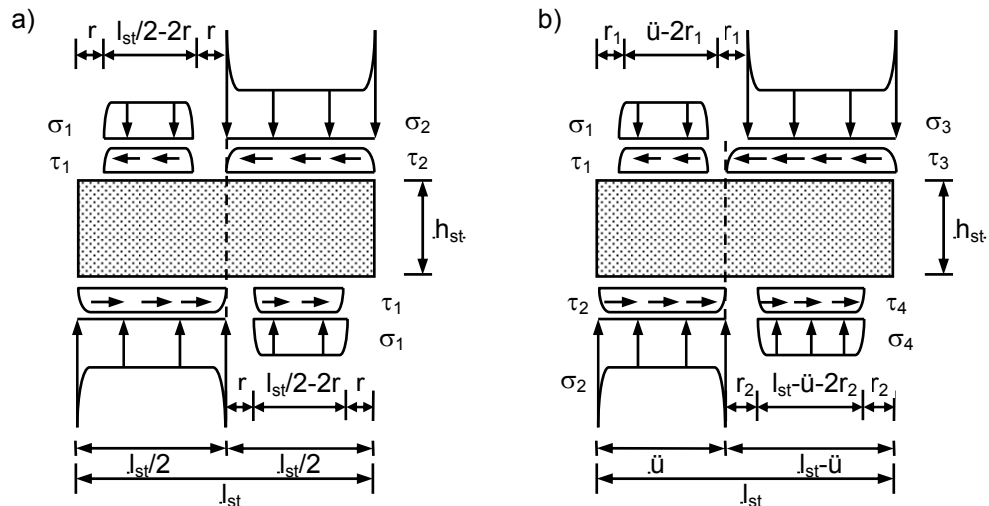


Bild 4.30: Wirklichkeitsnahe Spannungsverteilung am Einzelstein mit einem konstanten Überbindemaß nach *Mann/Müller (1973)* und einem variablen Überbindemaß nach *Simon (2002)*

- Spannungsverteilung auf der Grundlage von *Mann/Müller (1973)*
- Spannungsverteilung nach *Simon (2002)*

Im Rahmen dieser Arbeit sollen sich die Betrachtungen im Wesentlichen auf die Arbeiten von *Mann/Müller (1973)* und die Erweiterungen von *Simon (2002)* beschränken. In Tabelle 4.6 sind die Zusammenhänge für schubbeanspruchtes Mauerwerk mit vereinfachten Spannungsverläufen am Einzelstein aufgeführt. Beide beschriebenen Modelle lassen sich auch auf eine Kraftübertragung in den Stoßfugen erweitern. Eine Darstellung weiterer Modelle zur Beschreibung des Schubtragverhaltens von Mauerwerk ist in den Arbeiten von *Simon (2002)* bzw. *Graubner et al. (2005)* mit weiterführenden Literaturhinweisen zusammengestellt. Das Versagenkriterium nach *Mann/Müller (1973)* ist auch Bestandteil der Mauerwerksnormen *DIN 1053-1* bzw. *DIN 1053-100*, wobei das umstrittene Versagenkriterium - Klaffen der Lagerfuge - nicht eingeht. Es ist in Bild 4.31 dargestellt.

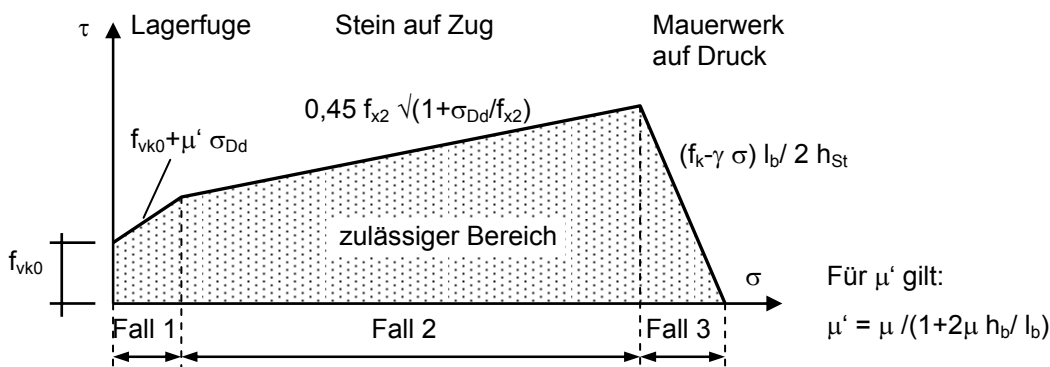


Bild 4.31: Vereinfachtes Versagenskriterium nach Mann/Müller (1973), Mann/Müller (1978) bzw. Mann/Müller (1985) enthalten in DIN 1053-100.

4.3.6 Schwinden und Kriechen von Mauerwerk

Das Kriech- und Schwindverhalten von Mauerwerk ist bislang noch wenig untersucht, sodass über den zeitlichen Verlauf nur wenige Untersuchungsergebnisse vorliegen. Nach Schubert (1996) können Kriechdehnungen zu einem bestimmten Zeitpunkt bzw. für einen bestimmten Zeitraum in Bezug auf die Endkriechdehnung ermittelt werden.

Die relative Kriechdehnung $rel \varepsilon_k$ in Bild 4.32a) kann unter Bezug auf die Endkriechdehnung $\varepsilon_{k\infty}$ ermittelt werden. Dem Diagramm liegt als praktischer Endkriechwert ein Wert der Kriechgeschwindigkeit von $100 \cdot 10^{-6} \text{ mm}/(\text{m} \cdot \text{d})$ in Abhängigkeit des Alters zugrunde, bei einer Betrachtungszeit von beispielsweise 10000 d ein Wert von 1 mm/m. Die Auswertung ist für unterschiedliche Mauerziegel dargestellt, u. a. für Hochlochziegel (HLz), Kalksandsteine (KS), Leichtbeton-Hohlblocksteine (Hbl), Vollsteine (V). Die Kriechzahl φ bzw. die Kriechdehnung ε_k können durch nachfolgende Beziehung ermittelt werden.

$$\varphi = \frac{\varepsilon_k}{\varepsilon_{el}} = \frac{\varepsilon_k \cdot E}{\sigma_{vorh}} \quad (4.45a)$$

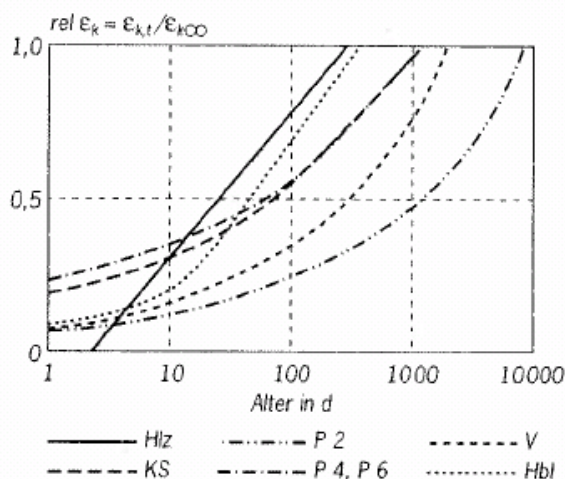


Bild 4.32a: Relative Kriechdehnung $rel \varepsilon_k$ bezogen auf die Kriechdehnung bei Erreichen einer Kriechgeschwindigkeit von $100 \cdot 10^{-6} \text{ mm}/(\text{m} \cdot \text{d})$ in Abhängigkeit des Alters, Schubert (1996).

Tabelle 4.6: Gegenüberstellung der Versagenskriterien nach Mann/Müller bzw. Simon

	Versagenskriterium nach Mann /Müller	Versagenskriterium nach Simon / Graupner
vereinfachter Spannungsverlauf am Einzelstein		
		$k = \frac{-\sigma}{\tau} \cdot \frac{\ddot{u}}{h_{st}}; r_1 = \frac{\ddot{u}}{3k} \cdot \sqrt{\frac{\ddot{u}}{h_{st}}}$ $r_2 = \frac{l_{st} - \ddot{u}}{3k} \cdot \sqrt{\frac{\ddot{u}}{h_{st}}}$
Klaffen der Lagerfuge 1	$\tau \leq (f_{HZ} - \sigma) \cdot \frac{l_{st}}{2 \cdot h_{st}}$	$\tau = -\sigma \cdot \frac{\ddot{u}}{h_{st}}$
Überschreiten des Reibungswiderstandes 2	$\tau \leq (f_{vo} - \mu \cdot \sigma) \cdot \frac{1}{1 + 2\mu \cdot h_{st} / l_{st}}$	$\tau \leq (f_{vo} - \mu \cdot \sigma) \cdot \frac{1}{1 + \mu \cdot h_{st} / \ddot{u}}$
Überschreiten der Steinzugfestigkeit 3	$\tau \leq \frac{f_{bt}}{2,3} \cdot \sqrt{1 - \frac{\sigma}{f_{bt}}}$	
Überschreiten der Druckfestigkeit 4	$\tau \leq (f_m + \sigma) \cdot \frac{l_{st}}{2 \cdot h_{st}}$	$\tau \leq (f_m + \sigma) \cdot \frac{\ddot{u}}{h_{st}}$
Überschreiten der Steinzugfestigkeit am Steinrand 5		$\tau \leq \frac{1}{2} f_{bt} \left(\frac{-\frac{1}{40} \cdot \left(\frac{h_{st}}{\ddot{u}}\right)^2 + \dots}{\dots + \sqrt{\frac{1}{1600} \cdot \left(\frac{h_{st}}{\ddot{u}}\right)^4 + 1 - \frac{\sigma}{f_{bt}}}} \right)$
Bruchehüllende		

Nach Ruile (1999) kann für die Bestimmung der zeitabhängigen Kriechdehnungen von einem einfachlogarithmischen Ansatz (Gl. 4.45b) ausgegangen werden, wobei die Endkriechzahl bereits nach einer Zeit t von ca. 400d erreicht wird. Der Verlauf stellt Bild 4.32b) dar.

$$\varphi_b(t) = (-0,3 + 0,22 \cdot \ln t) \cdot \varphi_\infty \tag{4.45b}$$

Darüber hinaus sind in Schubert (1996) auch Angaben zum zeitlichen Schwindverhalten von Mauerwerk enthalten. Die Kurven sind in Abhängigkeit der wirksamen Dicke d_{ef} sowie der relativen Luftfeuchte RF über den Faktor k_{ef} dargestellt. Wie für das Kriechen ist das Diagramm (Bild 4.32c) für Schwinden für einen Verhältniswert $\alpha_\epsilon = \epsilon_s(t) / \epsilon_{s\infty}$ in Abhängigkeit der Schwinddauer für unterschiedliche Mauerwerksarten ausgewertet. Einfluss auf das Schwinden darüber hinaus der Feuchtegehalt der Mauersteine haben.

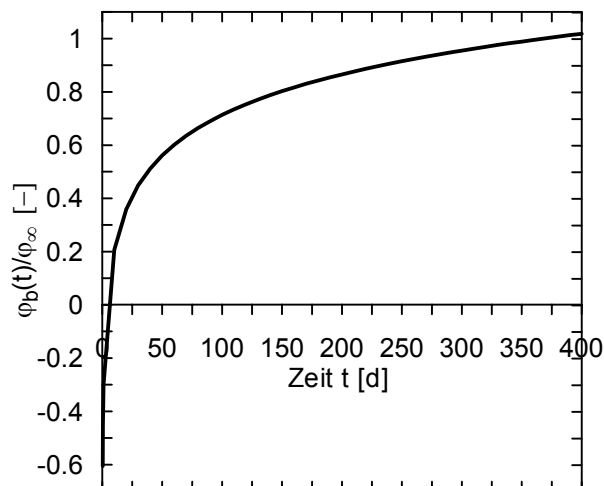


Bild 4.32b: Zeitliche Entwicklung der Kriechzahl von Mauerwerk, (Ruile 1999)

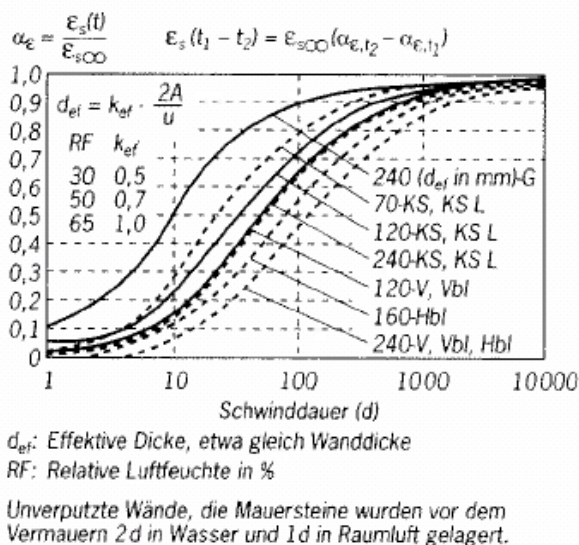


Bild 4.32c:

Zeitlicher Verlauf des Schwindens $\epsilon_s(t)$ von Mauerwerk bezogen auf den Endschwindwert $\epsilon_{s\infty}$; Mauerwerksalter bei Schwindbeginn i. A. 3 d bis 7 d (Schubert 1996))

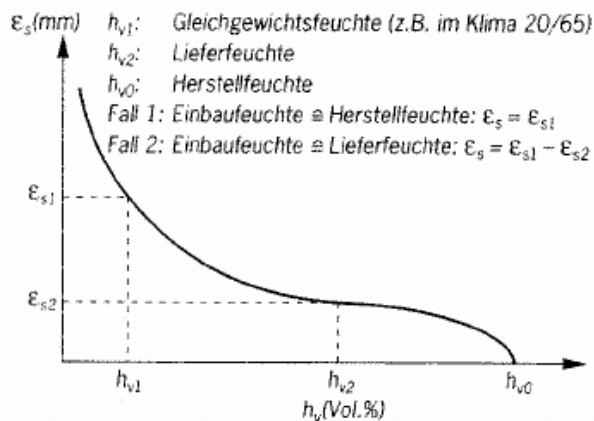


Bild 4.32d:

Zusammenhang zwischen Schwinddehnung ϵ_s und Feuchtegehalt h_v bei Mauersteinen (Prinzipdarstellung), Schubert (1996).

Aus der prinzipiellen Darstellung in Bild 4.32d) lässt sich ableiten, in welchem Maße der Ausgangsfeuchtegehalt bzw. der Austrocknungsgrad das Schwindverhalten bestimmt.

Im Allgemeinen ist das Kriechen sowie das Schwinden weitestgehend nach etwa 3 bis 5 Jahren abgeschlossen. Die Endkriechwerte und die Endschwindwerte können beispielsweise der *DIN 1053-100* oder *DIN 1053-1* entnommen werden, sie gelten für Mauerwerk mit Normalmörtel und werden unabhängig vom Belastungszeitpunkt und der Umgebungsfeuchte angegeben. Sie können näherungsweise sowohl in Richtung parallel wie auch senkrecht zu den Lagerfugen und auch für Mauerwerk mit Leicht- und Dünnbettmörtel verwendet werden. In Abhängigkeit der Mauersteinart liegen die Werte der Endkriechzahl φ_∞ zwischen 1,0 und 2,0. Für das Endschwindmaß $\varepsilon_{f\infty}$ werden Werte zwischen 0 ‰ und – 0,4 ‰ angegeben. Weitere Hinweise sind beispielsweise in *Schubert (1996)* bzw. *Schubert (1997)* enthalten.

4.4 Materialspezifische Einflüsse auf Verformungen und Setzungen von Verbundkonstruktionen

4.4.1 Allgemeines

Bekanntlich stehen zur Schnittgrößenermittlung und zur Berücksichtigung des zeitlichen Materialverhaltens unter Berücksichtigung von Zwangsbeanspruchungen von Verbundkonstruktionen mehrere Berechnungsmodelle zur Verfügung. Für Stahlbetonverbundträger ist das

- Gesamtquerschnittsverfahren (γ – Verfahren)

gebräuchlich, wobei sowohl die Steifigkeiten der Teilquerschnitte als auch die Verbindungsmittelsteifigkeiten in einer effektiven Steifigkeit unter Berücksichtigung der zeitlichen Materialveränderungen berücksichtigt werden können. Das Verfahren nach *Haensel (1975)* setzt voraus, dass das Eigenträgheitsmoment der Betonplatte gering ist, so dass dieses Verfahren streng genommen nur für hohe Stahlträger mit dünnen Betonplattenquerschnitten, beispielsweise bei Brückenquerschnitten, Gültigkeit besitzt. *Xia (1999)* hat das Gesamtquerschnittsverfahren von *Haensel* dahin gehend modifiziert, dass einerseits das Biegemoment im Betonquerschnitt nicht vernachlässigt wird und andererseits das Betonkriechen aufgrund eines Produktansatzes (vgl. Abschnitt 4.2.3.1) berücksichtigt wird. Durch diese Modifizierung lässt sich das Verfahren auch auf niedrige Konstruktionshöhen der Verbundquerschnitte, die vornehmlich im Geschoss- und Industriebau anzutreffen sind, anwenden. Die Tragfähigkeit von Stahlbetonverbundträgern ist dabei wesentlich durch die Wahl des Verbindungsmittels in der Schubfuge beeinflusst. Eine Zusammenstellung mit Erweiterungen enthält *Xia (2000)*. Bild 4.33 zeigt den Dehnungsverlauf an einem Verbundträger für die Fälle einer vollständigen ($\eta = 1$), einer teilweisen ($0 < \eta < 1$) bzw. ohne Verdübelung ($\eta = 0$).

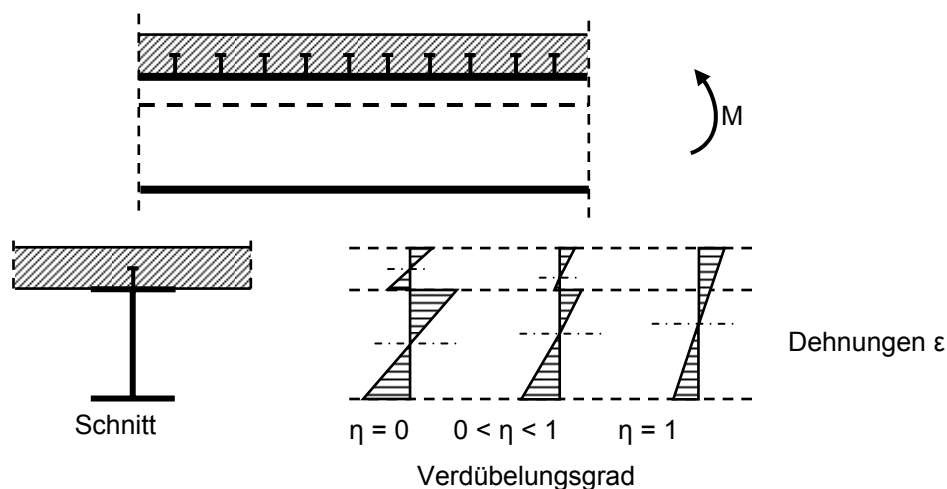


Bild 4.33: Dehnungsverteilung bei unterschiedlichen Verdübelungsgraden η eines Stahlverbundquerschnitts

Darüber hinaus bietet das

- Schub-Analogie-Verfahren

eine allgemeine Anwendbarkeit bei Trägern und Flächentragwerken unter beliebiger Belastung und Lagerung für unterschiedliche Festigkeitswerte in die unterschiedlichen Tragrichtungen in Abhängigkeit der zeitlichen Materialveränderungen. Durch die Aufteilung des Gesamtsystems in Teilsysteme und deren Kopplung durch die Bedingung der Verformungsgleichheit können dabei den einzelnen fiktiven Teilsystemen, jeweils die Einzelbiegesteifigkeiten, die Steiner-Anteile, die Schubsteifigkeiten und die Verbindungsmittelnachgiebigkeit der Teilquerschnitte zugewiesen werden. Eine ausführliche Darstellung dieses Verfahrens, das in der Holzbaunorm *DIN 1052-1* enthalten ist, ist in *Scholz (2004)* gegeben. Beispiele zu seiner Anwendung enthält *Scholz (2004)* für Holzbetonverbundkonstruktionen.

Bekanntlich erfolgt eine realistische Schnittgrößenverteilung unter Berücksichtigung eines gerissenen Betongurtes, der sich bei statisch unbestimmten Systemen unter negativer Momentenbeanspruchung M durch Überschreiten des Rissmoments M_{cr} ergibt. Eine mögliche Berücksichtigungsvariante für Stahlverbundquerschnitte hat *Rutner (2003)*, ausgehend von den vereinfachten Annahmen nach *Haensel (1975)*, auf der Grundlage der vorgeschlagenen Vorgehensweise im *DIN-Fachbericht 104* unter Beachtung von Langzeiteffekten erweitert. Dabei wird von einer vereinfachten Momenten-Krümmungsbeziehung für den Betonquerschnitt ausgegangen. Auf die Berücksichtigung des Betonmoments wurde verzichtet. Die maßgebenden Annahmen sind in Bild 4.34 dargestellt.

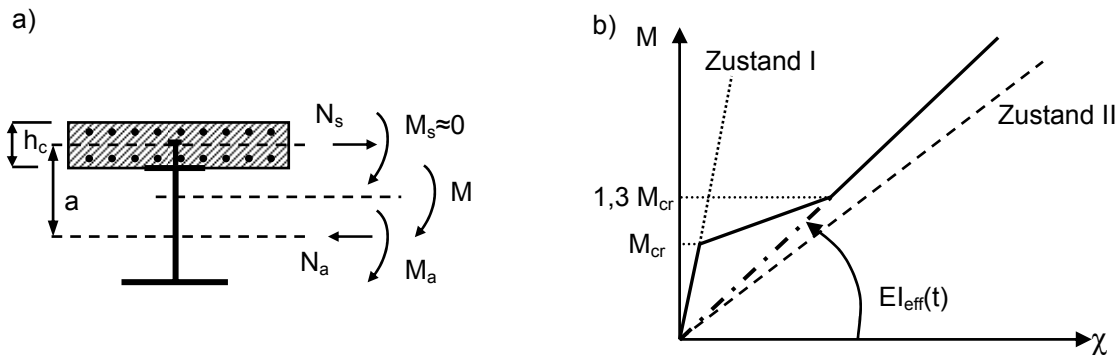


Bild 4.34: Schnittgrößenverteilung am Verbundquerschnitt (a) und vereinfachte Momenten-Krümmungs-Beziehung (b) nach *Rutner (2003)*

Allerdings kann eine Verbesserung in der Schnittgrößenverteilung und der Steifigkeitsermittlung durch die Berücksichtigung des Betonmomentes M_s in Verbindung mit dem Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Beziehung, beispielsweise nach *Heft 525 DAfStb.* (siehe auch Abschnitt 4.2.4) gesehen werden. Er ist in Bild 4.34b) als durchgezogene Linie dargestellt.

Die Abnahme der Betongurtsteifigkeit infolge Rissbildung führt zu einem Anwachsen des Stahlträgerbiegemomentes. Insbesondere unter Gebrauchslasten ist für Trägerbereiche mit gerissenem Betongurt der Einfluss der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen nicht zu vernachlässigen, da es durch die höhere Steifigkeit zu einer Vergrößerung der aufnehmbaren Schnittgrößen im Betongurt gegenüber dem reinen Zustand II kommt. Eine idealisierte Steifigkeitsverteilung über die Trägerlänge ist in Bild 4.35 dargestellt. Für den gerissenen Trägerabschnitt l_{cr} kann dabei näherungsweise 15 % der angrenzenden Stützweite des betroffenen Feldes angenommen werden.

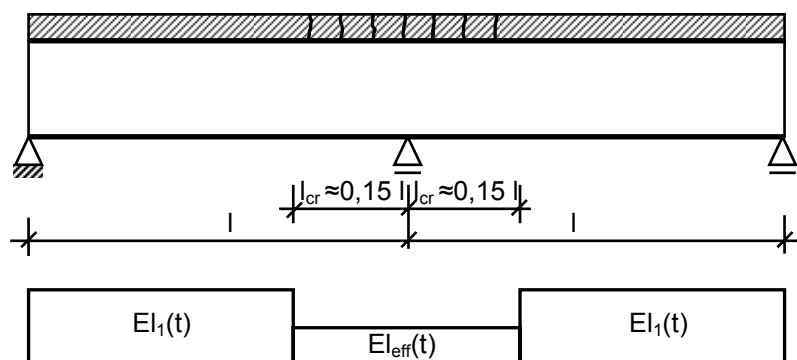


Bild 4.35: Vereinfachte Steifigkeitsverteilung über die Trägerlänge unter Berücksichtigung von Langzeiteffekten

Das Rissmoment M_{cr} ergibt sich mit den ideellen, auf den Elastizitätsmodul des Baustahls bezogenen Querschnittskenngrößen bei Erreichen der Betonzugspannung in der Randfaser und es kann unter Berücksichtigung der Dauerstandszugfestigkeit des Betons nach Gleichung (4.46) bestimmt werden.

$$M_{cr} = n_0 f_{ct} \frac{I_{i,0}}{z_{i,0} + \frac{h_c}{2}} \quad \text{mit} \quad f_{ct} \approx 0,7 f_{ct,eff} \quad (4.46)$$

Weitere detaillierte Angaben können den Arbeiten von *Roik et al. (1997)* sowie *Albrecht et al. (2003)* bzw. *Albrecht et al. (2004)* und *Jost/Odenbreit (2004)* entnommen werden

4.4.2 Zwangsbeanspruchungen und Langzeiteinwirkung

Zwangsbeanspruchungen aus Kriechen lassen sich auch bei Verbundkonstruktionen durch modifizierte Elastizitätsmoduln berücksichtigen. *Xia (1999)* gibt modifizierte Kriechbeiwerte in Abhängigkeit der Beanspruchung für Stahlbetonverbundkonstruktionen an. Darüber hinaus kann bei Stahlbetonverbundbauteilen Gegensatz zu Stahlbetonbauteilen der Behinderungseinfluss des Bewehrungsstahles auf den Kriechvorgang nicht mehr vernachlässigt werden. Modifizierte Kriechbeiwerte zur Berücksichtigung des Einflusses der Zwangsbeanspruchungen auf die Steifigkeit enthalten darüber hinaus *Iliopoulos (2005)* und *Iliopoulos (2006)*.

Für Holzbauteile kann der Kriecheinfluss ebenfalls durch einen effektiven E-Modul berücksichtigt werden, da im Allgemeinen unter Gebrauchslasten die Linearitätsgrenze nicht überschritten wird. Diese vereinfachte Vorgehensweise ist für Holzkonstruktionen sowohl in *Eurocode 5* als auch in *DIN 1052:2004* bzw. *DIN 1052:2008* vorgeschlagen. Die ermittelten Kriechwerte weichen nach *Glaser/Avak (2005)* allerdings zum Teil erheblich von Versuchswerten ab. Die entsprechenden Beziehungen für Stahlbetonverbundkonstruktionen nach *Xia (1999)* sowie für Holz sind in Tabelle 4.7 zusammengestellt.

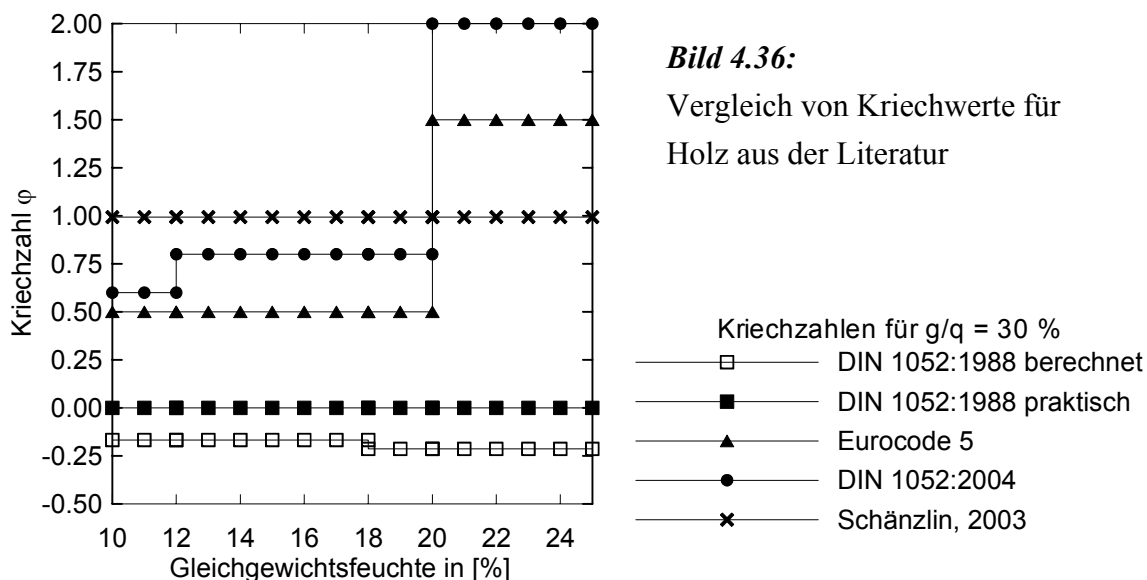
Tabelle 4.7: Kriechbeiwerte für Stahlbetonverbundkonstruktionen und für Holz

	Stahlbetonverbundkonstruktionen: Xia (1999)	Holz: Eurocode 5 ; DIN 1052:2004
Normalkraftbeanspruchung:	$E_{c\psi,N} = \frac{E_{c,0}}{1 + \psi_N \cdot \varphi(t, t_0)}$	$E_{mean,eff} = \frac{E_{mean}}{1 + k_{def}(t, t_0)}$
Momentenbeanspruchung:	$E_{c\psi,M} = \frac{E_{c,0}}{1 + \psi_M \cdot \varphi(t, t_0)}$	

In diesem Zusammenhang ist zu beachten, dass Holz aufgrund seiner natürlichen Eigenschaften unterschiedliche Eigenschaften für Zug- und Druckbeanspruchungen aufweist. Da eine Zugbeanspruchung überwiegend durch die kristallin strukturierten Zelluloseketten abgetragen wird, weist Holz eine geringe Kriechneigung unter Zugbeanspruchung auf. Die Kriechneigung unter Druckbeanspruchung ist im Gegensatz dazu ausgeprägter, da die Lastabtragung überwiegend durch das amorphe Lignin übernommen wird. Insgesamt weist Holz unterschiedliches Materialverhalten für unterschiedliche Beanspruchungsarten und aufgrund der Holzstruktur auf, sodass die Berücksichtigung der Kriecheigenschaften durch den Deformationsfaktor k_{def} nach *DIN 1052:2004* bzw. *DIN 1052:2008* eine Vereinfachung darstellt. Tabelle 4.8 gibt einen Überblick über einige Ansätze zur Berücksichtigung des Kriecheinflusses von Holz, wobei das Kriechverhalten in Abhängigkeit der relativen Luftfeuchte, der Gleichgewichtsfeuchte des Holzes, der Belastung und der Zeit ausgedrückt wird. Die Werte weichen dabei erheblich voneinander ab. Bild 4.36 zeigt einen Vergleich der zusammengestellten Kriechbeiwerte aus der Literatur.

Tabelle 4.8: Ansätze zur Berücksichtigung der Kriecheigenschaften von Holz aus der Literatur

Quelle	Formulierung	
<i>Glaser / Avak (2005)</i>	$\varphi(t) = 0,125 \cdot t^{0,245}$	
<i>Rautenstrauch (1989)</i>	$\varphi(t) = 0,0367 \cdot t^{0,287} \cdot \Phi_t$ mit Φ_t Endkriechzahl	
<i>Schänzlin / Kuhlmann (2003)</i>	$\varphi = \frac{1}{a_1 + a_2 \frac{g}{q}}$ mit	$a_{11} = -0,0000306282$ $a_{12} = 0,003768539$ $a_{13} = 0,930197661$ $a_{21} = 0,000026025993$ $a_{22} = -0,0036043676$ $a_{23} = -0,00013399601$
	$a_1 = a_{11} \cdot RH^2 + a_{12} \cdot RH + a_{13}$ $a_2 = a_{21} \cdot RH^2 + a_{22} \cdot RH + a_{23}$	RH relative Luftfeuchte [%] g Anteil der dauernd wirkenden Belastung q gesamte Belastung, \rightarrow Wertebereich: $0,95 \leq \varphi \leq 1,08$
<i>DIN 1052:1988</i>	$\varphi = \frac{1}{\eta_k} - 1$ mit	$\left\{ \begin{array}{l} \eta_k = 1,5 - g/q \\ \eta_k = 1,67 - 1,33 \cdot g/q \end{array} \right.$, wenn $\left\{ \begin{array}{l} u_G \leq 18\% \\ u_G > 18\% \end{array} \right.$
	u_G	Gleichgewichtsfeuchte
<i>Eurocode 5 (1994); DIN 1052 (2004)</i>	$\varphi = k_{def}$	
	k_{def}	Deformationsfaktor



Eine detaillierte Zusammenstellung zum Langzeitverhalten von Holz, das u. a. von der Belastungsart und der Belastungsangriff in Abhängigkeit zur Faserorientierung, dem Anteil dauernd wirkender Belastung und vom Feuchtegehalt abhängt, ist in der Arbeit von *Hanhijärvi (1995)* gegeben, eine zusammenfassende Darstellung gibt die Arbeit von *Schänzlin (2003)*.

Für die Schwinddehnungen kann für Holzbauteile von folgender Formulierung ausgegangen werden

$$\varepsilon_{\text{eff},\infty} = 1,00 \cdot \alpha_{II} \cdot \Delta u, \quad (4.47)$$

wobei Δu die Differenz der Holzfeuchte zwischen Einbau- und Endzustand und α_{II} den Ausdehnungskoeffizient bei 1 % Feuchteänderung in Faserrichtung bezeichnet. Die entsprechenden effektiven Schwindbeiwerte $\varepsilon_{\text{eff},\infty}$ für unterschiedliche Holzfestigkeitsklassen sind beispielsweise in *DIN 1052:2004* bzw. *DIN 1052:2008* angegeben.

Durch das Zusammenwirken von Baustoffen mit unterschiedlichen zeitlichen Entwicklungen der Materialeigenschaften, beispielsweise Holzbetonverbundkonstruktionen, resultieren neben dem Schubfluss in der Verbundfuge Zwangsbeanspruchungen aus der zeitlich unterschiedlichen Entwicklung der Materialien, die sich gegenseitig beeinflussen und zu Spannungumlagerung und Steifigkeitsveränderungen führen. Bild 4.37 zeigt exemplarisch die Auswirkungen des Schwindens und Quellens an Holz-Beton-Verbundkonstruktionen entsprechend dem Gedankenmodell in Bild 4.39.

Beispielsweise setzt der Holzquerschnitt dem Schwindvorgang der Betonplatte einen Widerstand entgegen, sodass im Holzquerschnitt eine Druckkraft und im Betonquerschnitt selbst eine Zugkraft entsteht, umgekehrte Vorzeichen ergeben sich beim Schwindvorgang. Da diese Kräfte in den Einzelschwerpunkten angreifen, bildet sich zusätzlich in den Einzelquer-

schnitten ein positives Biegemoment. Darüber hinaus wird durch die Nachgiebigkeit der Verbindungsmittel die Querschnittsbiegesteifigkeit maßgeblich beeinflusst. Die prinzipielle Spannungsverteilung an zusammengesetzten Querschnitten unter Berücksichtigung der Nachgiebigkeit der Verbindungsmittel ist in Bild 4.38 dargestellt.

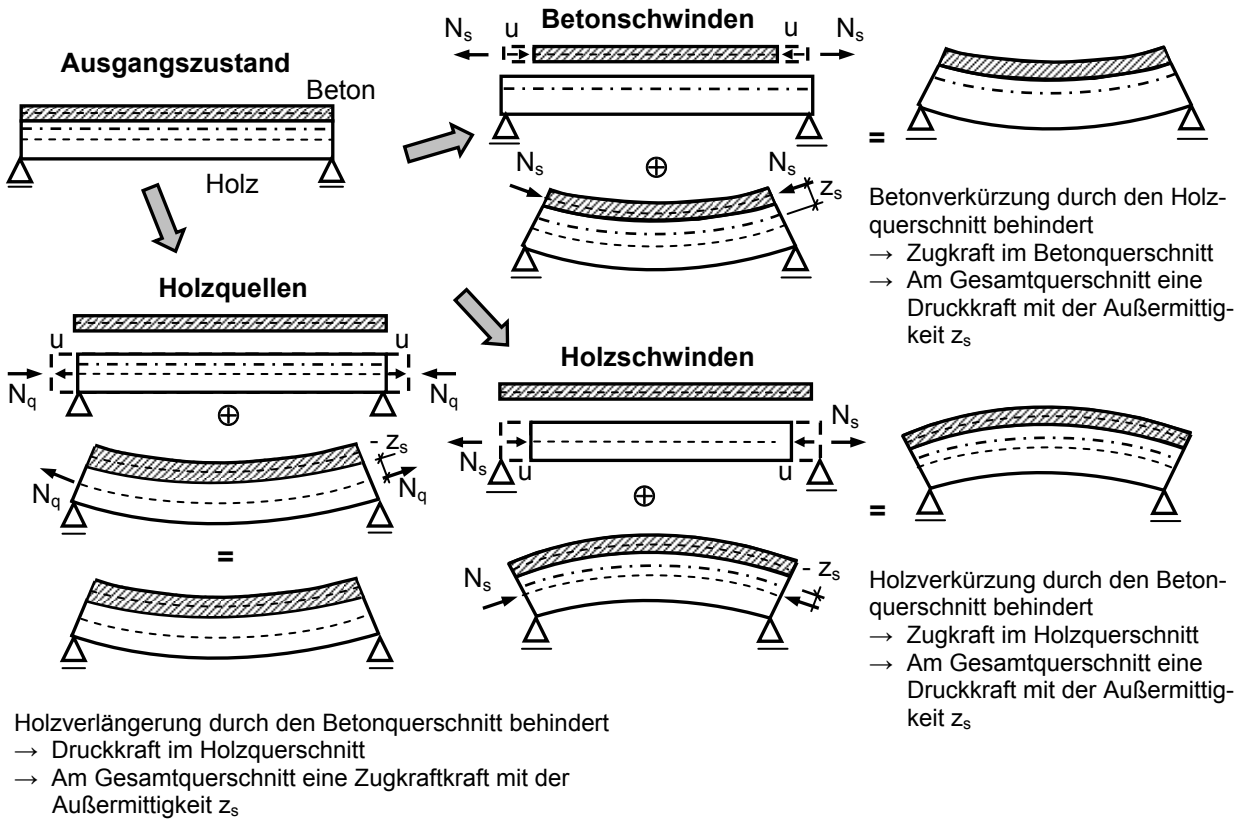


Bild 4.37: Spannungsumlagerungen infolge Quellen und Schwinden

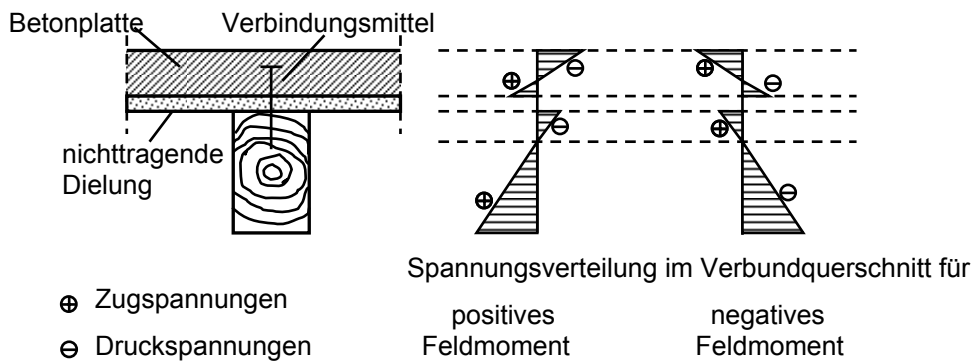


Bild 4.38: Spannungsverteilung an zusammengesetzten Querschnitten unter Berücksichtigung der Nachgiebigkeit der Verbindungsmittel

Um die Eigenspannungen innerhalb des Verbundquerschnittes aus Betonschwinden an einem Gesamtverbundquerschnitt darstellen zu können, kann von der in Bild 4.39 dargestellten Belastungsaufteilung ausgegangen werden.

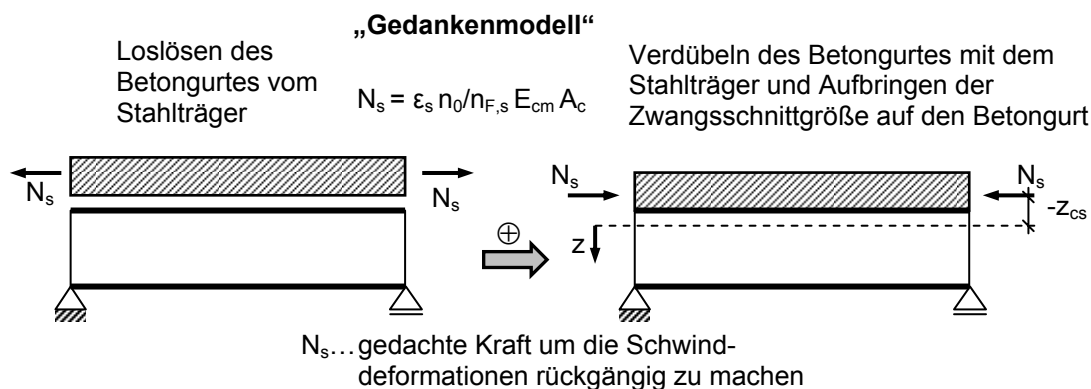


Bild 4.39: Gedankenmodell zur Berücksichtigung von Eigenspannungen

Detailliertere Angaben können beispielsweise den Arbeiten von *Kuhlmann et al. (2000)* bzw. *(2002)*, *Schänzlin/Kuhlmann (2003)*, *Glaser/Avak (2005)* und *König et al. (2004)* entnommen werden. Die am Beispiel einer Holz-Beton-Verbundkonstruktion angegebenen Zusammenhänge gelten exemplarisch für alle zusammengesetzten Querschnitte mit unterschiedlichem Verlauf der zeitlichen Entwicklungen der Materialeigenschaften.

4.5 Zusammenfassende Hinweise zu den Steifigkeitsansätzen bei Zwangsbeanspruchungen infolge Setzungen

Im Hinblick auf die in den Abschnitten 5 bis 7 abgeleiteten kritischen Beanspruchbarkeiten von Konstruktionen und Konstruktionsteilen aufgrund von Setzungszwang ist die Kenntnis

- wirklichkeitsnaher Steifigkeitsverhältnisse
- in Verbindung mit den in Abschnitt 3 dargestellten

- realistischen Belastungssituationen

notwendig. Auf die Gebäudeersatzsteifigkeit, zu deren Ermittlung in Abschnitt 9 weiterführende Hinweise gegeben sind, haben dabei bekanntlich auch

- die Festigkeitsentwicklung der Materialien

erheblichen Einfluss. Durch diese zeitliche Entwicklung, sowohl der Lastsituation (Baufortschritt, Nutzung, Nutzungsdauer und Nutzungsänderung) als auch der verwendeten Baustoffe und des anstehenden Baugrundes, ist es i. d. R. notwendig, zu unterschiedlichen Zeitpunkten in der unterstellten Lebensdauer eines Gebäudes eine Schadensrisikobetrachtung durchzuführen. Hinweise zur Setzungsberechnung und zur Annahme und Verteilung von Bodenkenngrößen enthält Abschnitt 8.

Für die Ermittlung der dafür notwendigen Ersatzsteifigkeiten von Bauwerken und deren Teilen sind daher auch die Kenntnisse und die Ausdehnungen des gerissenen Steifigkeitszustandes erforderlich. Bei bekannten Bewehrungsgraden können auf den Grundlagen einer elastischen Berechnung der Tragwerksteile unter Zuhilfenahme der in Anhang A angegebenen Steifigkeitsverhältnissen realistische Ersatzsteifigkeiten abgeleitet werden. Da die Nutzungs- und Lastsituation i. d. R. bekannt ist und über einen längeren bzw. langen Zeitraum, also quasi-ständig wirken, kann zur Einteilung in gerissene und ungerissene Tragwerksbereiche die Dauerstandszugfestigkeit gewählt werden. Sie beträgt für Stahlbetonbauteile näherungsweise ca. 70 % der Kurzzeitzugfestigkeit.

Aufgrund der Einteilung in gerissene und ungerissene Bereiche auf der Grundlage einer elastischen Berechnung, wäre theoretisch eine nicht-lineare Schnittgrößenermittlung notwendig. Aufgrund der Vielzahl von Einflussfaktoren und der getroffenen Annahmen, sollte aber näherungsweise darauf verzichtet werden. Der Kriecheinfluss kann dabei vereinfachend über einen effektiven Elastizitätsmodul berücksichtigt werden. Ähnlich sollte mit Schwindbeanspruchungen verfahren werden, die sich bei Verwendung von EDV-Programmen durch eine äquivalente Temperaturbelastung berücksichtigen lassen. Für symmetrisch bewehrte Querschnitte folgt aus der Dehnungsgleichheit zwischen Schwinddehnung ε_{cs} und gleichmäßiger Temperaturdehnung $\varepsilon_T = \alpha_T T_s$ eine äquivalente Temperaturbelastung

$$T_{cs} = T_s = \frac{\varepsilon_{cs}}{\alpha_T}. \quad (4.48a)$$

Eine entsprechende Temperaturbelastung ΔT_{cs} lässt sich aus der Krümmungsgleichheit zwischen der Krümmung infolge Temperaturdifferenz $\kappa_{\Delta T}$ und der Krümmung infolge Schwinden κ_{cs} ableiten:

$$\kappa_{\Delta T} = \kappa_{cs} \quad \text{mit} \quad \kappa_{\Delta T} = \alpha_T \cdot \frac{\Delta T}{h} \quad \text{und} \quad \kappa_{cs} = \varepsilon_{cs} \cdot \alpha_e \cdot \frac{S_i}{I_i} \quad \text{folgt} \quad (4.48b)$$

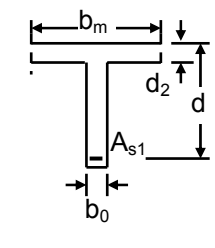
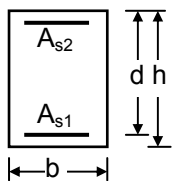
$$\Delta T_{cs} = \Delta T = \varepsilon_{cs} \cdot \alpha_e \cdot \frac{S_i}{I_i} \quad \text{und weiter mit} \quad \alpha_e = \frac{E_s}{E_{c,eff}} \quad \text{und} \quad S_i = \sum A_s \cdot z_{s,i} \quad \text{folgt} \quad (4.48c)$$

$$\Delta T_{cs} = \frac{\varepsilon_{cs} \cdot E_s \cdot \sum A_s \cdot z_{s,i}}{E_{c,eff} \cdot I_i} \cdot \frac{h}{\alpha_T}, \quad (4.48c)$$

h bezeichnet dabei die Querschnittshöhe, α_T die Wärmedehnzahl von Stahlbeton und z_{si} den Bewehrungsabstand.

Sind die genauen Bewehrungsgrade nicht bekannt, bzw. soll eine erste grobe Abschätzung der Schadensanfälligkeit aufgrund von Setzungszwang einer Konstruktion gegeben werden, können wirksame Steifigkeiten unter Gebrauchslasten näherungsweise nach den Angaben des Heftes 240 DAfStb. angenommen werden. Sie sind nachfolgend in Tabelle 4.9 mit den Bezeichnungen der neuen Normengeneration aufgeführt.

Tabelle 4.9: Wirksame Biegesteifigkeiten von statisch unbestimmten Stahlbetonbauteilen unter Gebrauchslasten zur Berechnung von Zwangsschnittgrößen nach Heft 240 DAfStb.

bezogene Längskraft ν	Bewehrungsgrad ρ	Steifigkeitsverhältnis $\kappa = \frac{E_c J_2}{E_c J_1}$		$\nu = \frac{N}{b_i \cdot d \cdot f_{cd}}$ $\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_0 \cdot d}; \rho_2 = \frac{A_{s2}}{b_0 \cdot d}$ $b_i = b_m \cdot \frac{d_2}{d} + b_0 \cdot \left(1 - \frac{d_2}{d}\right)$
$\nu < -0,15$	alle ρ_1	1,0		
$ \nu \leq 0,15$	$\rho_1 \leq 0,6$	1,0		
	$\rho_1 > 0,6$	0,65		
$\nu > +0,15$	alle ρ_1	$0,2 + 0,06 \cdot (\rho_1 + \rho_2)$		$\nu = \frac{N}{b \cdot d \cdot f_{cd}}$ $\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b \cdot d}; \rho_2 = \frac{A_{s2}}{b \cdot d}$
Druckkraft negativ		Vernachlässigung der Bewehrung bei $E_c J_1$		

Für Stahlbetonbrückenkonstruktionen können zur Berücksichtigung der Steifigkeitsverhältnisse beim Übergang von Zustand I in Zustand II vereinfachend die 0,4-fachen Werte der Steifigkeiten des ungerissenen Zustandes angenommen werden.

Um die in Tabelle 4.9 zusammengestellten Werte auch auf die Betonfestigkeitsbeziehungen nach der Stahlbetonnorm *DIN 1045-1* anwenden zu können, bedarf es der Umrechnung der Rechenfestigkeit β_R bzw. der Nennfestigkeit β_{WN} nach *DIN 1045-1988*. Die Rechenfestigkeit ist niedriger als die bei der Würfelprüfung unter kurzzeitigem Lasteintrag ermittelte Druckfestigkeit. Die Verringerung der Dauerfestigkeit wird gegenüber der Kurzzeitfestigkeit mit 0,82 und die Abnahme beim Übergang von Würfel- zu Prismendruckfestigkeit mit 0,85 berücksichtigt. Die Abminderung durch den Faktor f ab Betone der Festigkeitsklasse B 35 berücksichtigt die geringere aufnehmbare Formänderungsarbeit von hoch- bzw. höherfesten Betonen nach *DIN 1045:1988*. Die Rechenfestigkeit β_R nach *DIN 1045:1988* ergibt sich zu

$$\beta_R = 0,82 \cdot 0,85 \cdot f \cdot \beta_{WN} = 0,7 \cdot f \cdot \beta_{WN} \text{ bzw.} \quad (4.49a)$$

$$\beta_R = 0,60 \cdot \beta_{WN} \text{ für Betone nach DIN 4227.} \quad (4.49b)$$

Für die Umrechnung in die charakteristische Druckfestigkeit nach *DIN 1045-1* sind in der Literatur mehrere Umrechnungsformen angegeben. Beispielsweise gibt *Fingerloos (2009)* für die Umrechnung der Druckfestigkeit der Betone ab 1972 nach *DIN 1045* eine Beziehung in Abhängigkeit der Rechenfestigkeit an.

$$f_{ck} = \beta_R / \alpha_c = \beta_R / 0,82 \quad (4.49c)$$

In der Schreibweise der Nennfestigkeit β_{WN} nach *DIN 1045* folgt:

$$f_{ck} = 0,85 \cdot f \cdot \beta_{WN} \quad (4.49d)$$

Darüber hinaus geben *Schnell/Loch (2009)* für die Umrechnung von Betonfestigkeitsklassen von 1972 bis 2001 eine Beziehung an, die die unterschiedlichen Probeformen und die unterschiedliche Lagerung berücksichtigt. Die Nenndruckfestigkeit der *DIN 1045* ist ab 1972 als 5 % - Quantil der Grundgesamtheit definiert.

$$f_{ck} = f_{ck, cube200} \cdot k_{150/200} \cdot k_{cyl/cube} \cdot k_L \quad (4.49e)$$

Mit $f_{ck, cube200} = \beta_{WN}$ folgt:

$$f_{ck} = \beta_{WN} \cdot k_{150/200} \cdot k_{cyl/cube} \cdot k_L \quad (4.49f)$$

Der Beiwert $k_{150/200}$ berücksichtigt die Umrechnung zwischen Würfelproben mit unterschiedlichen Kantenlängen von 150 mm bzw. 200 mm und ist mit $k_{150/200} = 1,05$ [-] angegeben. Der Faktor $k_{cyl/cube}$ berücksichtigt die Umrechnung zwischen Würfelproben mit Kantenlängen von 150 mm und Zylinderproben mit einem Durchmesser von 150 mm und einer Höhe von 300 mm; er beträgt $k_{cyl/cube} = 0,80$ [-]. Mit dem Faktor k_L werden unterschiedliche Lagerungsbedingungen berücksichtigt; er ist zu $k_L = 0,92$ [-] angegeben. Unter Berücksichtigung der genannten Beiwerte folgt:

$$f_{ck} = \beta_{WN} \cdot 1,05 \cdot 0,80 \cdot 0,92 \approx 0,773 \cdot \beta_{WN}. \quad (4.49g)$$

Die entsprechenden Werte der charakteristischen Druckfestigkeit f_{ck} sind in Tabelle 4.10 zusammengestellt. Sie können als Näherung für die Bestimmung der Betonzugfestigkeit (vgl. Abschnitt 4.2.3.6) sowie des Elastizitätsmoduls (vgl. Abschnitt 4.2.1.3) herangezogen werden. Die zeitliche Festigkeitsentwicklung (vgl. Abschnitt 4.2.3.5) ist in den Werten nicht berücksichtigt.

Für ältere Betonfestigkeiten sowie für charakteristische Werte der Betonstahlfestigkeiten sind ebenfalls Werte in *Schnell/Loch (2009)* bzw. *Fingerloos (2009)* angegeben.

Tabelle 4.10: Umrechnung des Rechenwerts der Druckfestigkeit β_R bzw. der Nennfestigkeit β_{WN} nach *DIN 1045-1988* in die Würfeldruckfestigkeit f_{ck} nach *DIN 1045-1*

DIN 1045-1988				DIN 1045-1	
Umrechnung des Rechenwerts der Druckfestigkeit β_R in die Würfeldruckfestigkeit f_{ck}					
$\beta_R = 0,82 \cdot 0,85 \cdot f \cdot \beta_{WN} = 0,7 \cdot f \cdot \beta_{WN}$				Fingerloos (2009)	Schnell/Loch (2009)
Beton	β_{WN} [MN/m ²]	β_R [MN/m ²]	Faktor f	Druckfestigkeit f_{ck} [MN/m ²]	Druckfestigkeit f_{ck} [MN/m ²]
B 15	15	10,5	1,00	12,8	11,6
B 25	25	17,5	1,00	21,3	19,3
B 35	35	23,0	0,94	28,1	27,1
B 45	45	27,0	0,86	32,9	34,8
B 55	55	30,0	0,78	36,6	42,5

Wird darüber hinaus die durch kurzzeitig eintretende Auflagerverschiebung an statisch unbestimmten Systemen entstehenden Schnittgrößen alleine durch den lastbedingten Kriechvorgang abgebaut, kann nach *Leonhardt (1973)* davon ausgegangen werden, dass die durch die Auflagersenkung hervorgerufenen inneren Kräfte auf das $e^{-\varphi}$ -fache abgebaut werden. Wird in der Modellvorstellung davon ausgegangen, dass der Kriechvorgang in n gleiche Teilkriechvorgänge eingeteilt wird, es sich näherungsweise also um einen linearen Verlauf handelt, die Auflagersenkung durch das kurzzeitige Eintreten konstant bleibt, muss die durch den Kriechvorgang hervorgerufene zusätzliche Auflagersenkung in jedem Abschnitt wieder eliminiert werden.

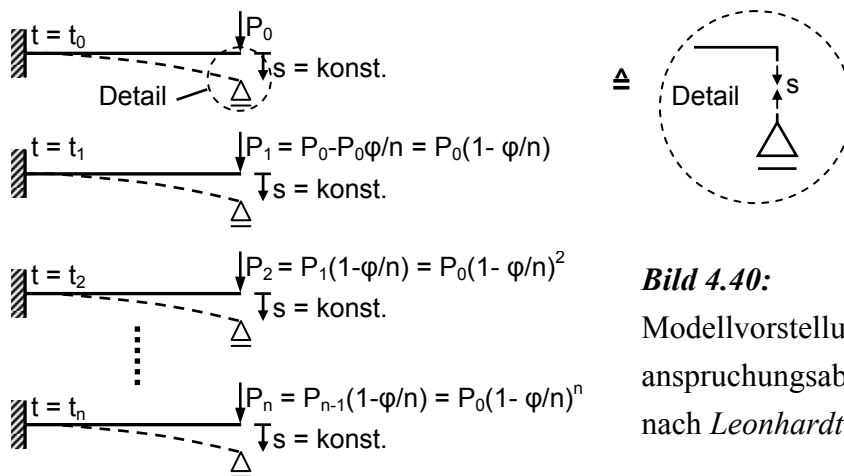


Bild 4.40: Modellvorstellung für den Beanspruchungsabbau durch Kriechen nach *Leonhardt (1973)*

Für den Grenzübergang $n \rightarrow \infty$ ergibt sich für den Lastabbau nach Bild 4.41

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{\varphi}{n}\right)^n = e^{-\varphi}, \text{ d. h.} \quad (4.50)$$

$P_0 \cdot e^{-\varphi}$ bewirkt am Ende des Kriechvorgangs $t \rightarrow \infty$ die gleiche Verformung wie zum Ausgangszustand $t = 0$ die Belastung P_0 ; damit baut sich auch beispielsweise das Einspannmoment M_E auf den $e^{-\varphi}$ -fachen Wert ab.

In ähnlicher Weise können die durch Schwinden hervorgerufenen Zwangsgrößen durch den Kriechvorgang abgebaut werden. Durch die Schwindbehinderung würde sich ohne Berücksichtigung des Kriechvorgangs bekanntlich eine Zugkraft im betrachteten Querschnitt

$$Z_s = -\varepsilon_{cs} \cdot EA \text{ mit } \varepsilon_{cs} < 0 \quad (4.51)$$

ergeben. Wird der Schwindvorgang wiederum in n gleich Abschnitte eingeteilt, wirkt nach dem 1. Abschnitt eine Zugkraft infolge Schwinden

$$Z_s^1 = \frac{-\varepsilon_{cs}}{n} \cdot EA. \quad (4.52)$$

Im 2. Abschnitt wird ein zusätzlicher Schwindanteil entsprechend Gleichung (4.51) aufgebaut, zusätzlich die Zugkraft aus Abschnitt 1 durch Kriechen abgebaut, sodass sich insgesamt eine Zugkraft am Ende des 2. Abschnittes einstellt:

$$Z_s^2 = \frac{-\varepsilon_{cs}}{n} \cdot EA + Z_s^1 \cdot \left(1 - \frac{\varphi}{n}\right). \quad (4.53)$$

Entsprechend gilt für den 3. Abschnitt

$$Z_s^3 = \frac{-\varepsilon_{cs}}{n} \cdot EA + Z_s^2 \cdot \left(1 - \frac{\varphi}{n}\right), \text{ bzw. eingesetzt:} \quad (4.54a)$$

$$Z_s^3 = \frac{-\varepsilon_{cs}}{n} \cdot EA \cdot \left(1 + \left(1 - \frac{\varphi}{n}\right) + \left(1 - \frac{\varphi}{n}\right)^2\right) \quad (4.54b)$$

Allgemein folgt mit $\beta = 1 - \frac{\varphi}{n}$:

$$Z_s^n = \frac{-\varepsilon_{cs}}{n} EA \cdot (1 + \beta + \beta^2 + \dots + \beta^{n-1}) = \frac{-\varepsilon_{cs}}{n} EA \frac{(1 - \beta^n)}{1 - \beta} = \frac{-\varepsilon_{cs}}{n} EA \frac{\left(1 - \left(1 - \frac{\varphi}{n}\right)^n\right)}{\frac{\varphi}{n}}. \quad (4.55)$$

Für den Grenzübergang $n \rightarrow \infty$ ergibt sich:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \left(1 - \frac{\varphi}{n}\right)^n\right) = 1 - e^{-\varphi} \quad (4.56)$$

Für den Abbau der durch den Schwindvorgang hervorgerufenen Zwangsschnittgröße infolge Kriechen zum Zeitpunkt $t \rightarrow \infty$ ergibt sich:

$$Z_s^\infty = -\varepsilon_{cs} \cdot EA \cdot \frac{(1 - e^{-\varphi})}{\varphi}. \quad (4.57)$$

Übertragen auf das Eintreten und auf den zeitlichen Verlauf von Setzungen, kann eine rasche eintretende Auflagersetzung, also Sofortsetzungen eher nicht bindigen Böden zugeschrieben werden, wohingegen ein langsam und lang andauernder Setzungsprozess, vergleichbar dem zeitlichen Verlauf des Schwindens, das Verhalten eines bindigen Baugrundes widerspiegelt. Bild 4.41 zeigt die zeitliche Abnahme der Schnittgrößen.

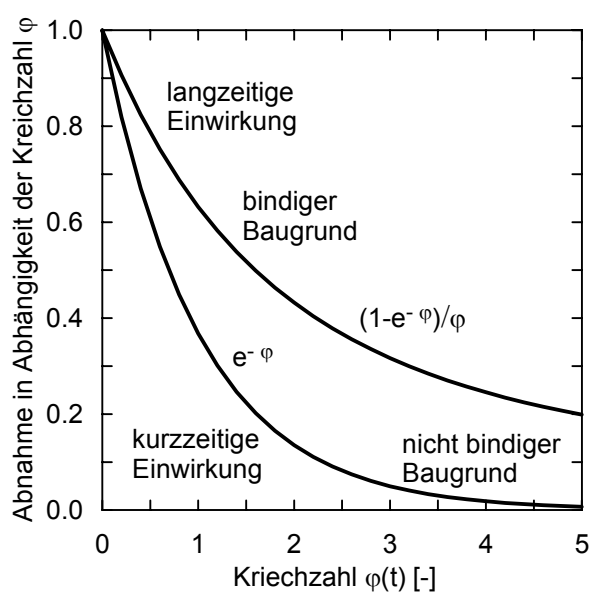


Bild 4.41:

Zeitliche Abnahme von Schnittgrößen in statisch unbestimmten Systemen infolge Kriechen und Schwinden nach Leonhardt (1973)

Die nach Leonhardt (1973) aufgezeigten, grundlegenden Zusammenhänge lassen sich auch auf andere Materialien übertragen.

Da Holz- und Verbundkonstruktionen in Zusammenhang mit der Fragestellung dieser Arbeit eher eine untergeordnete Bedeutung spielen, sind in den nachfolgenden Abschnitten schwerpunktmäßig Stahlbeton- bzw. Mauerwerkskonstruktionen detaillierter behandelt.

5 Ableitung von kritischen Setzungsdifferenzen für Mulden- und Sattellagerungen auf der Grundlage der Balkentheorie

5.1 Ziele und Vorgehensweise

Im Rahmen der eigenen Untersuchungen zur Ergänzung von zulässigen Verschiebungen aus Boden-Bauwerks-Interaktionen wird zunächst von den Ansätzen von *Burland (1974)* bzw. *Burland (1977)* ausgegangen und dazu werden Erweiterungen und Modifikationen auf der Grundlage der Balkentheorie (Abschnitt 5) sowie unter Einführung der Scheibentheorie (Abschnitt 6) vorgenommen.

Die folgenden Betrachtungen lassen sich sowohl auf eine gesamte Bauwerksstruktur als auch auf ihre Teilbereiche anwenden. Als Ersatzsystem dient ein

- Biegebalken mit Rechteckquerschnitt.

Die Anpassung der Biegelinie des Ersatzsystems an den Verlauf der Setzungsmulde bzw. des Setzungssattels resultiert unter der Kenntnis folgender Festlegungen und Bedingungen:

- Relative Nullpunkte der Verschiebungslinie,
- Entfernung des Setzungsmaximums von den Wendepunkten der Biegelinie (Krümmungsnulldpunkte),
- Kenntnis über das Gründungsbauteil und die Konstruktion, von der die Lasten in den Baugrund eingeleitet werden.

Diese Bedingungen können durch eine Setzungsberechnung abgeschätzt, aber auch aus Setzungsmessungen gewonnen werden. Durch die

- Idealisierung des Bauwerks oder eines Teilbauwerkes als Ersatzsystem, die
- Ermittlung der Beanspruchbarkeit an diesem Ersatzsystem und das
- Einpassen der Trägerbiegelinie an die Form der Setzungsmulden bzw. des Setzungssattels

können Aussagen über das Schadenrisiko und über die Versagensmöglichkeit einer Konstruktion unter Setzungszwang getroffen werden. Um allerdings eine realistische Form der Setzungsmulde bzw. des Setzungssattels zu erreichen, ist bei der rechnerischen Bestimmung einerseits die Wahl zutreffender Baugrundparameter und deren Verteilung notwendig, andererseits aber auch die Verwendung eines realistischen Berechnungsmodells. Im Allgemeinen ist es ausreichend, das Versagen aufgrund von

- Biegebeanspruchungen und

- Schubbeanspruchungen

zu untersuchen. Diese Vorgehensweise bietet bereits in der Planungsphase die Möglichkeit eine qualitative Aussage über das Versagensrisiko einer Konstruktion in Verbindung mit den anstehenden Baugrundverhältnissen zu treffen. Sie bietet weiterhin die Möglichkeit der Kontrolle von Messergebnissen, die während der Bauphase und darüber hinaus gewonnen werden.

Über die Bereiche zwischen den absoluten bzw. relativen Verschiebungsmaxima einer Sattel- oder Muldenlage können im Allgemeinen nur bedingt Aussagen über den Verlauf der Setzungslinie getroffen werden. Im Falle der Biegelinie des Ersatzsystems ist der Verlauf durch die mathematische Beschreibung festgelegt. Deshalb besteht ein wesentliches Merkmal der Anwendung in

- der Anpassung der Biegelinie des Ersatzsystems an die Form der Setzungslinie.

Die Biegelinie des Ersatzsystems ist dabei von der

- Biege- und der Schubsteifigkeit und ihrer Verteilung entlang des Ersatzträgers, sowie
- von der Art der Belastung

abhängig. Die Anpassung der Biegelinie des Ersatzsystems an die Setzungslinie verdeutlicht Bild 5.1.

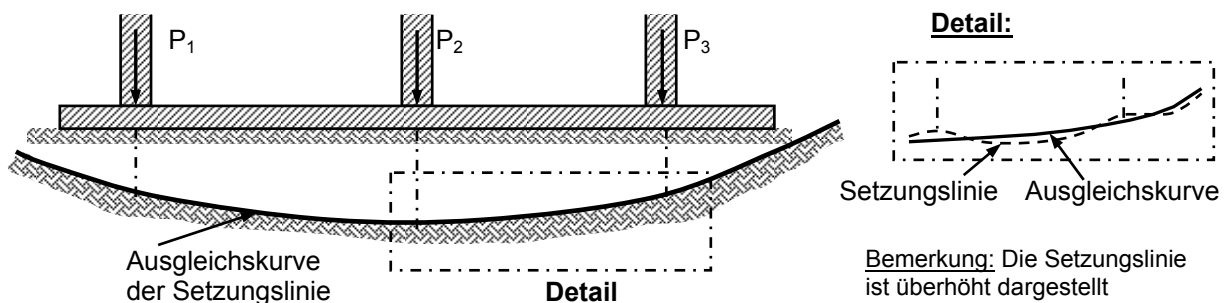


Bild 5.1: Anpassung der Biegelinie des Ersatzsystems an die Setzungslinie am Beispiel einer Muldenlagerung

Abhängig von der Gründungsform (Einzelgründung, Plattengründung, etc.) in Verbindung mit der aufgehenden Konstruktion können neben der von *Burland (1974)* mittig angenommenen Einzellast am Ersatzträger weitere Lastformen setzungserzeugend für eine Muldenlagerung wirken, beispielsweise Streckenlasten. Darüber hinaus muss der Lasteinleitungspunkt einer Einzellast am Ersatzsystem nicht zwingend mittig angreifen, sodass es sinnvoll ist, auch eine variable Einzellaststellung zu betrachten. Durch Einführung weiterer

Lastsituationen lässt sich die Form der Biegelinie des Ersatzsystems besser an die wirkliche Setzungslinie anpassen. Neben einer

- variablen Einzellaststellung

werden im Folgenden über den Ansatz von *Burland (1974)* hinausgehend exemplarisch

- Streckenlasten wie Gleichlast, Dreieckslast und Trapezlast

als setzungserzeugend für eine

- Muldenlagerung, als auch für eine Sattellagerung

angesehen und gegenübergestellt. Die genannten Lastformen haben dabei exemplarischen Charakter; weitere Lastsituationen sind denkbar.

Bild 5.2a) zeigt das verwendete System von *Burland (1974)* und die Entsprechung für eine Zwangsbeanspruchung unter Stützensenkung sowie ein sinngemäßes System für eine Sattellagerung (Bild 5.2b).

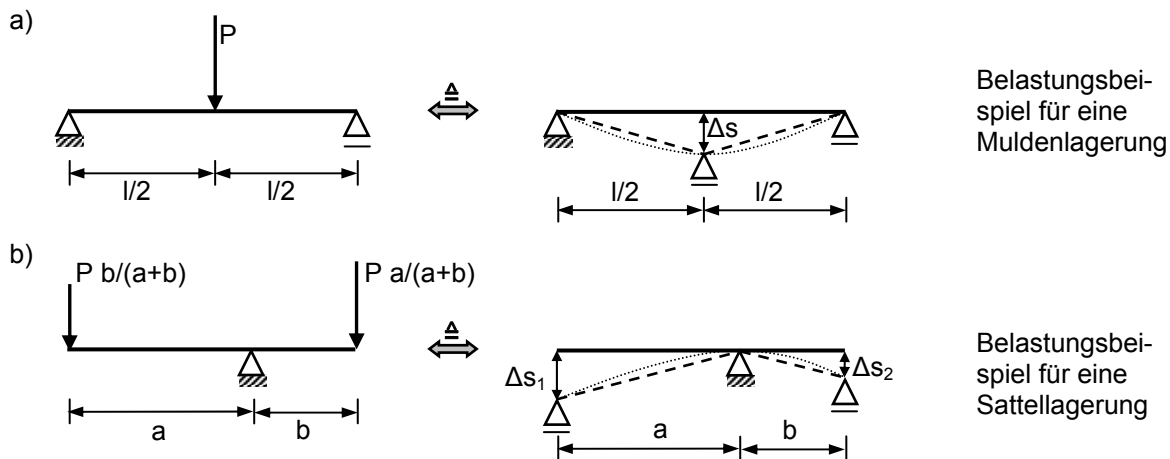


Bild 5.2: Zwangsbeanspruchung unter Stützensenkung für

- Muldenlagerung
- Sattellagerung

Die Bestimmung von kritischen Beanspruchbarkeiten an einem Ersatzsystem kann in Zweifelsfällen eine genauere Berechnung unter realistischeren Randbedingungen, beispielsweise am Gesamtsystem, nicht ersetzen. Allerdings lässt sich die Notwendigkeit einer aufwendigen Berechnung im Vorfeld abgrenzen und einschätzen.

5.2 Grundlagen und Erweiterungen

5.2.1 Überlegungen nach *Burland* zur Beschreibung einer Setzungsmulde

Die Ableitung kritischer Beanspruchbarkeiten einer Muldenlagerung nach *Burland* (1974) beruht auf der Betrachtung der mittigen Verschiebung des Ersatzträgers unter Einzellast im Verhältnis zu den maximalen Schnittgrößen. Die Gesamtverschiebung setzt sich dabei aus einem Biege- und aus einem Schubanteil mit den bekannten Annahmen nach *Bernoulli* und der Schuberweiterung nach *Timoshenko* zusammen. Für die Berechnung eines Biegebalkens mit Schuberweiterung gelten die folgenden bekannten Annahmen:

- ebener Belastungs- und Spannungszustand;
- Querschnittsdicke bleibt während der Verschiebung unverändert;
- Querschubverzerrungen γ werden nicht vernachlässigt, sie werden als gemittelter Wert über die Querschnittshöhe betrachtet;
- der Querschnitt bleibt weiterhin eben, er steht allerdings nicht mehr senkrecht zur Mittelfläche;
- infolge der Schubspannungen kann sich der Querschnitt frei verwölben.

Die Biegesteifigkeit EI und die Schubsteifigkeit GA_s werden bei den nachfolgenden Ableitungen als konstant über die Trägerlänge angenommen. Bild 5.3 zeigt die Zusammenhänge am Balkenelement nach *Bernoulli* mit der Schuberweiterung nach *Timoshenko*. Allgemein kann für einen mittig belasteten Einfeldträger die maximale Gesamtverschiebung nach der bekannten Form

$$\begin{aligned} \Delta_{max} = f_{\Sigma} = f_{Biegung} + f_{Schub} &= \frac{1}{12} \cdot \frac{M}{EI} \cdot l^2 + k_Q \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{Q}{GA} \cdot l = \frac{1}{12} \cdot \frac{M}{EI} \cdot l^2 + k_Q \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{P}{2} \cdot \frac{l}{GA} = \\ &= \frac{1}{12} \cdot \frac{M}{EI} \cdot l^2 + k_Q \cdot \frac{M}{GA} = \frac{1}{12} \cdot \frac{M}{EI} \cdot l^2 \cdot \left(1 + k_Q \cdot \frac{12 \cdot EI}{GA \cdot l^2} \right) \end{aligned} \quad (5.1)$$

angeschrieben werden. Der Schubkorrekturfaktor k_Q wurde in der Ableitung nach *Burland* auf der Grundlage einer frühen *Timoshenko*-Veröffentlichung zu 1,5 angenommen.

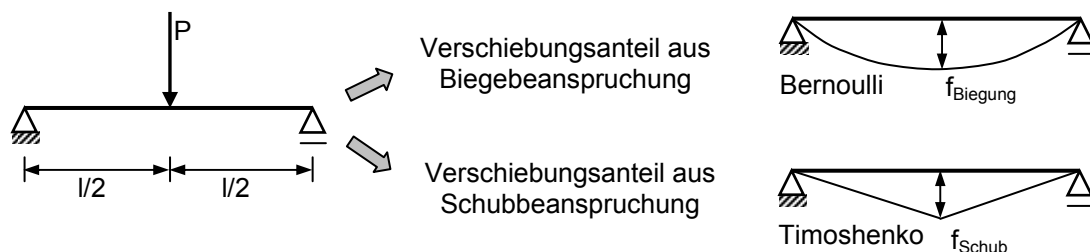


Bild 5.3: Verschiebungsanteile aus Biege- und Schubbeanspruchung eines mittig belasteten Biegeträgers nach *Bernoulli* mit der Erweiterung nach *Timoshenko*

Da für die Verschiebungen eines Trägers in der Regel die Abkürzungen f bzw. w gewählt werden, für Setzungen allgemein die Abkürzung s gebräuchlich ist, soll für einen Träger unter Setzungszwang die neutrale Bezeichnung Δ in Anlehnung an *Burland (1974)* verwendet werden. Darüber hinaus bezeichnet l die Stützweite und h die Querschnittshöhe. Nachfolgend sind nur die wesentlichen Zusammenhänge für die Ableitung am Biegeträger wiedergegeben; detailliertere Angaben können neben *Timoshenko (1958)* und *Hirschfeld (1965)* auch *Ramm/Hofmann (1996)* entnommen werden.

Für die abgeleiteten Versagenskriterien infolge maximaler Biegebeanspruchung und maximaler Schubbeanspruchung wurde von *Burland* als maßgebender Schnitt die Trägermitte betrachtet. Indem die jeweilige Schnittgröße auf die Verschiebung bezogen wird, können die Versagenskriterien abgeleitet werden. Für die nachfolgend verwendete Dehnung bzw. Gleitung werden folgende Bezeichnungen definiert:

$$\text{Dehnung: } \varepsilon_x = \varepsilon_{\text{Biegung}} = \varepsilon_B \quad (\text{Biegebeanspruchung}) \quad (5.2a)$$

$$\text{Gleitung: } \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{\text{Schub}} = \varepsilon_S \quad (\text{Schubbeanspruchung}) \quad (5.2b)$$

Mit der Spannungsermittlung unter Biegebeanspruchung $\sigma_x = M/I \cdot z$ unter Beachtung des linearen Werkstoffgesetzes $\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x$, ergibt sich für das Moment

$$M = \frac{EI}{z} \cdot \varepsilon_{\text{Biegung}} \quad (5.3)$$

Aus Gleichung 5.1 folgt anschließend das Kriterium für Biegeversagen:

$$\frac{\Delta}{l} = \varepsilon_{\text{Biegung}} \cdot \frac{l}{12 \cdot z} \cdot \left(1 + \frac{12 \cdot EI}{\alpha_s \cdot GA \cdot l^2} \right) \quad (5.4)$$

Für die Schubbeanspruchung unter Beachtung des Werkstoffgesetzes $Q = \alpha_s \cdot GA \cdot \gamma_{xz}$ und unter Berücksichtigung des Zusammenhangs zwischen Schubverzerrung und Gleitung $\gamma_{xz} = 2 \cdot \varepsilon_{xz}$ ergibt sich für das Moment in Trägermitte mit $M = Q \cdot l/2$

$$M = \alpha_s \cdot GA \cdot \varepsilon_{\text{Schub}} \cdot l \quad (5.5a)$$

Für das Schubversagen folgt eine analoge Form:

$$\frac{\Delta}{l} = \varepsilon_{\text{Schub}} \left(1 + \frac{1}{12} \cdot \frac{\alpha_s \cdot GA}{EI} \cdot l^2 \right) \quad (5.5b).$$

5.2.2 Formänderung infolge Biegemoment und Querkraft

Das *Hooke'sche* Gesetz stellt den Zusammenhang zwischen Spannung und Formänderung dar. Bekanntlich gilt für eine Momenten- oder eine Normalkraftbeanspruchung

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} \tag{5.6a}$$

Für die Formänderung eines Balkenelementes infolge einer Schubbeanspruchung besteht die Beziehung

$$\gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G} \tag{5.6b}$$

wobei τ die Schubspannung, γ die Gleitung und G der Schubmodul bezeichnet. Der Schubmodul ist mit dem Elastizitätsmodul E und der Querdehnungszahl ν bekanntlich über die Beziehung

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} \tag{5.7}$$

verknüpft. Die Schubspannungen über einen Rechteckquerschnitt verlaufen parabelförmig mit dem Maximum in der Schwerlinie des Querschnitts und den Nullpunkten an den Querschnittsrändern. Entsprechend den Darstellungen in Bild 5.4 gilt für den parabelförmigen Schubspannungsverlauf

$$\tau_{xz}(z) = \frac{Q \cdot S}{I \cdot b} = k_Q \cdot \frac{Q}{A} \cdot \left(1 - \left(\frac{2 \cdot z}{h} \right)^2 \right) = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q}{A} \cdot \left(1 - \left(\frac{2 \cdot z}{h} \right)^2 \right) \tag{5.8}$$

Die ungleichmäßige Verteilung der Schubspannungen bewirkt eine Verwölbung des Querschnitts und damit auch eine Verletzung der *Bernoulli-Hypothese*. Im Rahmen der *Timoshenko-Theorie* wird die Normalenhypothese aufgegeben und lediglich das Ebenbleiben der Querschnitte beibehalten.

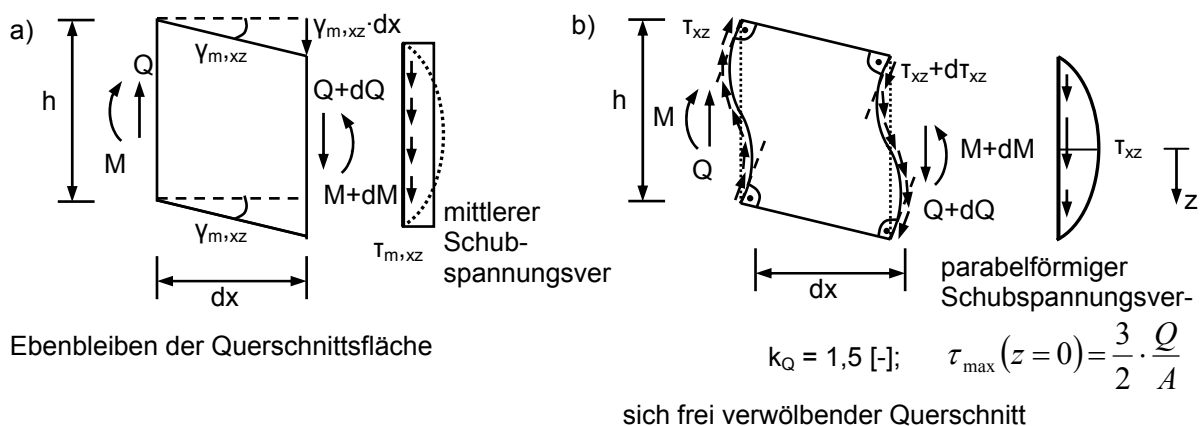


Bild 5.4: Schubspannungsverlauf über den Querschnitt

- a) gemittelter Schubspannungsverlauf b) Querschnittsverwölbung

Dies wird durch einen über den Querschnitt gleichmäßig verteilten, mittleren Schubspannungsverlauf τ_m (Bild 5.4a) erreicht, sodass auch die Gleitung $\gamma_{m,xz}$ konstant über die

Querschnittshöhe verteilt ist. Die Querkraftdeformation stellt sich also als Drehung des gesamten Querschnitts entsprechend Bild 5.4a) ein. Für die mittlere Gleitung gilt:

$$\gamma_{m,xz} = \frac{\tau_{m,xz}}{G}, \text{ bzw. in vereinfachter Schreibweise } \gamma_m = \frac{\tau_m}{G} \quad (5.9)$$

Die mittleren Schubspannungen werden dabei auf eine fiktive Querschnittsfläche A_s bezogen, wobei $A_s < A$ ist.

$$\tau_m = \frac{Q}{A_s}. \quad (5.10)$$

Für die mittlere Gleitung γ_m folgt

$$\gamma_m = \frac{\tau_m}{G} = \frac{Q}{GA_s} = k_Q \cdot \frac{Q}{GA} = \frac{Q}{\alpha_s \cdot GA} \quad (5.11)$$

Auf der Grundlage einer Betrachtung am differentiellen Balkenelement kann unter Anwendung der Arbeitsgleichung ein Schubkorrekturfaktor für Rechteckquerschnitte von $k_Q = 1/\alpha_s = 1,2$ abgeleitet werden. Die allgemeine Herleitung ist beispielsweise in *Hirschfeld (1965)* angegeben.

Unter Einbeziehung elastizitätstheoretischer Überlegungen kann der Schubkorrekturfaktor für Rechteckquerschnitte darüber hinaus in Abhängigkeit der Querdehnungszahl ν ausgedrückt werden. In Tabelle 5.1 sind weitere Bestimmungsgleichungen für den Korrekturfaktor angegeben, die in Bild 5.5 grafisch für den Bereich der Querdehnungszahl ν zwischen $\nu = 0$ und $\nu = 0,5$ gegenübergestellt sind.

Tabelle 5.1: Schubkorrekturfaktor für Rechteckquerschnitte

Quelle	Form
<i>Hirschfeld (1965)</i>	$\alpha_s = \frac{5}{6}$ mit $\nu = 0$
<i>Hirschfeld (1965)</i>	$\alpha_s = \frac{4}{3} \cdot \frac{(1+\nu)}{(1,6+\nu)}$
<i>Cowper (1966)</i>	$\alpha_s = \frac{10 \cdot (1+\nu)}{12+11 \cdot \nu}$

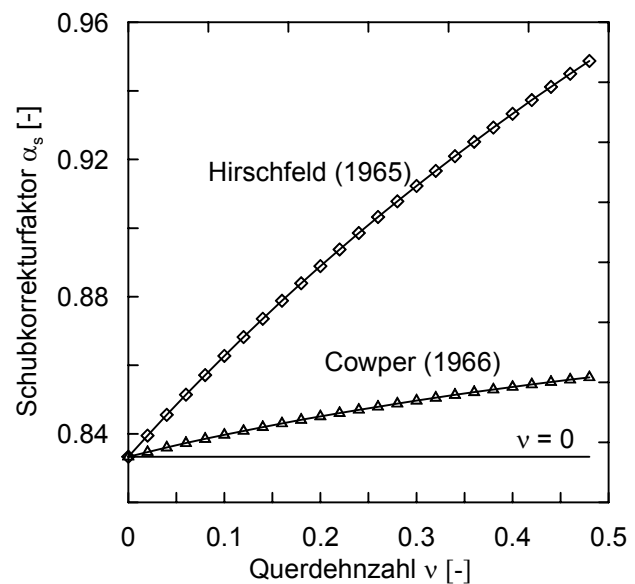


Bild 5.5: Vergleich der Schubkorrekturfaktoren α_s für Rechteckquerschnitte

In Abhängigkeit der Querdehnungszahl hat Cowper (1966) auch für andere Querschnittsformen Schubkorrekturfaktoren abgeleitet. Sie sind in der Arbeit von Hofman (1992) zusammengestellt. Die Gleichungen (5.3) bzw. (5.5) lassen sich für isotropes Materialverhalten weiter vereinfachen, wenn für den Schubmodul der bekannte Zusammenhang nach Gleichung (5.7) und für den Schubkorrekturfaktor beispielsweise die Formen nach Hirschfeld (1965) eingesetzt werden. Die vereinfachten Formen sind in Tabelle 5.2 zusammengestellt.

Tabelle 5.2: Vereinfachte Formen für Biege- und Schubversagen in Trägermitte unter Einzellast

	Biegeversagen	Schubversagen
$\alpha_s = \frac{5}{6}$	$\frac{\Delta}{l} = \varepsilon_{Biegung} \cdot \frac{l}{12 \cdot z} \cdot \left(1 + \frac{12 \cdot h^2 \cdot (1 + \nu)}{5 \cdot l^2} \right)$	$\frac{\Delta}{l} = \varepsilon_{Schub} \left(1 + \frac{5}{12} \cdot \frac{l^2}{h^2 (1 + \nu)} \right)$
$\alpha_s = \frac{4}{3} \cdot \frac{(1 + \nu)}{(1,6 + \nu)}$	$\frac{\Delta}{l} = \varepsilon_{Biegung} \cdot \frac{l}{12 \cdot z} \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot h^2 \cdot (8 + 5 \cdot \nu)}{10 \cdot l^2} \right)$	$\frac{\Delta}{l} = \varepsilon_{Schub} \left(1 + \frac{10}{3} \cdot \frac{l^2}{h^2 \cdot (8 + 5 \cdot \nu)} \right)$

Die Gegenüberstellung der Versagenskurven in der ursprünglichen Form nach Burland (Schubkorrekturfaktor $k = 1,5$) mit den Versagensverläufen unter Beachtung des allgemein gebräuchlichen Wertes des Schubkorrekturfaktors $\alpha_s = 5/6$ für einen Rechteckquerschnitt in Bild 5.6 zeigt nur geringe Unterschiede.

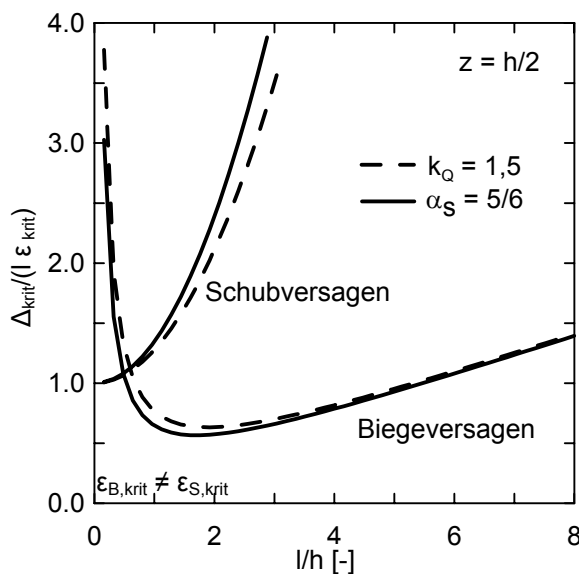


Bild 5.6:

Vergleich der ursprünglichen Form nach Burland mit dem Verlauf der allgemein gebräuchlichen Form für den Schubkorrekturfaktor für Rechteckquerschnitte

Bei allen angegebenen Diagrammen, die das Versagen beschreiben, ist zu beachten, dass die kritische Biegedehnung $\varepsilon_{B,krit}$ und die kritische Schubgleitung $\varepsilon_{S,krit}$ nicht identisch ist.

Bild 5.7 stellt beispielhaft die in Tabelle 5.2 angegebenen Formulierungen für Querdehnraten $\nu = 0, 0,2$ und $0,5$ gegenüber, wenn der Abstand der neutralen Faser $z = h/2$ konstant angenommen wird. Die kritische Dehnung bzw. Gleitung ϵ_{krit} ist als Einheitsdehnung der Größe „1“ in den Versagensverläufen eingeführt. Die Auswirkungen eines variablen Abstandes der neutralen Faser zum Querschnittsrand in Abhängigkeit der Schlankheit l/h ist im Rahmen der Scheibentheorie in Abschnitt 6 dargestellt.

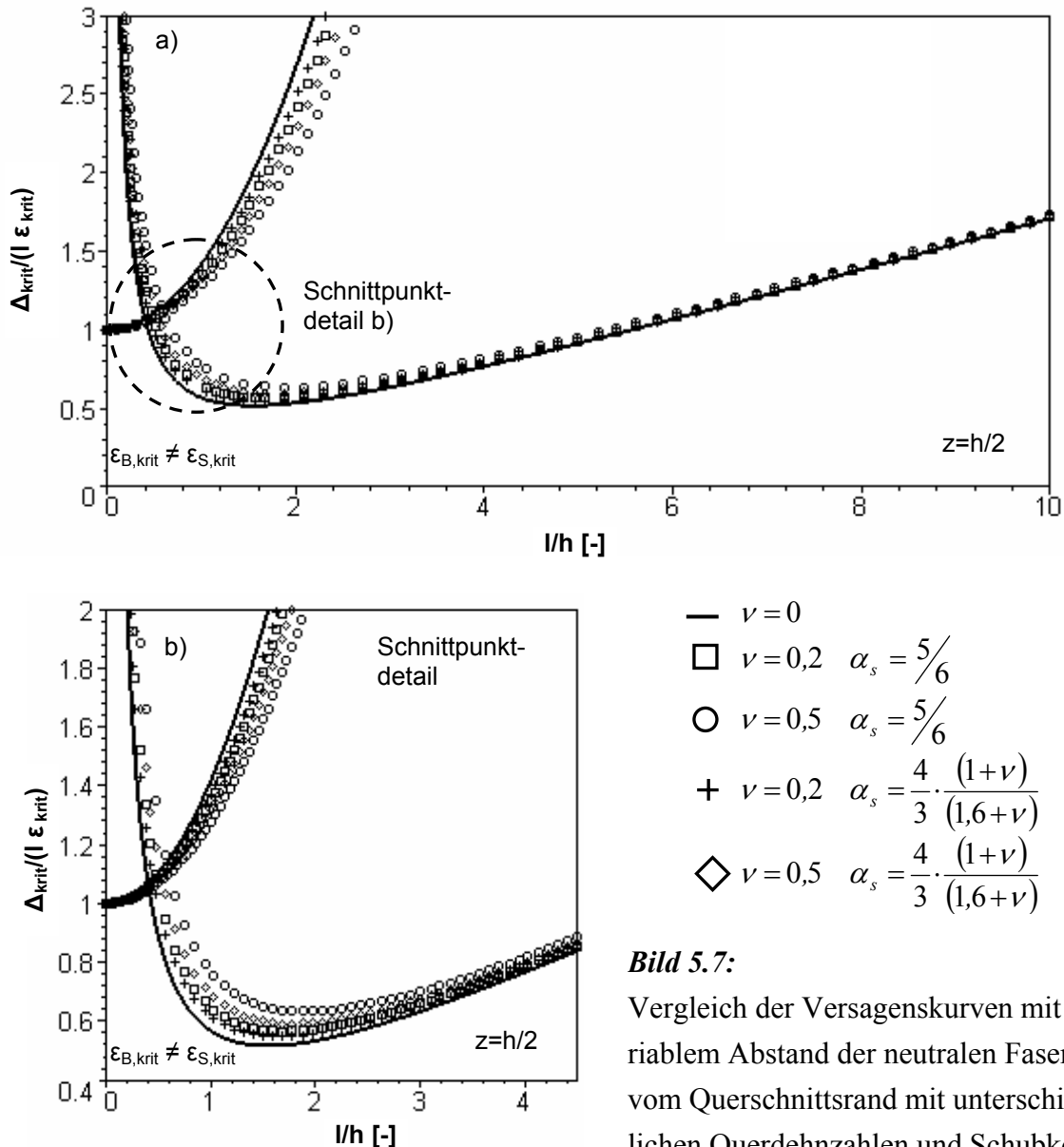


Bild 5.7: Vergleich der Versagenkurven mit variablem Abstand der neutralen Faser z vom Querschnittsrand mit unterschiedlichen Querdehnraten und Schubkorrekturfaktoren

Die Berücksichtigung der Querdehnraten - gerade bei Betrachtung der Gebrauchstauglichkeit ($\nu \approx 0,2$) - hat vergleichsweise geringe Auswirkungen.

5.2.3 Lage der neutralen Faser z im Balkenquerschnitt

Die Versagensform für Biegebeanspruchung wurde bei *Burland (1974)* mit dem Abstand der Schwerlinie vom Bauteilrand konstant mit $z = h/2$ angenommen. Diese Annahme trifft für schlanke Bauteile ($\approx l/h > 4$) mit Balkenform zu, für gedrungene Querschnittsformen liegt allerdings ein zweiachsiger ebener Scheibenspannungszustand vor, wobei der Abstand der neutralen Faser zum Bauteilrand nicht mehr konstant, sondern in Abhängigkeit der Querschnittsform variabel eingeführt werden muss. Bild 5.8 zeigt das Verhältnis des inneren Hebelarmes zur Querschnittshöhe z/h nach der linearen *Navier'schen* Spannungsverteilung und nach der Scheibentheorie in Abhängigkeit des Querschnittsverhältnisses l/h . Der Abstand z ist bei *Leonhardt (1966)* mit x bezeichnet (nachgezogene Linien).

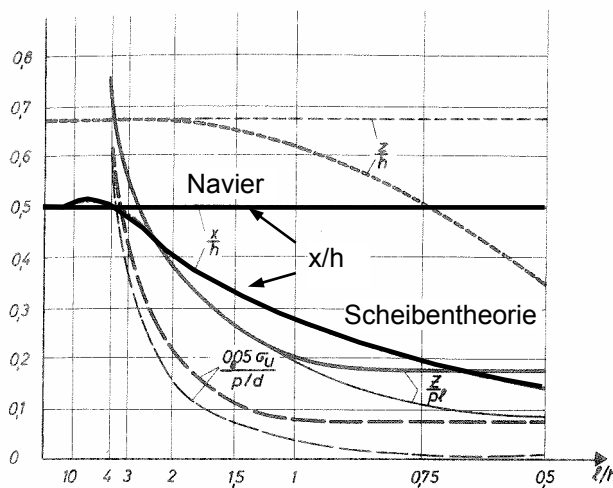


Bild 5.8:

bezogene innere Kräfte und bezogener Hebelarm nach der *Navier'schen* Spannungsverteilung (dünne Linien) und nach der Scheibentheorie (dicke Linien), *Leonhardt (1966)*

Die nicht mehr konstanten Abstandsverhältnisse zwischen Querschnittsrand und Spannungsnulldpunkt werden im Rahmen der Scheibentheorie in Abschnitt 6 näher untersucht.

5.2.4 Definition der Winkelverdrehung für Mulden- und Sattellagerung

Für die in den nachfolgenden Abschnitten abgeleiteten kritischen Beanspruchbarkeiten von Konstruktionen an einem Biegebalken als Ersatzsystem können die Setzungen beispielsweise aus einer Setzungsberechnung ermittelt bzw. auch durch vor Ort durchgeführte Setzungsmessungen gewonnen werden. Dabei sind i. d. R. die Verschiebungen klein gegenüber den Konstruktions- bzw. Bauteilabmessungen. Gerade wenn die Setzungswerte aus einer Setzungsmessung gewonnen werden, liegen die Messwerte nur punktuell vor, über die Bereiche zwischen diesen Punkten müssen Annahmen des Setzungsverlaufs getroffen werden. Dabei besteht die einfachste Annahme in einer geradlinigen Verbindung der Punkte.

Innerhalb einer Mulden- oder Sattellagerung können sich aufgrund der relativen Lage der Punkte zueinander unterschiedliche Setzungsdifferenzwerte ergeben. Für eine Vergleichbarkeit wird aus diesem Grund die Winkelverdrehung $\tan \beta$ aus dem Quotienten der Setzungsdifferenz Δs der betrachteten Punkte zur jeweils angrenzenden Stützweite l_i festgelegt. Die entsprechenden Definitionen für eine Muldenlagerung nach Sommer (1978) enthalten Bild 5.9 und Bild 5.10.

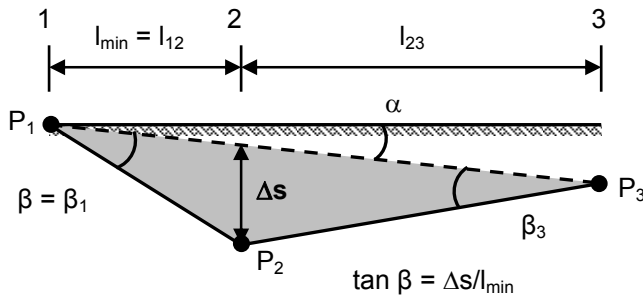


Bild 5.9:
Definition der Winkelverdrehung für eine Mulden- oder eine Sattellagerung

Im konstruktiven Ingenieurbau ist es dagegen üblich, die Setzungsdifferenz bzw. Verschiebungsdifferenz auf die gesamte betrachtete Stützweite l zu beziehen (Biegungsverhältnis).

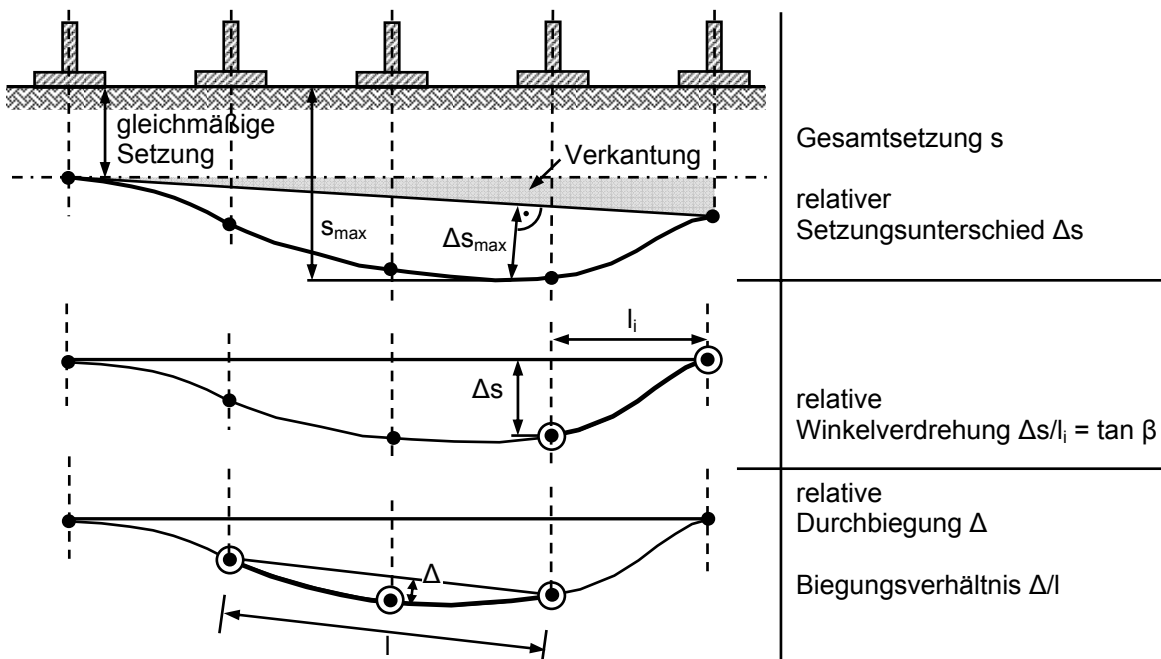


Bild 5.10: Geometrische Definitionen für Muldenlagerungen nach Sommer (1978)

Das für die Schadensanfälligkeit einer Konstruktion kritische Maß der Winkelverdrehung ergibt sich dabei als Maximalwert aus dem Verhältniswert von Setzungsdifferenz Δs zur mini-

malen angrenzenden Stützweite l_{min} . In Zweifelsfällen müssen daher mehrere Abschnitte einer Setzungsmulde oder eines Setzungssattels untersucht werden (vgl. Bild 5.10).

$$\tan \beta = \frac{\Delta s}{l_i}, \text{ wobei } l_i = l_{min} \tag{5.12}$$

Eine entsprechende Definition der Winkelverdrehung β lässt sich auch für eine Sattellagerung angeben. Sie ist in Bild 5.11 dargestellt.

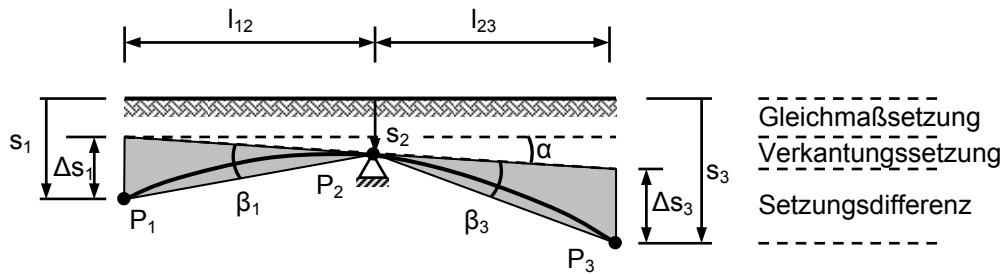


Bild 5.11: Definition der Winkelverdrehung β für eine Sattellagerung

Da die Verschiebungen im Vergleich zur Stützweite i. d. R. gering sind, ist es ausreichend, die Setzungsdifferenz auf die unverformte Lage zu beziehen.

Entsprechend der dargestellten Definitionen der Winkelverdrehung in der Bodenmechanik wird die (Träger-) Stelle mit maximaler Verschiebung bzw. Setzungsdifferenz auf die minimale angrenzende Stützweite bezogen. Im konstruktiven Ingenieurbau wird im Gegensatz dazu eine etwas andere Definitionsform gewählt, indem die maximale Verschiebung auf die gesamte Stützweite bezogen wird. Eine Aussage über die Lage der Trägerstelle mit maximaler Verschiebung (beispielsweise angrenzende Stützweite) ist in dieser Definitionsform nicht enthalten. Eine Gegenüberstellung beider Definitionen enthält nachfolgendes Bild 5.12a).

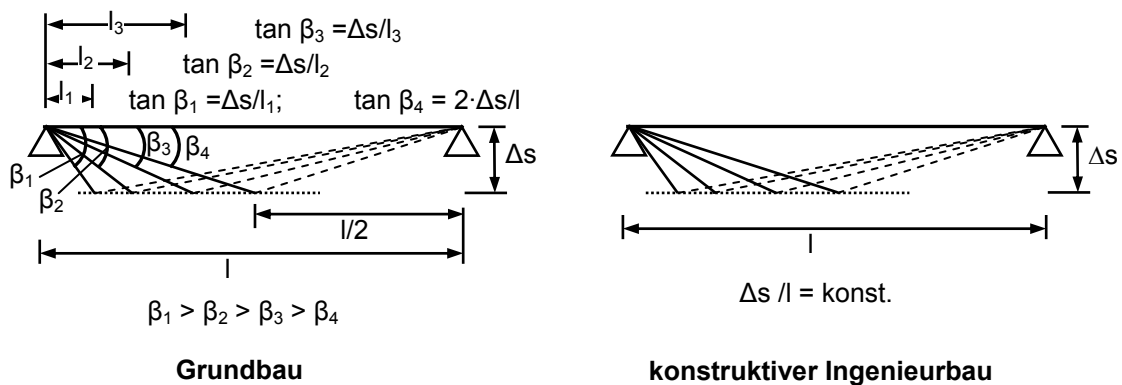


Bild 5.12a: Vergleich der Definitionen der zulässigen Winkelverdrehung im Grundbau und der zulässigen Verschiebung im konstruktiven Ingenieurbau

Für die Umrechnung können nachfolgende Beziehungen angegeben werden:

$$\begin{aligned} \text{Ausgangsgröße } \frac{\Delta s}{l_{\min}} = \frac{1}{k_G} \text{ (Grundbau): } & \quad \frac{\Delta s}{l_{\min}} \cdot \frac{1}{l} = \frac{1}{k_G} \cdot \frac{1}{l} \rightarrow \frac{\Delta s}{l} = \frac{1}{k_G} \cdot \frac{l_{\min}}{l} \quad l_{\min} < l/2 \\ \text{Ausgangsgröße } \frac{\Delta s}{l} = \frac{1}{k_K} \text{ (konstr. Ing.-bau): } & \quad \frac{\Delta s}{l} \cdot \frac{1}{l_{\min}} = \frac{1}{k_K} \cdot \frac{1}{l_{\min}} \rightarrow \frac{\Delta s}{l_{\min}} = \frac{1}{k_K} \cdot \frac{l}{l_{\min}} \quad l > 2 \cdot l_{\min} \end{aligned} \quad (5.13)$$

Der Beiwert k ist näher in nachfolgender Tabelle erläutert, die Umrechnungen üblicher Winkelverdrehungen einer Muldenlage im Grundbau bzw. im konstruktiven Ingenieurbau zulässiger Verschiebungswerte für die Grenze $l_{\min}/l < 1/2$ enthalten.

Tabelle 5.3: Umrechnung üblicher kritischer Winkelverdrehungen des Grundbaus bzw. zulässiger Verschiebungswerte des konstruktiven Ingenieurbaus

Ausgangswert: Grundbau		Beiwert k_G	Grenze l_{\min}/l	Umrechnung	Wert konstr. Ing.-bau
Schönheitsrisse	$\frac{\Delta s}{l_{\min}} = \frac{1}{300}$	$k = 300$	$\frac{l_{\min}}{l} \leq \frac{1}{2}$	$\frac{\Delta s}{l} = \frac{1}{k} \cdot \frac{l_{\min}}{l}$	$\frac{\Delta s}{l} \leq \frac{1}{600}$
wahrscheinliche Rissefreiheit	$\frac{\Delta s}{l_{\min}} = \frac{1}{500}$	$k = 500$			$\frac{\Delta s}{l} \leq \frac{1}{1000}$
Ausgangswert: konstruktiver Ingenieurbau		Beiwert k_K	Grenze l/l_{\min}	Umrechnung	Wert Grundbau
Deckenverschiebung allgemein (DIN 1045-1)	$\frac{\Delta s}{l} = \frac{1}{250}$	$k = 250$	$\frac{l}{l_{\min}} \geq 2$	$\frac{\Delta s}{l_{\min}} = \frac{1}{k} \cdot \frac{l}{l_{\min}}$	$\frac{\Delta s}{l} \geq \frac{1}{125}$
allgemeiner Grenzwert	$\frac{\Delta s}{l} = \frac{1}{300}$	$k = 300$			$\frac{\Delta s}{l_{\min}} \geq \frac{1}{150}$
Deckenverschiebung, leichte Trennwände (DIN 1045-1)	$\frac{\Delta s}{l} = \frac{1}{500}$	$k = 500$			$\frac{\Delta s}{l_{\min}} \geq \frac{1}{250}$

Die Umrechnung gängiger Grenzwerte zeigt, dass die Grenzwerte des Grundbaus für den konstruktiven Ingenieurbau sehr viel restriktivere Werte liefern. Im Gegensatz hierzu ergibt die Umrechnung der Werte des konstruktiven Ingenieurbaus sehr viel größere zulässige Winkelverdrehungen, als die im Grundbau üblichen Grenzwerte.

Insgesamt wird bei beiden Definitionsvarianten nicht der maximale Winkel, der sich am Setzungs- bzw. Verschiebungsmaximum zwischen den angrenzenden Trägersegmenten einstellt, in die Definition einbezogen. Die Unterschiede beider Definitionsvarianten sind in Bild 5.12b) dargestellt.

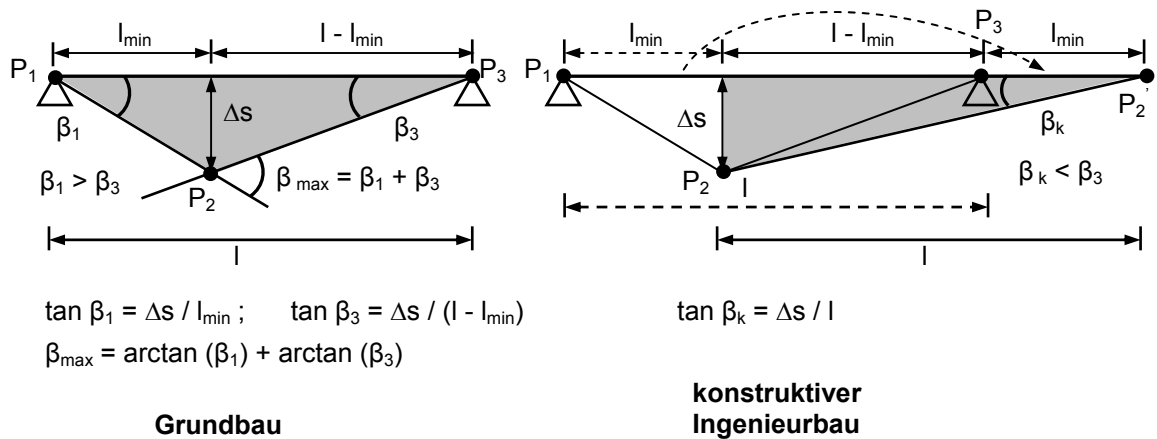


Bild 5.12b: Vergleich der Definition der kritischen Winkelverdrehung im Grundbau sowie der zulässigen Verschiebung im konstruktiven Ingenieurbau

Bild 5.13 stellt beispielhaft die in Bild 5.12 gezeigten Definitionen an einem Träger der Länge von 1,0 m und einer Verschiebung bzw. Setzungsdifferenz von 10 cm gegenüber.

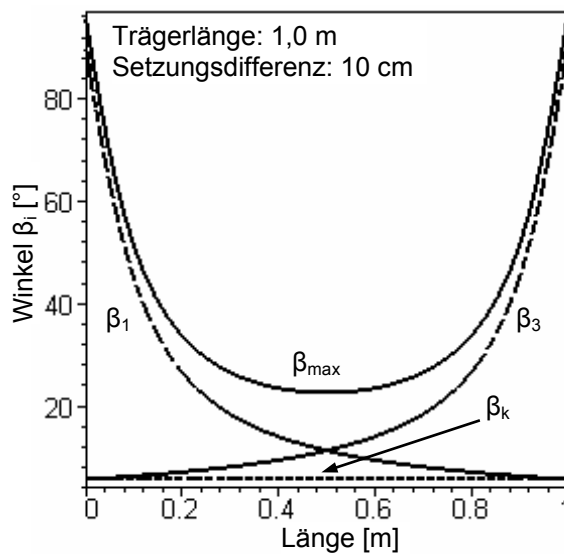


Bild 5.13: Gegenüberstellung der Definitionen der zulässigen Winkelverdrehung im Grundbau und der zulässigen Verschiebung im konstruktiven Ingenieurbau

Aus diesem Grund können Angaben zur zulässigen oder vorhandenen Verschiebung aus dem konstruktiven Ingenieurbau und aus der Bodenmechanik nicht ohne Weiteres miteinander verglichen werden, da den Definitionen unterschiedliche Bezugsgrößen zugrunde liegen.

Für eine Vergleichbarkeit der Angaben ist eine Umrechnung, beispielsweise auf den Winkel zwischen den Trägersegmenten am Verschiebungsmaximum notwendig. Durch die Wahl dieser Definition könnte auch eine Aussage über das Arbeitsvermögen der angrenzenden Bauteile getroffen werden.

Für die nachfolgenden Betrachtungen wird allerdings die im Grundbau übliche Definition der kritischen Winkelverdrehung $\tan \beta = \Delta s / l_{min}$ (Bilder 5.9 bis 5.11) beibehalten.

5.2.5 Beanspruchungsformen eines Balkens als Analogie für Gebäude mit Sattel- und Muldenlagerungen

Die nachfolgenden vereinfachten Darstellungen zur Schadensanfälligkeit einer Konstruktion beruhen auf der Betrachtung eines Biegeträgers als Ersatzsystem. Dabei wird die tatsächliche Bauwerksstruktur durch ihre Ersatzbiege- und Ersatzschubsteifigkeit in die Berechnung eingeführt. Der realistischen Bestimmung dieser Ersatzsteifigkeiten, die u. a. von

- den zeitlichen Festigkeitsentwicklungen der verwendeten Baustoffe,
- den setzungserzeugenden Lasten und
- den anstehenden Baugrundverhältnissen

abhängen, kommt dabei eine erhebliche Bedeutung zu. Hinweise zu ihrer Bestimmung sind in Abschnitt 9 aufgeführt. Der vereinfachten Abbildung der Boden-Bauwerks-Wechselwirkung am Ersatzsystem liegt das Gedankenmodell nach Tabelle 1.1 zugrunde. Am Beispiel einer Muldenlagerung ist die Reduzierung der Gebäudestruktur auf ein Ersatzsystem in Bild 5.14 dargestellt.

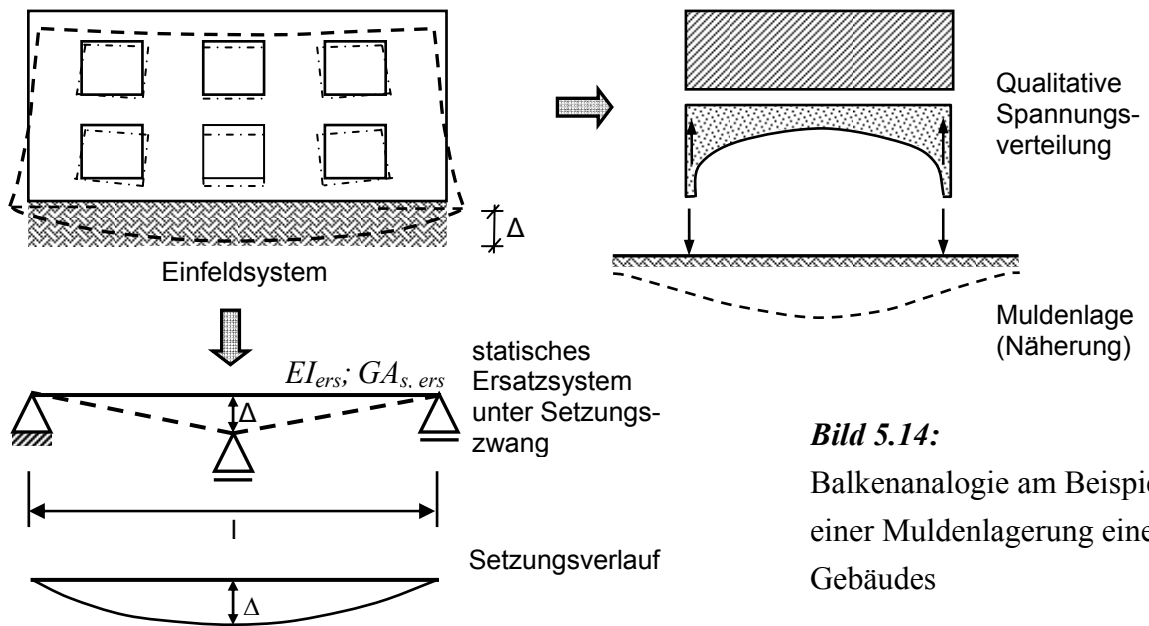


Bild 5.14:
Balkenalogie am Beispiel einer Muldenlagerung eines Gebäudes

Wie bereits erwähnt, liegen die Messwerte einer Setzungsmessung meist nur an ausgezeichneten Stellen vor, beispielsweise an Gebäudestellen mit konzentrierter Lasteinleitung. Für die Bereiche zwischen diesen Punkten müssen Annahmen des Setzungsverlaufs getroffen werden. Bild 5.15 stellt exemplarisch einen zwischen den Messpunkten bereits geglätteten Setzungsverlauf eines Skelettbauwerks dar.

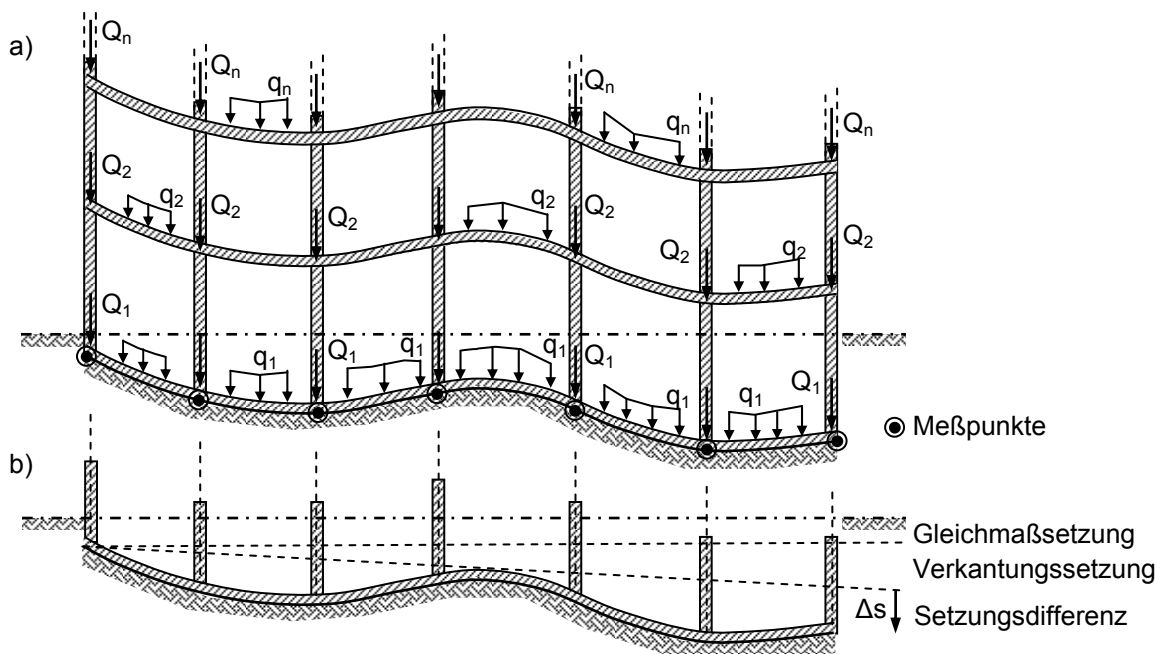


Bild 5.15: Geglätteter Setzungsverlauf zwischen den Messpunkten eines Skelettbaus

- a) Skelettbau mit wirklichen setzungserzeugenden Belastungen
- b) Gleichmaß-, Verkantungsetzung und Setzungsdifferenz

Die Belastungen Q_i und q_i stellen dabei wirkliche, setzungserzeugende Belastungen dar. Hinweise zur ihrer Bestimmung enthält Abschnitt 3.

Der Setzungsverlauf zwischen den Messpunkten kann durch lokale Messungen i. d. R. nicht ermittelt werden. Aufgrund der Belastungen auf dem Gründungskörper kann sich der in Bild 5.16 gezeigte wellige Verlauf einstellen. Um den in Bild 5.15 dargestellten geglätteten Verlauf zwischen den Messpunkten zu erreichen, kann es zweckmäßig sein, die lokalen Störungen im Setzungsverlauf, hervorgerufen durch die Belastungen auf dem Gründungskörper, durch eine Vorlaufberechnung, beispielsweise unter Verwendung des Bettungsmodul- oder Steifemodulverfahrens, zu eliminieren. Zweckmäßig werden an den Messpunkten und an Stellen mit hoher örtlicher Lasteinleitung Lager angenommen. Auf das Ersatzsystem (vgl. Bild 5.16) wirken die unmittelbar am Gründungskörper angreifenden Lasten.

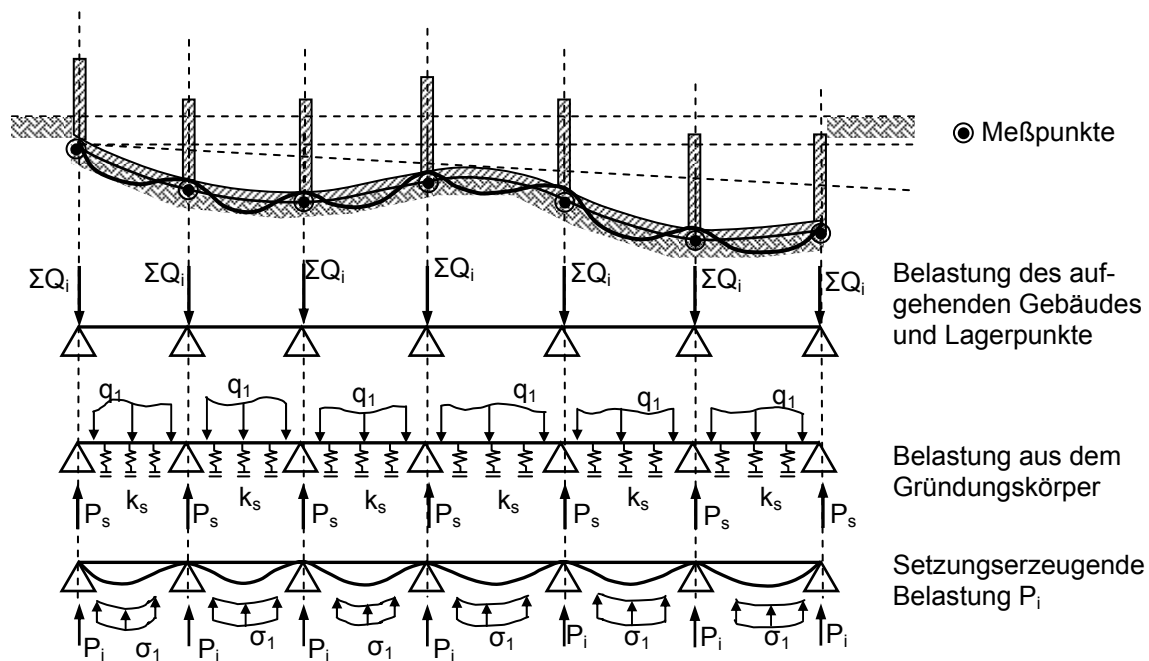
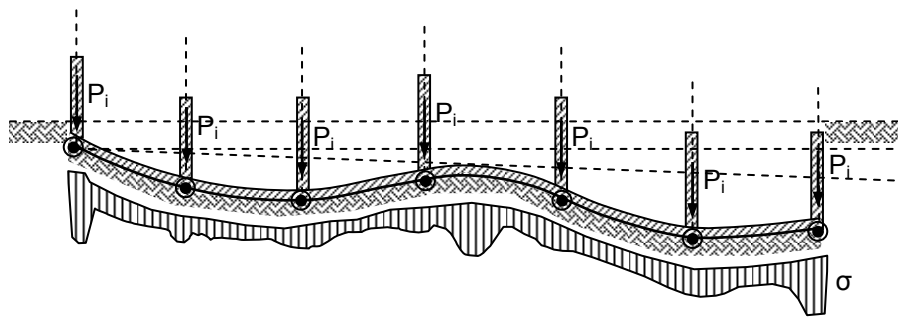


Bild 5.16: Belastung und widerstehende Kräfte des Ersatzsystems zur Erzielung eines geglätteten Setzungsverlaufs

Diese Vorgehensweise lässt sich auch auf kombinierte Pfahl-Platten-Gründungen übertragen, indem die starre Lagerung durch die Ersatzsteifigkeiten der einzelnen Pfähle ersetzt wird.

Die Auflagerlasten P_i des Ersatzsystems aus der Vorlaufberechnung setzen sich dabei aus der Summe der Auflasten ΣQ_i und Anteilen der Belastungen auf dem Gründungskörper q_1 bzw. P_s , die nicht direkt in den Baugrund eingeleitet werden, zusammen. Werden die Belastungen P_i wiederum als Belastung aufgebracht, wird eine geglättete Setzungslinie als Ausgangssystem für die vereinfachten Betrachtungen erzeugt.

**Bild 5.17:**

Geglätteter Setzungsverlauf als Ausgangssystem für die vereinfachten Betrachtungen

Die für die Erzeugung kritischer Beanspruchbarkeiten verwendeten Lastsituationen des Ersatzsystems beschreiben nicht die aus dem aufgehenden Bauwerk wirkenden tatsächlichen Belastungen, vielmehr dient die Belastung zur Erzeugung einer Verschiebungslinie unter Setzungszwang. Die der kritischen Setzung Δ_{krit} des Ersatzsystems zugeordnete Belastungssituation ist in den einzelnen Versagensbeziehungen nicht explizit genannt; sie stellt entsprechend der Setzungslinie bzw. der Verschiebungslinie des Ersatzsystems gerade diejenige Belastung dar, die die maximale bzw. kritische Setzung erzeugt. Insofern ist die Belastungssituation und die jeweilige Versagensbeziehung infolge Biege- oder Schubbeanspruchung äquivalent. Die entsprechende Belastung wird durch die Ersatzsteifigkeiten und die kritischen Dehnungen bzw. Gleitungen gesteuert und kann für Schub- und Biegeversagen unterschiedliche Größen annehmen. Allerdings ist das Lastbild derart zu wählen, dass die damit erzeugte Verschiebungslinie den wirklichen Gegebenheiten sehr nahe kommt, im Idealfall also deckungsgleich verläuft. Beispielhaft sind für den Setzungsverlauf aus Bild 5.17 die Ersatzsysteme in Bild 5.18 dargestellt. Weitere Hinweise zur Anwendung der Ersatzsysteme enthält Abschnitt 5.2.6.

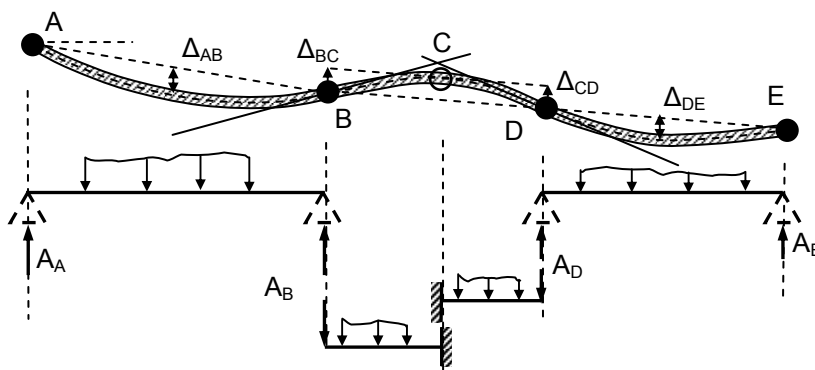


Bild 5.18: Verschiebungsverlauf des Skelettbauwerks mit Ersatzsystemen zur Bestimmung der kritischen Beanspruchbarkeit

In den Randbereichen eines Bauwerks ist es sinnvoll, die Mess- bzw. Berechnungspunkte zu verdichten, da aufgrund der Steifigkeit der aufgehenden Konstruktion eine Einspannung oder Teileinspannung vorhanden sein kann. Diese Einspannung beeinflusst den Verschiebungsverlauf und damit auch die zutreffende Wahl des Ersatzsystems für diesen Bereich (vgl. Bild 5.19).

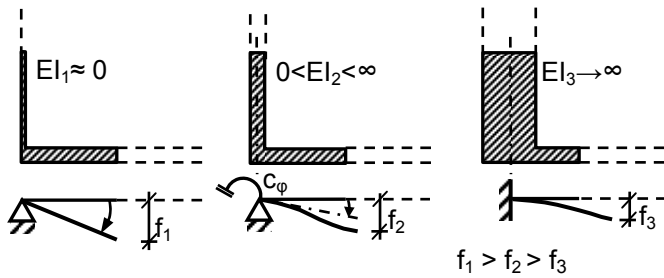


Bild 5.19: Verschiebungsverlauf im Randbereich einer Konstruktion beeinflusst durch die Steifigkeit des aufgehenden Bauteils

Durch Drehen können die Ersatzsysteme an die Form der Setzungsmulde oder des Setzungsattels angepasst werden (Bild 5.20). Aufgrund der geringen Verschiebungen im Vergleich zur jeweils betrachteten Stützweite ist es ausreichend, die vertikalen Setzungen auf das verformte System zu beziehen. Auf eine Anpassung durch Berücksichtigung des Winkels kann i. d. R. verzichtet werden.

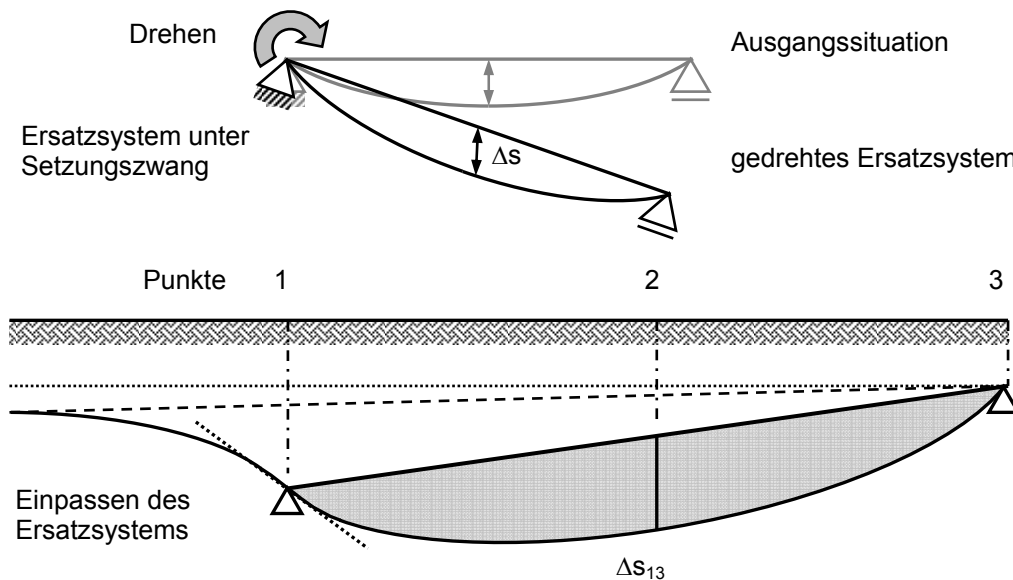


Bild 5.20: Anpassen des Ersatzsystems an die Setzungslinie

5.2.6 Analogiebetrachtungen zum Durchlaufträgersystem mit Ersatzsystemen

Für die vereinfachte Vorgehensweise wird davon ausgegangen, dass die Form einer Setzungsmulde oder eines Setzungssattels ausreichend genau durch die Biegelinie des *Bernoulli*-Balkens mit Schubdeformation nach *Timoshenko* beschrieben werden kann.

Nicht zu vernachlässigende Schubdeformation treten bei schubweichen Konstruktionen, beispielsweise bei Skelettbauten oder bei Bauteilen mit großen Öffnungen auf, was die Beachtung der Schubdeformation in den allgemeinen Ableitungen rechtfertigt.

Meist treten bei Gebäuden unter Setzungszwang reine Mulden- oder Sattellagerungen auf. Allerdings kann es durchaus vorkommen, dass aufgrund sehr unterschiedlicher Baugrundverhältnisse oder sehr ungleicher Belastungen des Gründungsbauwerks eine gemischte Form beider Lagerungsformen vorliegt. Darüber hinaus können auch Umbau-, Erweiterungsmaßnahmen oder Baumaßnahmen im direkten Einflussbereich eines Bauwerks dazu führen, dass ein Übergang von einer Mulden- in eine Sattellage oder umgekehrt stattfindet. Aus diesem Grund ist es sinnvoll, den gemischten Setzungsverlauf am Durchlaufträger als Ersatzsystem zu betrachten. Dabei lässt sich die Verschiebungslinie eines Durchlaufsystems abschnittsweise aus den Biegelinien

- von Einfeldträgern und von Kragträgern

darstellen, vgl. Bild 5.21.

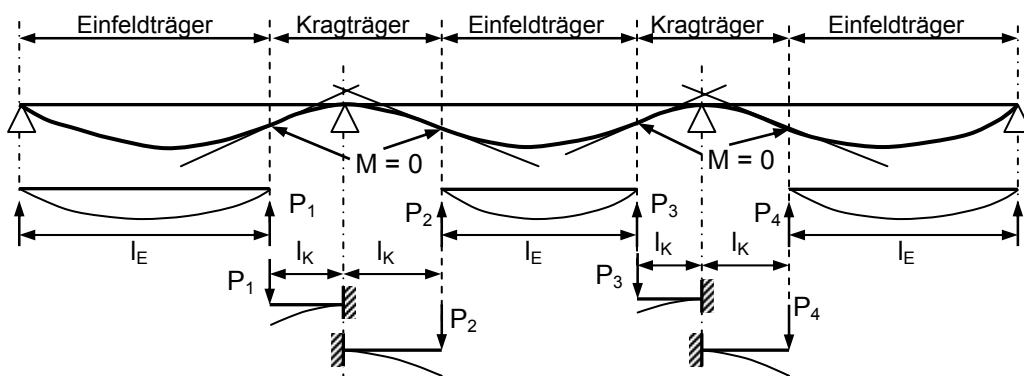


Bild 5.21: Unterteilung eines Durchlaufträgers in Ersatzsysteme aus Einfeldträgern und Kragträgern

Der Übergang von Einfeld- zu Kragssystem ist dabei durch die Wendepunkte definiert. Dieser Trägerpunkt entspricht dem Momentennullpunkt des Durchlaufträgers (Bild 5.22a). Der Auflagerpunkt ist dadurch gekennzeichnet, dass kein Differenzmoment ΔM auftritt (Bild 5.22b). Der Einfluss einer elastischen Einspannung ist in Abschnitt 5.3.5 dargestellt.

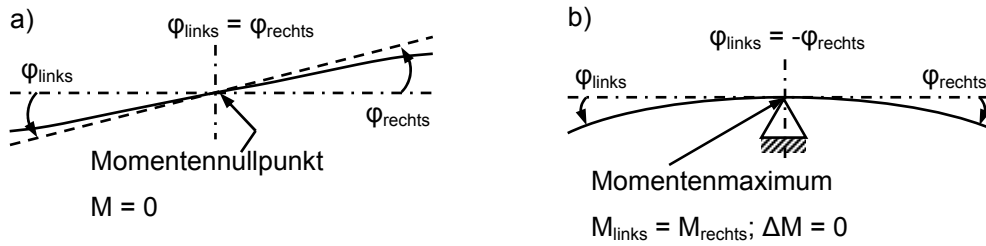


Bild 5.22: Definitionen zur Unterteilung eines Durchlaufträgers in Ersatzsysteme
 a) Momentennullpunkt b) Stützmoment (Momentenmaximum)

Um die Verträglichkeit beim Übergang von Einfeld- zu Kragssystem einhalten zu können, ist die Auflagerlast des Einfeldsystems als Belastung auf das Kragssystem aufzubringen. Eine beispielhafte Aufteilung in Ersatzsysteme ist in Bild 5.23 dargestellt.

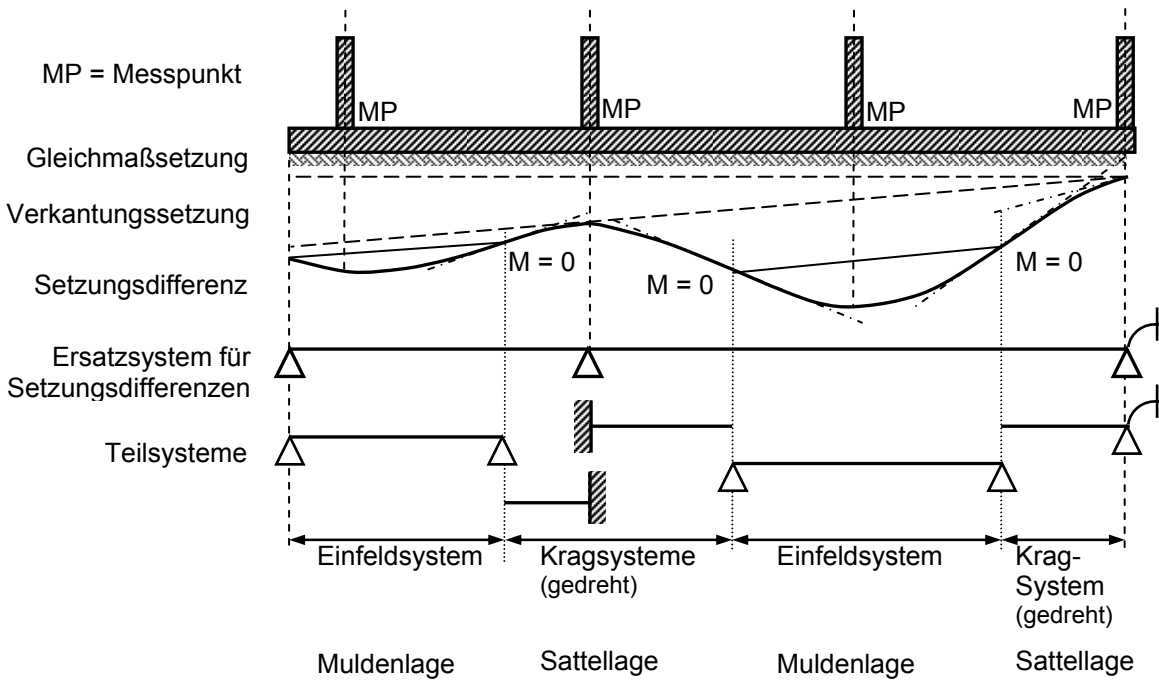


Bild 5.23: Teilsysteme zur Beschreibung einer Kombination aus Mulden- und Sattellagerungen

5.2.7 Definition kritischer Versagenschnitte für Mulden- und Sattellagerungen

Da die Setzungslinie einerseits aus einer Berechnung ermittelt werden kann, andererseits aber auch aus vor Ort durchgeführten Setzungsmessungen abgeleitet werden kann, ist es im Zu-

sammenhang mit den meist kleinen Setzungsmaßen im Vergleich zur Längenausdehnung des betrachteten Bauwerks oder Bauteils zweckmäßig, das

- Verschiebungsmaximum, das i. d. R. zutreffend gemessen werden kann, als kritischen Verschiebungsschnitt zu definieren.

Wie bereits erwähnt, haben die nachfolgend näher untersuchten Einheitslastsituationen – variable Einzellast und Streckenlast – nur einen exemplarischen Charakter. Vielmehr ist diejenige Einheitsbelastung am Ersatzsystem zu wählen, durch die der Verlauf der wirklichen Setzungslinie realitätsnah abgebildet werden kann. Als Entscheidungshilfe zur realistischen Wahl des Ersatzlastbildes können

- die Form der Lasteinleitung (Einzellast, Streckenlast, etc.) in Verbindung mit
- der Konstruktionsform und des Gründungstyps unter Berücksichtigung
- der anstehenden Baugrundverhältnisse

dienen. Da das Verschiebungsmaximum aus einer Setzungsberechnung oder Setzungsmessung bekannt ist, über die Last- und die Steifigkeitssituation nur bedingt Angaben vorhanden sein können, führt die Verhältniswertbetrachtung zwischen Verschiebung und Beanspruchung des tatsächlichen Zustandes (T) und des Einheitszustandes (E) zur allgemeinen Bestimmungsgleichung der Versagensmöglichkeit. Die Beanspruchung wird dabei in der materialabhängigen Dehnung $\varepsilon_x = \varepsilon_B$ bzw. Gleitung $\gamma_{xz} = \gamma_S$ ausgedrückt. Die einzelnen Betrachtungsschnitte befinden sich i. d. R. an unterschiedlichen Ersatzträgerstellen. Eine exemplarische Darstellung enthält Bild 5.24.

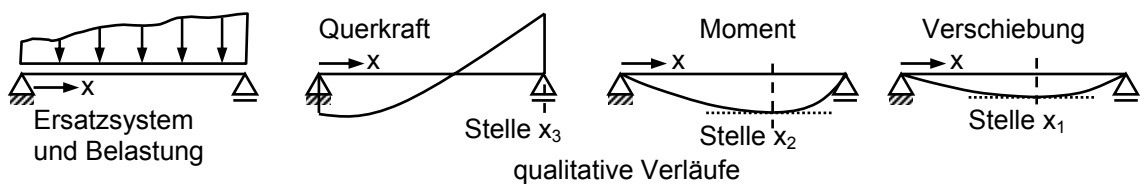


Bild 5.24: Qualitative Darstellung der Ersatzträgerstellung

Es gilt die Forderung der Gleichheit der Verhältniswerte von Einheitszustand (E) und tatsächlichem Zustand (T):

$$\text{Biegeversagen: } \frac{W_{max,x1}^E}{\varepsilon_{max,x2}^E} = \frac{W_{max,x1}^T}{\varepsilon_{max,x2}^T} \rightarrow W_{max,x1}^T = \frac{W_{max,x1}^E}{\varepsilon_{max,x2}^E} \cdot \varepsilon_{max,x2}^T \quad (5.14a)$$

$$\text{Schubversagen: } \frac{W_{max,x1}^E}{\gamma_{max,x3}^E} = \frac{W_{max,x1}^T}{\gamma_{max,x3}^T} \rightarrow W_{max,x1}^T = \frac{W_{max,x1}^E}{\gamma_{max,x3}^E} \cdot \gamma_{max,x3}^T \quad (5.14b)$$

Unter Einführung der Beziehungen für das Werkstoffgesetz und die Spannungsermittlung am Querschnitt

$$\varepsilon_{max;x2}^E = \frac{M_{max;x2}^E}{EI} \cdot z \text{ für Biegebeanspruchung, bzw.} \quad (5.15a)$$

$$\gamma_{max;x3}^E = \frac{Q_{max;x3}^E}{GA_s} \text{ für Schubbeanspruchung,} \quad (5.15b)$$

folgt aus Gleichung (5.14)

$$w_{max;x1}^T = w_{max;x1}^E \cdot \frac{EI}{M_{max;x2}^E \cdot z} \cdot \varepsilon_{max;x2}^T \quad (\text{Biegebeanspruchung}) \quad (5.15c)$$

$$w_{max;x1}^T = w_{max;x1}^E \cdot \frac{GA_s}{Q_{max;x3}^E} \cdot \gamma_{max;x3}^T, \text{ bzw.} \quad (\text{Schubbeanspruchung}) \quad (5.15d)$$

unter Beachtung der Ingenieurgleitung $\gamma_{xz} = 2 \cdot \varepsilon_{xz}$

$$w_{max;x1}^T = w_{max;x1}^E \cdot \frac{GA_s}{Q_{max;x3}^E} \cdot 2 \cdot \varepsilon_{max;x3}^T \quad (\text{Schubbeanspruchung}). \quad (5.15e)$$

Für die Ableitung kritischer Beanspruchbarkeiten wird also die Verschiebung an ausgewählten Punkten auf die Schnittkraft an ebenfalls ausgewählten Trägerstellen mit maximaler Schnittkraftbeanspruchung bezogen. An der Ersatzträgerstelle mit maximaler Schnittkraftbeanspruchung werden auch die Querschnittsverzerrungen maximal, unter der Voraussetzung, dass die Steifigkeiten entlang der Ersatzträgerachse konstant verlaufen. Werden nachfolgend die kritische Materialdehnung für Biegebeanspruchung $\varepsilon_{max;x2}^T = \varepsilon_{B,krit}$ bzw. für Schubbeanspruchung die kritische Gleitung $\varepsilon_{max;x3}^T = \varepsilon_{S,krit}$ eingeführt, ergeben sich die allgemeinen Beziehungen für das Versagen:

$$\Delta_{krit} = w_{max}^E \cdot \frac{EI}{M_{max}^E \cdot z} \cdot \varepsilon_{B,krit} \quad (\text{Biegeversagen}) \quad (5.16a)$$

$$\Delta_{krit} = w_{max}^E \cdot \frac{GA_s}{Q_{max}^E} \cdot 2 \cdot \varepsilon_{S,krit} \quad (\text{Schubversagen}) \quad (5.16b)$$

Da die kritischen Materialeigenschaften entlang der Trägerachse konstant verlaufen, ist diejenige Stelle mit maximaler Beanspruchung zu verwenden. Damit sind alle weiteren Ersatzträgerstellen mit geringerer Beanspruchung abgedeckt.

Vereinfacht setzt sich die eingeführte materialabhängige kritische Grenzdehnung bzw. -gleitung aus zwei Anteilen zusammen, einmal aus dem

- Anteil der setzungserzeugenden Belastungen und
- aus dem durch Setzungszwang hervorgerufenen Anteil

zusammen. Streng genommen können beide Anteile nicht getrennt betrachtet werden, da einerseits durch die Belastungen Setzungen verursacht werden, andererseits die Setzungen wiederum Rückwirkungen auf die Konstruktion im Sinne von Lastumlagerungen und Steifigkeitsänderungen haben. Um die Problematik der Wechselwirkung zwischen Bauwerk und Baugrund näherungsweise beschreiben zu können, ist es für die vereinfachte Vorgehensweise sinnvoll, beide Anteile formal zu trennen. Dies führt auch dazu, dass die eingeführte kritische Materialdehnung bzw. -gleitung ε_{krit} als Versagenskennzeichen aus zwei Anteilen besteht. Da sowohl die Materialeigenschaften von Bauwerk und Baugrund, als auch die Lastsituationen und der Setzungsvorgang zeitlichen Einflüssen und Änderungen unterworfen ist, ändert sich sowohl das Verhältnis der Einzelanteile als auch der Gesamtbetrag der kritischen Dehnung und Gleitung. Wird der Anteil an der kritischen Dehnung bzw. Gleitung aus setzungserzeugender Belastung als bekannt vorausgesetzt, ergibt sich der Betrag aus Setzungszwang als Differenzwert.

$$\Delta\varepsilon_{krit}^{Zwang}(t) = \varepsilon_{krit}(t) - \varepsilon^{Last}(t) \quad (5.17)$$

5.3 Berücksichtigung erweiterter Lastfallsituationen

5.3.1 Vorgehensweise

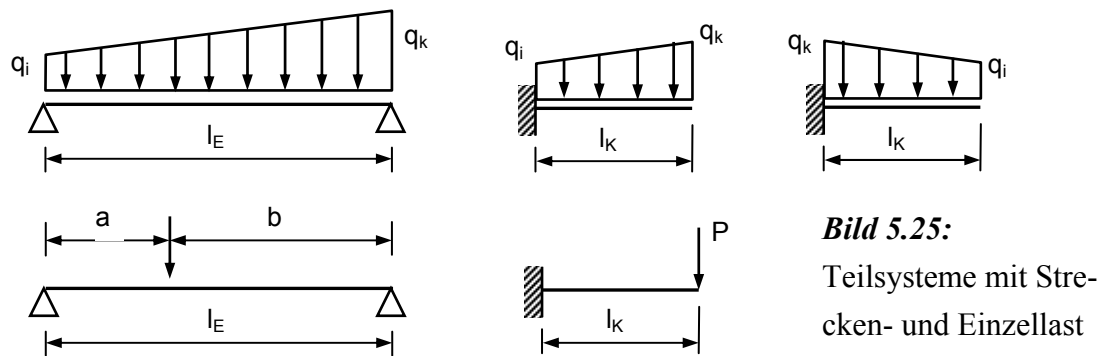
Sowohl für eine Mulden- als auch für eine Sattellagerung werden in den folgenden Abschnitten auf der Grundlage der Balkenlösung exemplarische Lastsituationen untersucht. Durch diese Lastsituationen, die in den Tabellen 5.4 bis 5.6 aufgeführt sind, soll die allgemeine Vorgehensweise verdeutlicht werden, sie erheben allerdings nicht den Anspruch auf Vollständigkeit. Bei den untersuchten Lastsituationen stellt die Trapezbelastung über die gesamte Trägerlänge für eine Dreiecks- und eine Gleichlast eine übergeordnete Lastsituation dar.

5.3.2 Erweiterte Lastsituationen

Für die Einheitslastsituation wird neben

- einer variablen Einzellast auch
- eine Trapezlast

als setzungserzeugend angenommen. Durch die Trapezlast lassen sich auch eine Gleichlast und eine Dreieckslast abbilden. Die Belastungssituationen der Teilsysteme sind in Bild 5.25 dargestellt.



Für die Ableitung von Versagenskriterien wird vorausgesetzt, dass die Materialeigenschaften im Gebrauchszustand im elastischen Bereich verbleiben, es gilt also weiterhin das Superpositionsprinzip (Bild 5.26).

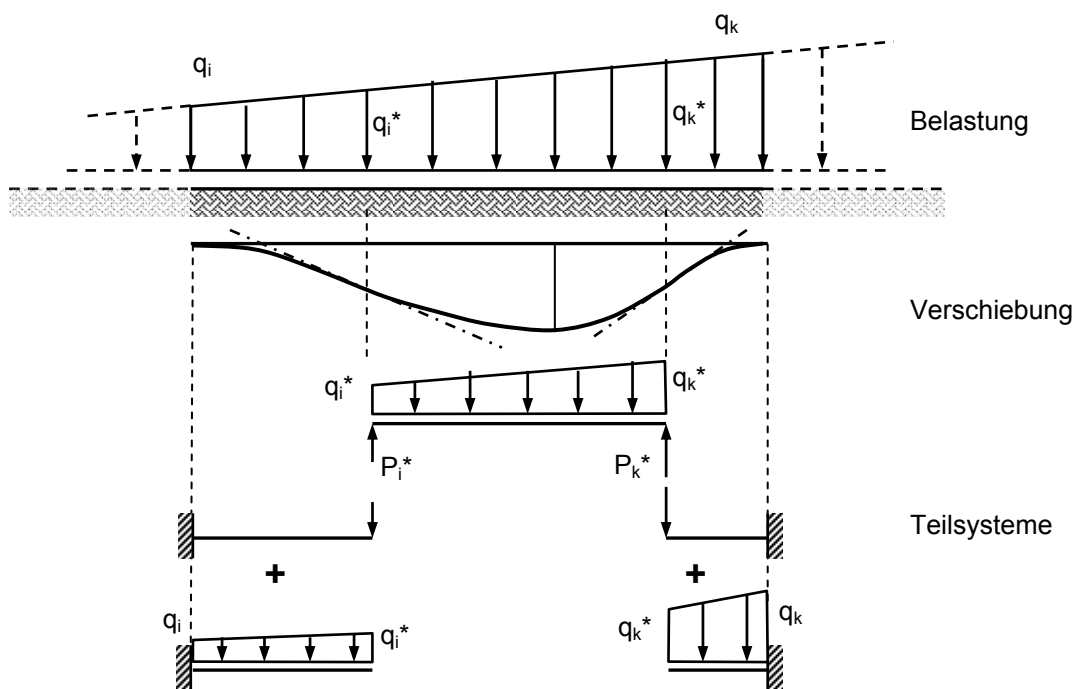


Bild 5.26: Lastüberlagerung der Teilsysteme

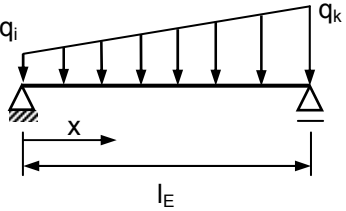
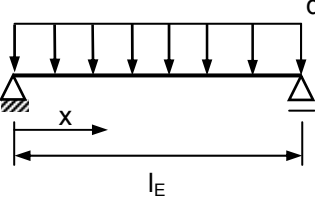
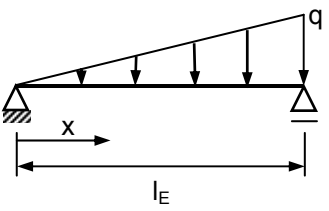
5.3.3 Trägerstellen mit maximalen Beanspruchungen und maximalen Verschiebungen

Nachfolgend sind die zur Bestimmung der Versagenskriterien maßgebenden Ersatzträgerstellen tabellarisch zusammengefasst. Es handelt sich dabei um die Stellen der Ersatzträger mit maximal auftretender Verschiebung und maximaler Schnittkraft. Die entsprechenden

Schnitte können dabei an unterschiedlichen Ersatzträgerstellen liegen. Auf die Darstellung des Verschiebungsmaximums eines Einfeldträgers unter Trapezlast wird verzichtet. Zur Bestimmung sind entsprechende Graphen angegeben. Bild 5.28 zeigt die Verschiebungsmaxima unter Berücksichtigung einer Schubverschiebung.

Ohne Berücksichtigung der Schubdeformation ergeben sich die Verschiebungsmaxima einer Trapezlast vereinfacht nach Bild 5.27.

Tabelle 5.4: Trägerstellen mit maximaler Beanspruchung und Verschiebungen für Einfeldsysteme unter Streckenlast

Einfeldsystem unter Streckenlast			
Belastungsart			
Belastungsverlauf p_z	$p_z = q_i \cdot \left(1 - \frac{x}{l}\right) + q_k \cdot \frac{x}{l}$	$p_z = q$	$p_z = q \cdot \frac{x}{l}$
Verschiebung	Siehe Bild 5.28 Vereinfacht: Bild 5.27	$x = \frac{l_E}{2}$	Siehe Bild 5.28 Vereinfacht: Bild 5.27
Moment	$x = \frac{3 \cdot q_i - \sqrt{3 \cdot (q_i^2 + q_i \cdot q_k + q_k^2)}}{3 \cdot (q_i - q_k)} \cdot l$	$x = \frac{l_E}{2}$	$x = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot l_E$
Querkraft	$x = l_E$	$x = 0$ $x = l_E$	$x = l_E$

Anmerkung: Belastungsdarstellungen in den Balkensystemen q , P usw. (Tabelle 5.4 bis Tabelle 5.6) differenzieren zunächst nicht in ständige oder veränderliche Einwirkungen nach dem Teilsicherheitskonzept, sondern verwenden allgemeine statische Abkürzungen.

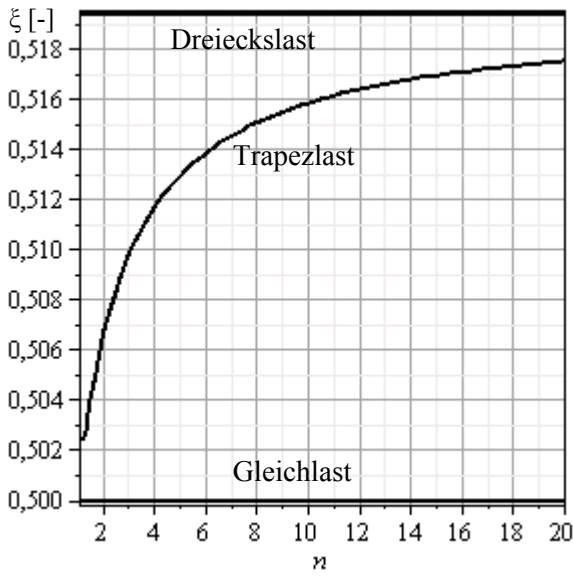


Bild 5.27:
Vereinfachtes Verschiebungsmaximum einer Trapez-, Dreiecks- und einer Gleichlast ohne Berücksichtigung der Schubsteifigkeit

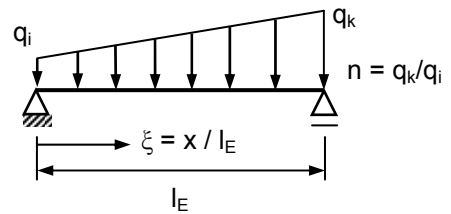
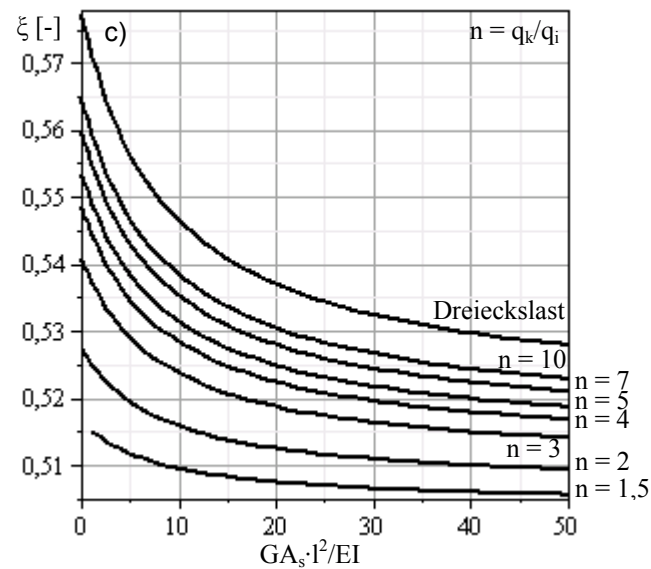
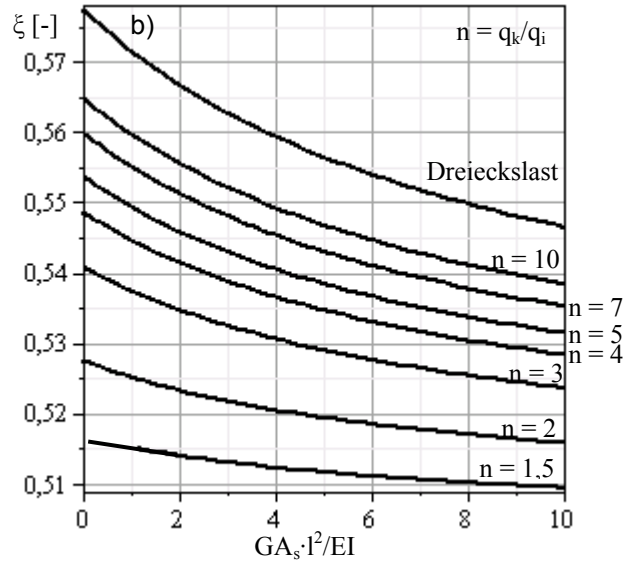
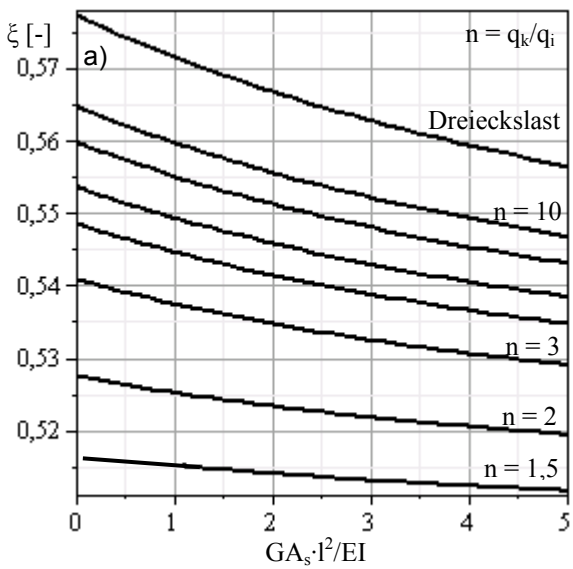


Bild 5.28:
Verschiebungsmaximum einer Trapezlast bei unterschiedlichem Verhältnis von Schub- und Biegesteifigkeit

Das Verschiebungsmaximum eines Einfeldträgers unter Dreiecksbelastung befindet sich unter Berücksichtigung der Schub- und der Biegesteifigkeit an der Stelle

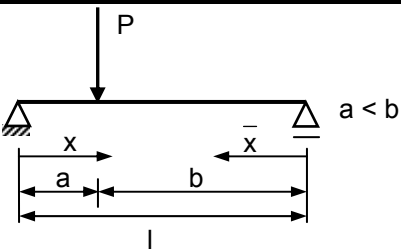
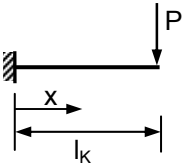
$$x = \frac{\sqrt{15} \cdot \left(\sqrt{GA_s \cdot \left(15 \cdot l_E^2 \cdot GA_s + 90 \cdot EI - 2 \cdot \sqrt{30} \cdot \left(GA_s^2 \cdot l_E^4 + 15 \cdot GA_s \cdot EI \cdot l_E^2 + 67,5 \cdot EI^2 \right) \right)} \right)}{15 \cdot GA_s},$$

bzw. vereinfacht ohne Berücksichtigung einer Schubverschiebung an der Stelle (5.18a)

$$x = \frac{\sqrt{15 - 2 \cdot \sqrt{30}}}{\sqrt{15}} \cdot l_E \approx 0,5193 \cdot l_E. \quad (5.18b)$$

Beide Beziehungen sind in den Bildern 5.27 und 5.28 dargestellt. Für eine Einzellast enthält Tabelle 5.5 die entsprechenden Zusammenhänge. Für Kragssysteme sind sie in Tabelle 5.6 zusammengestellt.

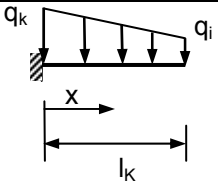
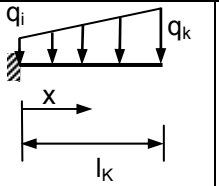
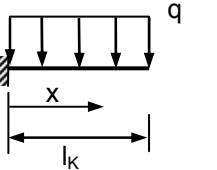
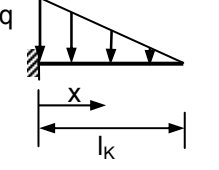
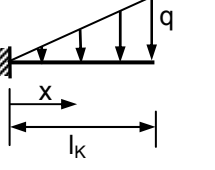
Tabelle 5.5: Trägerstellen mit maximaler Beanspruchung und Verschiebungen für Krag- und Einfeldsysteme unter Einzellast

		Einzellast	
System			
Ver-schiebung		$x = \begin{cases} \frac{\sqrt{3 \cdot GA_s \cdot (GA_s \cdot a \cdot (2 \cdot l - a) + 6 \cdot EI)}}{3 \cdot GA_s} & \left\{ \begin{array}{l} x \leq a \\ a < x \leq l \end{array} \right. \end{cases}$	$x = l_k$
Moment		$x = a$	$x = 0; x = l_k$
Querkraft		$x = 0$	

Ohne Berücksichtigung der Schubsteifigkeit ergeben sich für den *Bernoulli*-Balken die Verschiebungsmaxima vereinfacht zu:

$$x = \begin{cases} \frac{\sqrt{3 \cdot a \cdot (2 \cdot l - a)}}{3} & \left\{ \begin{array}{l} x \leq a \\ a < x \leq l \end{array} \right. \end{cases} \quad (5.19)$$

Tabelle 5.6: Trägerstellen mit maximaler Beanspruchung und Verschiebungen für Kragssysteme unter Streckenlast

Kragssystem unter Streckenlast	
Belastungsart; Belastungsverlauf p_z	
	
	
	
Schnittkräfte	Verschiebung
$x = 0$	$x = l_K$

5.3.4 Momentennullpunkte als Kennzeichen der Unterteilung in Einfeldsysteme und Kragssysteme

Durch Kombination der gewählten Teilsysteme lassen sich sowohl Muldenlagerungen wie auch Sattellagerungen darstellen. Zur besseren Einordnung enthält nachfolgende Tabelle eine Zusammenstellung der Momentennullpunkte für die unterschiedlichen Einheitslastsituationen in Verbindung mit der Einspannsituation an den Auflagern.

Tabelle 5.7: Momentennullpunkte für die Unterteilung in Teilsysteme

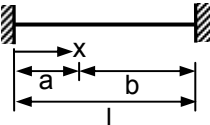
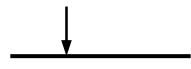


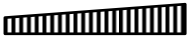
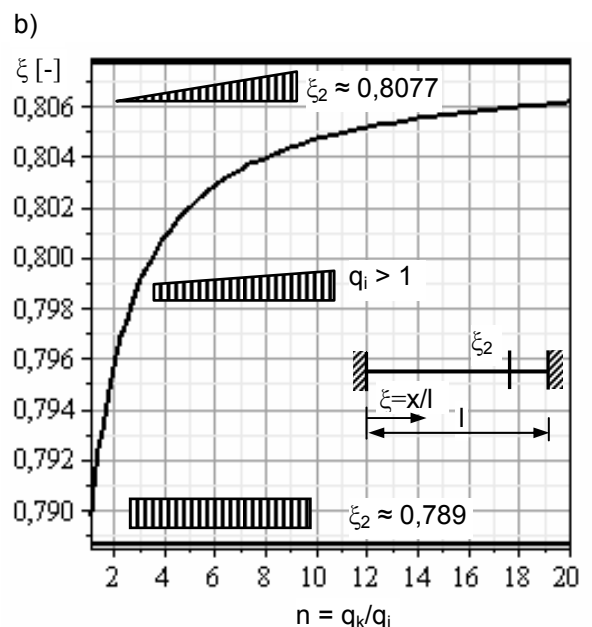
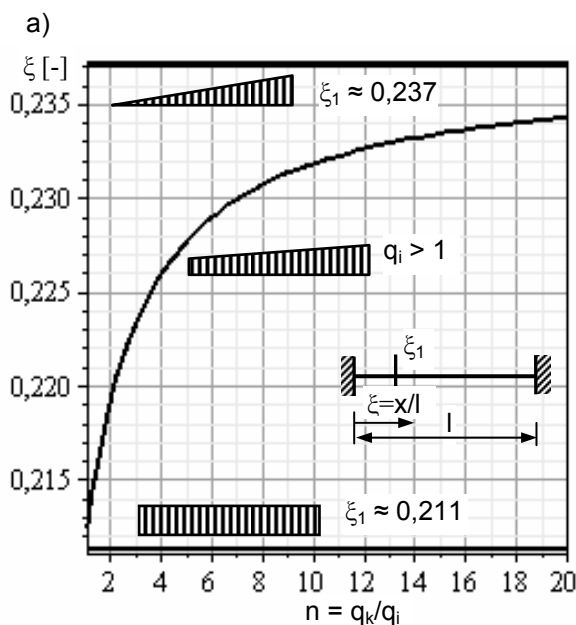
System	Last	Momentennullpunkte $q_k > q_i$; $q_i > 1$
		$x_1 = \frac{a \cdot l}{2 \cdot a + l} \quad x \leq a \qquad x_2 = \frac{l \cdot (a - 2 \cdot l)}{2 \cdot a - 3 \cdot l} \quad x > a$
		$x_{1/2} = \left(\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{6} \right) \cdot l$
		$x_1 = \frac{1}{10} \cdot l \cdot \sqrt{30} \cdot \left(-\sin \left(\frac{1}{3} \cdot \arctan \frac{\sqrt{170}}{10} + \frac{\pi}{6} \right) + \sqrt{3} \cdot \sin \left(-\frac{1}{3} \cdot \arctan \frac{\sqrt{170}}{10} + \frac{\pi}{3} \right) \right) \approx 0,237 \cdot l$ $x_2 = \frac{1}{5} \cdot l \cdot \sqrt{30} \cdot \sin \left(\frac{1}{3} \cdot \arctan \frac{\sqrt{170}}{10} + \frac{\pi}{6} \right) \approx 0,8077 \cdot l$
		siehe Bild 5.29

Tabelle 5.7: Momentennullpunkte für die Unterteilung in Teilsysteme (Fortsetzung)

		$x_1 = \frac{a \cdot l \cdot (a - 2 \cdot l)}{a^2 - 2 \cdot a \cdot l - 2 \cdot l^2} \quad x \leq a \quad x_2 = l \quad x > a$		
		$x_1 = l/4; \quad x_2 = l$		$x_1 = \left(\frac{\sqrt{15}}{5} - \frac{1}{2} \right) \cdot l; \quad x_2 = l$
		$x_1 = \frac{-10 \cdot q_i - 5 \cdot q_k + \sqrt{60 \cdot (q_i^2 + q_k^2) + 105 \cdot q_i \cdot q_k}}{10 \cdot (q_k - q_i)} \cdot l; \quad x_2 = l$		
		$x_1 = 0 \quad x \leq a \quad x_2 = \frac{2 \cdot l^3}{3 \cdot l^2 - a^2} \quad x > a$		
		$x_2 = \frac{3}{4} \cdot l; \quad x_1 = 0$		$x_2 = \frac{\sqrt{15}}{5} \cdot l; \quad x_1 = 0$
		$x_2 = \frac{-15 \cdot q_i + \sqrt{60 \cdot (q_i^2 + q_k^2) + 105 \cdot q_i \cdot q_k}}{10 \cdot (q_k - q_i)} \cdot l; \quad x_1 = 0$		

Da für eine Trapezlast mit beidseitiger Einspannung die Formelbeschreibung sehr aufwendig ist, wird sie grafisch wiedergegeben.



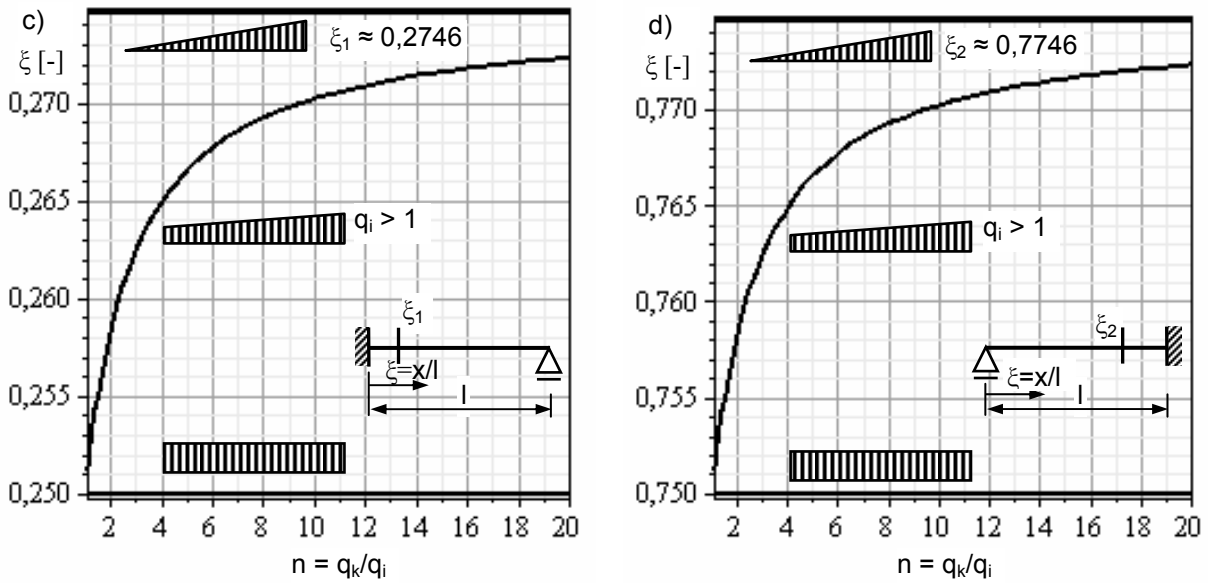


Bild 5.29: Momentennullpunkte für Streckenlasten mit unterschiedlichen Lagerungsbedingungen

5.3.5 Behandlung von elastischen Einspannungen

Eine elastische Einspannung, beispielsweise durch ein aufgehendes Bauteil kann über die Winkelverdrehung berücksichtigt werden. Eine elastische Einspannung bewirkt eine Gegenkrümmung in der Biegelinie. Der Abstand des Wendepunktes ist dabei von der Steifigkeit abhängig. Bild 5.30 und Bild 5.31 zeigt die Auswirkungen.

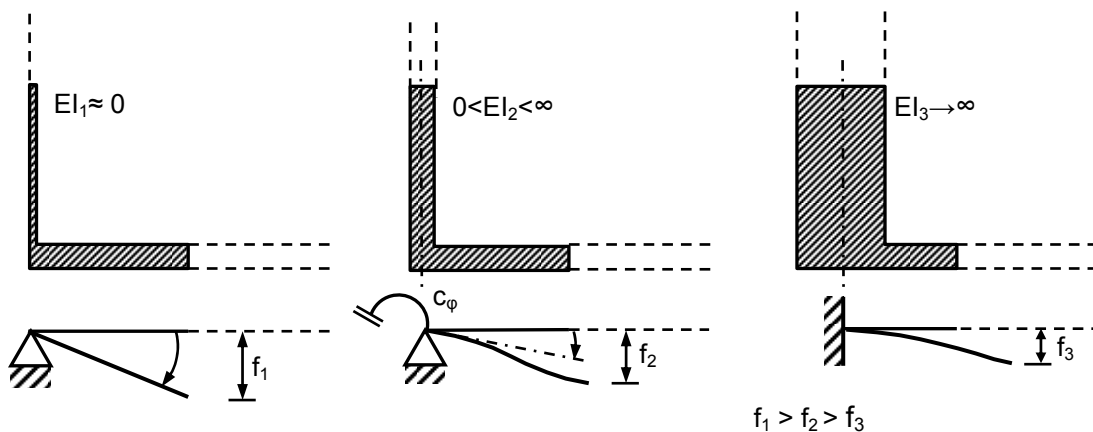


Bild 5.30a): Drehfedersteifigkeit aus elastischer Einspannung beispielsweise durch eine aufgehende Wand an einem Gebäudeende

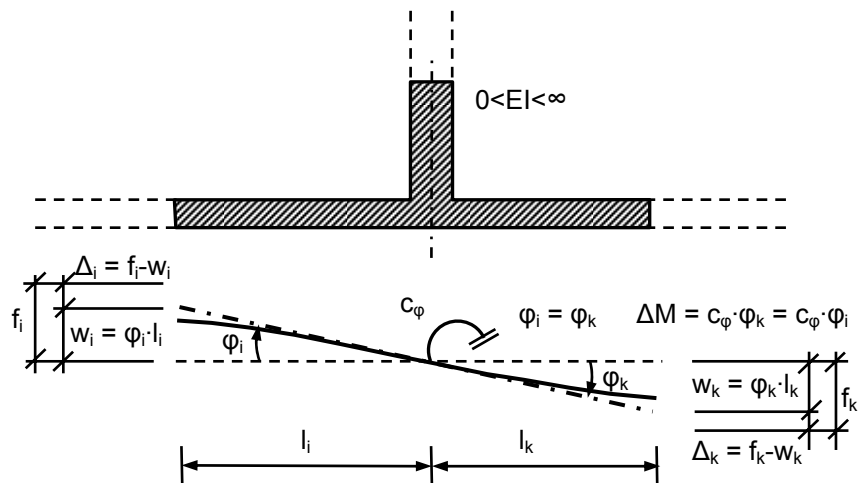
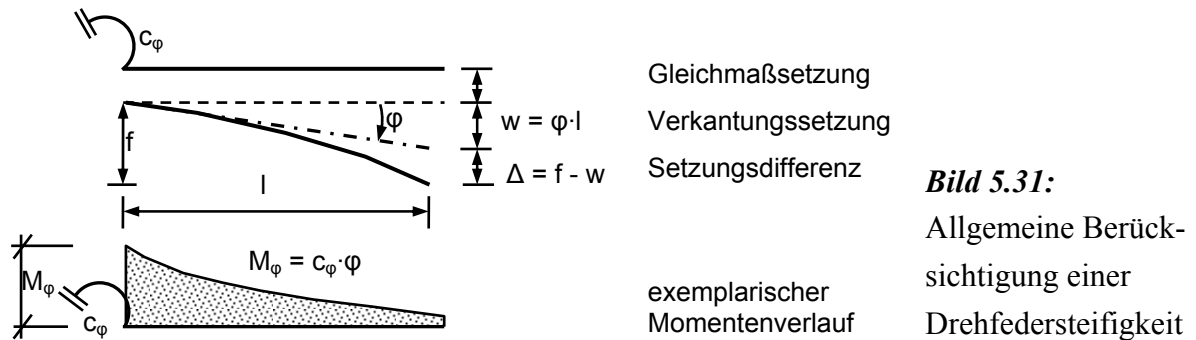


Bild 5.30b): Drehfedersteifigkeit aus elastischer Einspannung beispielsweise durch eine aufgehende Wand im Gebäudeinneren

Durch die Berücksichtigung einer Drehfedersteifigkeit kommt es zu einer Änderung im Verschiebungsverlauf und zu einer Beanspruchung im aufgehenden Bauteil. Der durch die Drehfedersteifigkeit beeinflusste Setzungsverlauf kann in diesem Bereich ebenfalls in eine Verkantungssetzung und in eine Setzungsdifferenz aufgeteilt werden (vgl. Bild 5.31).



5.3.6 Lösung der Balkendifferentialgleichung

Für die in den folgenden Abschnitten behandelten Fälle löst der bekannte

- Polynomansatz

die Balkendifferentialgleichung für die Schnittkraft-, Verschiebungs- und Krümmungsverläufe. Da elastisches Materialverhalten vorausgesetzt wird, besitzt das Superpositionsprinzip weiterhin Gültigkeit.

Bekanntlich setzt sich bei der *Timoshenko*-Balkentheorie die Querverschiebung w aus einem Biegeanteil w_b und aus einem Schubanteil w_s zusammen.

$$w = w_b + w_s \text{ (Querverschiebung)} \quad (5.20)$$

Aus der Addition beider Anteile folgt für den Normalendrehwinkel β

$$\beta = w' - \gamma_m \text{ (Normalendrehwinkel)} \quad (5.21)$$

Die entsprechenden Beziehungen sind in Bild 5.32 näher erläutert.

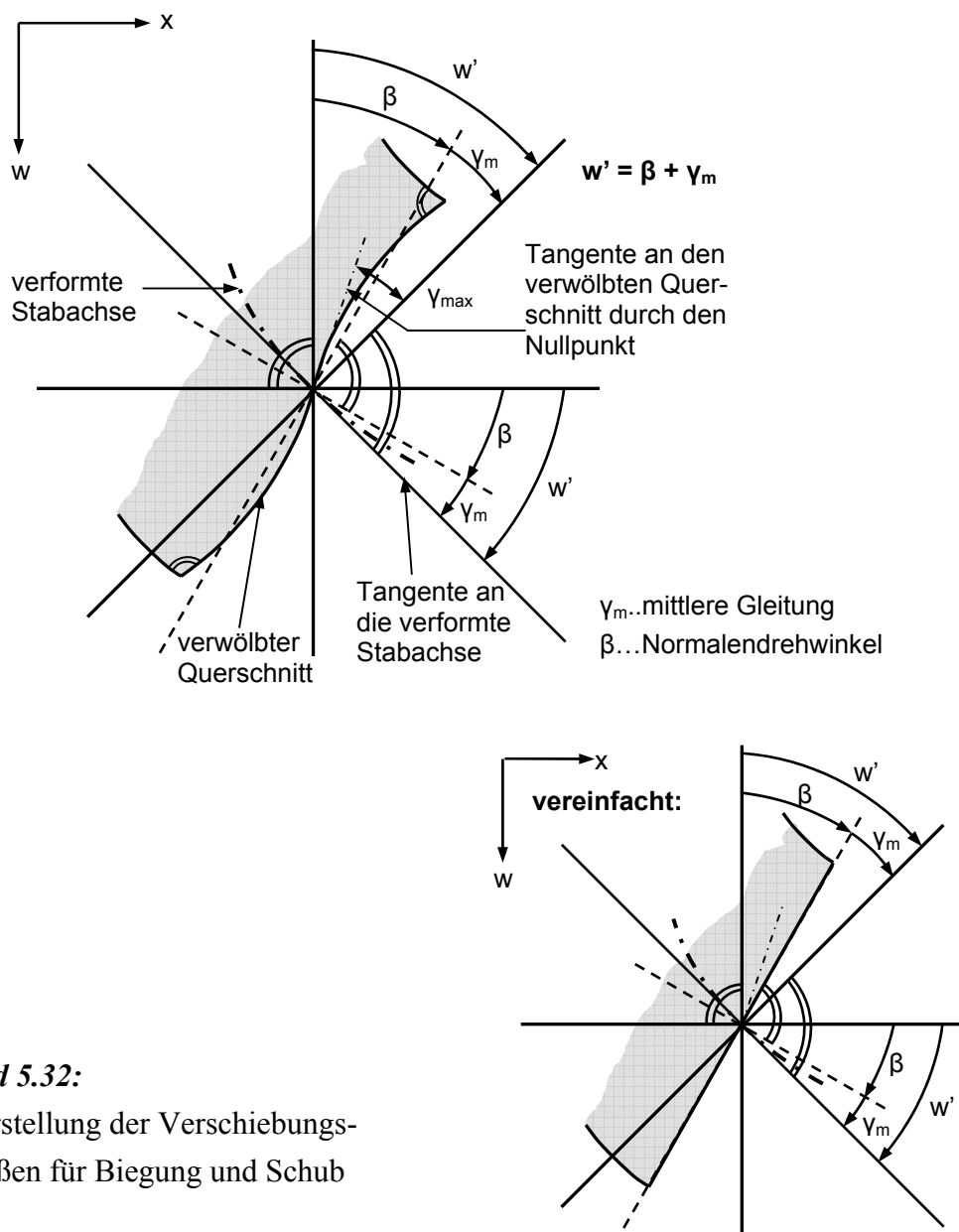


Bild 5.32:

Darstellung der Verschiebungsgrößen für Biegung und Schub

Aus der Betrachtung am differentiellen Element der Länge dx lassen sich folgende Gleichgewichtsbedingungen ableiten:

$$\sum V = 0: \quad \frac{dQ}{dx} + p_z = 0 \quad (5.22a)$$

$$\sum M = 0: \quad \frac{dM}{dx} - Q + m_y = 0 \quad (5.22b)$$

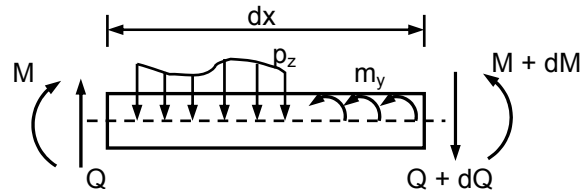


Bild 5.33: Gleichgewicht am differentiellen Element

Werkstoff	Kinematik
$Q = \gamma_m \cdot GA_s$	$\kappa = \beta'$
$M = -EI \cdot (\kappa - \kappa_0)$	$w' = \beta + \gamma_m$

Tabelle 5.8:

Werkstoffgesetz und Kinematik für den Schubalken nach *Timoshenko*

Unter Berücksichtigung der Werkstoffgesetze und der kinematischen Zusammenhänge lassen sich aus den Gleichgewichtsbedingungen folgende Differentialgleichungen ableiten:

$$\text{Querkraft:} \quad [GA_s \cdot (w' - \beta)]' = -p_z \quad (5.23a)$$

$$\text{Moment:} \quad [-EI \cdot \beta'] - GA_s \cdot (w' - \beta) = -m_y + (EI \cdot \kappa_0)' \quad (5.23b)$$

Für den Sonderfall, dass $EI = \text{konst.}$, $GA_s = \text{konst.}$, $\kappa_0 = 0$ und $m_y = 0$ sind, folgt:

$$\beta''' = \frac{p_z}{EI}, \text{ bzw.} \quad (5.24a)$$

$$w'''' = \frac{p_z}{EI} - \frac{p_z''}{GA_s}. \quad (5.24b)$$

Wird der Fall angenommen, dass die Belastung $p_z = \text{konst.}$ ist, kann die Lösung aus Integration gewonnen werden. Für die Lösung gilt bekanntlich

$$\begin{aligned} EI \cdot w(x)'''' &= p_z \\ EI \cdot w(x)''' &= \int_x EI \cdot w(x)'''' \cdot dx = p_z \cdot x + C_1 = EI \cdot (\beta(x)'' + \gamma_m(x)') \\ EI \cdot w(x)'' &= \int_x \int_x EI \cdot w(x)''' \cdot dx \cdot dx = p_z \cdot \frac{x^2}{2} + C_1 \cdot x + C_2 = EI \cdot (\beta(x)' + \gamma_m(x)) \\ EI \cdot w(x)' &= \int_x \int_x \int_x EI \cdot w(x)'' \cdot dx \cdot dx \cdot dx = p_z \cdot \frac{x^3}{6} + C_1 \cdot \frac{x^2}{2} + C_2 \cdot x + C_3 = EI \cdot (\beta(x) + \gamma_m(x)) \\ EI \cdot w(x) &= \int_x \int_x \int_x \int_x EI \cdot w(x)' \cdot dx \cdot dx \cdot dx \cdot dx = p_z \cdot \frac{x^4}{24} + C_1 \cdot \frac{x^3}{6} + C_2 \cdot \frac{x^2}{2} + C_3 \cdot x + C_4 = \\ &= EI \cdot \int_x \beta(x) \cdot dx + EI \cdot \int_x \gamma_m(x) \cdot dx = EI \cdot (w_b(x) + w_s(x)) \end{aligned} \quad (5.25a)$$

Für die Schnittkraftverläufe, den Verdrehungs- und den Verschiebungsverlauf folgt:

$$\begin{aligned}
 Q(x) &= M(x) = -p \cdot x - C_1 + EI \cdot \gamma_m'' \\
 M(x) &= -EI\beta'(x) = -p \cdot \frac{x^2}{2} - C_1 \cdot x - C_2 + EI \cdot \gamma_m' \\
 \beta(x) &= p \cdot \frac{x^3}{6 \cdot EI} + C_1 \cdot \frac{x^2}{2 \cdot EI} + C_2 \cdot \frac{x}{EI} + C_3 \cdot \frac{1}{EI} - \gamma_m \\
 w(x) &= p_z \cdot \frac{x^4}{24 \cdot EI} + C_1 \cdot \frac{x^3}{6 \cdot EI} + C_2 \cdot \frac{x^2}{2 \cdot EI} + C_3 \cdot \frac{x}{EI} + C_4 \cdot \frac{1}{EI}
 \end{aligned} \tag{5.25b}$$

Aus dem Werkstoffgesetz und den kinematischen Zusammenhängen gilt für die Ableitungen der mittleren Gleitung

$$\gamma_m(x) = -\frac{P}{GA_s} \quad \text{bzw.} \quad \gamma_m(x)' = -\frac{P'}{GA_s} \tag{5.25c}$$

und hieraus für die Gleitung selbst

$$\gamma_m(x) = \int_x \gamma_m(x)' \cdot dx = -\frac{p \cdot x}{GA_s} + \frac{C_{1s}}{GA_s} \tag{5.25d}$$

Für eine konstante Belastung ist $\gamma_m(x)' = 0$. Insgesamt folgt für die Lösung mit insgesamt fünf Integrationskonstanten

$$\begin{aligned}
 Q(x) &= -p \cdot x - C_1 \\
 M(x) &= -p \cdot \frac{x^2}{2} - C_1 \cdot x - C_2 - p \cdot \frac{EI}{GA_s} \\
 \beta(x) &= p \cdot \frac{x^3}{6 \cdot EI} + C_1 \cdot \frac{x^2}{2 \cdot EI} + C_2 \cdot \frac{x}{EI} + C_3 \cdot \frac{1}{EI} + p \cdot \frac{x}{GA_s} - C_{1s} \cdot \frac{1}{GA_s} \\
 w(x) &= p_z \cdot \frac{x^4}{24 \cdot EI} + C_1 \cdot \frac{x^3}{6 \cdot EI} + C_2 \cdot \frac{x^2}{2 \cdot EI} + C_3 \cdot \frac{x}{EI} + C_4 \cdot \frac{1}{EI}
 \end{aligned} \tag{5.25e}$$

Die fünf Integrationskonstanten lassen sich aus vier Randbedingungen und der Bedingung

$$Q(x) = GA_s \cdot \gamma_m' : \quad -p \cdot x - C_1 = -p \cdot x + C_{1s} \quad \rightarrow \quad C_{1s} = -C_1 \tag{5.25f}$$

bestimmen. Für die Lösung aus dem Biegeanteil nach *Bernoulli* und der Schubverformung nach *Timoshenko* lässt sich nachfolgendes Gleichungssystem anschreiben:

$$\begin{bmatrix} EI \cdot w(x) \\ EI \cdot \beta(x) \\ M(x) \\ Q(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x^4}{24} \\ \frac{x^3}{6} + x \cdot \frac{EI}{GA_s} \\ \frac{x^2}{2} - \frac{EI}{GA_s} \\ -x \end{bmatrix} \cdot p_z + \begin{bmatrix} \frac{x^3}{6} & \frac{x^2}{2} & x & 1 \\ \frac{x^2}{2} + \frac{EI}{GA_s} & x & 1 & 0 \\ -x & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix} \tag{5.25g}$$

Die Verschiebungsanteile aus Schub und Biegung können dabei entsprechend Bild 5.33 superponiert werden, sodass sich die Lösung der Differentialgleichung für die getroffenen Vereinfachungen auch getrennt aus dem Biege- und dem Schubanteil darstellen lässt. Für den Schubanteil folgt mit

$$\gamma_m = w_s' \tag{5.26}$$

$$w_s'' = -\frac{P_z}{GA_s} \tag{5.27a}$$

Für den Biegeanteil gilt die bekannte Beziehung

$$w_b'''' = \frac{P_z}{EI} \tag{5.27b}$$

Die Lösung für den Schubanteil lautet:

$$\begin{bmatrix} GA_s \cdot w_s(x) \\ Q(x) \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \frac{x^2}{2} \\ x \end{bmatrix} \cdot P_z + \begin{bmatrix} x & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_{1,q} \\ C_{2,q} \end{bmatrix} \tag{5.28a}$$

Für den Biegeanteil gilt:

$$\begin{bmatrix} EI \cdot w_b(x) \\ EI \cdot w_b'(x) = EI \cdot \beta(x) \\ M(x) \\ Q(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x^4}{24} \\ \frac{x^3}{6} \\ -\frac{x^2}{2} \\ -x \end{bmatrix} \cdot P_z + \begin{bmatrix} \frac{x^3}{6} & \frac{x^2}{2} & x & 1 \\ \frac{x^2}{2} & x & 1 & 0 \\ -x & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix} \tag{5.28b}$$

Die Gesamtverschiebung ergibt sich dann als Summe der Einzelanteile

$$w = w_b + w_s \tag{5.29}$$

5.3.7 Erläuterungen zur Ergebnisdarstellung und zur Anwendung der Grafiken

Aus der definierten Versagensbeziehung (Gleichung 5.16a und Gleichung 5.16b) ergeben sich für das Biege- und das Schubversagen Grenzkurven bei deren Überschreiten mit Schäden zu rechnen ist. Der unkritische, nicht schadensanfällige Bereich unterhalb der Kurven ist in Bild 5.34c) für Schubversagen bzw. Bild 5.34d) für Biegeversagen dargestellt. Um die Beanspruchbarkeit des gesamten Ersatzträgers zu erfassen, ist das Minimum aus beiden Versagensbeziehungen zu bilden (vgl. Bild 5.34d). Das bedeutet, dass bei Überschreitung der kritischen Beanspruchbarkeit auch die Materialeigenschaften überschritten werden, z. B. bei Beton und Mauerwerk unter Biegebeanspruchung überwiegend die Zug- bzw. die Biegezug-

festigkeit, was i. d. R. eine Rissbildung zur Folge hat. Der darunter liegende Bereich kann daher als unkritisch im Sinne einer Nicht-Überschreitung der Materialeigenschaften angesehen werden. Bild 5.34a) stellt die charakteristischen Kurvenverläufe für Biege- und Schubbeanspruchung dar. Beispiele für die Anwendung der Versagenskriterien sind in Tabelle 5.9 schematisch zusammengestellt.

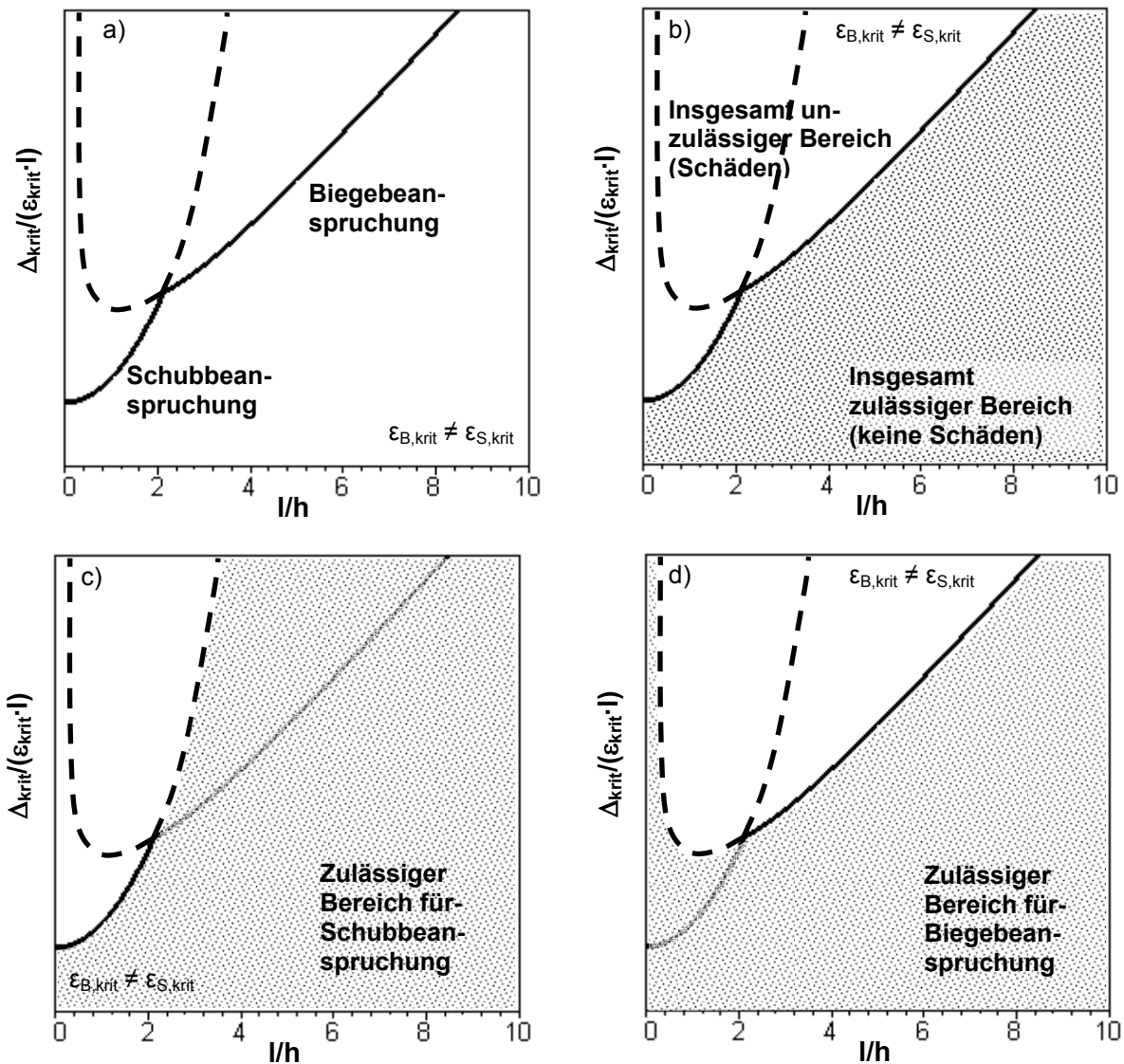


Bild 5.34: a) Charakteristische Kurvenverläufe für Biege- und Schubbeanspruchung
 b) Abgrenzung des insgesamt zulässigen Bereichs zum kritischen Bereich mit der Möglichkeit des Auftretens von Schäden
 c) Zulässiger Bereich für Schubbeanspruchung
 d) Zulässiger Bereich für Biegebeanspruchung

Tabelle 5.9: Beispiele für die Anwendung der abgeleiteten Kurven zur Bestimmung kritischer Beanspruchbarkeiten

	Anwendung der Grenzkurve	bekannte bzw. vorab bestimmte Parameter	Ergebnis
Zulässigkeit		<ul style="list-style-type: none"> • Geometrie: <ul style="list-style-type: none"> - Gebäudelänge l - Gebäudehöhe h • Materialeigenschaften: <ul style="list-style-type: none"> - E-Modul - zulässige Spannungen σ, τ → ϵ_{krit} • Δ aus Setzungsmessungen, Baugrundgutachten oder Setzungsberechnung 	zulässig / nicht zulässig
Materialwahl		<ul style="list-style-type: none"> • Geometrie: <ul style="list-style-type: none"> - Gebäudelänge l - Gebäudehöhe h • Δ aus Setzungsmessungen, Baugrundgutachten oder Setzungsberechnung 	kritische Dehnung ϵ_{krit} ($\epsilon_{B,krit} \neq \epsilon_{S,krit}$) → Materialwahl
Verschiebung		<ul style="list-style-type: none"> • Geometrie: <ul style="list-style-type: none"> - Gebäudelänge l - Gebäudehöhe h • Materialeigenschaften: <ul style="list-style-type: none"> - E-Modul - zulässige Spannungen σ, τ → $\epsilon_{S,krit}$ bzw. $\epsilon_{B,krit}$ 	zulässige Verschiebung Δ bei fest- gelegtem ϵ_{krit}
Geometrie		<ul style="list-style-type: none"> • Geometrie: <ul style="list-style-type: none"> - Gebäudelänge l oder: - Gebäudehöhe h • Materialeigenschaften: <ul style="list-style-type: none"> - E-Modul - zulässige Spannungen σ, τ → $\epsilon_{S,krit}$ bzw. $\epsilon_{B,krit}$ • Δ aus Setzungsmessungen, Baugrundgutachten oder Setzungsberechnung 	Verhältnis l/h → Gebäude- höhe h oder: iterativ Ge- bäudelänge l

Die Ableitung kritischer Versagenskriterien einer Mulden- und einer Sattellagerung unter Einheitslastbelastung erfolgt

- für einen quadratischen Ersatzquerschnitt mit der Seitenlänge 1 und
- für eine kritische Einheitsdehnung bzw. -gleitung der Größe $\varepsilon_{krit} = 1$ [-].

Zu beachten ist, dass bei Verwendung der Graphen unterschiedliche Werte für die kritische Schubgleitung und die Biegedehnung zu verwenden sind, also $\varepsilon_{S,krit} \neq \varepsilon_{B,krit}$.

5.4 Anwendung der Balkentheorie für Gebäudemuldenlagerung

5.4.1 Allgemeines

Für die Muldenlagerungen werden die unterschiedlichen Belastungsformen, Lagerungsbedingungen und Beanspruchungen nachfolgend dargestellt. Dabei werden Versagenskriterien mit

- unterschiedlichen Verhältnissen von Biege- und Schubsteifigkeit untersucht,
- vereinfachte Versagensbeziehungen abgeleitet

und im Hinblick auf den zulässigen Bereich unterhalb der Versagenskurven

- Bewertungen für die Anwendung der unterschiedlichen Lastsituationen vorgenommen.

Für eine bessere Vergleichbarkeit der unterschiedlichen Versagenskriterien wird im Gegensatz zu der im Grundbau üblichen minimalen angrenzenden Stützweite als Bezugswert, die gesamte Ersatzträgerlänge verwendet. Die für die Auswertung exemplarisch angenommenen unterschiedlichen Verhältnisse von Biege- und Schubsteifigkeit enthält Tabelle 5.10.

Tabelle 5.10: Verhältnis von Biege- zu Schubsteifigkeit

Verhältnis von Elastizitätsmodul zu Schubmodul		E/G (nach Burland, (1977))	$\frac{EI}{GA_s \cdot l^2} = k \cdot \frac{h^2}{l^2}$
quadratischer Einheitsquerschnitt mit den Seitenlängen „1“	$GA_s \cdot h^2 \gg EI$	0,5	k = 0,05
	linear elastisch: $\alpha_s = \frac{5}{6}$	2,4	k = 0,24
	$GA_s \cdot h^2 \ll EI$	12,5	k = 1,25

Auf die Darstellung der ausführlichen Rechengängen zur Bestimmung der Verschiebungsmomenten oder Querkraftverläufe wird verzichtet, es werden die für die Ableitung notwendigen Zwischenergebnisse wiedergegeben, die kompletten Rechengänge können den Anhängen entnommen werden.

5.4.2 Einfeldträger mit variablem Abstand der Einzellast

Die Betrachtungen am Einfeldbalken werden mit einem variablen Abstand der Einzellast vom Auflager durchgeführt. Bild 5.35 stellt die notwendigen Definitionen für die Herleitung dar.

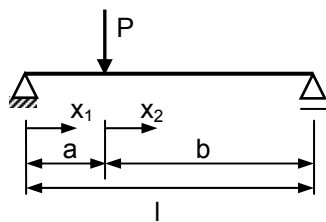


Bild 5.35:
Geometrische Definition am Einfeldbalken unter Einzellast

Für die Lösung der Differentialgleichung werden folgende Randbedingungen an den Stellen

$$\begin{array}{ll}
 x_1 = 0: & \begin{array}{ll} w(x_1 = 0) = 0 & (a) \\ M(x_1 = 0) = 0 & (b) \end{array} \text{ bzw. } & x_2 = b: & \begin{array}{ll} w(x_2 = b) = 0 & (c) \\ M(x_2 = b) = 0 & (d) \end{array}
 \end{array}$$

verwendet. Unter Beachtung der Übergangsbedingungen an der Stelle $x_1 = a$ im Feld

$$\begin{array}{ll}
 w(x_1 = a) = w(x_2 = 0) & (e) & M(x_1 = a) = M(x_2 = 0) & (g) \\
 \beta(x_1 = a) = \beta(x_2 = 0) & (f) & Q(x_1 = a) - Q(x_2 = 0) = P & (h)
 \end{array}$$

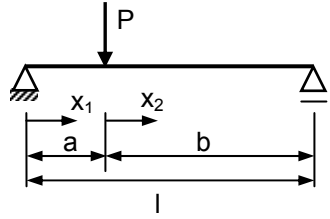
kann zur Lösung folgendes Gleichungssystem angeschrieben werden:

$$\begin{bmatrix}
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{b^3}{6 \cdot EI} + \frac{b}{GA_s} & -\frac{b^2}{2 \cdot EI} & -b & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & b & 1 & 0 & 0 \\
 -\frac{a^3}{6 \cdot EI} + \frac{a}{GA_s} & -\frac{a^2}{2 \cdot EI} & -a & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\
 \frac{a^2}{2 \cdot EI} & \frac{a}{EI} & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\
 \frac{a}{2 \cdot EI} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0
 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_{11} \\ C_{21} \\ C_{31} \\ C_{41} \\ C_{12} \\ C_{22} \\ C_{32} \\ C_{42} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ P \end{bmatrix} \begin{matrix} (a) \\ (b) \\ (c) \\ (d) \\ (e) \\ (f) \\ (g) \\ (h) \end{matrix}$$

(5.30)

Aus der Lösung des Gleichungssystems ergeben sich folgende Verschiebungs- und Schnittkraftbeziehungen. Sie sind in Tabelle 5.11 zusammengestellt.

Tabelle 5.11: Verschiebungs-, Verdrehungs- und Schnittkraftbeziehungen für einen Einfeldträger unter Einzellast

		Verschiebungs- und Schnittkraftverläufe für einen Einfeldträger unter Einzellast	
Moment	$M(x_1, x_2) = \begin{cases} \frac{P \cdot x_1 \cdot b}{l} & \left\{ \begin{array}{l} x_1 \leq a \\ \end{array} \right. \\ \frac{P \cdot (l - x_2) \cdot a}{l} & \left\{ \begin{array}{l} x_2 \leq b \\ \end{array} \right. \end{cases}$	Querkraft	$Q(x_1, x_2) = \begin{cases} \frac{P \cdot b}{l} & \left\{ \begin{array}{l} x_1 \leq a \\ \end{array} \right. \\ -\frac{P \cdot a}{l} & \left\{ \begin{array}{l} x_2 \leq b \\ \end{array} \right. \end{cases}$
Verschiebung	$w(x_1, x_2) = \begin{cases} \left[\frac{P \cdot x_1}{6 \cdot EI} \cdot \left[x_1^2 \cdot \left(\frac{a}{l} - 1 \right) + a \cdot \left(\frac{a^2}{l} - 3 \cdot a + 2 \cdot l \right) \right] + \frac{P \cdot x_1}{GA_s} \cdot \left(1 - \frac{a}{l} \right) \right] & \left\{ \begin{array}{l} x_1 \leq a \\ \end{array} \right. \\ \left[\frac{P \cdot a}{6 \cdot EI} \cdot \left[\frac{x_2^3}{l} + 3 \cdot x_2^2 \cdot \left(\frac{a}{l} - 1 \right) + 2 \cdot x_2 \cdot \left(2 \cdot \frac{a^2}{l} - 3 \cdot a + l \right) + 2 \cdot a \cdot \left(\frac{a^2}{l} - 2 \cdot a + l \right) \right] \right] & \left\{ \begin{array}{l} x_2 \leq b \\ \end{array} \right. \\ + \frac{P \cdot a}{GA_s} \cdot \left(1 - \frac{a}{l} - \frac{x_2}{l} \right) & \end{cases}$		

Unter der Vereinfachung, dass die Laufkoordinaten x_l und x_2 durch $x_l = x$ bzw. $x_2 = x_l - a$ ausgedrückt werden, lassen sich durch Einführung der bezogenen Koordinate $\xi = x/l$ bzw. der bezogenen Teillänge $\eta = a/l$ die in Tabelle 5.11 dargestellten Zusammenhänge nachfolgend ausdrücken:

$$M(\xi) = \begin{cases} \xi \cdot l \cdot (1 - \eta) \cdot P & \left\{ \begin{array}{l} \xi \leq \eta \\ \end{array} \right. \\ \eta \cdot l \cdot (1 - \xi) \cdot P & \left\{ \begin{array}{l} \eta < \xi \leq 1 \\ \end{array} \right. \end{cases}; \quad Q(\xi) = \begin{cases} (1 - \eta) \cdot P & \left\{ \begin{array}{l} \xi \leq \eta \\ \end{array} \right. \\ -\eta \cdot P & \left\{ \begin{array}{l} \eta < \xi \leq 1 \\ \end{array} \right. \end{cases} \quad (5.31)$$

Für die Verschiebung folgt getrennt in Biege- und Schubverschiebung:

$$w(\xi) = \begin{cases} \left[\frac{P \cdot l^3}{6 \cdot EI} \cdot \left[\xi^3 \cdot (\eta - 1) + \eta \cdot \xi \cdot (\eta^2 - 3 \cdot \eta + 2) \right] + \frac{P \cdot l}{GA_s} \cdot \xi \cdot (1 - \eta) \right] & \left\{ \begin{array}{l} \xi \leq \eta \\ \end{array} \right. \\ \left[\frac{P \cdot l^3}{6 \cdot EI} \cdot \left[\eta \cdot \xi^2 \cdot (\xi - 3) + \eta \cdot \xi \cdot (\eta^2 - 2) - \eta^3 \right] + \frac{P \cdot l}{GA_s} \cdot \eta \cdot (1 - \xi) \right] & \left\{ \begin{array}{l} \eta < \xi \leq 1 \\ \end{array} \right. \end{cases} \quad (5.32)$$

Für den Lastangriff an der Trägerstelle η mit $\eta < 1/2$ befindet sich das Verschiebungsmaximum im rechten Trägerbereich ($\eta < \xi < 1$). Für die Versagungskriterien gilt:

$$\text{Biegeversagen: } \Delta = \frac{w_{\max}(a < x < l)}{M_{\max}(x = a)} \cdot \frac{EI}{z} \cdot \varepsilon_M = \frac{w_{\max}(\eta < \xi < 1)}{M_{\max}(\xi = \eta)} \cdot \frac{EI}{z} \cdot \varepsilon_M \quad (5.33a)$$

$$\text{Schubversagen: } \Delta = \frac{w_{\max}(a < x < l)}{Q_{\max}(x = 0)} \cdot 2 \cdot GA_s \cdot \varepsilon_Q = \frac{w_{\max}(\eta < \xi < 1)}{Q_{\max}(\xi = 0)} \cdot 2 \cdot GA_s \cdot \varepsilon_Q \quad (5.33b)$$

Bekanntlich setzen sich die Biegeanteile eines *Timoshenko*-Balkens aus dem Biegeanteil des *Bernoulli*-Balkens und dem Schubanteil des $1/GA$ -fachen Momentenverlauf eines beiderseits gelenkig gelagerten Balkens zusammen. Das Verschiebungsmaximum ergibt sich aus der Ableitung der Biegelinie in Abhängigkeit der Biege- und der Schubsteifigkeit. Nachfolgend sind der Verschiebungsverlauf und dessen Anteile exemplarisch für unterschiedliche Biege- und Schubsteifigkeiten dargestellt.

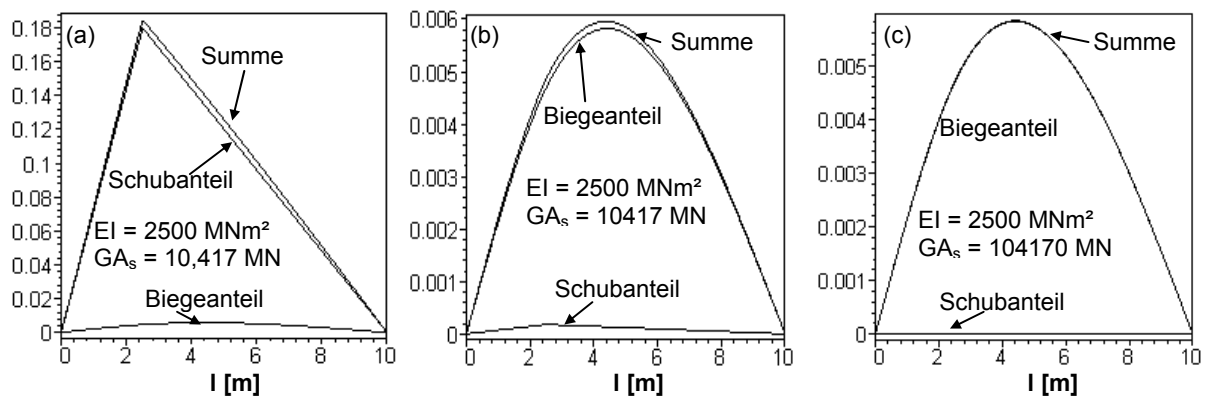


Bild 5.36: Exemplarische Verschiebungsverläufe für unterschiedliche Biege- und Schubsteifigkeiten

Aus den Verläufen wird ersichtlich, dass bei einer sehr geringen Schubsteifigkeit die Schubanteile an der Biegelinie deutlich überwiegen und die Form sich qualitativ der Momentenlinie annähert, sodass das Verschiebungsmaximum fast identisch mit dem Lasteinleitungspunkt bzw. dem Momentenmaximum an der Trägerstelle $x = a$ zusammenfällt (Bild 5.38). Ist dagegen die Schubsteifigkeit sehr groß, kann der Anteil der Verschiebung aus Schubbeanspruchung näherungsweise vernachlässigt werden (Bild 5.39).

Für die nachfolgenden Betrachtungen wird angenommen, dass sich der Lasteinleitungspunkt im linken Trägerbereich in einem Abstand $a < l/2$ befindet. Das Verschiebungsmaximum ergibt sich dann für den rechten Trägerbereich mit $b > l/2$.

$$x_2 = l - \frac{\sqrt{3 \cdot GA_s^2 \cdot (l^2 - a^2) + 18 \cdot EI \cdot GA_s}}{3 \cdot GA_s} \quad (x > a). \quad (5.34)$$

Das Verschiebungsmaximum des *Bernoulli*-Balkens ohne Berücksichtigung des Schubanteils liefert der Grenzübergang

$$x_{2,Bernoulli} = \lim_{GAs \rightarrow \infty} (x_2) = l - \frac{\sqrt{3 \cdot (l^2 - a^2)}}{3} \quad (x > a). \quad (5.35)$$

Bild 5.37 zeigt die Versagensbedingungen einer variablen Einzellast für linear elastisches Materialverhalten und unterschiedliche Laststellungen.

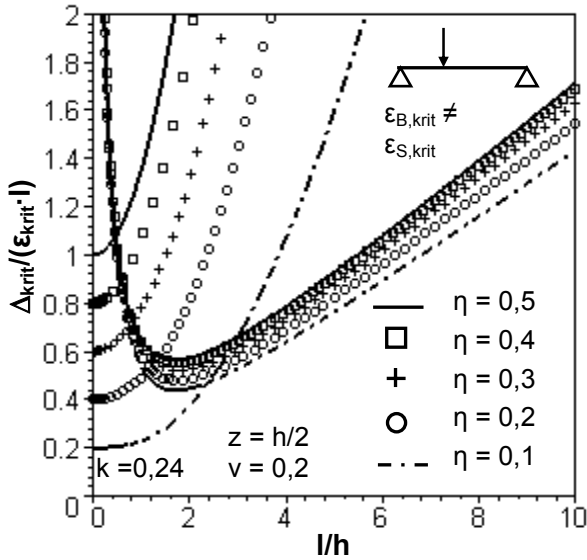


Bild 5.37: Versagenskriterien eines Einfeldträgers mit unterschiedlichen Laststellungen der Einzellast unter genauer Bestimmung des Verschiebungsmaximum (linear elastisches Materialverhalten; $k = 0,24$)

Für unterschiedliche Verhältnisse der Biege- und Schubsteifigkeit sind die Versagensbeziehungen exemplarisch in Bild 5.38 ausgewertet.

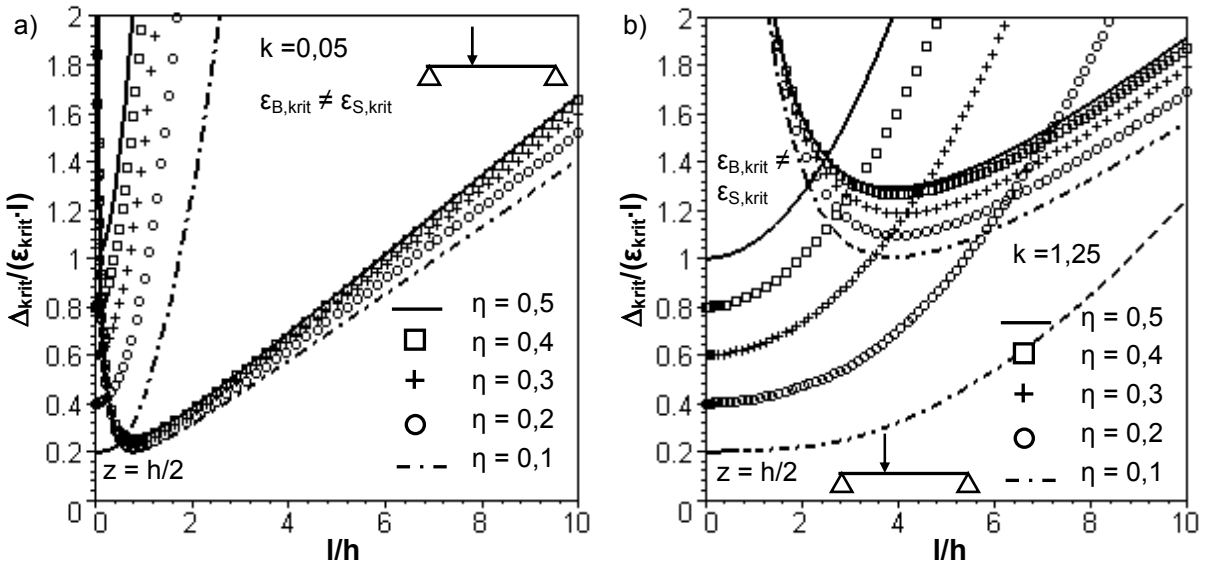


Bild 5.38: Versagensbeziehungen für unterschiedlichen Verhältnissen die Biege- und Schubsteifigkeit a) $k = 0,05$ b) $k = 1,25$

Ein Vergleich zwischen der vereinfachten Lösung der Versagensbedingungen, also ohne Berücksichtigung der Schubverschiebungen, liefert für das Momentenversagen Ursprungsgeraden ohne Einfluss der Steifigkeiten und für das Schubversagen einen parabelförmigen Verlauf mit Ursprung im Nullpunkt.

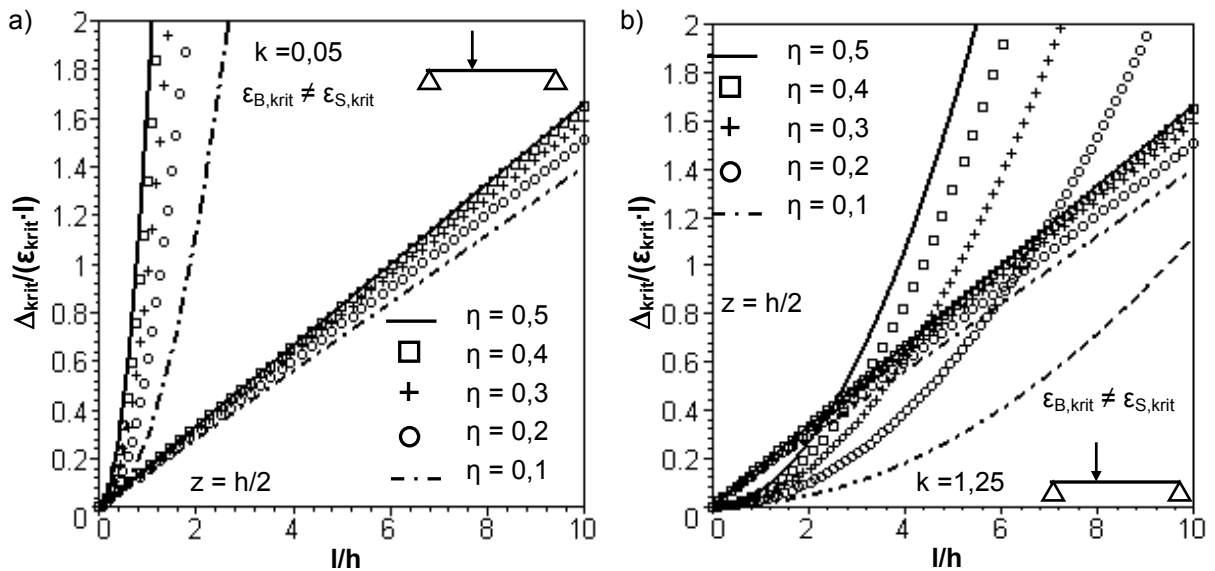


Bild 5.39: Vereinfachte Versagenskriterien ohne Berücksichtigung einer Schubverschiebung mit unterschiedlichen Verhältnissen der Biege- und Schubsteifigkeit
 a) $k = 0,05$ b) $k = 1,25$

Tabelle 5.12 enthält die mathematischen Beziehungen für Biege- und Schubversagen. Tabelle 5.13 enthält die Auswertungen für $a = l/2$.

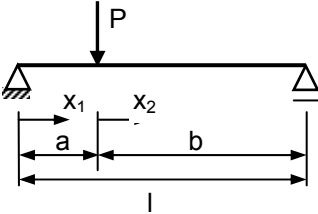
Tabelle 5.12: Versagensbeziehungen für einen Einfeldträger unter Einzellast

Versagensbeziehungen		
Ver- schiebungsmaxi- ma $x = x_2$	Biegung	$\frac{\Delta}{l} = \frac{\sqrt{3}}{27} \cdot l \cdot \frac{\varepsilon_M}{z} \cdot \frac{\sqrt{l^2 - a^2 + 6 \cdot EI / GA_s}}{(l-a)} \cdot \left(1 - \left(\frac{a}{l} \right)^2 + \frac{6 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2} \right)$
	Schub	$\frac{\Delta}{l} = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{27} \cdot \frac{a \cdot l^2}{(l-a)} \cdot \varepsilon_Q \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{a}{l} \right)^2 + \frac{6 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2}} \cdot \left(\frac{6}{l^2} + \left(1 - \left(\frac{a}{l} \right)^2 \right) \cdot \frac{GA_s}{EI} \right)$

Tabelle 5.12: Versagensbeziehungen für einen Einfeldträger unter Einzellast (Fortsetzung)

Verschiebungsmaxima $x=x_2$, Bernoulli	mit Berücksichtigung der Schubverschiebung	Biegung	$\frac{\Delta}{l} = \frac{1}{27} \cdot \frac{\varepsilon_M}{z} \cdot l \cdot \frac{\sqrt{3 \cdot (l^2 - a^2)}}{(l-a)} \cdot \left(1 - \left(\frac{a}{l} \right)^2 + \frac{9 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2} \right)$
		Schub	$\frac{\Delta}{l} = \frac{2}{3} \cdot a \cdot l^2 \cdot \frac{\sqrt{3 \cdot (l^2 - a^2)}}{(l-a)} \varepsilon_Q \cdot \left(\frac{1}{l^2} + \left(1 - \left(\frac{a}{l} \right)^2 \right) + \frac{GA_s}{9 \cdot EI} \right)$
	ohne Berücksichtigung der Schubverschiebung	Biegung	$\frac{\Delta}{l} = \frac{1}{27} \cdot \frac{\varepsilon_M}{z} \cdot \left(1 + \frac{a}{l} \right) \cdot \sqrt{3 \cdot (l^2 - a^2)}$
		Schub	$\frac{\Delta}{l} = \frac{2}{27} \cdot \varepsilon_Q \cdot a \cdot \left(1 + \frac{a}{l} \right) \cdot \sqrt{3 \cdot (l^2 - a^2)} \cdot \frac{GA_s}{EI}$

Tabelle 5.13: Versagensbeziehungen für einen Einfeldträger unter Einzellast, ausgewertet für $a = x_2 = l/2$

Versagen für $a = l/2, x_2 = l/2$		
mit Berücksichtigung der Schubverschiebung	Biegung	$\frac{\Delta}{l} = \frac{1}{12} \cdot l \cdot \frac{\varepsilon_M}{z} \cdot \left(1 + \frac{12 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2} \right)$
	Schub	$\frac{\Delta}{l} = \varepsilon_Q \cdot \left(1 + \frac{GA_s \cdot l^2}{12 \cdot EI} \right)$
ohne Berücksichtigung der Schubverschiebung	Biegung	$\frac{\Delta}{l} = \frac{1}{12} \cdot l \cdot \frac{\varepsilon_M}{z}$
	Schub	$\frac{\Delta}{l} = \frac{1}{12} \cdot \varepsilon_Q \cdot \frac{GA_s \cdot l^2}{12 \cdot EI}$

Ein Vergleich der mittig wirkenden Einzellast mit einer Gleichlast und den nachfolgend ausgewerteten Versagensbeziehungen für mehrere Einzellasten zeigt, dass die Kurve der mittig wirkenden Einzellast für Momentenversagen unterhalb der Kurve für Gleichlast und der Kurve für mehreren Einzellasten verläuft, für Schubversagen verläuft sie oberhalb (vgl. Bild 5.40). Im Hinblick auf den minimalen zulässigen Bereich unterhalb der einzelnen Versagensbeziehungen bedeutet dies, dass Biegeversagen einer mittig wirkenden Einzellast auf der sicheren Seite liegt. Für das Schubversagen allerdings unsicher ist.

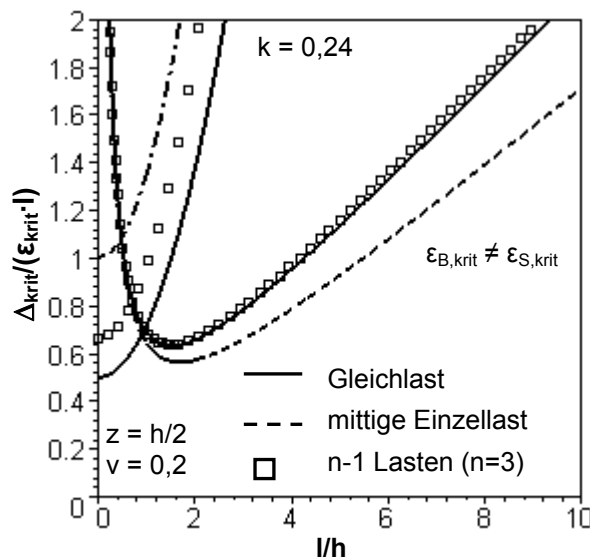


Bild 5.40:

Vergleich der Versagenskriterien eines Einfeldträgers mit unterschiedlichen Lastsituationen für linear elastisches Materialverhalten; $k = 0,24$

Gerade für die Betrachtung von mehreren Einzelgründungen kann es sinnvoll sein, die Versagensbeziehungen eines Einfeldträgers mit mehreren Einzellasten anzuwenden. Die in Tabelle 5.14 für die dargestellten Lastfälle zusammengestellten Versagensbeziehungen lassen sich aus Tafelwerken ableiten. Die maßgebenden Trägerschnitte zur Bestimmung der Versagensbeziehungen sind für die maximalen Verschiebungen und das maximale Moment in Feldmitte ($x = l/2$); der maximale Querkraftschnitt befindet sich den Auflagern ($x = 0$ bzw. $x = l$). Bild 5.41 stellt die Versagensbeziehungen für unterschiedliche Lastanzahlen n im Vergleich zu einer Gleichlast dar.

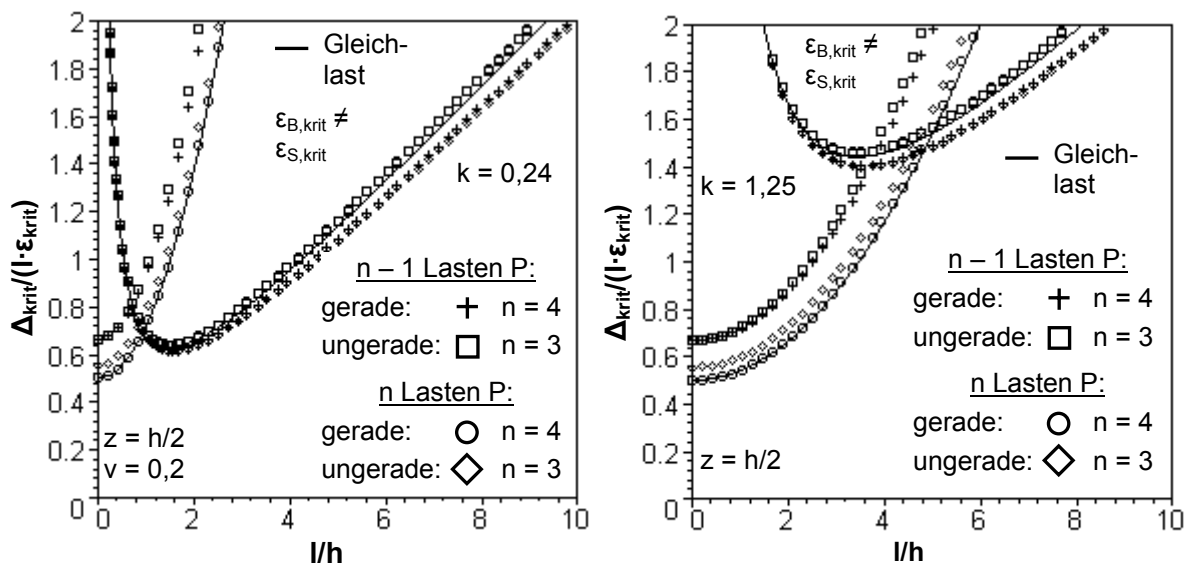
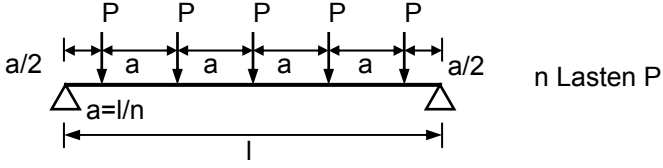
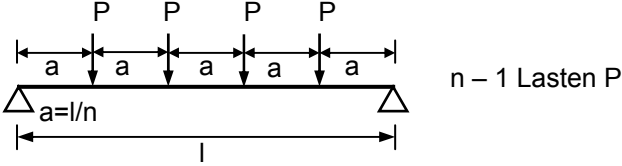


Bild 5.41: Versagensbeziehungen für einen Einfeldträger mit mehreren Einzellasten und unterschiedlichen Steifigkeitsverhältnissen a) $k = 0,24$ b) $k = 1,25$

Tabelle 5.14: Versagensschnitte für mehrere symmetrisch angeordnete Einzellasten eines Einfeldsystems mit gelenkiger Lagerung

			
n gerade	Biegeversagen	$\frac{\Delta}{l} = \frac{1}{48} \cdot \frac{l}{z} \cdot \varepsilon_M \cdot \frac{(5 \cdot n^2 + 2)}{n^2} \cdot \left[1 + \frac{n^2}{(5 \cdot n^2 + 2)} \cdot \frac{48 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2} \right]$	
	Schubversagen	$\frac{\Delta}{l} = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_Q \cdot \left[1 + \frac{(5 \cdot n^2 + 2)}{n^2} \cdot \frac{GA_s \cdot l^2}{48 \cdot EI} \right]$	
n ungerade	Biegeversagen	$\frac{\Delta}{l} = \frac{1}{48} \cdot \frac{l}{z} \cdot \varepsilon_M \cdot \frac{(5 \cdot n^4 + 2 \cdot n^2 + 1)}{(n^2 + 1) \cdot n^2} \cdot \left[1 + \frac{(n^2 + 1) \cdot n^2}{(5 \cdot n^4 + 2 \cdot n^2 + 1)} \cdot \frac{48 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2} \right]$	
	Schubversagen	$\frac{\Delta}{l} = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_Q \cdot \frac{(n^2 + 1)}{n^2} \cdot \left[1 + \frac{(5 \cdot n^4 + 2 \cdot n^2 + 1)}{(n^2 + 1) \cdot n^2} \cdot \frac{GA_s \cdot l^2}{48 \cdot EI} \right]$	
			
n gerade	Biegeversagen	$\frac{\Delta}{l} = \frac{1}{48} \cdot \frac{l}{z} \cdot \varepsilon_M \cdot \frac{(5 \cdot n^2 - 4)}{n^2} \cdot \left[1 + \frac{n^2}{(5 \cdot n^2 - 4)} \cdot \frac{48 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2} \right]$	
	Schubversagen	$\frac{\Delta}{l} = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_Q \cdot \frac{n^2}{(n-1)} \cdot \left[1 + \frac{(5 \cdot n^2 - 4)}{n^2} \cdot \frac{GA_s \cdot l^2}{48 \cdot EI} \right]$	
n ungerade	Biegeversagen	$\frac{\Delta}{l} = \frac{1}{48} \cdot \frac{l}{z} \cdot \varepsilon_M \cdot \frac{(5 \cdot n^2 + 1)}{n^2} \cdot \left[1 + \frac{n^2}{(5 \cdot n^2 + 1)} \cdot \frac{48 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2} \right]$	
	Schubversagen	$\frac{\Delta}{l} = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_Q \cdot \frac{(n+1)}{n} \cdot \left[1 + \frac{(5 \cdot n^3 + 5 \cdot n^2 + n + 1)}{n^2 \cdot (n+1)} \cdot \frac{GA_s \cdot l^2}{48 \cdot EI} \right]$	

Für eine größere Anzahl n der Lasten nähern sich die Versagenskurven der Gleichlast an. Die Versagensbeziehungen für linear elastisches Materialverhalten sind beispielhaft in Bild 5.42 dargestellt.

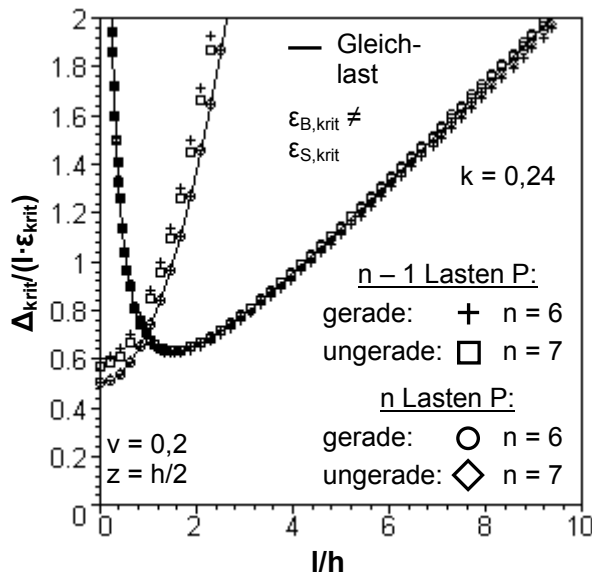


Bild 5.42:

Vergleich der Versagensbeziehungen eines Einfeldträgers mit mehreren Einzelasten und einer Gleichlast (linear elastisches Materialverhalten; $k = 0,24$)

5.4.3 Einfeldträger unter Linienbelastung

Im Folgenden werden für Gründungsbauteile weitere typische Belastungsformen, wie beispielsweise

- Dreiecksbelastung,
- Gleichlast oder
- Trapezbelastung

exemplarisch betrachtet, die dann den bereits gefundenen Ergebnissen für eine Einzellastbelastung gegenübergestellt werden. Bild 5.43 zeigt das System.

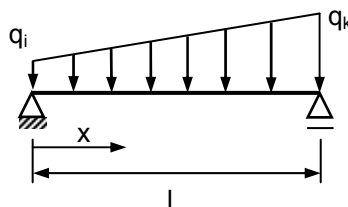


Bild 5.43: Geometrische Definition am Einfeldbalken unter Trapezlast

Für den beidseitig gelenkig gelagerten Einfeldbalken unter Trapezbelastung lassen sich die bekannten Schnittkraft- und Verschiebungsbeziehungen aus den Randbedingungen

$$w(x=0)=0; \quad w(x=l)=0; \quad M(x=0)=0 \quad M(x=l)=0; \quad (5.36)$$

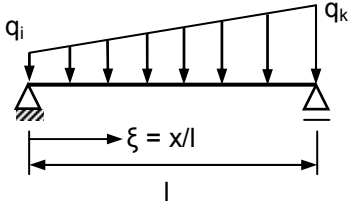
ableiten. Es ergibt sich folgendes lineares Gleichungssystem:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{l^3}{6 \cdot EI} + \frac{l}{GA_s} & \frac{l^2}{2 \cdot EI} & l & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ l & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{120} \cdot \frac{l^4}{EI} \cdot (4 \cdot q_i + q_k) + \frac{1}{3} \cdot \frac{l^2}{GA_s} \cdot \left(q_i + \frac{1}{2} \cdot q_k \right) \\ 0 \\ \frac{1}{3} \cdot l^2 \cdot \left(q_i + \frac{1}{2} \cdot q_k \right) \end{bmatrix} \begin{matrix} (a) \\ (b) \\ (c) \\ (d) \end{matrix}$$

(5.37)

Die Verschiebungs- und Schnittkraftverläufe sind in nachfolgender Tabelle 5.15 enthalten.

Tabelle 5.15: Schnittkraft- und Verschiebungsbeziehungen für einen Einfeldträger unter Streckenlast

<p>Verschiebungs- und Schnittkraftverläufe für einen Einfeldträger mit beidseitig gelenkiger Lagerung unter Streckenlast ($x = \xi \cdot l$)</p>	
Moment	$M(\xi) = q_i \cdot \frac{l^2}{6} \cdot \xi \cdot (2 + \xi^2 - 3\xi) + q_k \cdot \frac{l^2}{6} \cdot \xi \cdot (1 - \xi^2)$
Querkraft	$Q(\xi) = q_i \cdot \frac{l}{6} \cdot (3 \cdot \xi^2 - 6 \cdot \xi + 2) + q_k \cdot \frac{l}{6} \cdot (1 - 3 \cdot \xi^2)$
Verschiebung	$w(\xi) = \frac{q_i \cdot l^4}{360 \cdot EI} \cdot \xi \cdot (-3 \cdot \xi^4 + 15 \cdot \xi^3 - 20 \cdot \xi^2 + 8) + \frac{q_k \cdot l^4}{360 \cdot EI} \cdot \xi \cdot (3 \cdot \xi^4 - 10 \cdot \xi^2 + 7) + \frac{q_i \cdot l^2}{6 \cdot GA_s} \cdot \xi \cdot (\xi^2 - 3 \cdot \xi + 2) + \frac{q_k \cdot l^2}{6 \cdot GA_s} \cdot \xi \cdot (1 - \xi^2)$

Da sich die Verschiebungen aus einem Biege- und einem Schubanteil zusammensetzen, lassen sich auch die Versagensbeziehungen getrennt in der Form

Biegeversagen: $\Delta = \Delta_{Moment}^{Biegung} + \Delta_{Moment}^{Schub} = \left[\frac{w_{Biegung}(\xi)}{M(\xi)} + \frac{w_{Schub}(\xi)}{M(\xi)} \right] \cdot \frac{EI}{z} \cdot \epsilon_{B,krit}$ (5.38)

Schubversagen: $\Delta = \Delta_{Querkraft}^{Biegung} + \Delta_{Querkraft}^{Schub} = \left[\frac{w_{Biegung}(\xi)}{Q(\xi)} + \frac{w_{Schub}(\xi)}{Q(\xi)} \right] \cdot 2 \cdot GA_s \cdot \epsilon_{S,krit}$ (5.39)

angegeben.

Für die Verschiebungsanteile aus Biegung und Schub gilt:

$$w_{Biegung}(\xi) = \frac{q_i \cdot l^4}{360 \cdot EI} \cdot \xi \cdot (-3 \cdot \xi^4 + 15 \cdot \xi^3 - 20 \cdot \xi^2 + 8) + \frac{q_k \cdot l^4}{360 \cdot EI} \cdot \xi \cdot (3 \cdot \xi^4 - 10 \cdot \xi^2 + 7)$$

$$w_{Schub}(\xi) = \frac{q_i \cdot l^2}{6 \cdot GA_s} \cdot \xi \cdot (\xi^2 - 3 \cdot \xi + 2) + \frac{q_k \cdot l^2}{6 \cdot GA_s} \cdot \xi \cdot (1 - \xi^2) \quad (5.40)$$

Mit den definierten Beziehungen für ein Biege- und ein Schubversagen ergeben sich nur geringe Abweichungen für linear elastisches Materialverhalten zwischen den einzelnen Versagenskurven einer Gleich-, Dreiecks- oder Trapezlast. Die Auswertung enthält Bild 5.44.

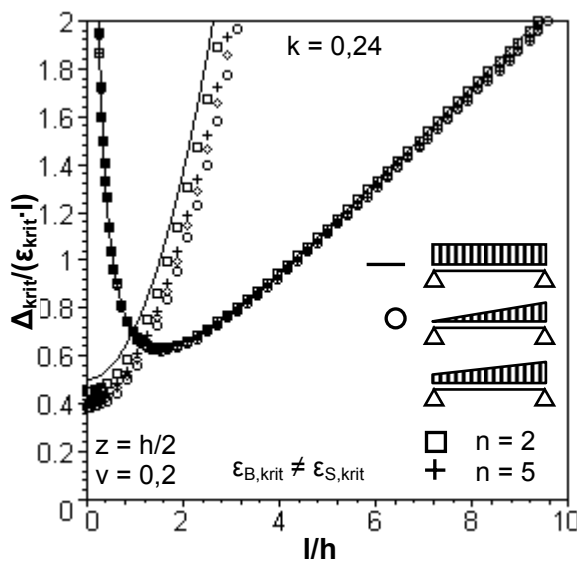


Bild 5.44:

Vergleich der Versagenskriterien eines Einfeldträgers unter Streckenlast für linear elastisches Materialverhalten; $k = 0,24$)

Deutlichere Unterschiede – gerade bei Schubversagen – lassen sich bei einer geringeren angenommen Schubsteifigkeit GA_s im Vergleich zum linear elastischen Materialverhalten feststellen. Das Versagen wird dabei im betrachteten Verhältnisbereich von $0 < l/h < 10$ durch das Schubversagen dominiert (Bild 5.45a). Die Versagenskurven einer Trapezlast verlaufen zwischen den Kurven einer Gleich- und einer Dreieckslast, wobei die Dreieckslast den unteren Grenzwert darstellt.

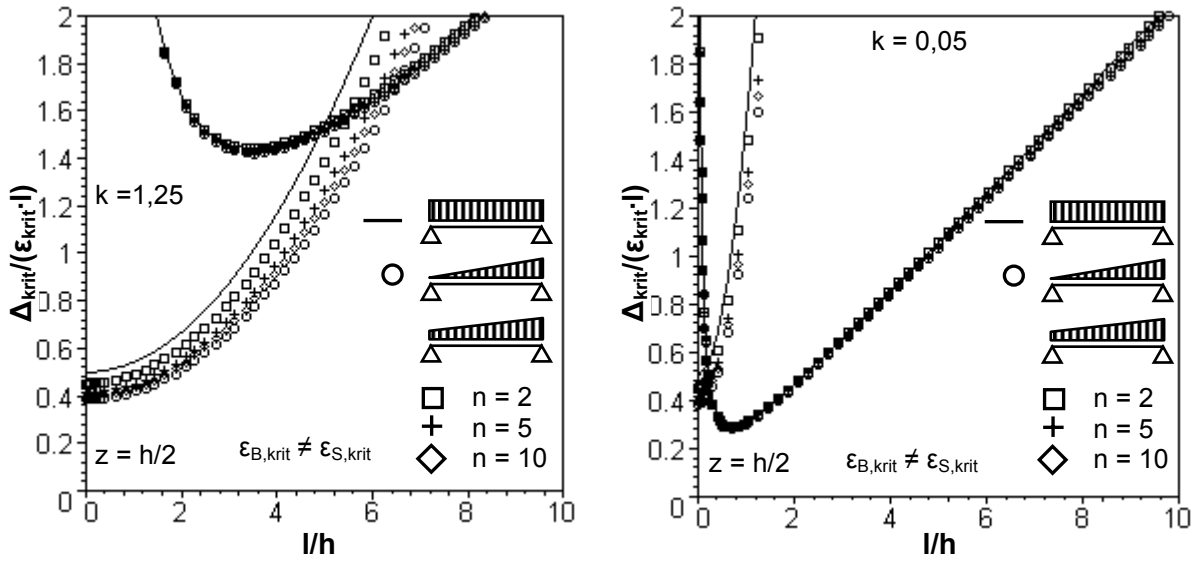


Bild 5.45: Versagensverläufe eines Einfeldträgers unter Streckenlast für unterschiedliche Steifigkeitsverhältnisse a) $k = 1,25$ b) $k = 0,05$

Wird dagegen die Schubsteifigkeit viel größer als die Biegesteifigkeit angenommen, verringert sich einmal der zulässige Bereich für die Schadensanfälligkeit und zum anderen wird das Gesamtversagen zunehmend durch das Biegeversagen bestimmt (Bild 5.45b). Die Unterschiede zwischen den einzelnen Versagenkurven sind nur noch sehr gering.

Nachfolgende Tabelle enthält die Versagensbeziehungen für eine Gleich- und eine Dreieckbelastung. Auf die Darstellung einer Trapezlast wird verzichtet.

Tabelle 5.16: Versagensbeziehungen eines Einfeldträgers unter Gleich- und Streckenlast

Biegeversagen	$\frac{\Delta}{l} = \frac{5}{48} \cdot \frac{l}{z} \cdot \varepsilon_M \cdot \left(1 + \frac{48}{5} \cdot \frac{EI}{GA_s \cdot l^2} \right)$	$\frac{\Delta}{l} = 0,1017 \cdot \frac{l}{z} \cdot \varepsilon_M \cdot \left(1 + 9,692 \cdot \frac{EI}{GA_s \cdot l^2} \right)$
Schubversagen	$\frac{\Delta}{l} = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_Q \cdot \left(1 + \frac{5}{48} \cdot \frac{GA_s \cdot l^2}{EI} \right)$	$\frac{\Delta}{l} = 0,3793 \cdot \varepsilon_Q \cdot \left(1 + 0,1032 \cdot \frac{GA_s \cdot l^2}{EI} \right)$

Werden bei den Bestimmungen der Verschiebungen der Schubanteil vernachlässigt, ergeben sich vereinfachte Versagenskurven deren Ursprung im Nullpunkt der Schaubilder liegen. Sie ergeben sich, wenn für Biegeversagen der Grenzübergang $GA_s \rightarrow \infty$ gebildet wird. Die dabei entstehenden Ursprungsgeraden sind unabhängig von den Steifigkeiten.

$$\left(\frac{\Delta}{l}\right)_{\text{vereinfacht}} = \lim_{GA_s \rightarrow \infty} \left(\frac{\Delta}{l}\right) = \lim_{GA_s \rightarrow \infty} \left(f_1 \cdot \frac{\varepsilon_M}{z} \cdot l \cdot \left(1 + \underbrace{f_2 \cdot \frac{EI}{GA_s \cdot l^2}}_{\rightarrow 0} \right) \right) = f_1 \cdot \frac{\varepsilon_M}{z} \cdot l \quad (5.41a)$$

Für Schubversagen gilt:

$$\left(\frac{\Delta}{l}\right)_{\text{vereinfacht}} = f_1 \cdot \varepsilon_Q \cdot f_2 \cdot \frac{GA_s \cdot l^2}{EI} \quad (5.41b)$$

f_i mit $i = \{1,2\}$ bedeuten dabei die Faktoren, die in den unterschiedlichen Beziehungen enthalten sind.

Insgesamt verlaufen die vereinfachten Versagensbeziehungen unterhalb der Versagenskurven mit Berücksichtigung der Schubverschiebungen und liegen damit auf der sicheren Seite was den zulässigen Bereich für die Schadensanfälligkeit unterhalb der Kurven betrifft. Die vereinfachten Beziehungen sind beispielhaft für eine Gleich- und eine Dreieckslast in Bild 5.46 ausgewertet.

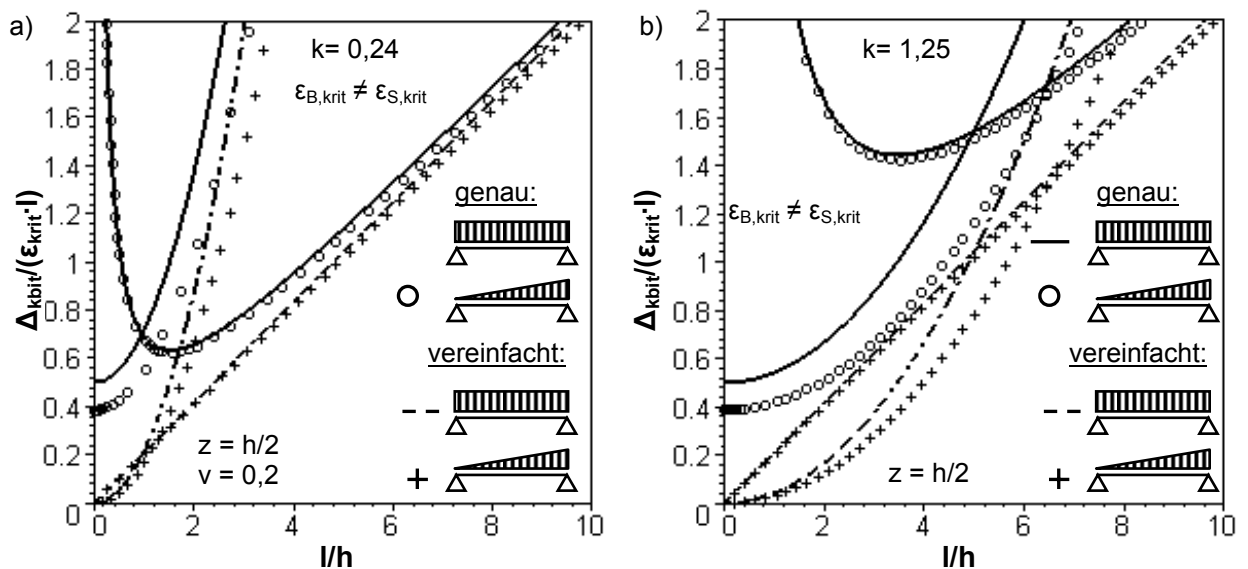


Bild 5.46: Vergleich der genauen mit den vereinfachten Versagensbeziehungen einer Gleich- und einer Streckenlast für unterschiedliche Steifigkeitsverhältnisse

a) $k = 0,24$ b) $k = 1,25$

Ein Vergleich der Versagensbeziehungen unter Verwendung des vereinfachten Verschiebungsmaximums, das unabhängig von der Schub- und der Biegesteifigkeit ist, sich alleine aus dem Bernoulli – Balken ohne Berücksichtigung der Schubverschiebungen ergibt, zeigt höchstens für eine im Vergleich sehr hohe Biegesteifigkeit Abweichungen, die allerdings bei der grafischen Auswertung am Beispiel einer Dreiecksbelastung nicht sichtbar sind (Bild 5.47a). Dies hängt damit zusammen, dass im Bereich des Verschiebungsmaximums die Kurve sehr flach verläuft und damit der Fehler bei Verwendung des exakten Verschiebungsmaximums im Vergleich zur vereinfachten Beziehung gering ist. Die Kurven des vereinfachten Verschiebungsmaximums einer Trapezlast verlaufen als Geraden unterhalb den Kurven der genauen Beziehungen (Bild 5.47b).

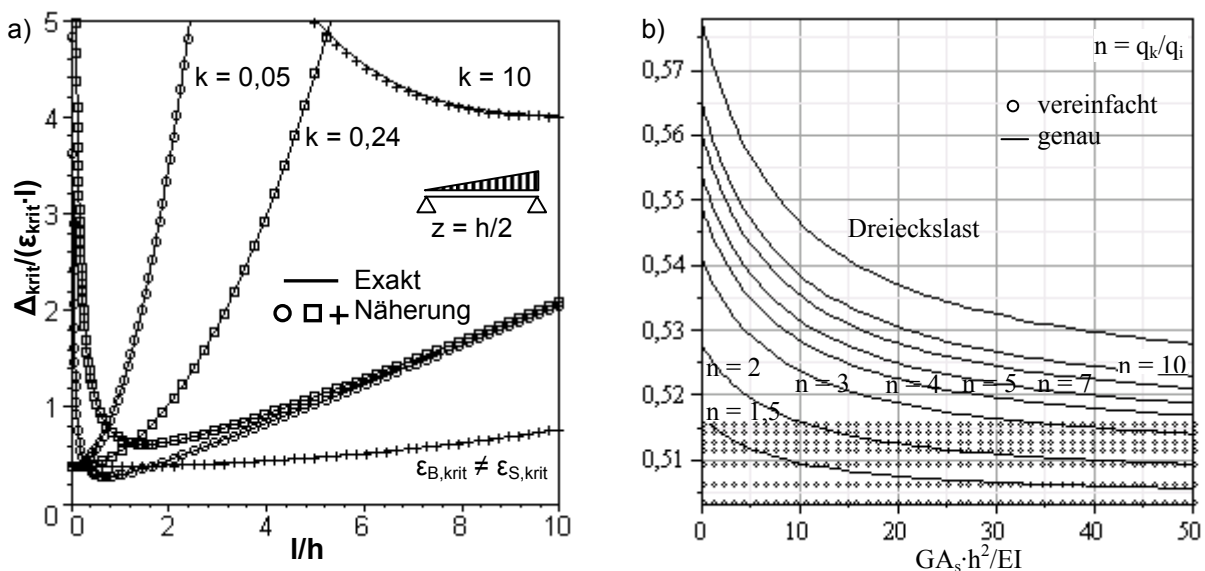


Bild 5.47: *a)* Vergleich der Versagensbeziehungen bei einer Dreieckslastbelastung mit exakt und näherungsweise Berücksichtigung des Verschiebungsmaximums
b) Vergleich des Verschiebungsmaximums einer Trapezlast in Abhängigkeit des Steifigkeitsverhältnisses für unterschiedliche Lastverhältnisse n mit exakt und näherungsweise Berücksichtigung des Verschiebungsmaximums

5.5 Anwendung der Balkentheorie für Gebäudesattellagerung

5.5.1 Allgemeines

Die Bestimmung kritischer Beanspruchbarkeiten bei einer Sattellagerung ist vom Abstand des Lagerpunktes zum Trägerrand abhängig. Der Lagerort im Trägerbereich ist dabei derart zu bestimmen, dass sich kein resultierendes Auflagermoment ergibt. Für die Ermittlung kann beispielsweise das Momentgleichgewicht am Gesamtsystem herangezogen werden.

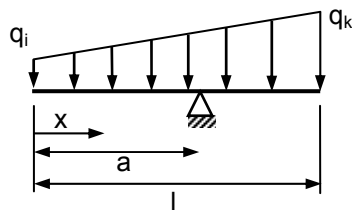


Bild 5.48:

Geometrische Zusammenhänge bei Sattellagerung unter Streckenlast

Für eine Trapezlast folgt entsprechend den geometrischen Beziehungen in Bild 5.48:

$$a = \frac{l}{3} \cdot \frac{(2 \cdot q_k + q_i)}{(q_k + q_i)} \tag{5.42}$$

Beispielhaft sind nachfolgend Ersatzsysteme für eine reine Sattellagerung und die entsprechenden Teilsysteme für eine Einzellast- und eine Gleichlastbelastung dargestellt.

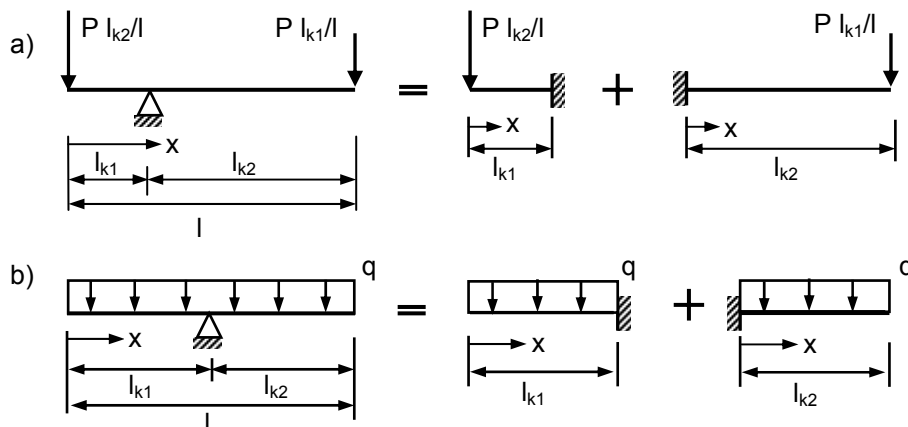


Bild 5.49: Ersatzsysteme und Teilsysteme für eine Sattellagerung

a) Einzellast b) Gleichlast

Die für die Bestimmung der Schadensanfälligkeit relevante Größe der kritischen Winkelverdrehung ist entsprechend den Definitionen in Bild 5.11 zu ermitteln. Die Setzungsdifferenz ist dabei als Relativwert zur Geraden und nicht als Absolutwert zur Horizontalen zu bestimmen.

5.5.2 Kragträger unter Einzel- und Streckenlast

Ausgehend von den in Bild 5.50 dargestellten statischen Ersatzsystemen, werden für die Lösung der Differentialgleichungen die Randbedingungen in Tabelle 5.17 benötigt:

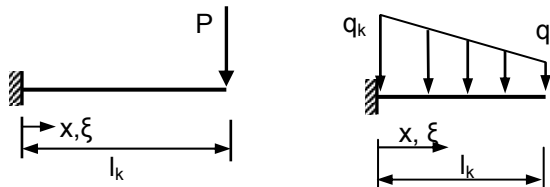


Bild 5.50:

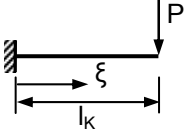
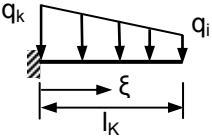
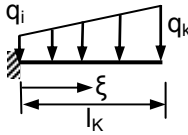
Geometrische Zusammenhänge bei Sattellagerung unter Einzellast

Tabelle 5.17: Randbedingungen zur Lösung der Differentialgleichung eines Kragarmes unter Einzel- und Streckenbelastung

Einzellast	Streckenlast
Randbedingungen	
$w(x=0)=0$ (a); $\beta(x=0)=0$ (b); $M(x=l_k)=0$ (c); $Q(x=l_k)=P$ (d)	$w(x=0)=0$ (a); $\beta(x=0)=0$ (b); $M(x=l_k)=0$ (c); $Q(x=l_k)=0$ (d)
Gleichungssysteme	
$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ l_k & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ P \end{bmatrix} \begin{matrix} (a) \\ (b) \\ (c) \\ (d) \end{matrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ l & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{l^2}{3} \cdot \left(q_k + \frac{q_i}{2} \right) \\ \frac{l}{2} \cdot (q_k + q_i) \end{bmatrix} \begin{matrix} (a) \\ (b) \\ (c) \\ (d) \end{matrix}$

In nachfolgender Tabelle 5.18 sind die für die Versagensbeziehungen notwendigen Verschiebungsbeziehungen sowie die Momenten- und Querkraftverläufe zusammengestellt. Sie sind für die bezogene Variable $\zeta = x/l$ ausgewertet.

Tabelle 5.18: Verschiebungs- und Schnittkraftverläufe für einen Kragarm unter Einzellast

	<p>Verschiebungs- und Schnittkraftverläufe für einen Kragarm unter Einzellast ($x = \xi \cdot l$)</p>
<p>Moment</p>	$M(\xi) = P \cdot l \cdot (\xi - 1)$
<p>Querkraft</p>	$Q(\xi) = P$
<p>Verschiebung</p>	$w(\xi) = \frac{P}{2 \cdot EI} \cdot \left(\xi^2 \cdot l^3 \cdot \left(1 - \frac{\xi}{3} \right) \right) + \frac{P}{GA_s} \cdot \xi \cdot l$
	<p>Verschiebungs- und Schnittkraftverläufe für einen Kragarm unter Streckenlast ($x = \xi \cdot l$)</p>
<p>Moment</p>	$M(\xi) = q_i \cdot \frac{l_k^2}{6} \cdot (\xi^3 - 3 \cdot \xi^2 + 3 \cdot \xi - 1) - q_k \cdot \frac{l_k^2}{6} \cdot (\xi^3 - 3 \cdot \xi + 2)$
<p>Querkraft</p>	$Q(\xi) = q_i \cdot \frac{l_k}{2} \cdot (\xi^2 - 2 \cdot \xi + 1) + q_k \cdot \frac{l_k}{2} \cdot (1 - \xi^2)$
<p>Verschiebung</p>	$w(\xi) = \frac{q_i \cdot l_k^4}{120 \cdot EI} \cdot \xi^2 \cdot (-\xi^3 + 5 \cdot \xi^2 - 10 \cdot \xi + 10) + \frac{q_k \cdot l_k^4}{120 \cdot EI} \cdot \xi^2 \cdot (\xi^3 - 10 \cdot \xi + 20) + \frac{q_i \cdot l_k^2}{6 \cdot GA_s} \cdot \xi \cdot (\xi^2 - 3 \cdot \xi + 3) + \frac{q_k \cdot l_k^2}{6 \cdot GA_s} \cdot \xi \cdot (-\xi^2 - 3)$
	<p>Bemerkung: Die Verschiebungs- und Schnittkraftbeziehungen ergeben sich durch Vertauschen der Indizes i und k bei den Belastungswerten q_i und q_k.</p>

Für die Ableitung der Versagensbeziehungen gelten wie für Einfeldsysteme mit gelenkiger Lagerung folgende Definitionen:

Biegeversagen:

$$\Delta(l_k) = \frac{w_{max}(x=l_k)}{|M_{max}(x=0)|} \cdot \frac{\varepsilon_B(x=0)}{z} \cdot EI, \text{ bzw. mit } \xi = \frac{x}{l_k}: \Delta(l_k) = \frac{w_{max}(\xi=1)}{|M_{max}(\xi=0)|} \cdot \frac{\varepsilon_B(\xi=0)}{z} \cdot EI$$

Schubversagen:

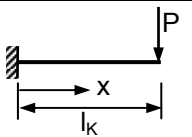
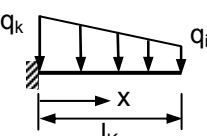
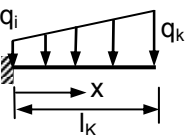
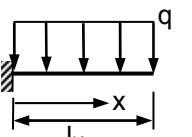
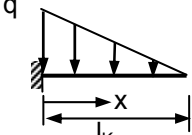
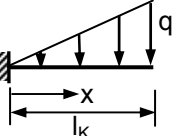
$$\Delta(l_k) = \frac{w_{max}(x=l_k)}{Q_{max}(x=0)} \cdot 2 \cdot \varepsilon_S(x=0) \cdot GA_s, \text{ bzw. mit } \xi = \frac{x}{l_k}: \Delta(l_k) = \frac{w_{max}(\xi=1)}{Q_{max}(\xi=0)} \cdot 2 \cdot \varepsilon_S(\xi=0) \cdot GA_s$$

(5.44)

5.5.3 Auswertung für die maßgebenden Versagensbeziehungen

Aus den in Tabelle 5.18 zusammengestellten Schnittkraft- und Verschiebungsbeziehungen lassen sich unter Berücksichtigung der definierten Versagensbeziehungen die in Tabelle 5.19 zusammengestellten Versagensbeziehungen für die einzelnen Lastsituationen einer reinen Sattelagerung ableiten. Bild 5.51 enthält die Auswertung für linear elastisches Materialverhalten.

Tabelle 5.19: Versagensbeziehungen für Kragssysteme unter Strecken- und Einzellast

Kragssysteme unter Strecken- und Einzellast		
Belastung	Momentenversagen	Querkraftversagen
	$\frac{\Delta}{l_k} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\varepsilon_B}{z} \cdot l_k \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2} \right)$	$\frac{\Delta}{l_k} = 2 \cdot \varepsilon_S \cdot \left(1 + \frac{GA_s \cdot l^2}{3 \cdot EI} \right)$
	$\frac{\Delta}{l_k} = \frac{1}{20} \cdot \frac{\varepsilon_B}{z} \cdot l_k \cdot \frac{(4 + 11 \cdot n \cdot q_i)}{(1 + 2 \cdot n \cdot q_i)} \cdot \left(1 + \frac{(1 + 2 \cdot n \cdot q_i) \cdot 20 \cdot EI}{(4 + 11 \cdot n \cdot q_i) \cdot GA_s \cdot l^2} \right)$	$\frac{\Delta}{l_k} = \frac{2}{3} \cdot \varepsilon_S \cdot \frac{(1 + 2 \cdot n)}{(1 + n)} \cdot \left(1 + \frac{(4 + 11 \cdot q_i) \cdot GA_s \cdot l^2}{(1 + 2 \cdot n) \cdot 20 \cdot EI} \right)$
	$\frac{\Delta}{l_k} = \frac{1}{20} \cdot \frac{\varepsilon_B}{z} \cdot l_k \cdot \frac{(11 + 4 \cdot n \cdot q_i)}{(2 + n \cdot q_i)} \cdot \left(1 + \frac{(2 + n \cdot q_i) \cdot 20 \cdot EI}{(11 + 4 \cdot n \cdot q_i) \cdot GA_s \cdot l^2} \right)$	$\frac{\Delta}{l_k} = \frac{2}{3} \cdot \varepsilon_S \cdot \frac{(2 + n)}{(1 + n)} \cdot \left(1 + \frac{(11 + 4 \cdot n) \cdot GA_s \cdot l^2}{(2 + n) \cdot 20 \cdot EI} \right)$
	$\frac{\Delta}{l_k} = \frac{1}{4} \cdot \frac{\varepsilon_B}{z} \cdot l_k \cdot \left(1 + \frac{4 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2} \right)$	$\frac{\Delta}{l_k} = \varepsilon_S \cdot \left(1 + \frac{GA_s \cdot l^2}{4 \cdot EI} \right)$
	$\frac{\Delta}{l_k} = \frac{11}{40} \cdot \frac{\varepsilon_B}{z} \cdot l_k \cdot \left(1 + \frac{40 \cdot EI}{11 \cdot GA_s \cdot l^2} \right)$	$\frac{\Delta}{l_k} = \frac{4}{3} \cdot \varepsilon_S \cdot \left(1 + \frac{11 \cdot GA_s \cdot l^2}{40 \cdot EI} \right)$
	$\frac{\Delta}{l_k} = \frac{1}{5} \cdot \frac{\varepsilon_B}{z} \cdot l_k \cdot \left(1 + \frac{5 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2} \right)$	$\frac{\Delta}{l_k} = \frac{2}{3} \cdot \varepsilon_S \cdot \left(1 + \frac{GA_s \cdot l^2}{5 \cdot EI} \right)$

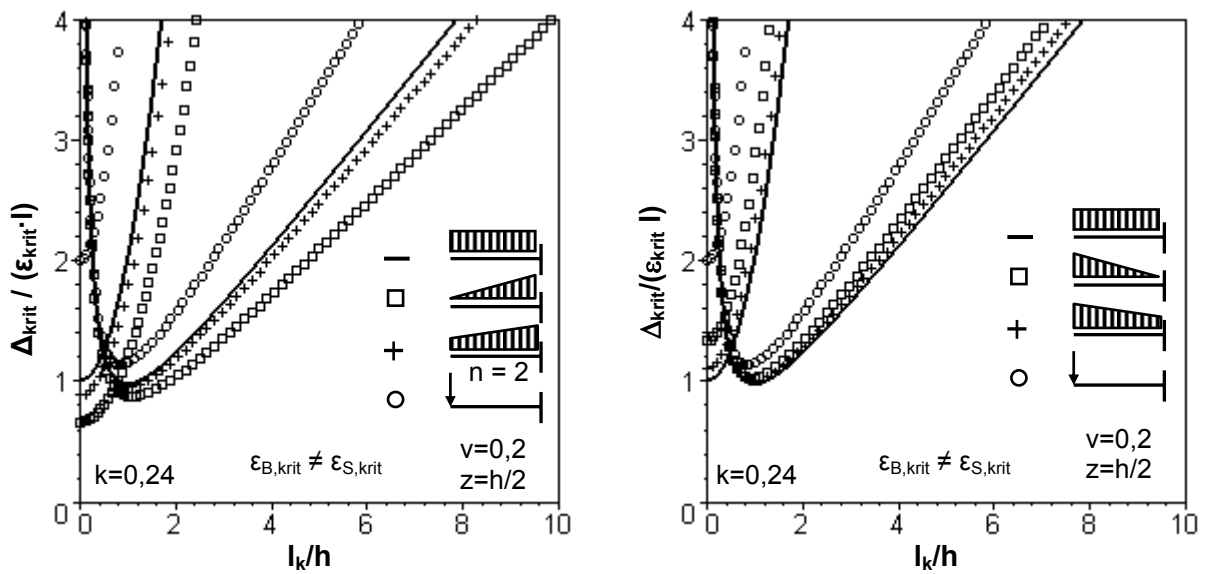


Bild 5.51: Biege- und Schubversagen eines Kragträgers mit unterschiedlichen Stellungen der maximalen Lastordinaten für linear elastisches Materialverhalten ($k = 0,24$).

Durch die maximale Lastordinate einer Dreieckslast und einer Trapezlast an der Einspannstelle des Kragträgers verlaufen die Versagenskurven unterhalb der Kurve einer Belastung mit einer Gleichlast. Werden die maximalen Lastordinaten am freien Ende des Ersatzträgers angenommen, verlaufen die Kurven oberhalb der Gleichlast. Die Belastung durch eine Einzelast als setzungserzeugende Lastsituation verläuft in beiden Fällen oberhalb der Streckenbelastung (vgl. Bild 5.52).

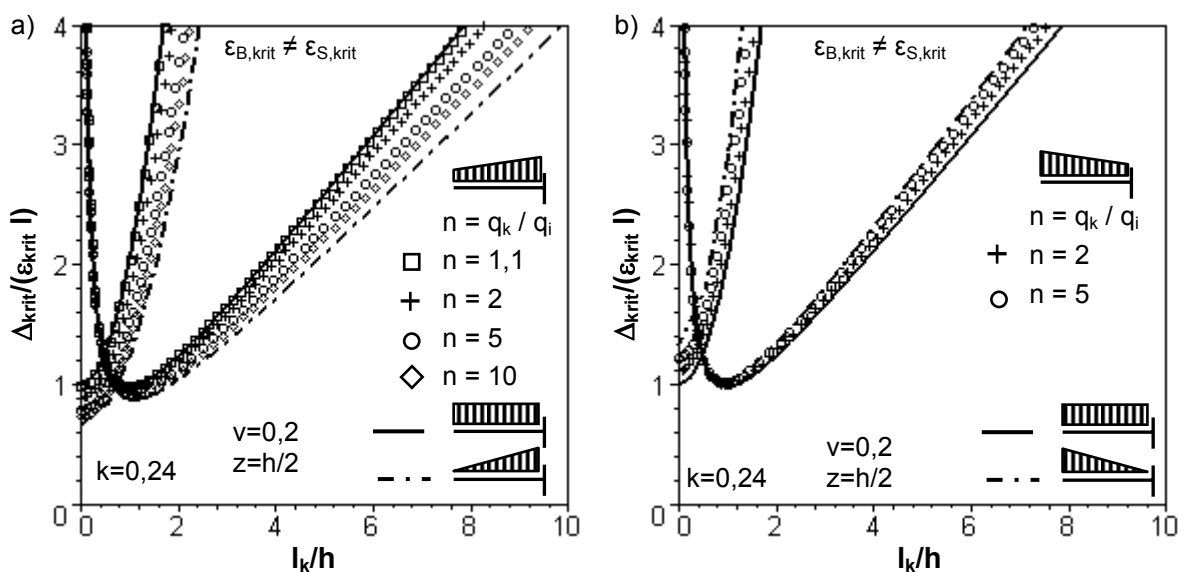


Bild 5.52: Versagensbeziehungen eines Kragträgers unter Streckenlast für linear elastisches Materialverhalten ($k = 0,24$).

Die Versagenskurven der Trapezlast befinden sich in beiden Fällen zwischen einer Dreiecks- und einer Gleichlastbelastung. Je größer dabei das Verhältnis von $n = q_k/q_i$ gewählt wird, desto mehr nähert sich der Verlauf einer Dreieckslast an (vgl. Bild 5.52).

Unterschiedliche Verhältnisse der Biegesteifigkeit zur Schubsteifigkeit ändert an der prinzipiellen Anordnung der Kurven nacheinander nichts. Allerdings verlaufen die Kurven bei einer im Verhältnis geringen Schubsteifigkeit völliger; die Biegeversagenskurven rutschen nach oben, der Versagensverlauf für Schubversagen verschiebt sich nach rechts (vgl. Bild 5.53).

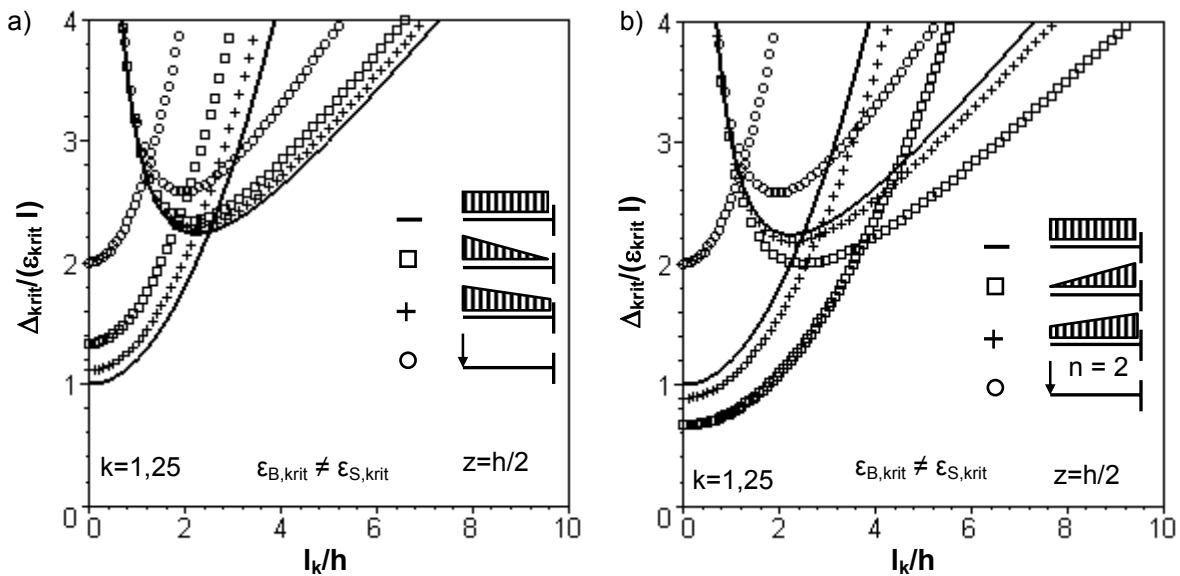


Bild 5.53: Versagensbeziehungen eines Kragträgers unter Strecken- und Einzellast für unterschiedliche Verhältnisse der Biege- und Schubsteifigkeit und unterschiedliche Stellung der Lastordinate einer Dreiecks- und Trapezlast an der Einspannstelle ($k = 1,25$)

Vereinfachte Versagensbeziehungen ergeben sich ohne eine Berücksichtigung der Schubverschiebungen. Exemplarisch sind in Bild 5.54 vereinfachte Beziehungen für ein Verhältnis der Biege- zur Schubsteifigkeit von $k = 0,05$ bzw. $k = 0,24$ dargestellt.

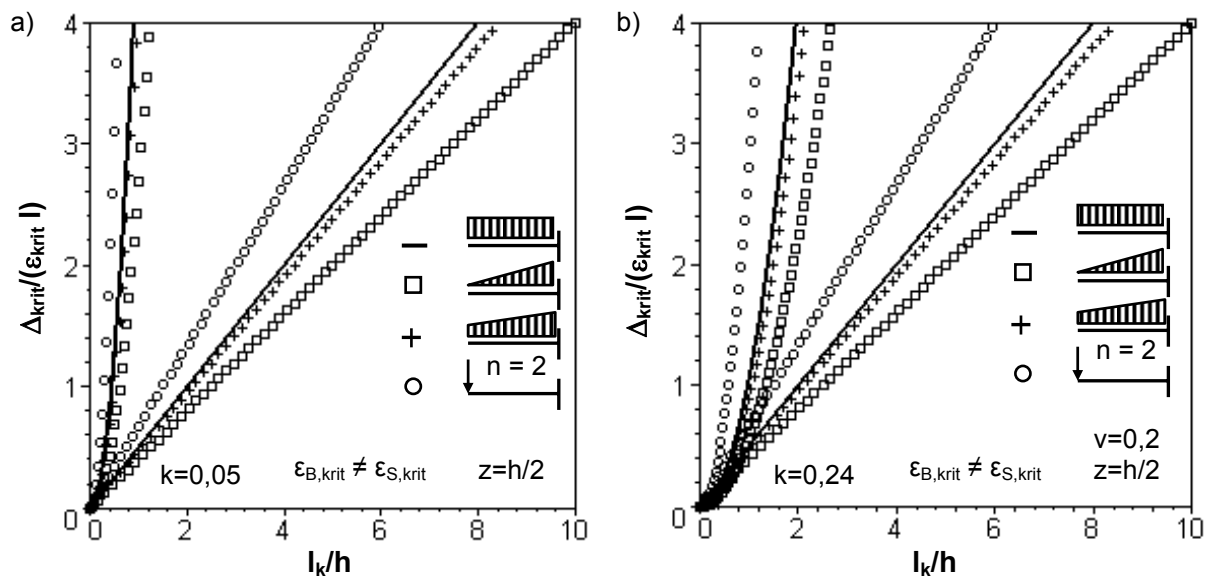


Bild 5.54: Vereinfachte Versagensbeziehungen eines Kragträgers unter Einzel- und Streckenlast für unterschiedliche Verhältnisse der Biege- und Schubsteifigkeit
 a) $k = 0,05$ b) $k = 0,24$

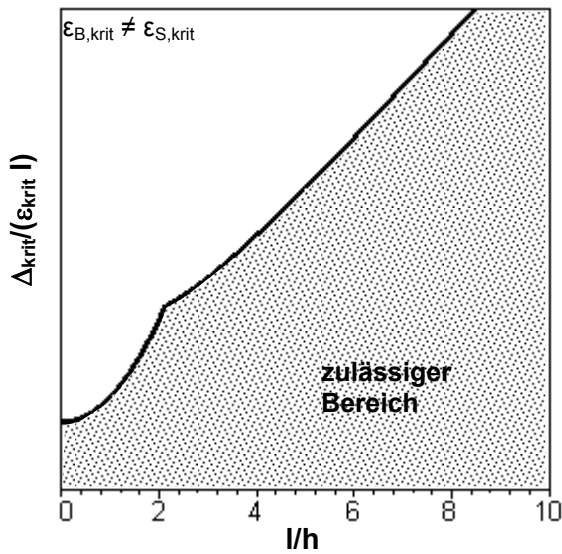
5.6 Zusammenfassung der Ergebnisse nach der Balkentheorie

5.6.1 Allgemeines

Nachfolgend sind die abgeleiteten Versagenskriterien vergleichend gegenübergestellt. Der Vergleich umfasst dabei einerseits die Auswirkung unterschiedlicher Belastungsarten für Mulden- bzw. Sattellagerung, andererseits bei gleicher Belastung das veränderte Verhalten für Mulden- und Sattellagerungen.

Neben der Kenntnis der Verschiebungslinie für eine Mulden- oder Sattellagerung und der Belastungsart sind für die Berechnung von Gründungsbauteilen auch eine wirklichkeitsnahe Wahl des Berechnungsverfahrens und eine zutreffende Annahme der charakteristischen Bodenkenngrößen und deren Verteilung (vgl. Abschnitt 8) für eine realistische Abschätzung der Verschiebungs- bzw. Setzungslinie notwendig.

Aufgrund der dargestellten Vorgehensweise für die Ableitung kritischer Versagensschnitte ist der in Bild 5.55 markierte Bereich unterhalb der Kurvenschar als insgesamt zulässiger Bereich aus Biege- und Schubversagen zu interpretieren.

**Bild 5.55:**

Definition des zulässigen Versagensbereichs aus Biege- und Schubversagen

Zusammenfassend lassen sich folgende Punkte festhalten:

- In Abhängigkeit der Steifigkeit dominiert bei kleinen Schubsteifigkeiten im Vergleich zur Biegesteifigkeit das Schubversagen. Die Versagenskurven verlaufen oberhalb der Kurven unter linear elastischem Materialverhalten, sodass der zulässige Bereich zunimmt. Für große Schubsteifigkeiten überwiegt das Biegeversagen; die Kurven verlaufen unterhalb den Beziehungen für linear elastisches Materialverhalten, was zu einem geringeren zulässigen Bereich führt.
- Eine sehr große Schubsteifigkeit gegenüber der Biegesteifigkeit führt zu einem sehr geringen Schubverschiebungsanteil, sodass dieser Anteil auch näherungsweise vernachlässigt werden kann. Für Momentenversagen führt der Grenzübergang zu Ursprungsgeraden, für Querkraftversagen ergeben sich Parabelkurven mit Ursprung im Nullpunkt. Für vereinfachte Abschätzungen liegen diese Versagensbedingungen auf der sicheren Seite, zumal die zulässigen Bereiche für Mulden- und Sattellagerungen minimal werden.
- Das von *Burland* untersuchte Einfeldsystem unter mittig wirkender Einzellast mit gelenkigen Endauflagern liefert für Biegeversagen den minimalen zulässigen Bereich, allerdings ergibt sich für Schubversagen der minimale Bereich aus einer Streckenlast. Da gerade für geringe Schubsteifigkeiten das Schubversagen überwiegt, ist daher das Schubversagenkriterium einer mittig wirkenden Einzellast als unsicher zu bewerten.
- Das für eine Sattellagerung angenommene Ersatzsystem eines Kragträgers bildet den minimalen zulässigen Bereich aus einer Streckenbelastung.

- Befindet sich die maximale Lastordinate einer Dreiecks- oder Trapezlast am freien Kragarmende, ergibt die Gleichlast den minimalen zulässigen Bereich für die Anwendung. Für die maximale Lastordinate an der Einspannstelle ist die Dreieckslastbelastung für den minimalen zulässigen Bereich anzuwenden.
- Die Versagenskurven einer Trapezlast verlaufen sowohl für eine Mulden- als auch für eine Sattellagerung zwischen den Kurven einer Gleichlast und einer Dreieckslast.
- Entsprechend andere Versagenskurven ergeben sich, wenn anstelle des Orts der maximalen Verschiebung angrenzende Trägerstellen mit kleineren Verschiebungen als Ausgangswert verwendet werden. Beispielhaft sind die Versagenskurven für unterschiedliche Trägerstellen einer Gleichlastbelastung sowohl für eine Mulden- als auch eine Sattellagerung in Bild 5.56 dargestellt. Als Bezugswert dient die gesamte Stützweite entsprechend

$$\frac{\Delta_i(\xi_i)}{l_k} = \frac{w(\xi = \xi_i)}{M(\xi = 0)} \cdot \frac{EI}{z} \cdot \varepsilon_B(\xi = 0), \tag{5.45}$$

$$\frac{\Delta_i(\xi_i)}{l_k} = \frac{w(\xi = \xi_i)}{M(\xi = 0)} \cdot 2 \cdot GA_s \cdot \varepsilon_S(\xi = 0). \tag{5.46}$$

Die entsprechenden Definitionen enthält Bild 5.57.

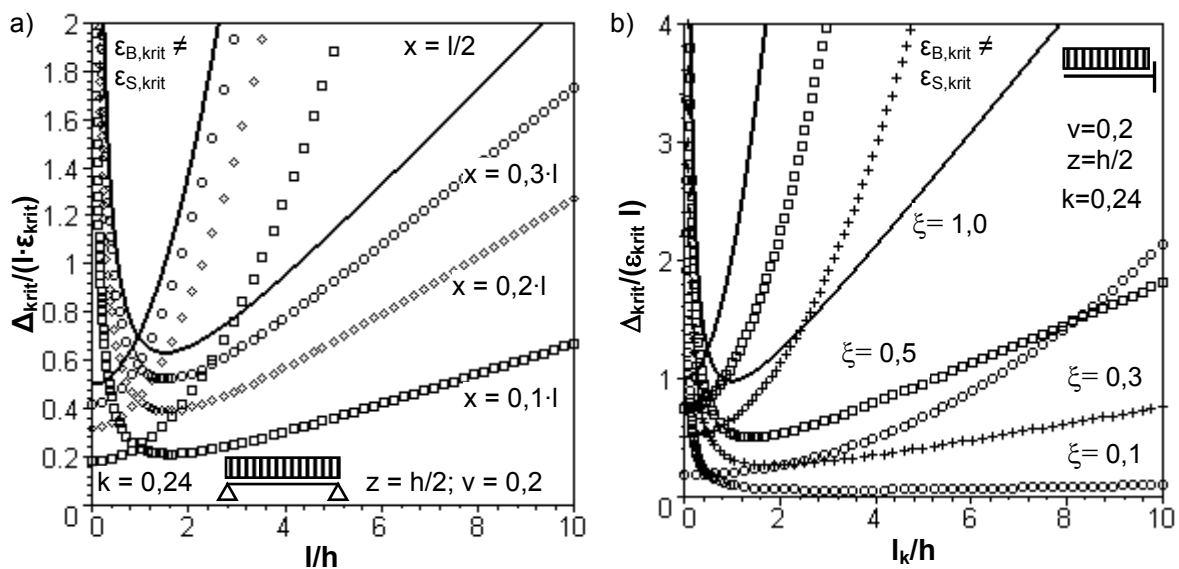


Bild 5.56: Versagenskurven für unterschiedliche Bemessungsschnitte eines Einfeldträgers unter Gleichlast; Bezugslänge: gesamte Stützweite l bzw. l_k .
 a) Muldenlagerung b) Sattellagerung

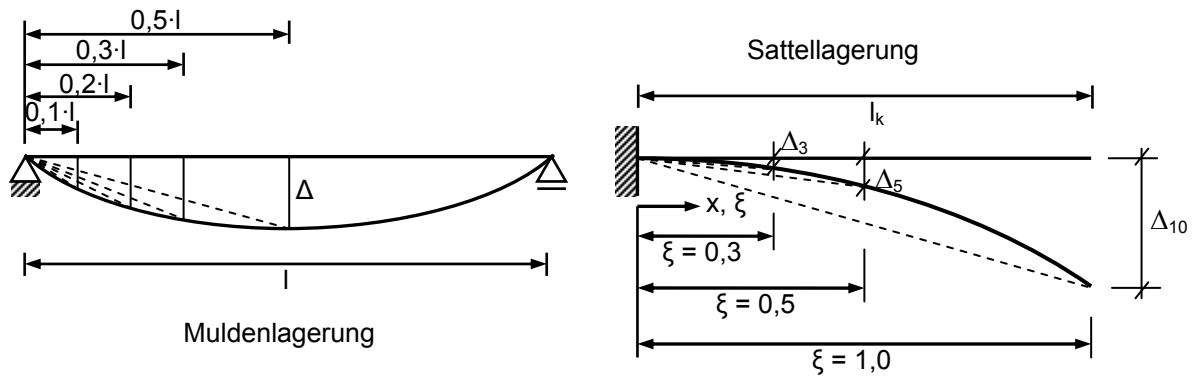


Bild 5.57: Definition unterschiedlicher Trägerstellen für die Bestimmung der Versagenskurven (unmaßstäblich).

- Insgesamt ist die aufgezeigt Vorgehensweise zur näherungsweisen Abschätzung der Schadensanfälligkeiten als relativ stabil zu bewerten. Ist die Setzungslinie bekannt, besteht die Aufgabe darin, diejenige Verschiebungslinie des Ersatzsystems in Verbindung mit der entsprechenden setzungserzeugenden Belastung zu wählen, die den tatsächlichen Gegebenheiten am nächsten kommt; im Idealfall verlaufen die Setzungslinie und die Verschiebungslinien der Ersatzsysteme (Einfeld- und Kragssystem) deckungsgleich. Die Abweichungen bei Wahl einer „falschen“ setzungserzeugenden Lastsituation ist allerdings relativ gering, wie nachfolgendes Beispiel einer Streckenlast im Vergleich zur Lastresultierenden zeigt.

Tabelle 5.20: Vergleich der Versagenskriterien einer Gleichstreckenlast zur Lastresultierenden einer Muldenlagerung

Belastung und Momentenverlauf		
Einheitsbelastung und Momentenverlauf		

Tabelle 5.20: Vergleich der Versagenskriterien einer Gleichstreckenlast zur Lastresultierenden einer Muldenlagerung

Verschiebung aus Überlagerung		$f = \frac{1}{12} \cdot q \cdot l^2 \cdot \frac{l^2}{4 \cdot EI}$	$f = \frac{1}{19,2} \cdot q \cdot l^2 \cdot \frac{l^2}{4 \cdot EI}$
Versagenskriterien	Biegung	$\left(\frac{\Delta}{l}\right)_{M,1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{l^2}{4} \cdot \frac{\varepsilon_M}{z}$	$\left(\frac{\Delta}{l}\right)_{M,2} = \frac{5}{12} \cdot \frac{l^2}{4} \cdot \frac{\varepsilon_M}{z}$
	Schub	$\left(\frac{\Delta}{l}\right)_{Q,1} = \frac{1}{6} \cdot \frac{l^3}{4 \cdot EI} \cdot 2 \cdot \varepsilon_Q \cdot GA_s$	$\left(\frac{\Delta}{l}\right)_{Q,2} = \frac{5}{48} \cdot \frac{l^3}{4 \cdot EI} \cdot 2 \cdot \varepsilon_Q \cdot GA_s$
Verhältnis		Biegeversagen	Schubversagen
		$\left(\frac{\Delta}{l}\right)_{M,1} / \left(\frac{\Delta}{l}\right)_{M,2} = \frac{1/3}{5/12} = \frac{4}{5}$	$\left(\frac{\Delta}{l}\right)_{Q,1} / \left(\frac{\Delta}{l}\right)_{Q,2} = \frac{1/6}{5/48} = \frac{8}{5}$

Aus den genannten Punkten lässt sich abschließend keine eindeutige Aussage darüber treffen, in wieweit eine Lastsituation im Hinblick auf eine vereinfachte Anwendung einen minimalen zulässigen Bereich ergibt. Vielmehr ist für die Anwendung (vgl. Abschnitt 10) die Kenntnis

- der Konstruktion bzw. der lasteinleitenden Bauteile in den Baugrund,
- der Steifigkeiten der Bauteile, sowie
- der setzungserzeugenden Lastsituation

notwendig. In Zweifelsfällen kann es daher notwendig sein, mehrere Lastsituationen als setzungserzeugend zu betrachten.

Darüber hinaus lässt sich die dargestellte Vorgehensweise auch auf

- zweiachsige Systeme (vgl. Abschnitt 5.8) sowie
- auf Systeme mit unterschiedlichen Steifigkeiten entlang der Ersatzträgerachse (vgl. Abschnitt 5.9)

anwenden. Losgelöst von der eigentlichen Fragestellung der Boden-Bauwerks-Interaktion, bietet die aufgezeigte Vorgehensweise die Anwendung auf

- allgemeine Systeme unter Verschiebungszwang,

die aufgrund ihrer unterschiedlichen Steifigkeiten und Belastungssituation einer Wechselwirkung ausgesetzt sind.

5.6.2 Vergleich der Ergebnisse von Mulden- und Sattellagerung

5.6.2.1 Allgemeines und Definitionen

Die Verschiebungslinien der Ersatzsysteme einer reinen Mulden- und Sattellagerung sind vom Verlauf her ähnlich, sie unterscheiden sich allerdings bei gleicher Belastungssituation beider Ersatzsysteme in der Größe der maximalen Verschiebungsordinate. Der Unterschied besteht in der Auflagerlast der Muldenlagerung, wie nachfolgende exemplarische Betrachtung am Beispiel einer Gleichlast zeigt. Den Vergleich der Verschiebungslinie stellt Bild 5.58 dar.

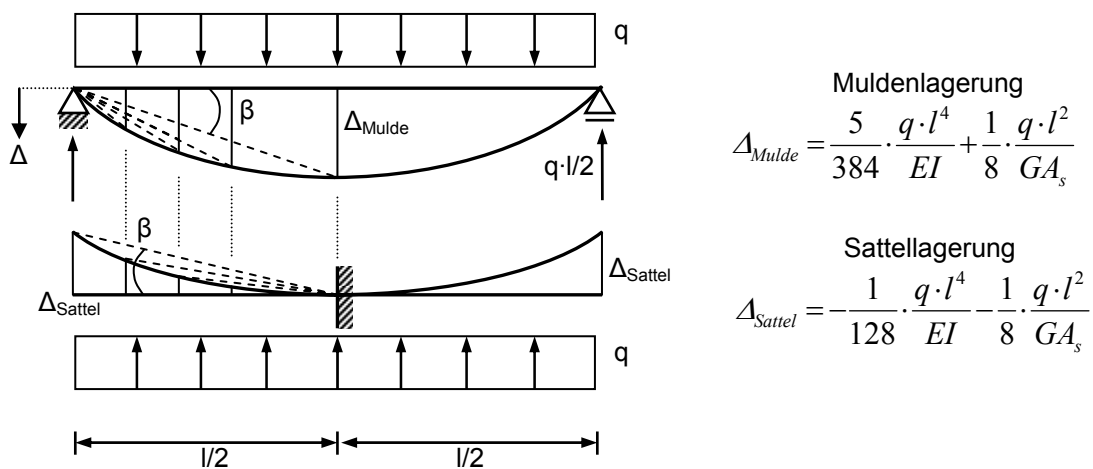


Bild 5.58: Vergleich der Verschiebungslinie einer reinen Mulden- und Sattellagerung am Beispiel einer Gleichlast

Der Verhältniswert beider Verschiebungsmaxima liefert:

$$\Delta_V = \frac{\Delta_M}{\Delta_S} = \frac{\frac{5}{48} \cdot \frac{q \cdot l^2}{EI} \cdot \left[1 + \frac{48 \cdot EI}{5 \cdot GA_s \cdot l^2} \right]}{\frac{1}{16} \cdot \frac{q \cdot l^2}{EI} \cdot \left[1 + \frac{16 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2} \right]} = 1,67 \cdot \frac{\left[1 + \frac{48 \cdot EI}{5 \cdot GA_s \cdot l^2} \right]}{\left[1 + \frac{16 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2} \right]} \quad (5.47)$$

Ausgewertet für unterschiedliche Stützweiten folgt mit $k = 0,24$:

$$l = 0 \text{ [m]:} \quad \Delta_V = 1,00, \quad (5.48a)$$

$$l = 10 \text{ [m]:} \quad \Delta_V = 1,645. \quad (5.48b)$$

Der Grenzübergang für eine sehr große Schubsteifigkeit liefert eine Gerade als Grenzwert:

$$\Delta_V^{grenz} = \lim_{GA_s \rightarrow \infty} \Delta_V = 1,67. \quad (5.49)$$

Der Unterschied der Verschiebungsmaxima einer Sattel- und einer Muldenlagerung besteht dabei in der Auflagerkraft der Muldenlagerung (vgl. Bild 5.59).

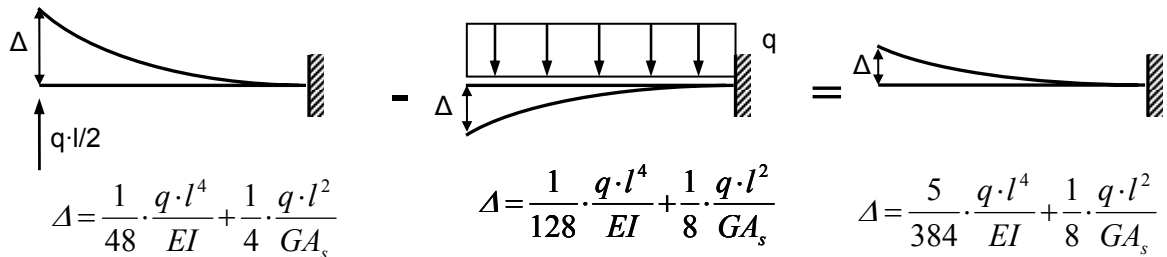


Bild 5.59: Teilbelastungen für den Vergleich einer Mulden- zu einer Sattellagerung unter Gleichlast

Für den Vergleich der einzelnen lasterzeugenden Belastungssituationen einer Sattel- und einer Muldenlagerung wird sowohl von der Ersatzträgerlänge l als auch von der angrenzenden Stützweite l_{min} ausgegangen. Am Auflagerpunkt der Sattellagerung bildet sich kein Differenzmoment aus, d. h. für die jeweiligen Trägerabschnitte einer Streckenlastbelastung gilt die Gleichgewichtsbedingung Gleichung (5.51).

Für eine reine Sattellagerung unter Streckenlast oder Einzellast sind die in Bild 5.60 dargestellten Zusammenhänge für die Ermittlung der Schnittkraft- und Verschiebungsverläufe zugrunde gelegt.

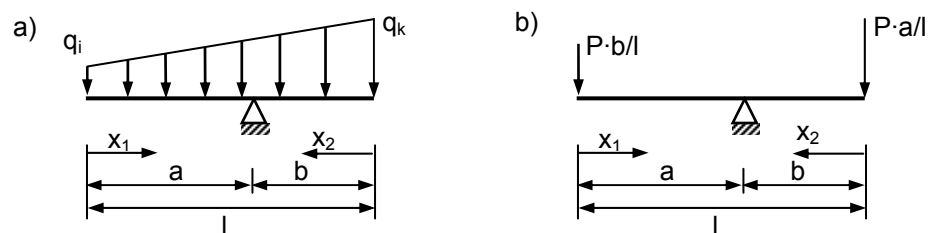


Bild 5.60: geometrische Zusammenhänge bei Sattellagerung unter
 a) Streckenlast b) Einzellast

Nachfolgend sind nur die Rand- und Übergangsbedingungen für eine Streckenlast dargestellt. Für eine Einzellastbelastung ergeben sich die Zusammenhänge analog. Für die Randbedingungen gilt:

5.6.2.2 Vergleiche der Versagenskurven

Wird zum Vergleich einer reinen Sattellagerung und einer reinen Muldenlagerung die gesamte Stützweite l als Bezugswert herangezogen, ergibt sich für die Gleichlast in Abhängigkeit des Geometrieverhältnisses der größte Differenzwert; für eine Dreiecksbelastung ergibt sich der kleinste Unterschied.

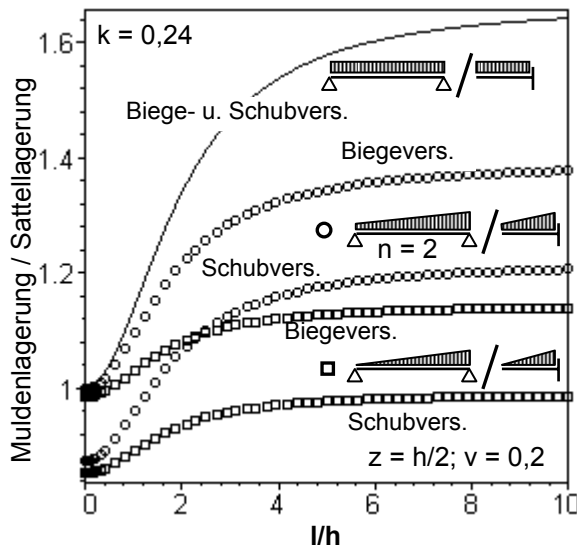


Bild 5.61:

Vergleich der Versagensbeziehungen einer Sattel- und einer Muldenlagerung mit linear elastischem Materialverhalten ($k = 0,24$) unter Streckenlastbelastung (Bezugslänge: gesamte Stützweite l)

In Abhängigkeit des Verhältnisses der Steifigkeiten ergeben sich etwas andere Verläufe der Bezugskurven. Der Einfluss unterschiedlicher Steifigkeiten ist am Beispiel einer Gleichlast in Bild 5.62 verdeutlicht.

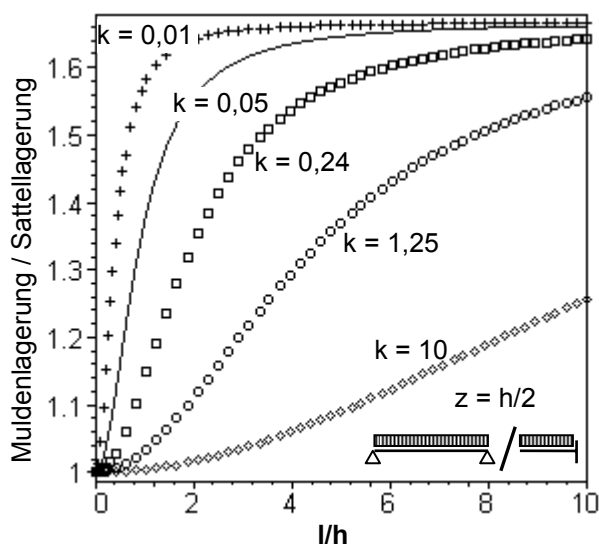


Bild 5.62:

Vergleich einer Sattel- und einer Muldenlagerung unter Gleichlast für unterschiedliche Verhältnisse der Biege- und Schubsteifigkeit (Bezugslänge: gesamte Stützweite l)

Darüber hinaus kann auch die Stellung der maximalen Lastordinate bei der Sattellagerung Auswirkungen auf den Kurvenverlauf haben, Bild 5.63.

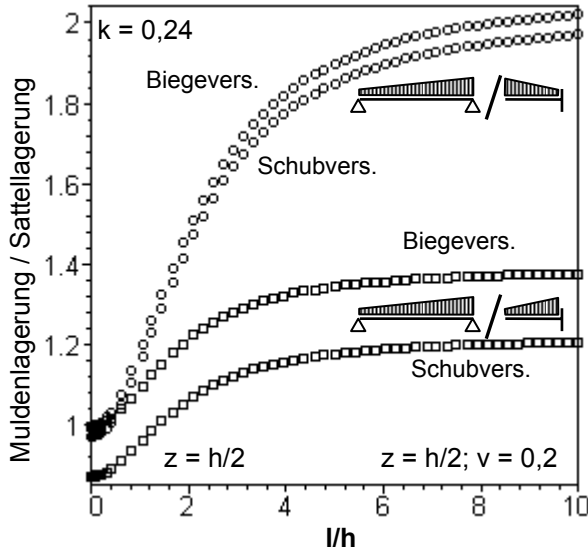


Bild 5.63:
Vergleich unterschiedlicher Stellungen der Lastordinate an der Einspannstelle bzw. am freien Kragarmende am Beispiel einer Trapezlast (Bezugslänge: gesamte Stützweite l)

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass bei der Wahl der gesamten Länge l als Bezugswert die üblicherweise für eine Sattellagerung angegebene halbe zulässige Winkelverdre-
hung Δ/l für eine Streckenlast i. d. R. nicht erreicht wird.

Für den Bezugswert der minimalen angrenzenden Stützweite l_{min} ergeben sich in Abhängigkeit der Steifigkeitsverhältnisse Kurvenverläufe, die oberhalb der Kurven mit der gesamten Stützweite als Bezugswert liegen.

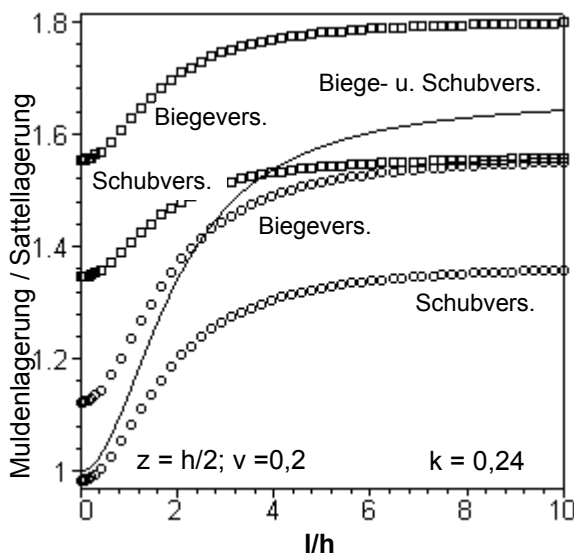
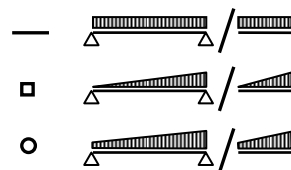


Bild 5.64:
Vergleich einer Sattel- und einer Muldenlagerung unter Streckenlastbelastung für unterschiedliche Verhältnisse von Schub- und Biegesteifigkeit (Bezugslänge: an-
grenzende Stützweite), $k = 0,24$



5.6.3 Bewertung

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass das Verhältnis der Beanspruchung einer reinen Mulden- und Sattellagerung

- vom Bemessungsschnitt der Verschiebung und
- vom Bezugswert (gesamte Stützweite l oder angrenzende Stützweite)

abhängig ist, sodass sich unterschiedliche kritische Winkelverdrehungen Δ/l bzw. Δ/l_{min} ergeben. Weiteren Einfluss auf die Verhältniswerte haben darüber hinaus

- das Verhältnis von Biege- und Schubsteifigkeit,
- sowie die maximale Lastordinate der setzungserzeugenden Last einer Sattellagerung (maximale Lastordinate an der Einspannstelle oder am freien Ende des Kragarms).

Die Unterschiede hängen auch mit der Definition der Winkelverdrehung in Verbindung mit dem Verschiebungsverlauf des Ersatzsystems zusammen. Für die geradlinige Verbindung der Auflagerpunkte P_1 und P_3 mit dem Verschiebungsmaximum P_2 einer Muldenlage (vgl. Bild 5.65a) ergeben sich im Vergleich zur Wahl anderer Bezugspunkte der Verschiebungslinie (beispielsweise P_4 , P_5 oder P_6) eine minimale Winkelverdrehung, also $\beta_{12} < \beta_{16} < \beta_{15} < \beta_{14}$. Im Vergleich zu einer Muldenlage verhält es sich bei einer Sattellagerung bei einer geradlinigen Verbindung des Auflagerpunktes P_2 mit dem Punkt der maximalen Verschiebung P_1 bzw. P_3 anders. Gemäß der Definition wird hier die maximale Winkelverdrehung ermittelt ($\beta_{21} > \beta_{24} > \beta_{25}$, vgl. Bild 5.65b).

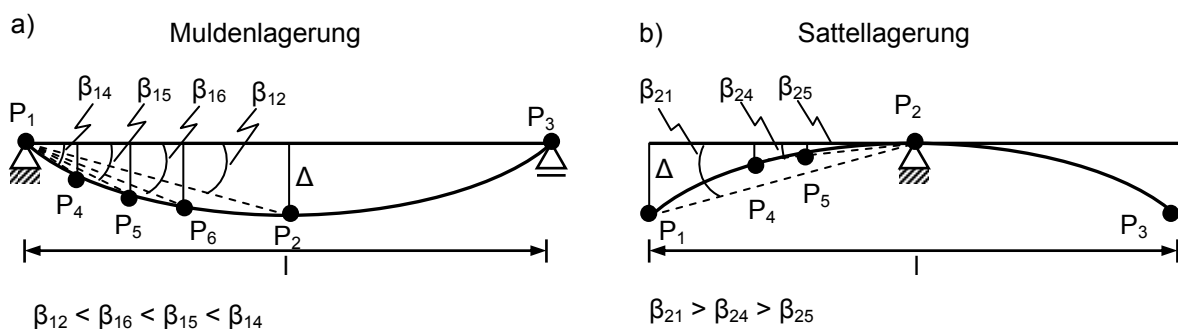


Bild 5.65: Unterschiedliche Winkelverdrehungen für unterschiedliche Bemessungsschnitte einer Mulden- und einer Sattellagerung

Insgesamt wird durch die Definition des Versagenskriteriums die minimale kritische Winkelverdrehung für eine Muldenlagerung ermittelt (vgl. Bild 5.65a). Für die analoge Definition einer Sattellagerung ergibt sich der maximale Wert der Winkelverdrehung (vgl. Bild 5.65b). Dies führt dazu, dass die kritische Winkelverdrehung nur dann einen Absolutwert darstellen

kann, wenn der Verschiebungsverlauf zwischen den Punkten P1 bis P3 nahezu geradlinig verläuft, bzw. generell eine andere Definition der Winkelverdrehung als Maß für die Schadensanfälligkeit gewählt wird (vgl. Abschnitt 5.2.4).

Weitere Hinweise für praktische Anwendungen finden sich in Abschnitt 10.

5.7 Zusammengesetzte Systeme aus Mulden- und Sattellagerungen

Biegelinien, die keine reine Mulden- oder Sattellagerung beschreiben, lassen sich aus den Teilsystemen

- Kragträger und
- Einfeldträger mit gelenkiger Lagerung

zusammensetzen. Bild 5.66 stellt die Teilsysteme exemplarisch am beidseitig eingespannten Einfeldträger dar.

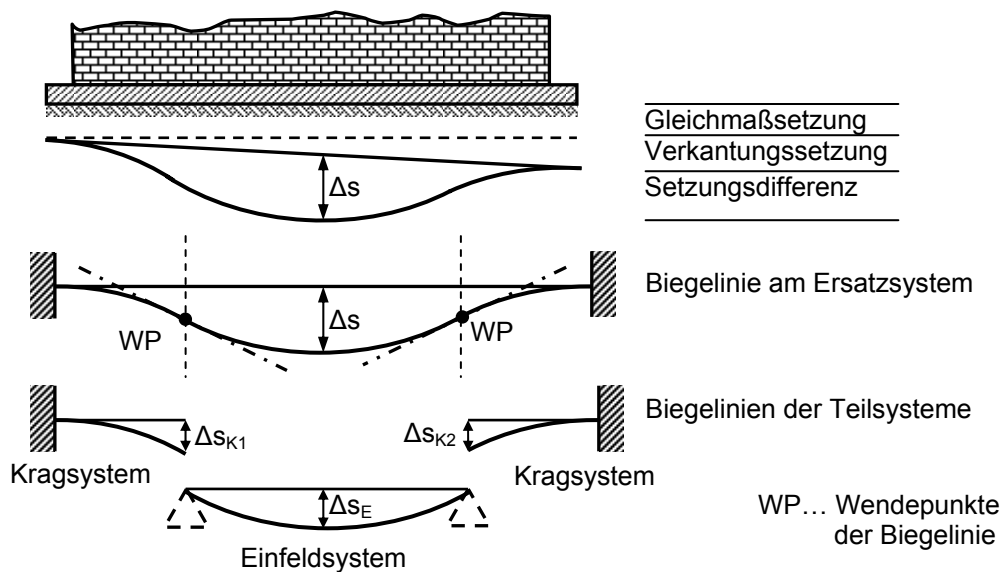


Bild 5.66: Teilsysteme eines beidseitig eingespannten Ersatzträgers

Die Verträglichkeit wird durch den stetigen Verschiebungsübergang zwischen den Teilsystemen am Momentennullpunkt (Krümmung Null) gewährleistet.

Neben der Krümmungsgleichheit (Momentennullpunkt) wird die Verträglichkeit auch über die fiktive Auflagerkraft des gelenkig gelagerten Einfeldträgers gewährleistet. Diese fiktive Auflagerkraft ist als zusätzliche Lastsituation auf die Kragträgersysteme aufzubringen. Aufgrund der Annahme eines linear elastischen Materialverhaltens gilt weiterhin das Super-

positionsprinzip, sodass einzelne Lastsituationen überlagert werden können. Zur Bestimmung der Versagenskriterien für Biege- und Schubversagen sind die Ersatzträgerstellen in Bild 5.67 gekennzeichnet. Tabelle 5.7 enthält Angaben zur Bestimmung der Momentennullpunkte.

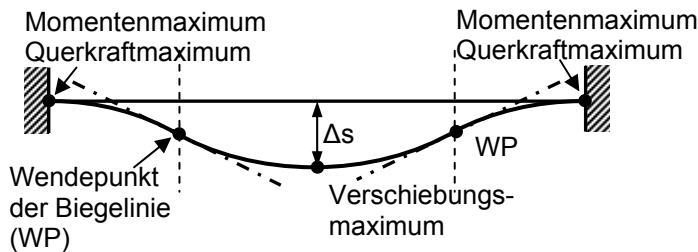


Bild 5.67:

Stellen maximaler Verschiebung und maximaler Schnittkräfte am beidseits eingespannten Ersatzträger

Am Beispiel einer mittig wirkenden Einzellast lässt sich die maximale Verschiebung in Feldmitte aus den Teilsystemen bestimmen (Bild 5.68).

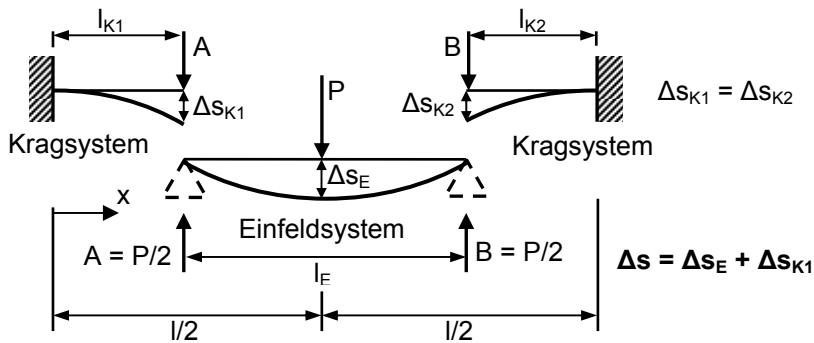


Bild 5.68:

Teilsysteme eines beidseits eingespannten Einfeldträgers

Die maximale Verschiebung aus Biege- und Schubanteil in Feldmitte ergibt sich aus den Teilsystemen mit $GA_s = EI = \text{konst.}$

$$\begin{aligned} \Delta s &= \Delta s_{K1} + \Delta s_E = \Delta s_{K1}^{\text{Biegung}} + \Delta s_{K1}^{\text{Schub}} + \Delta s_E^{\text{Biegung}} + \Delta s_E^{\text{Schub}} = \\ &= \frac{P/2 \cdot l_{K1}^3}{3 \cdot EI} + \frac{P/2 \cdot l_{K1}}{GA_s} + \frac{P \cdot l_E^3}{48 \cdot EI} + \frac{P \cdot l_E}{4 \cdot GA_s} = \frac{P}{EI} \cdot \left(\frac{l_{K1}}{2} + \frac{l_E}{4} \right) + \frac{P}{GA_s} \cdot \left(\frac{l_{K1}}{2} + \frac{l_E}{2} \right) \end{aligned} \quad (5.52)$$

Unter Berücksichtigung der Kragarmlänge mit $l_{K1} = l/4$ folgt

$$\Delta s = \frac{1}{192} \cdot \frac{P \cdot l^3}{EI} + \frac{1}{4} \cdot \frac{P \cdot l}{GA_s} \quad (5.53)$$

Mit den maximalen Schnittgrößen an der Einspannstelle

$$M_{\max}(x=0) = \frac{P}{2} \cdot l_{K1} = \frac{P \cdot l}{8}; \quad Q_{\max}(x=0) = \frac{P}{2}$$

ergeben sich die Versagensbeziehungen für Biege- bzw. Schubversagen:

$$\frac{\Delta}{l} = \frac{1}{24} \cdot l \cdot \frac{\varepsilon_M}{z} \cdot \left(1 + 48 \cdot \frac{EI}{GA_s \cdot l^2} \right); \quad \frac{\Delta}{l} = \varepsilon_Q \cdot \left(1 + \frac{1}{48} \cdot \frac{GA_s \cdot l^2}{EI} \right) \quad (5.54)$$

5.8 Anwendung auf zweiachsig gespannte Systeme

Die Anwendung der vereinfachten Versagensbeziehungen auf ein zweiachsiges Problem lässt sich näherungsweise als Trägerrostwirkung ohne Berücksichtigung einer Drillsteifigkeit darstellen. Aus der Bedingung der Verschiebungsgleichheit lassen sich Lastaufteilungszahlen in Abhängigkeit der Biegesteifigkeiten ableiten, die durch die Erweiterung der einachsigen Versagensbeziehungen auch eine vereinfachte Anwendung auf den zweiachsigen Lastzustand erweitern lässt. Diese vereinfachte Betrachtungsweise für den zweiachsigen Zustand lässt sich damit rechtfertigen, zumal bei Stahlbetonbauteilen bei Überschreitung der Zugfestigkeit die Drillsteifigkeit sehr schnell abfällt (vgl. Abschnitt 4).

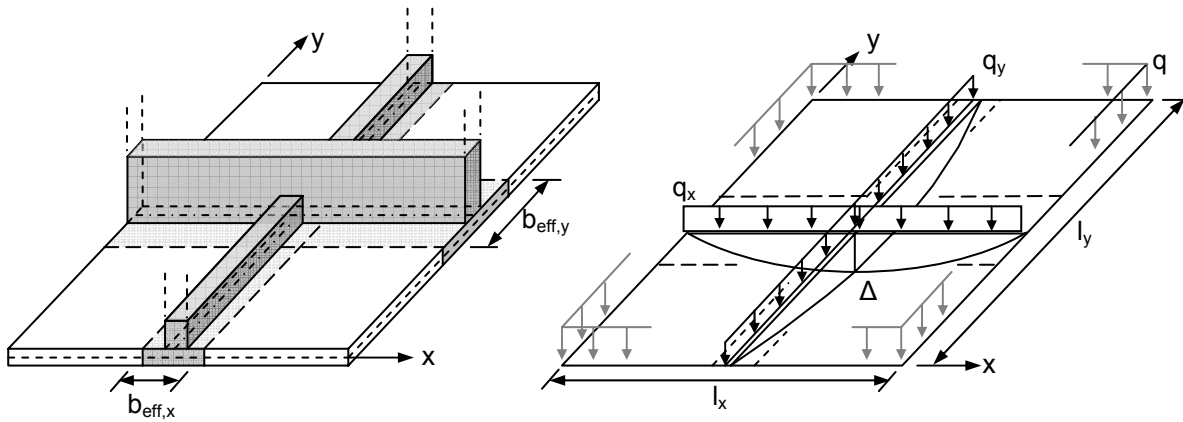


Bild 5.69: Beispiel eines zweiachsigen Tragsystems unter Teilbelastung der Tragrichtungen

In allgemeiner Form lassen sich die Belastungsanteile in x- bzw. y-Richtung aus der Beziehung der Verschiebungsgleichheit der beiden Tragrichtungen

$$\Delta = f_x = f_y \text{ und der Summe der Belastungen } q = q_x + q_y \quad (5.55)$$

ableiten. Die Verschiebung setzt sich dabei aus den Biegeanteilen und den Schubanteilen zusammen. Allgemein lässt sich für die Verschiebung, zusammengesetzt aus einem Biege- und einem Schubanteil schreiben:

$$f_i = k_i^B \cdot \frac{q_i \cdot l_i^4}{EI_i} + k_i^S \cdot \frac{q_i \cdot l_i^2}{GA_{s,i}} = k_i^B \cdot q_i \cdot \frac{l_i^4}{EI_i} \cdot \left[1 + \frac{k_i^S}{k_i^B} \cdot \frac{EI_i}{GA_{s,i} \cdot l_i^2} \right] = k_i^B \cdot q_i \cdot \frac{l_i^4}{EI_i} \cdot N_i$$

$$\text{mit } N_i = 1 + \frac{k_i^S}{k_i^B} \cdot \frac{EI_i}{GA_{s,i} \cdot l_i^2} = 1 + \chi_i \cdot \frac{k}{l_i^2} \text{ und } i = \{x, y\},$$

$$\text{wobei } \chi_i = k_i^S / k_i^B, \quad k = EI_i / GA_{s,i} \quad (5.56)$$

Aus den beiden Bedingungen nach Gleichung (5.56) lassen sich folgende Belastungsanteile ableiten:

$$q_x = q_y \cdot \frac{k_y^B}{k_x^B} \cdot \frac{l_y^4}{l_x^4} \cdot \frac{EI_x}{EI_y} \cdot \frac{N_y}{N_x} = q_y \cdot \kappa^B \cdot \varepsilon_l^4 \cdot \frac{1}{B} \cdot \frac{N_y}{N_x} \quad (5.57a)$$

$$q_y = q_x \cdot \frac{k_x^B}{k_y^B} \cdot \frac{l_x^4}{l_y^4} \cdot \frac{EI_y}{EI_x} \cdot \frac{N_x}{N_y} = q_x \cdot \frac{1}{\kappa^B} \cdot \frac{1}{\varepsilon_l^4} \cdot B \cdot \frac{N_x}{N_y} \quad \text{mit} \quad (5.57b)$$

$$\varepsilon_l^4 = l_y^4 / l_x^4; \quad B = EI_y / EI_x; \quad \kappa^B = k_y^B / k_x^B,$$

bzw. ausgedrückt durch die Gesamtbelastung q

$$q_x = \frac{q}{\left(1 + \frac{B \cdot N_x}{\kappa^B \cdot \varepsilon_l^4 \cdot N_y}\right)} = q \cdot \frac{\kappa^B \cdot \varepsilon_l^4 \cdot N_y}{\left(\kappa^B \cdot \varepsilon_l^4 \cdot N_y + B \cdot N_x\right)} \quad \text{und} \quad (5.57c)$$

$$q_y = \frac{q}{\left(1 + \frac{\kappa^B \cdot \varepsilon_l^4 \cdot N_y}{B \cdot N_x}\right)} = q \cdot \frac{B \cdot N_x}{\left(\kappa^B \cdot \varepsilon_l^4 \cdot N_y + B \cdot N_x\right)} \quad (5.57d)$$

Ist die Schubsteifigkeit sehr groß ($GA_s \rightarrow \infty$), können die Schubverschiebungen näherungsweise vernachlässigt werden. Der Verhältniswert der Steifigkeiten k geht gegen Null ($k \rightarrow 0$) und N_i nimmt den Wert $N_i = 1$ an. Für die Belastungsanteile folgt:

$$q_x = q \cdot \frac{\kappa^B \cdot \varepsilon_l^4}{\left(\kappa^B \cdot \varepsilon_l^4 + B\right)}, \quad \text{bzw.} \quad q_y = q \cdot \frac{B}{\left(\kappa^B \cdot \varepsilon_l^4 + B\right)}. \quad (5.58)$$

Wird weiter angenommen, dass die Biegesteifigkeiten der beiden Tragrichtungen näherungsweise gleich groß sind, vereinfacht sich Gleichung (5.58) für $B = 1$ zu

$$q_x = q \cdot \frac{\kappa^B \cdot \varepsilon_l^4}{\left(1 + \kappa^B \cdot \varepsilon_l^4\right)} \quad \text{bzw.} \quad q_y = q \cdot \frac{1}{\left(1 + \kappa^B \cdot \varepsilon_l^4\right)}. \quad (5.59)$$

Wird darüber hinaus unterstellt, dass die Lagerungsbedingungen der Ersatzsysteme der beiden Plattentragrichtungen gleich sind, ergeben sich mit $\kappa^B = 1$ die Bedingungen des Streifenkreuzverfahrens nach *Marcus (1932)*

$$q_x = q \cdot \frac{\varepsilon_l^4}{\left(1 + \varepsilon_l^4\right)}, \quad \text{bzw.} \quad q_y = q \cdot \frac{1}{\left(1 + \varepsilon_l^4\right)}. \quad (5.60)$$

Dadurch, dass die Belastung q_i als setzungserzeugend wirkt, sie allerdings bei der Bildung der Versagenskriterien als Einheitslast aufgefasst wird, ergeben sich die Versagensbeziehungen als Minimum aus den Tragrichtungen des vereinfachten zweiachsigen Systems ohne Berücksichtigung der Drillsteifigkeit.

$$\frac{\Delta}{l_i} = \text{MIN} \left\{ \left[\left(\frac{\Delta}{l} \right)_x^{\text{Biegung}} ; \left(\frac{\Delta}{l} \right)_x^{\text{Querkraft}} \right] ; \left[\left(\frac{\Delta}{l} \right)_y^{\text{Biegung}} ; \left(\frac{\Delta}{l} \right)_y^{\text{Querkraft}} \right] \right\}. \quad (5.61)$$

5.9 Hinweise zu einer veränderlichen Biegesteifigkeit des Ersatzsystems

Für eine veränderliche Biege- oder Schubsteifigkeit über die Ersatzträgerlänge, wie beispielhaft in Bild 5.70 gezeigt, sind die Versagensbeziehungen in Abhängigkeit der maximalen Verschiebung und unter der Bedingung des maximalen Quotienten aus Spannung und Schnittkraft entlang des Ersatzträgersystems zu bestimmen.

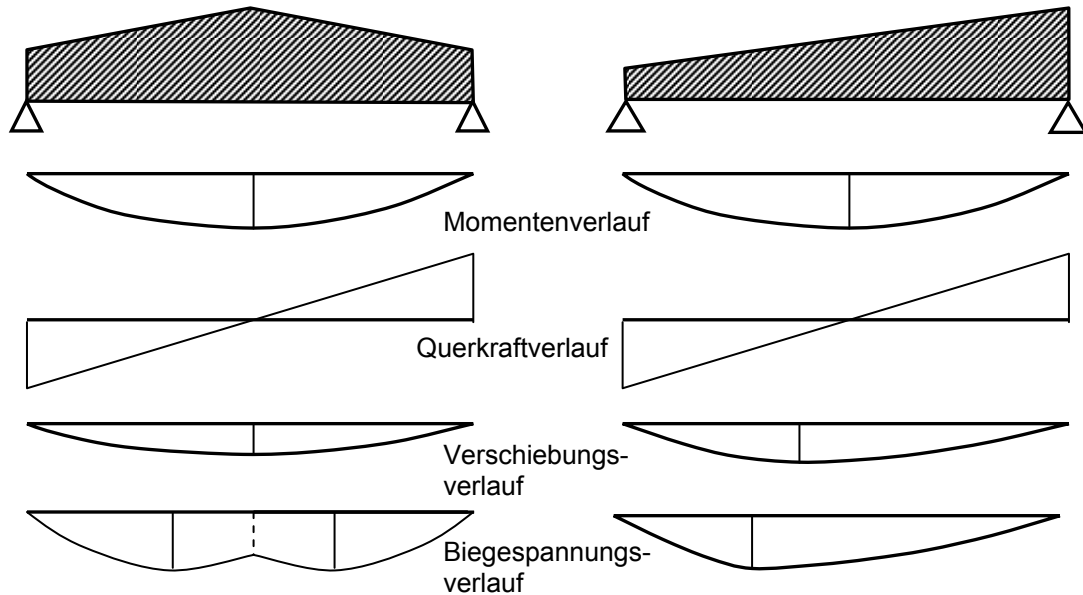


Bild 5.70: qualitativer Schnittkraft- Verschiebungs- und Spannungsverlauf für einen veränderlichen Steifigkeitsverlauf entlang der Trägerachse

Für die Bestimmungsgleichungen gilt:

$$\text{Biegeversagen:} \quad \Delta = w(x = w_{\max}) \cdot \left(\frac{EI(x)}{z \cdot M(x)} \cdot \varepsilon_M \right)_{\max} \quad (5.62a)$$

$$\text{Schubversagen:} \quad \Delta = w(x = w_{\max}) \cdot \left(\frac{2 \cdot GA_s(x)}{Q(x)} \cdot \varepsilon_Q \right)_{\max} \quad (5.62b)$$

5.10 Hinweise zum Berechnungsgang

Auf eine Darstellung des gesamten Berechnungsganges wird verzichtet, zumal die maßgebenden Beziehungen aus den bekannten Tafel- und Tabellenwerken entnommen werden können.

6 Rechnerische Ermittlung kritischer Setzungsdifferenzen für Mulden- und Sattellagerungen unter Berücksichtigung des zweiachsigen Spannungszustandes

6.1 Allgemeines

Im Gegensatz zur linearen Normalspannungsverteilung über die Querschnittshöhe nach *Navier* ergeben sich bei gedrunenen Querschnitten ($L/H < 4$) unter Berücksichtigung des zweiachsigen Scheibenspannungszustandes bekanntlich keine linearen Biegespannungsverteilungen und keine parabelförmigen Schubspannungsverteilungen mit dem Maximum in Querschnittsmitte mehr. Der zweiachsige Spannungszustand bewirkt im Vergleich zur Spannungsverteilung nach der einachsigen Balkentheorie eine Umverteilung, was insgesamt auch zu einem anderen inneren Hebelarm führt. Aus den Gleichgewichtsbedingungen am Scheibenelement, mit der Annahme, dass die Scheibendicke im Verhältnis zu den übrigen Abmessungen als so klein angenommen werden kann, dass Beanspruchungen infolge der Querdehnung senkrecht zur Mittelebene der Scheibe vernachlässigt werden können, ergibt sich für den ebenen Spannungszustand die nachstehende bekannte Differentialgleichung:

$$\Delta\Delta F = F_{,xxxx} + 2 \cdot F_{,xxyy} + F_{,yyyy} = 0 \quad (6.1)$$

Für die Herleitung der Differentialgleichung wird auf *Girkmann (1963)* verwiesen. Eine direkte Lösung dieser linearen Differentialgleichung 4.Ordnung durch Integration ist nur in Ausnahmefällen möglich. Die Airy'schen Spannungsfunktion bietet die Möglichkeit die Differentialgleichung des Scheibenproblems in einer einzigen Gleichung zusammenzufassen. Da die Scheibengleichung (6.1) unendlich viele Lösungen besitzt, besteht die Schwierigkeit bekanntlich im Auffinden jener Lösungsgleichung, die einerseits der Scheibengleichung genügt und andererseits auch die Randbedingungen an den Rändern befriedigt. Neben

- biharmonischen Polynomen,
- logarithmischen Funktionen und
- Produkten aus Exponential- und trigonometrischen Funktionen

kann das Randwertproblem u. a. auch durch

- Differenzenrechnungen oder
- Fourier'schen Reihenentwicklungen und
- Finite-Element-Berechnungen

gelöst werden. Nachfolgend soll zur Lösung der Scheibendifferentialgleichung die Fourier'sche Reihenentwicklung verwendet werden. Für andere Lösungsformen der Scheiben-

differentialgleichung wird auf die Literatur verwiesen, beispielsweise *Girkmann (1963)*, *Worch(1967)*, *Pfeiffer(1968)*, *Bay (1960)*, *Andermann (1968)* oder *Mattheiß (1982)*.

6.2 Grundlagen der verwendeten Scheibenlösung

Mithilfe trigonometrischer Lösungen lässt sich die Differentialgleichung näherungsweise exakt lösen, wenn sich der Partikuläranteil, also die Lastfunktion ebenfalls als trigonometrische Funktion darstellen lässt. Dabei muss die Belastungsfunktion im betrachteten Intervall abschnittsweise stetig und monoton sein und in der unmittelbaren Umgebung der Unstetigkeitsstellen müssen die Werte definiert und endlich sein. Wird eine Funktion $f(x)$ durch eine trigonometrische Summe angenähert, gilt allgemein:

$$g(x) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_n a_n \cdot \cos \frac{2 \cdot \pi \cdot n \cdot x}{L} + \sum_n b_n \cdot \sin \frac{2 \cdot \pi \cdot n \cdot x}{L} \quad (6.2a).$$

Der mittlere quadratische Fehler beträgt dabei

$$\delta^2 = \frac{1}{L} \cdot \int_0^L (f(x) - g(x))^2 dx. \quad (6.2b)$$

Die Fourier-Reihe konvergiert im Mittel gegen die gegebene Funktion

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \delta^2 \rightarrow 0, \quad (6.2c)$$

wenn die Funktion im Intervall $0 < x < T$ abschnittsweise stetig und monoton ist.

Die Freiwerte a_0 , a_n und b_n lassen sich dann zu

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{4}{L} \int_0^{L/2} f(x) dx = \frac{2}{l} \int_0^l f(x) dx \\ a_n &= \frac{4}{L} \int_0^{L/2} f(x) \cdot \cos \frac{2 \cdot \pi \cdot n \cdot x}{L} dx = \frac{2}{l} \int_0^l f(x) \cdot \cos(\alpha \cdot x) \cdot dx \\ b_n &= \frac{4}{L} \int_0^{L/2} f(x) \cdot \sin \frac{2 \cdot \pi \cdot n \cdot x}{L} dx = \frac{2}{l} \int_0^l f(x) \cdot \sin(\alpha \cdot x) \cdot dx \end{aligned} \quad (6.3)$$

bestimmen, wobei $\alpha = \frac{2 \cdot n \cdot \pi}{L}$ ist.

Hierbei bezeichnet $g(x)$ eine allgemeine Funktion und L die Periodenlänge. Ist der Durchschnittswert der Funktion innerhalb des Intervalls Null, dann verschwindet der Beiwert a_0 (Gleichgewichtsgruppe). Für die nachfolgend untersuchten Belastungsfälle eines Einfeld- bzw. eines Durchlaufsystems gelten folgende Symmetriebedingungen:

- Einfeldsysteme: $f(x) = -f(-x)$ (Belastung antimetrisch zur z-Achse)
- Durchlaufsysteme: $f(x) = f(-x)$ (Belastung symmetrisch zur z-Achse)

Für die Funktion $f(x)$ ergeben sich die in Tabelle 6.1 dargestellten Vereinfachungen, wobei der Beiwert a_0 in beiden Fällen zu Null wird, da die Belastung (Last- und Lagerlastsituation) im betrachteten Intervall eine Gleichgewichtsgruppe bildet.

Tabelle 6.1: Reihenglieder für symmetrische und antimetrische Last- und Lagerungs-situationen (Last- und Lagersituationen im Gleichgewicht)

Belastung:	System	Bedingung	Konstanten
symmetrisch bezüglich z-Achse	Durchlaufsystem	$f(x) = f(-x)$	$a_0 = b_n = 0; \quad a_n = \frac{4}{L} \int_0^{L/2} f(x) \cdot \cos \frac{2 \cdot \pi \cdot n \cdot x}{L} dx$
antimetrisch bezüglich z-Achse	Einfeldsysteme	$f(x) = -f(-x)$	$a_0 = a_n = 0; \quad b_n = \frac{4}{L} \int_0^{L/2} f(x) \cdot \sin \frac{2 \cdot \pi \cdot n \cdot x}{L} dx$

Für die in diesem Abschnitt beschriebene Vorgehensweise sollen planmäßig nur Lasten in y -Richtung wirken, die an den Scheibenrändern $y = \pm b$ wirken. Die Koordinatendefinition sowie die geometrischen Bezeichnungen sind in Bild 6.1 zusammengestellt. Für die Lösungsfunktion der Scheibendifferentialgleichung, die ebenfalls als Reihe zu entwickeln ist, wird folgender Produktansatz verwendet:

$$F(x, y) = F(x) \cdot F(y), \text{ mit} \tag{6.4}$$

$$F(y) = \frac{1}{\alpha^2} (A \cdot \cosh(\alpha \cdot y) + \alpha \cdot y \cdot B \cdot \sinh(\alpha \cdot y) + C \cdot \sinh(\alpha \cdot y) + \alpha \cdot y \cdot D \cdot \cosh(\alpha \cdot y))$$

Für die Teilfunktion $F(x)$ gilt weiter:

Einfeldsysteme: $F(x) = \sin(\alpha \cdot x)$

Durchlaufsysteme: $F(x) = \cos(\alpha \cdot x)$

Die Spannungskomponenten ergeben sich dabei bekanntlich aus der Differenzierung der Lösungsfunktion $F(x,y)$, wenn t die Scheibendicke bezeichnet, also

$$\sigma_x = \frac{n_x}{t} = \frac{\partial^2 F(x,y)}{\partial y^2}; \quad \sigma_y = \frac{n_y}{t} = \frac{\partial^2 F(x,y)}{\partial x^2}; \quad \tau_{xy} = \frac{n_{xy}}{t} = -\frac{\partial^2 F(x,y)}{\partial x \cdot \partial y} \tag{6.5}$$

Die Freiwerte A , B , C und D sind dabei aus den Randbedingungen in y -Richtung zu bestimmen, da die Randbedingungen in x -Richtung durch die jeweilige Wahl der Funktion $F(x)$

und in Abhängigkeit der Last- und Periodenlänge näherungsweise erfüllt sind. Für die Betrachtungen wird von folgender Koordinatendefinition ausgegangen und es gilt nachfolgendes Schnittkraftprinzip:

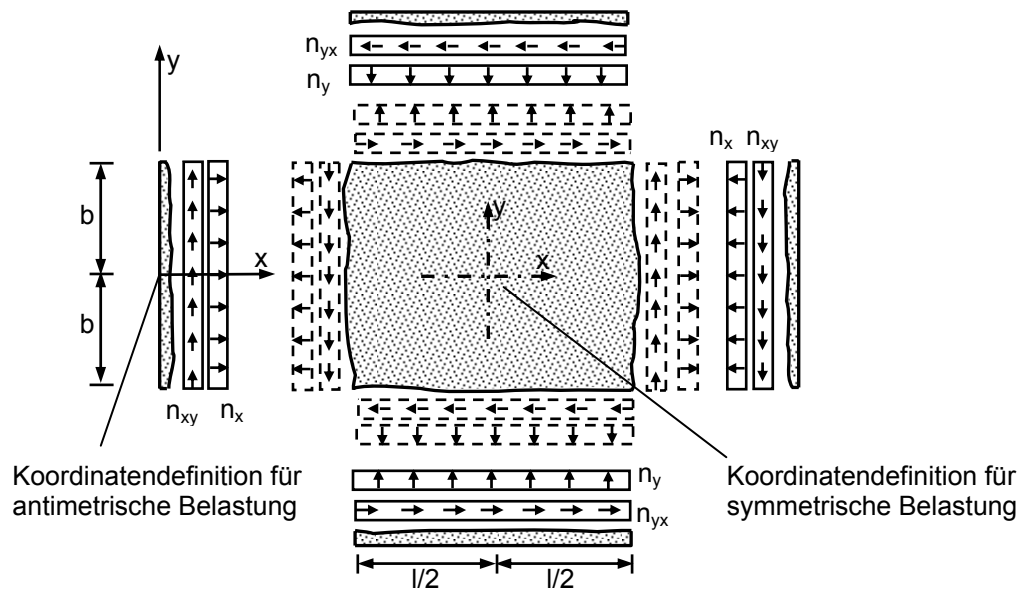


Bild 6.1: Schnittkraftprinzip und Koordinatendefinition für Scheiben mit symmetrischer und antimetrischer Lastentwicklung

6.3 Lastentwicklung und Überlagerung

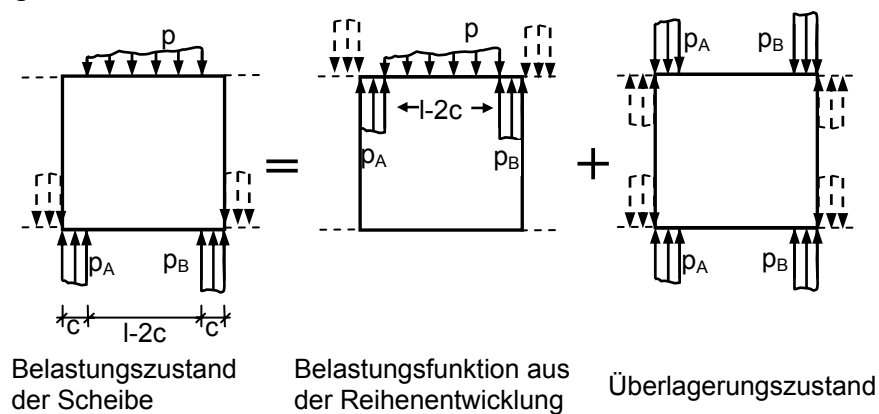
6.3.1 Allgemeines

Das Gleichgewicht der wirkenden Belastungen muss im Gegensatz zur Balkenlösung bereits in der Lastfunktion erfüllt werden. Allgemein werden dabei die Auflagerreaktionen und die Belastung in einer Reihenentwicklung bestehend aus den unterschiedlichen Teilbelastungen zusammengefasst. Die Auflagerreaktionen werden auf eine Länge c bezogen, deren Längenausdehnung ein zu wählender Anteil -beispielsweise der Scheibenhöhe- beträgt. In allgemeiner Form lassen sich die Fourier-Koeffizienten a_n und b_n unter Verwendung von Tabelle 6.1 und der in Bild 6.2 für symmetrische und antimetrische Belastungen dargestellten Zusammenhänge ermitteln. Für die Periodenlänge $L = 2l$ sind die entsprechenden Formulierungen in Tabelle 6.2 zusammengestellt.

Tabelle 6.2: Lastentwicklung für Einfeld- und Durchlaufsysteme mit antimetrischer und symmetrischer Belastung für eine Muldenlagerung

Einfeldsysteme antimetrische Belastung		Durchlaufsystem symmetrische Belastung	
$L = 2l \rightarrow \alpha = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{L} = \frac{\pi \cdot n}{l}$			
Gleichgewicht: $a_0 = 0$	$b_n = \frac{4}{L} \cdot \left[\int_0^c -p_A \cdot \sin(\alpha \cdot x) \cdot dx + \int_c^{l-c} p \cdot \sin(\alpha \cdot x) \cdot dx + \int_{l-c}^l -p_B \cdot \sin(\alpha \cdot x) \cdot dx \right]$	Gleichgewicht: $a_0 = 0$	$a_n = \frac{4}{L} \cdot \left[\int_0^{l/2-c} p \cdot \sin(\alpha \cdot x) \cdot dx + \int_{l/2-c}^{l/2+c} p_A \cdot \sin(\alpha \cdot x) \cdot dx + \int_{l/2+c}^l p \cdot \sin(\alpha \cdot x) \cdot dx \right]$
$p(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cdot \sin(\alpha \cdot x)$		$p(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \cos(\alpha \cdot x)$	

Greift allerdings die in Tabelle 6.2 dargestellte Belastung am oberen Scheibenrand $y = b$ an und wird vorausgesetzt, dass sich die Auflagerbereiche am unteren Rand $y = -b$ befinden, kann die Belastungsfunktion durch Gleichgewichtsgruppen überlagert werden um den gewollten Belastungszustand zu erhalten.



oder:

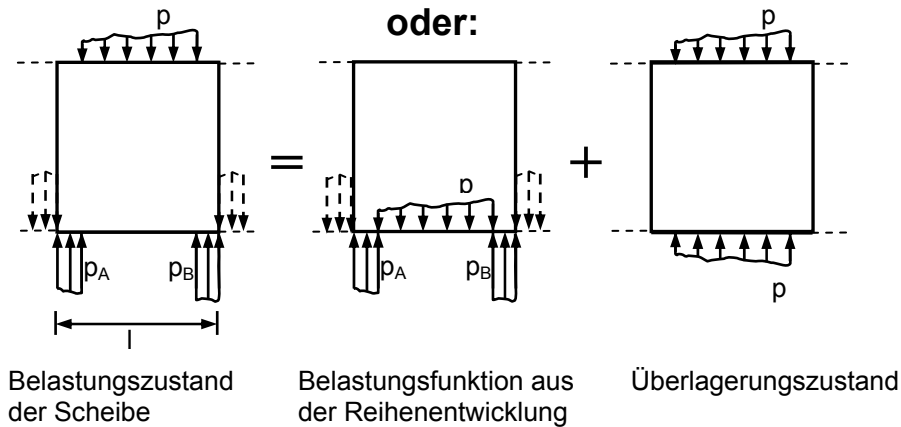


Bild 6.2: Mögliche Gleichgewichtsgruppen zur Erzielung des Belastungszustandes der Scheibe aus der Reihenentwicklung

Allerdings ist aus der additiven Zusammensetzung der antimetrischen Lastfunktion in Tabelle 6.1 ersichtlich, dass unter der Voraussetzung von linear elastischem Materialverhalten und der Gültigkeit des Superpositionsprinzips die Belastungsfunktion in eine

- Lastungsfunktion und in eine
- Auflagerfunktion

aufgespalten und als jeweils eigenständiger Lastanteil entwickelt werden kann, unter der Bedingung, dass das vertikale Gleichgewicht der Teillasten

$$\sum V = 0 : p_A \cdot c + p_B \cdot c - p \cdot (l - 2 \cdot c) = 0 \tag{6.6a}$$

bzw. gemäß Bild 6.3

$$\sum V = 0 : p_A \cdot c + p_B \cdot c - p \cdot l = 0 \tag{6.6b}$$

eingehalten ist. Bild 6.3 zeigt die Aufspaltung in Last- und Auflagerfunktion.

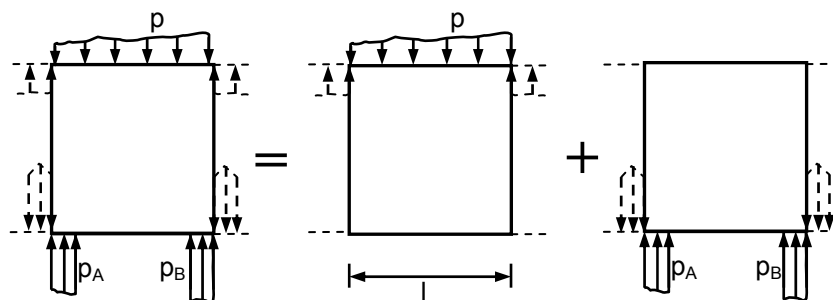


Bild 6.3: Aufspaltung der Scheibenbelastung in eine Belastungsfunktion und in eine Auflagerfunktion

6.3.2 Belastungen von Einfeldsystemen

Nachfolgend sind tabellarisch die Belastungsfunktionen in Reihenentwicklungen für Sattel- und Muldenlagerungen zusammengestellt. Sie unterscheiden sich hinsichtlich der Auflagerbelastungen, die Belastungsfunktionen bleiben unverändert. Die entsprechenden Bilder zeigen bereits die Überlagerung von Last- und Auflagerfunktion.

Tabelle 6.3: Einzellastentwicklung von Einfeldsystemen für Mulden- und Sattellagerung

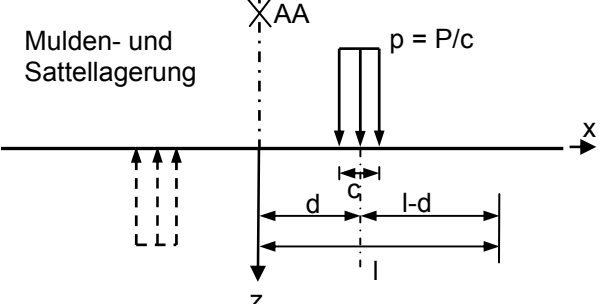
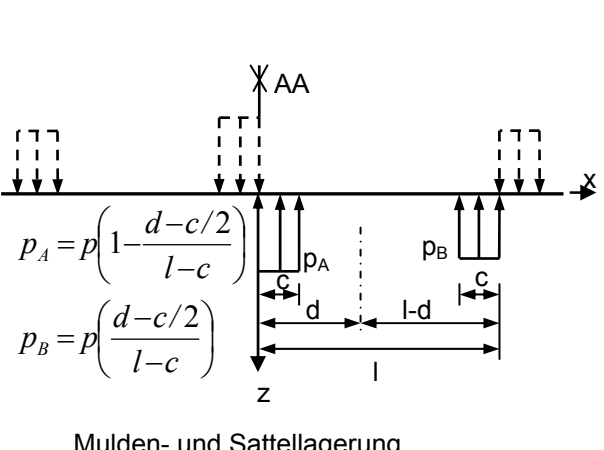
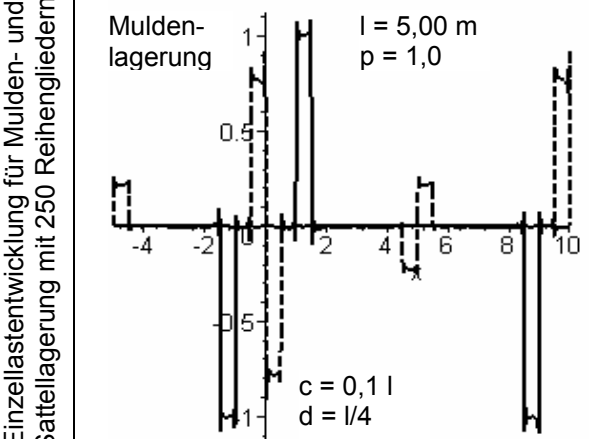
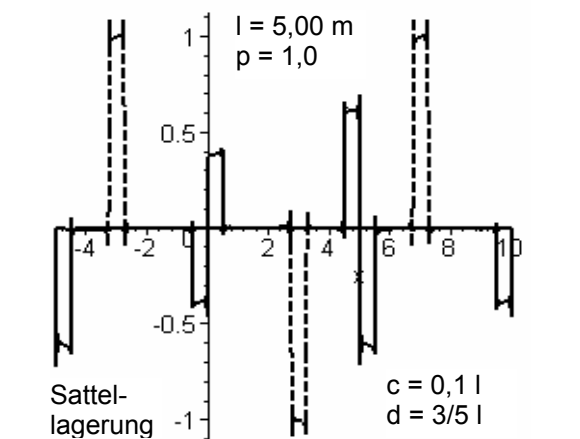
Belastungsbild	Belastungsfunktionen
 <p>Mulden- und Sattellagerung</p>	$b_n = \frac{2 \cdot P}{n \cdot \pi \cdot c} \cdot \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{n \cdot \pi}{l} \cdot \left(d - \frac{c}{2}\right)\right) \\ -\cos\left(\frac{n \cdot \pi}{l} \cdot \left(d + \frac{c}{2}\right)\right) \end{bmatrix}$ $p(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{l} \cdot x\right)$
 <p>Mulden- und Sattellagerung</p>	$b_n = -\frac{2 \cdot p}{n \cdot \pi} \cdot \begin{bmatrix} 1 - \cos\left(\frac{n \cdot \pi}{l} \cdot c\right) + \\ \frac{d - c/2}{l - c} \cdot \left(\cos\left(\frac{n \cdot \pi}{l} \cdot c\right) + \right. \\ \left. \cos\left(\frac{n \cdot \pi}{l} \cdot (l - c)\right) \right) - \\ \left. \cos(n \cdot \pi) - 1 \right]$ $p(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{l} \cdot x\right)$
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Einzellastentwicklung für Mulden- und Sattellagerung mit 250 Reihengliedern</p>  <p>Muldenlagerung $l = 5,00 \text{ m}$ $p = 1,0$ $c = 0,1 \text{ l}$ $d = l/4$</p> <p>Sattellagerung $l = 5,00 \text{ m}$ $p = 1,0$ $c = 0,1 \text{ l}$ $d = 3/5 \text{ l}$</p>	 <p>Muldenlagerung $l = 5,00 \text{ m}$ $p = 1,0$ $c = 0,1 \text{ l}$ $d = l/4$</p> <p>Sattellagerung $l = 5,00 \text{ m}$ $p = 1,0$ $c = 0,1 \text{ l}$ $d = 3/5 \text{ l}$</p>

Tabelle 6.4: Gleichlastwicklung von Einfeldsystemen für Mulden- und Sattellagerung

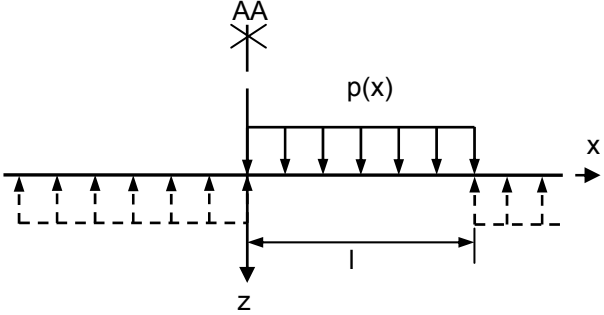
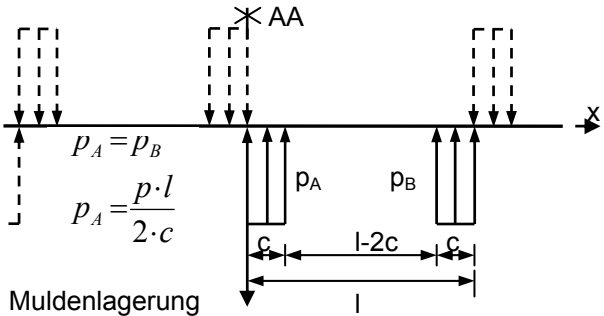
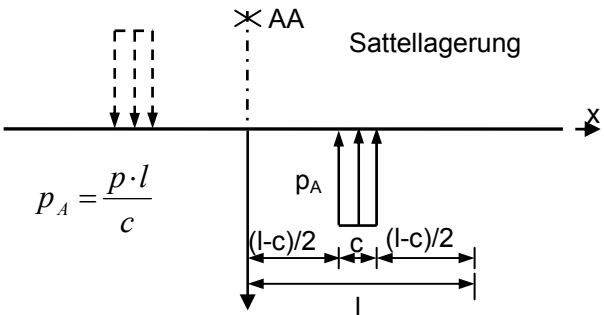
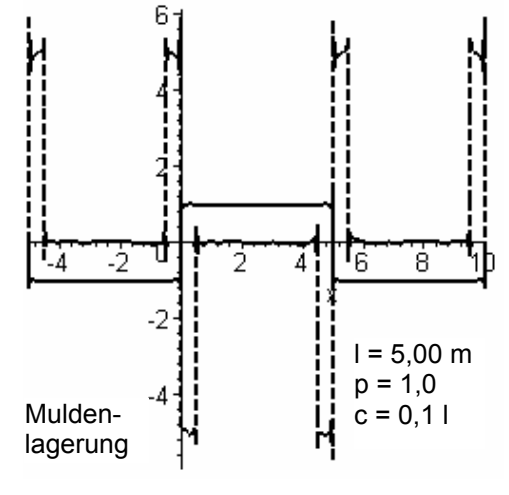
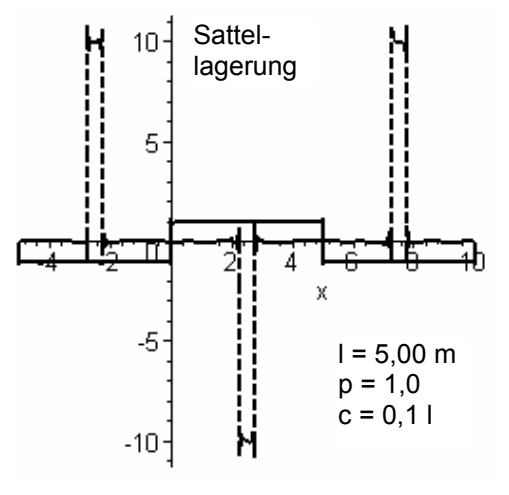
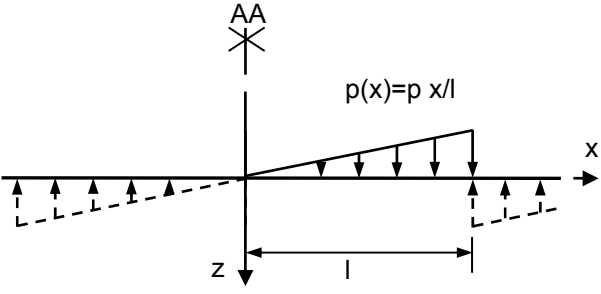
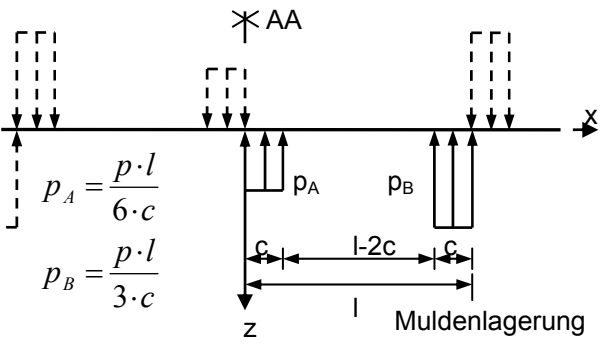
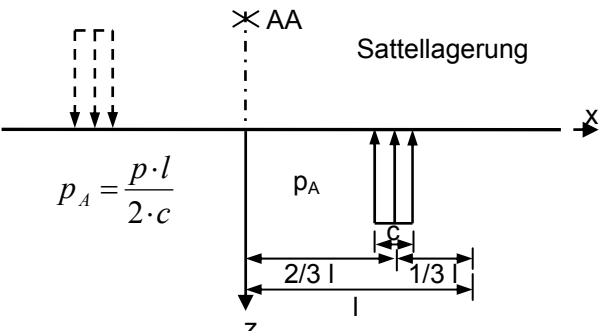
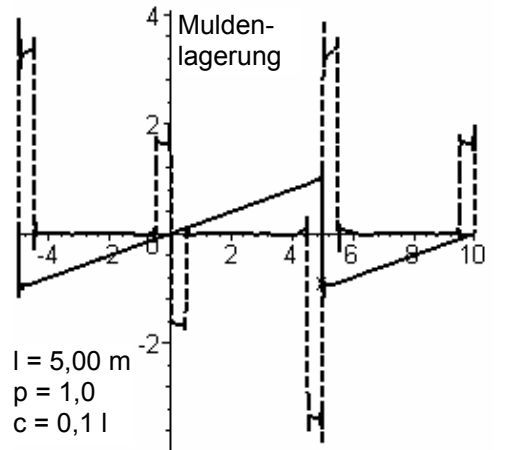
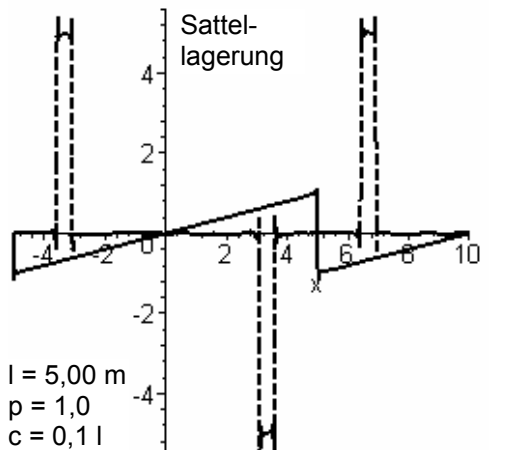
Belastungsbild	Belastungsfunktionen
	$b_n = \frac{2 \cdot p}{n \cdot \pi} \cdot [1 - \cos(n \cdot \pi)]$ $p(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{l} \cdot x\right)$
<p>Muldenlagerung</p>  <p> $p_A = p_B$ $p_A = \frac{p \cdot l}{2 \cdot c}$ </p>	$b_n = -\frac{p \cdot l}{n \cdot \pi \cdot c} \cdot \left[\begin{array}{l} 1 - \cos\left(\frac{n \cdot \pi}{l} \cdot c\right) \\ -\cos(n \cdot \pi) + \cos\left(\frac{n \cdot \pi}{l} \cdot (l - c)\right) \end{array} \right]$ $p(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{l} \cdot x\right)$
<p>Sattellagerung</p>  <p> $p_A = \frac{p \cdot l}{c}$ </p>	$b_n = -\frac{2 \cdot p \cdot l}{n \cdot \pi \cdot c} \cdot \left[\begin{array}{l} \cos\left(\frac{n \cdot \pi}{2 \cdot l} \cdot (l - c)\right) \\ -\cos\left(\frac{n \cdot \pi}{2 \cdot l} \cdot (l + c)\right) \end{array} \right]$ $p(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{l} \cdot x\right)$
<p>Gleichlastentwicklung für Mulden- und Sattellagerung mit 250 Reihengliedern</p>  <p> $l = 5,00 \text{ m}$ $p = 1,0$ $c = 0,1 l$ </p>	 <p> $l = 5,00 \text{ m}$ $p = 1,0$ $c = 0,1 l$ </p>

Tabelle 6.5: Dreieckslastentwicklung von Einfeldsystemen für Mulden- und Sattellagerung

Belastungsbild	Belastungsfunktionen
 <p style="text-align: center;">$p(x) = p \cdot x/l$</p>	$b_n = \frac{2 \cdot p}{n^2 \cdot \pi^2} \cdot [\sin(n \cdot \pi) - n \cdot \pi \cdot \cos(n \cdot \pi)]$ $p(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{l} \cdot x\right)$
 <p style="text-align: center;">Muldenlagerung</p> <p>$p_A = \frac{p \cdot l}{6 \cdot c}$ $p_B = \frac{p \cdot l}{3 \cdot c}$</p>	$b_n = -\frac{2}{3} \cdot \frac{p \cdot l}{n \cdot \pi \cdot c} \cdot \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi}{l} \cdot c\right) - \cos(n \cdot \pi) + \cos\left(\frac{n \cdot \pi}{l} \cdot (l - c)\right) \right]$ $p(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{l} \cdot x\right)$
 <p style="text-align: center;">Sattellagerung</p> <p>$p_A = \frac{p \cdot l}{2 \cdot c}$</p>	$b_n = -\frac{p \cdot l}{n \cdot \pi \cdot c} \cdot \left[\cos\left(\frac{n \cdot \pi}{l} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot l - \frac{c}{2}\right)\right) - \cos\left(\frac{n \cdot \pi}{l} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot l + \frac{c}{2}\right)\right) \right]$ $p(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{l} \cdot x\right)$
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Dreieckslastentwicklung für Mulden- und Sattellagerung mit 250 Reihengliedern</p>  <p style="text-align: center;">Muldenlagerung</p> <p>$l = 5,00 \text{ m}$ $p = 1,0$ $c = 0,1 \text{ l}$</p>	 <p style="text-align: center;">Sattel-lagerung</p> <p>$l = 5,00 \text{ m}$ $p = 1,0$ $c = 0,1 \text{ l}$</p>

Auf die Darstellung einer Trapezbelastung wird verzichtet. Die Belastungsfunktion kann durch Addition einer Gleichlast- und einer Dreieckslastbelastung ermittelt werden, wenn entsprechend Abschnitt 5 zusätzlich der Belastungsfaktor $n = q_k/q_i$ berücksichtigt wird. Der Abstand vom linken Scheibenrand zur Berücksichtigung des Auflagerpunktes kann entsprechend Abschnitt 5 angenommen werden.

6.3.3 Belastungen von Durchlaufsystemen

Für Durchlaufsysteme sollen in diesem Abschnitt lediglich eine Gleichlast- und eine mittig wirkende Einzellastbelastung berücksichtigt werden. Bild 6.4 zeigt die Definitionen für die Lastentwicklung einer Mulden- und einer Sattellagerung. Die Einzellastentwicklung einer Sattellagerung ergibt sich dabei durch Vertauschen der Vorzeichen. Für die Koordinatendefinition gelten die Vorgaben aus Bild 6.1.

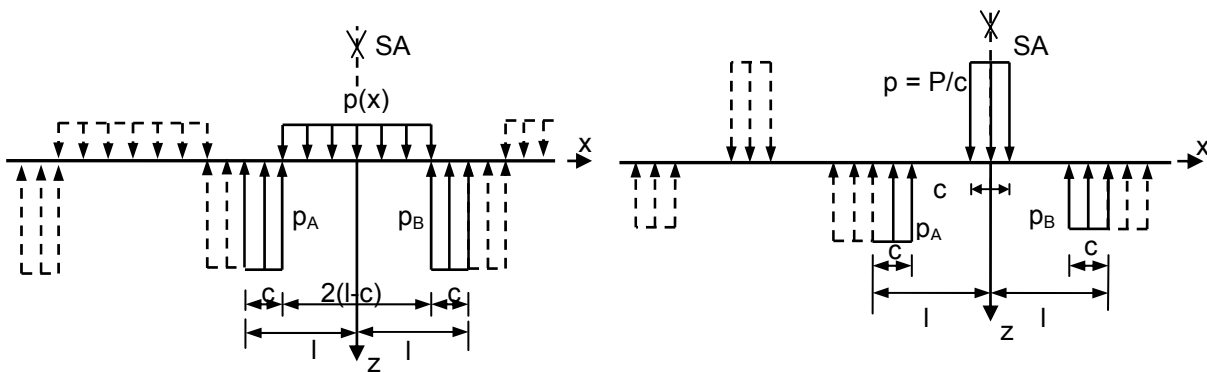


Bild 6.4: Lastentwicklung für ein Durchlaufsystem unter Muldenlagerung für eine
 a) Gleichlast
 b) Mittige Einzellast

Eine Entkopplung von Last- und Auflagerfunktion ist bei Durchlaufsystemen nicht mehr möglich. Für eine Belastung am Rand $y = b$ und der Wirkung der Auflagerlasten am Rand $y = -b$ ist eine Überlagerung entsprechend Bild 6.2 vorzunehmen. Beispielhaft sind in Bild 6.5 die Belastungsfunktion für eine Gleichlast und eine mittig wirkende Einzellast schematisch ausgewertet.

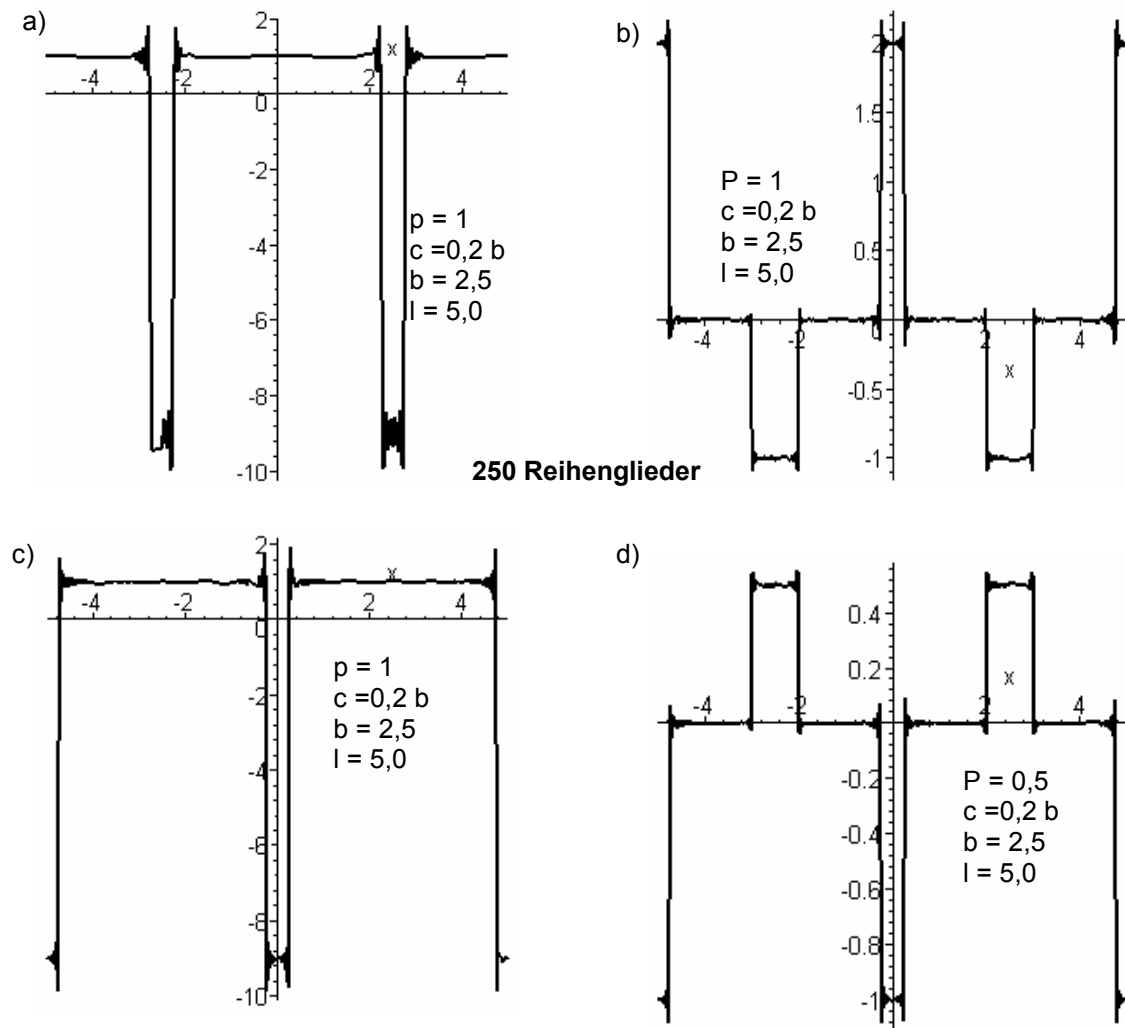


Bild 6.5: Beispielhafte Darstellung der Belastungsfunktion für ein Durchlaufsystem

- Gleichlast Muldenlagerung
- Mittige Einzellast Muldenlagerung
- Gleichlast Sattellagerung
- Mittige Einzellast Sattellagerung

6.4 Lösung des zweiachsigen Spannungszustandes

6.4.1 Allgemeines

Bekanntlich wird in der technischen Biegelehre in den Schnitten senkrecht zur Stabachse nur das totale Gleichgewicht des ebenen Spannungszustandes eingehalten. Gerade aber bei gedungenen Querschnittsformen und in Bereichen konzentrierter Lasteinleitung (Auflagerbereich, Einleitung von Vorspannkraften, etc.) stellt sich allerdings ein mehrachsiger Spannungszustand ein.

Die Verbindung zwischen den Spannungszuständen des Biegeträgers und der Scheibe besteht darin, dass jeder Scheibenspannungszustand aus dem Spannungszustand des Biegeträgers und aus zweiachsigen Zusatzspannungszuständen, die für sich im Gleichgewicht stehen, zusammengesetzt werden können. Nach dem Prinzip von *de Saint-Venant* besteht der Zusammenhang, dass in einer hinreichenden Entfernung vom Angriffsort eines Kräftesystems die Wirkung dieses Kräftesystems nicht mehr von seiner örtlichen Verteilung am Angriffsort abhängt, sondern nur noch von der Verteilung der Resultierenden (Bild 6.5a). Andererseits bedeutet dies für Gleichgewichtssysteme (beispielsweise Randschubspannungen an den freien Rändern $x = 0$, bzw. $x = l$ eines Einfeldsystems), dass deren Wirkung in einem bestimmten abstand auf Null abklingt. Für baupraktische Zwecke entspricht die Längenausdehnung etwa dem 1,0-fachen der Scheibenhöhe. Die genannten Zusammenhänge gelten auch, wenn statt Lasten Zwangsbeanspruchungen vorliegen. Bild 6.6 stellt den Wirkungsbereich des *de St. Venant'schen* Prinzips dar.

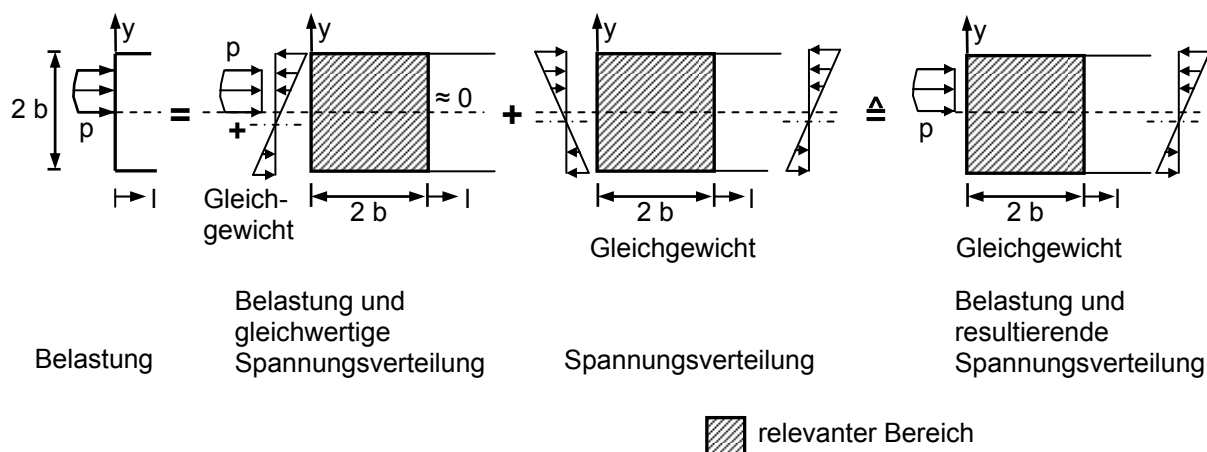


Bild 6.6: Wirkungsbereich des *de Saint-Venant'schen* Prinzips

Auf dieser Grundlage hat *Schleeh* ein vereinfachtes Berechnungsverfahren zur Bestimmung des zweiachsigen Scheibenspannungszustandes abgeleitet, dessen Grundlage der ebene Spannungsverlauf bildet, ergänzt mit für sich im Gleichgewicht stehenden Zusatzspannungszuständen. Siehe hierzu *Schleeh (1961)* bis *Schleeh (1966)*. Eine zusammenfassende Darstellung unter Verwendung der Fourier'schen Reihenentwicklung als Lösungsfunktion ist in *Schleeh (1983)* dargestellt. Die der vereinfachten Spannungsermittlung nach *Schleeh* zugrunde liegenden Eigenspannungszustände enthält *Fadle (1941)*. Für randversteifte wandartige Träger wird auf *Bay (1964)* verwiesen.

Für die Fragestellung der Interaktion zwischen Bauwerk und Baugrund unter Berücksichtigung des zweiachsigen Spannungszustandes wird aus diesem Grund auf die Weiterver-

folgung der für sich im Gleichgewicht stehenden Randschubspannungen am Einfeldsystem näherungsweise verzichtet.

Nachfolgend ist der Lösungsweg für ein Einfeldsystem unter Muldenlagerung näher ausgeführt, für eine Sattelagerung und für Durchlaufsysteme sind nur noch die wichtigsten Unterschiede herausgestellt.

6.4.2 Einfeldsysteme unter Muldenlagerung

Durch die antimetrische Lastentwicklung mit der Periodenlänge $L=2l$ werden die Randbedingungen an den Scheibenrändern $x=0$ bzw. $x=l$ näherungsweise befriedigt. Allerdings entfallen nicht alle Spannungskomponenten, sondern an den Scheibenrändern entstehen Schubspannungen die für sich eine Gleichgewichtsgruppe bilden, also keine resultierende Schnittkraftkomponente besitzen. Um allerdings diese Scheibenränder spannungsfrei zu erhalten, müssten diese Randschubspannungen mit umgekehrten Vorzeichen eliminiert werden. Für die Einfeldscheibe wird von nachfolgenden Definitionen, dargestellt in Bild 6.7, ausgegangen.

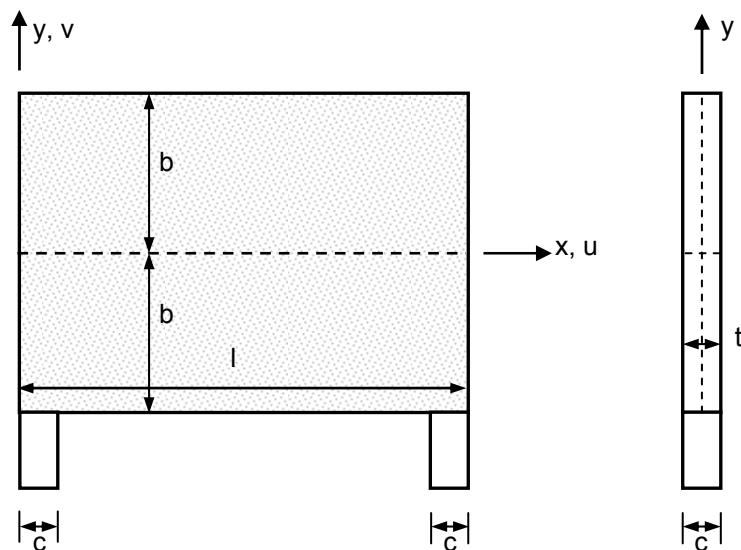


Bild 6.7: geometrische Definitionen der Einfeldscheibe unter Muldenlagerung

Da die Ansatzfunktion zur Lösung der Differentialgleichung die Randbedingungen in y -Richtung befriedigen muss, gelten –unter Berücksichtigung des Schnittkraftprinzips nach Bild 6.1- für einen Lastangriff in vertikaler Richtung am Scheibenrand $y = -b$:

$$y = b: \begin{array}{l} \sigma_y(y=b) = F_{,xx} = -0 \quad (a) \\ \tau_{xy}(y=b) = -F_{,xy} = 0 \quad (b) \end{array} \quad y = -b: \begin{array}{l} \sigma_y(y=-b) = F_{,xx} = \frac{1}{t} p(x) \quad (c) \\ \tau_{xy}(y=-b) = -F_{,xy} = 0 \quad (d) \end{array} \quad (6.7)$$

Für die Spannungen ergeben sich aus den Gleichung 6.4 bzw. 6.5 in allgemeiner Form

$$\begin{aligned} \sigma_x &= [(A+2B)\cosh\alpha \cdot y + \alpha \cdot y \cdot B\sinh\alpha \cdot y + (C+2D)\sinh\alpha \cdot y + \alpha \cdot y \cdot D\cosh\alpha \cdot y] \sin\alpha \cdot x \\ \sigma_y &= -(A\cosh\alpha \cdot y + \alpha \cdot y \cdot B\sinh\alpha \cdot y + C\sinh\alpha \cdot y + \alpha \cdot y \cdot D\cosh\alpha \cdot y) \sin\alpha \cdot x \\ \tau_{xy} &= -[(A+B)\sinh\alpha \cdot y + \alpha \cdot y \cdot B\cosh\alpha \cdot y + (C+D)\cosh\alpha \cdot y + \alpha \cdot y \cdot D\sinh\alpha \cdot y] \cos\alpha \cdot x \end{aligned} \quad (6.8)$$

sodass sich für die Lösung unter Berücksichtigung der Randbedingungen nach Gleichung 6.7 folgendes Gleichungssystem anschreiben lässt:

Abkürzungen: $c \dots \cosh(\alpha b)$; $s \dots \sin(\alpha b)$; $ss \dots \sin(\alpha x)$; $cc \dots \cos(\alpha x)$

$$\begin{bmatrix} -c \cdot ss & -\alpha \cdot b \cdot s \cdot ss & -s \cdot ss & -\alpha \cdot b \cdot c \cdot ss \\ -s \cdot cc & (-s - \alpha \cdot b \cdot c) \cdot cc & -c \cdot cc & (-c - \alpha \cdot b \cdot s) \cdot cc \\ -c \cdot ss & -\alpha \cdot b \cdot s \cdot ss & s \cdot ss & \alpha \cdot b \cdot c \cdot ss \\ s \cdot cc & (s + \alpha \cdot b \cdot c) \cdot cc & -c \cdot cc & (-c - \alpha \cdot b \cdot s) \cdot cc \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{t} \cdot p(x) \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} (a) \\ (b) \\ (c) \\ (d) \end{array} \quad (6.9)$$

Am Beispiel einer Gleichlast sind nachfolgend die Randschubspannungen am Scheibenrand $x=0$ und $x=l$ für die Belastungsfunktion und die Auflagerfunktion, sowie deren Überlagerung dargestellt, wenn die Belastungen am Rand $y = -b$ angreifen.

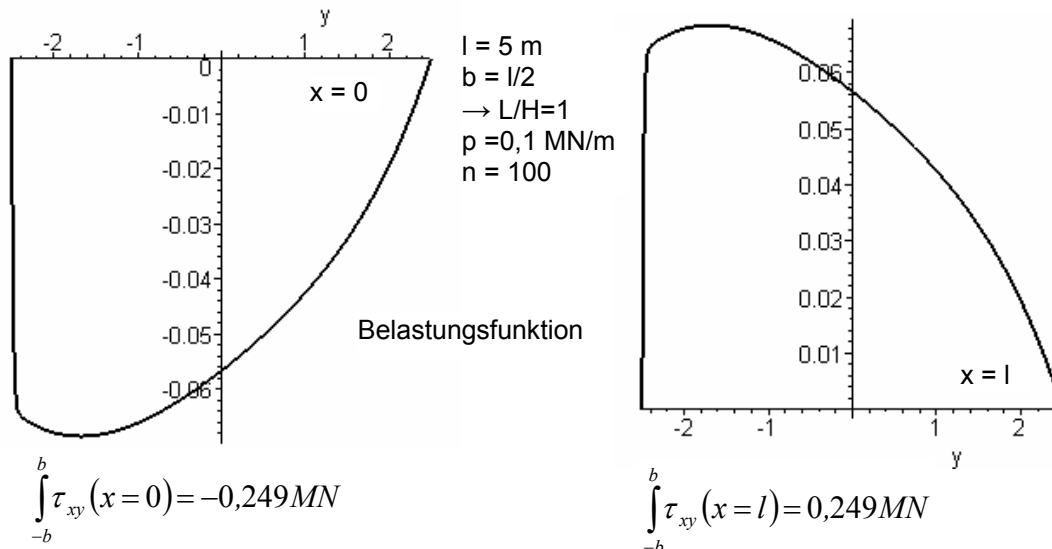


Bild 6.8a: Randschubspannungen an den Scheibenrändern $x=0$ bzw. $x=l$ aufgrund der Belastungsfunktion

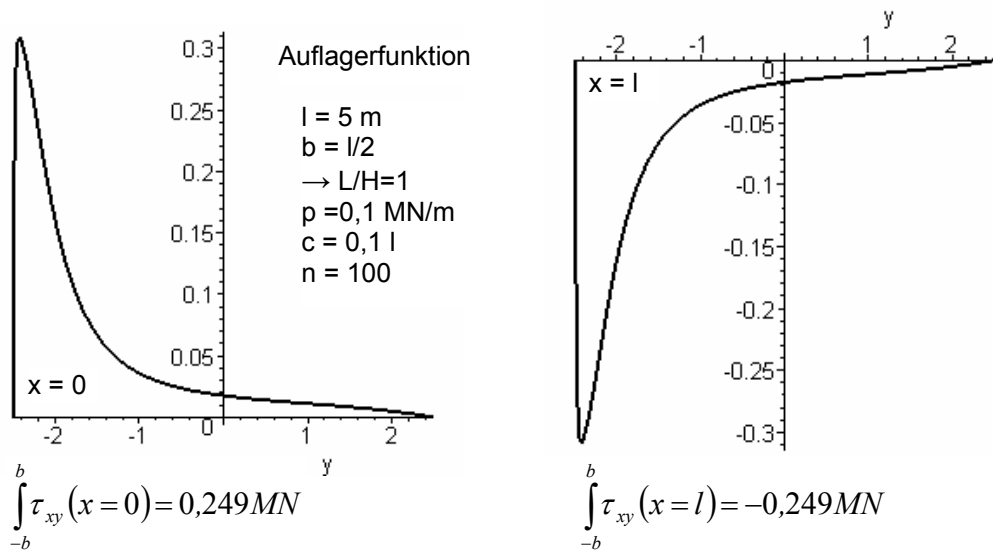


Bild 6.8b: Rand Schubspannungen an den Scheibenrändern $x=0$ bzw. $x=l$ aufgrund der Auflagerfunktion

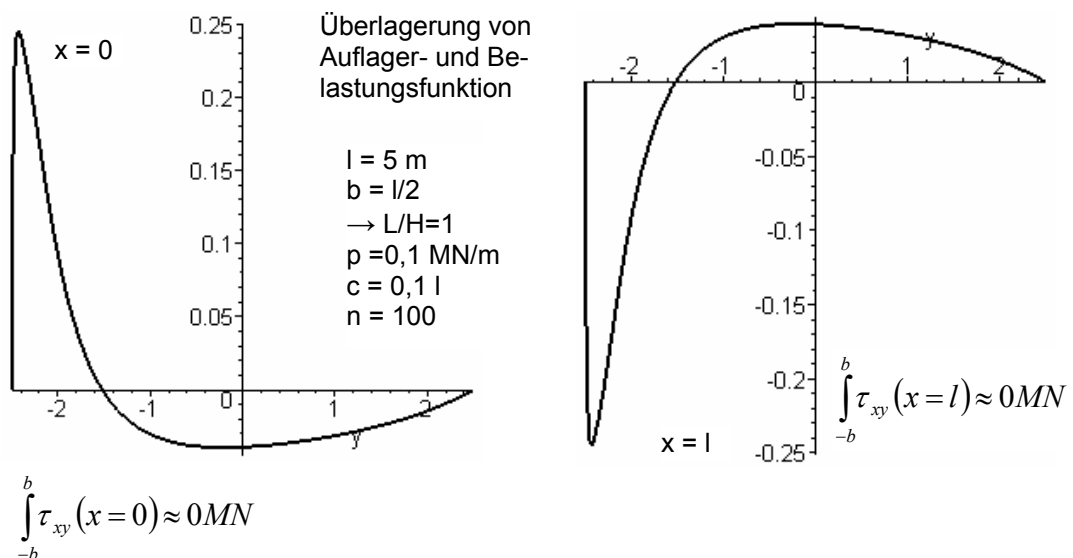


Bild 6.8c: Rand Schubspannungen an den Scheibenrändern $x=0$ bzw. $x=l$ für die Überlagerung von Auflager- und Belastungsfunktion

Die Verläufe der Randschubspannungen sind an den Rändern $x=0$ bzw. $x=l$ für die Belastungs- und die Auflagerfunktion unterschiedlich. Bei Bildung der Integrale über die Scheibenhöhe $2b$ ergeben sich für die jeweiligen Verläufe der Belastungs- bzw. der Auflagerlastfunktion die Auflagerlasten, für eine Gleichlast also

$$R_{\tau,xy} = \int_{-b}^b \tau_{xy} dy = \frac{p \cdot l}{2} \tag{6.10}$$

Werden die Scheibenabmessungen l/h größer gewählt, nähert sich der Schubspannungsverlauf an den Scheibenrändern aus der Belastungsfunktion bekanntlich immer mehr dem bereits aus der Balkentheorie bekannten parabelförmigen Verlauf an.

Auf die Eliminierung der Randschubkräfte soll im Rahmen dieser Arbeit allerdings verzichtet werden.

Die Verschiebungen im ebenen Spannungszustand lassen sich bekanntlich aus den Dehnungen berechnen. Für die Dehnungen gilt:

$$u_{,x} = \varepsilon_x = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_x - \nu \cdot \sigma_y) = \frac{1}{E} \cdot (F_{,yy} - \nu \cdot F_{,xx}) \quad (6.11a)$$

$$v_{,y} = \varepsilon_y = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_y - \nu \cdot \sigma_x) = \frac{1}{E} \cdot (F_{,xx} - \nu \cdot F_{,yy}) \quad (6.11b)$$

Durch Integration ergeben sich die Verschiebungen in allgemeiner Form:

$$u(x, y) = \frac{1}{E} \cdot \int F_{,yy} dx - \frac{\nu}{E} \cdot F_{,x} + \frac{1}{E} \cdot \Phi(y) \quad (6.12a)$$

$$v(x, y) = \frac{1}{E} \cdot \int F_{,xx} dy - \frac{\nu}{E} \cdot F_{,y} + \frac{1}{E} \cdot \Psi(x) \quad (6.12b)$$

Die Kopplung beider Gleichungen erfolgt dabei über die Verträglichkeitsbedingung der Gleitung.

$$\gamma_{xy} = u_{,y} + v_{,x} \quad (6.13)$$

Andererseits kann die Gleitung in Abhängigkeit der Schubspannungen ausgedrückt werden

$$\tau_{xy} = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} \cdot \gamma_{xy} = -F_{,xy} = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} \cdot (u_{,y} + v_{,x}), \quad (6.14)$$

sodass sich folgende Verträglichkeitsbedingung ergibt:

$$\int F_{,yyy} dx + \int F_{,xxx} dy + 2 \cdot F_{,xy} + \Phi(y)_{,y} + \Psi(x)_{,x} = 0 \quad (6.15).$$

Nach Einsetzen und Integration vereinfachen sich die ersten drei Terme

$$\int F_{,yyy} dx + \int F_{,xxx} dy + 2 \cdot F_{,xy} = 0, \quad (6.16)$$

sodass aus Gleichung (6.15)

$$\Phi(y)_{,y} + \Psi(x)_{,x} = 0 \quad \text{bzw.} \quad \Phi(y)_{,y} = -\Psi(x)_{,x} \quad (6.17)$$

verbleibt. Dabei ist $\Phi(y)$ eine Funktion die alleine von y und $\Psi(x)$ eine Funktion die nur von x abhängig ist. Da jedoch auch gemischte Terme auftreten können, diese im Vorfeld jedoch nicht

eindeutig zu einer der Funktionen zugeordnet werden können, wird eine zusätzliche Gleichgewichtsgruppe eingeführt:

$$\underbrace{\Phi(y)_{,y} + A_0}_{f(y)=0} + \underbrace{\Psi(x)_{,x} - A_0}_{g(x)=0} = 0 \tag{6.18}$$

Da die Verträglichkeitsbedingung für beliebige x und y gelten muss, sind beide Teilfunktionen getrennt zu Null zu setzen.

$$\Phi(y)_{,y} + A_0 = 0 \quad \text{bzw.} \quad \Phi(y)_{,y} = -A_0 \tag{6.19a}$$

$$\Psi(x)_{,x} - A_0 = 0 \quad \text{bzw.} \quad \Psi(x)_{,x} = A_0 \tag{6.19b}$$

Durch Integration ergibt sich:

$$\int \Phi(y)_{,y} dy = \Phi(y) = -A_0 \cdot y + A_2 \tag{6.20a}$$

$$\int \Psi(x)_{,x} dx = \Psi(x) = A_0 \cdot x + A_1. \tag{6.20b}$$

Die drei unbekanntenen Konstanten lassen sich bei der Lagerungssituation der betrachteten Einfeldscheiben durch folgende Randbedingungen bestimmen. Für die Vertikalverschiebungen v

$$y = -b; x = c: \quad v(x,y) = v(c, -b) = 0, \tag{6.21a}$$

$$y = -b; x = l - c: \quad v(x,y) = v(l - c, -b) = 0, \tag{6.21b}$$

und die Horizontalverschiebung u z. B.:

$$y = -b; x = c: \quad u(x,y) = u(c, -b) = 0. \tag{6.21c}$$

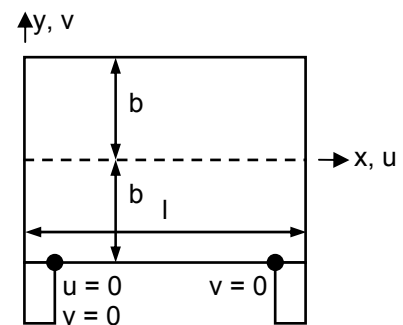


Bild 6.9: Grafische Darstellung der Randbedingungen

Zur Bestimmung der Verschiebungen ergeben sich nun aus den Gleichungen (6.20a) bzw. (6.20b)

$$v(x,y) = \frac{1}{E} \int (\sigma_y - \nu \cdot \sigma_x) \cdot dy + \frac{1}{E} (A_0 \cdot x + A_1) \tag{6.22a}$$

$$u(x,y) = \frac{1}{E} \int (\sigma_x - \nu \cdot \sigma_y) \cdot dx + \frac{1}{E} (-A_0 \cdot y + A_2) \tag{6.22b}$$

Nach Einsetzen der Randbedingungen aus Gleichung (6.21)

$$v(c, -b) = \frac{1}{E} \cdot \underbrace{\int (\sigma_y - \nu \cdot \sigma_x) \cdot dy}_{v_1} + \frac{1}{E} (A_0 \cdot c + A_1) = 0 \quad (6.23a)$$

$$v(l-c, -b) = \frac{1}{E} \cdot \underbrace{\int (\sigma_y - \nu \cdot \sigma_x) \cdot dy}_{v_2} + \frac{1}{E} (A_0 \cdot (l-c) + A_1) = 0 \quad (6.23b)$$

$$u(c, -b) = \frac{1}{E} \cdot \underbrace{\int (\sigma_x - \nu \cdot \sigma_y) \cdot dx}_{u_1} + \frac{1}{E} (A_0 \cdot b + A_2) = 0 \quad (6.23c)$$

kann zur Lösung folgendes Gleichungssystem angeschrieben werden:

$$\begin{bmatrix} c & 1 & 0 \\ l-c & 1 & 0 \\ b & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ u_1 \end{bmatrix} \quad (6.24)$$

Die in Anlehnung an die in Abschnitt 5 definierte Versagensform ergibt sich für die Vertikalverschiebung in Verbindung mit den Spannungen σ_x und σ_y allgemein zu

$$\frac{v(x, y)}{l \cdot \varepsilon_x} = \frac{\frac{1}{E} \cdot \left[\int_y (\sigma_y - \nu \cdot \sigma_x) dy + A_0 \cdot x + A_1 \right]}{l \cdot \varepsilon_x} \quad (6.25a)$$

und in analoger Weise für die Horizontalverschiebung

$$\frac{u(x, y)}{l \cdot \varepsilon_y} = \frac{\frac{1}{E} \cdot \left[\int_x (\sigma_x - \nu \cdot \sigma_y) dx - A_0 \cdot y + A_2 \right]}{l \cdot \varepsilon_y} \quad (6.25b)$$

Unter Berücksichtigung der Ingenieurgleitung $\gamma_{xy} = 2 \cdot \varepsilon_{xy} = 2 \cdot \varepsilon_{Schub}$ folgen für das Schubversagen folgende Formen:

$$\frac{v(x, y)}{l \cdot \varepsilon_{xy}} = 2 \cdot \frac{\frac{1}{E} \cdot \left[\int_x (\sigma_y - \nu \cdot \sigma_x) dy + A_0 \cdot x + A_1 \right]}{l \cdot (u_{,y} + v_{,x})} \quad (\text{Vertikalverschiebung}) \quad (6.26a)$$

$$\frac{u(x, y)}{l \cdot \varepsilon_{xy}} = 2 \cdot \frac{\frac{1}{E} \cdot \left[\int_x (\sigma_x - \nu \cdot \sigma_y) dx - A_0 \cdot y + A_2 \right]}{l \cdot (u_{,y} + v_{,x})} \quad (\text{Horizontalverschiebung}) \quad (6.26b)$$

6.4.3 Hinweise zur Auswertung und Darstellung

Nachfolgend sind Hinweise zur Auswertung gegeben. Sie gelten für Mulden- und Sattellagerungen.

- Für die Auswertung der Bedingungen sind aufgrund der Materialeigenschaften entsprechend Abschnitt 4 die Zugspannungen als maßgebend für das Versagen zu betrachten.
- Die Belastungsfunktion kann sowohl am oberen Scheibenrand $y = +b$ als auch am unteren Scheibenrand $y = -b$ angreifen, d. h. die Scheibenspannungen σ_y können daher entsprechend der Koordinatendefinition nach Bild 6.1 sowohl als Zug- als auch als Druckspannungen in die Scheibe eingeleitet werden. Vereinfachend wird nachfolgend die Lasteinleitung am Scheibenrand $y = -b$ angenommen.
- Die Breite der Auflagerlastfunktion c wird entsprechend den Lastdefinitionen nach Tabelle 6.3 bis Tabelle 6.5 konstant mit $c = 0,2 \cdot b$ gewählt.
- Aufgrund der Unstetigkeitsstelle am Lastsprung zwischen Auflagerlast- und Belastungsfunktion einer Muldenlagerung ($x = c$ bzw. $x = l - c$) wird der Versagensschnitt etwas in das Scheibeninnere verschoben, an die Scheibenstellen $x = 0,25 \cdot b$ bzw. $x = l - 0,25 \cdot b$.

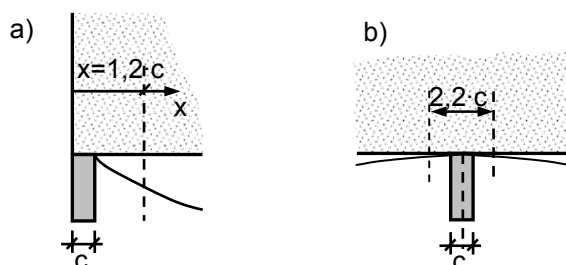


Bild 6.10

Bemessungsschnitte am Auflager

a) Muldenlagerung

b) Sattellagerung

- Für die Ermittlungen der Verschiebungen sind aufgrund der drei Unbekannten drei Randbedingungen zu erfüllen. Die Unbekannten für die vertikale Verschiebung sind aufgrund der Auflagerlastsituation entsprechend Bild 6.9 an den Stellen $x = c; y = -b$ bzw. $x = l - c; y = -b$ festgelegt. Für die Randbedingung der Horizontalverschiebung wird die Stelle $x = c; y = -b$ gewählt.
- Die Darstellung der Versagensverläufe erfolgt nach der Scheibentheorie ab einem Abmessungsverhältnis von $l/h > 2$ (Hinweise hierzu siehe Abschnitt 6.6).

6.4.4 Auswertung für eine Muldenlagerung

Die Auswertung für eine Muldenlagerung erfolgt exemplarisch für die Lastsituationen

- Gleichlast und Dreieckslast.

Darüber hinaus wird für die Auswertungen von folgenden Randbedingungen und Einschränkungen ausgegangen:

- Auf die Berücksichtigung der Versagensschnitte aufgrund einer Horizontalverschiebung wird verzichtet.
- Auf die Berücksichtigung einer Überlagerung durch die entstehenden Randschubkräfte wird ebenfalls näherungsweise verzichtet, zumal sich die Resultierenden der Randschubkräfte aus Auflagerlast- und Belastungsfunktion aufheben.

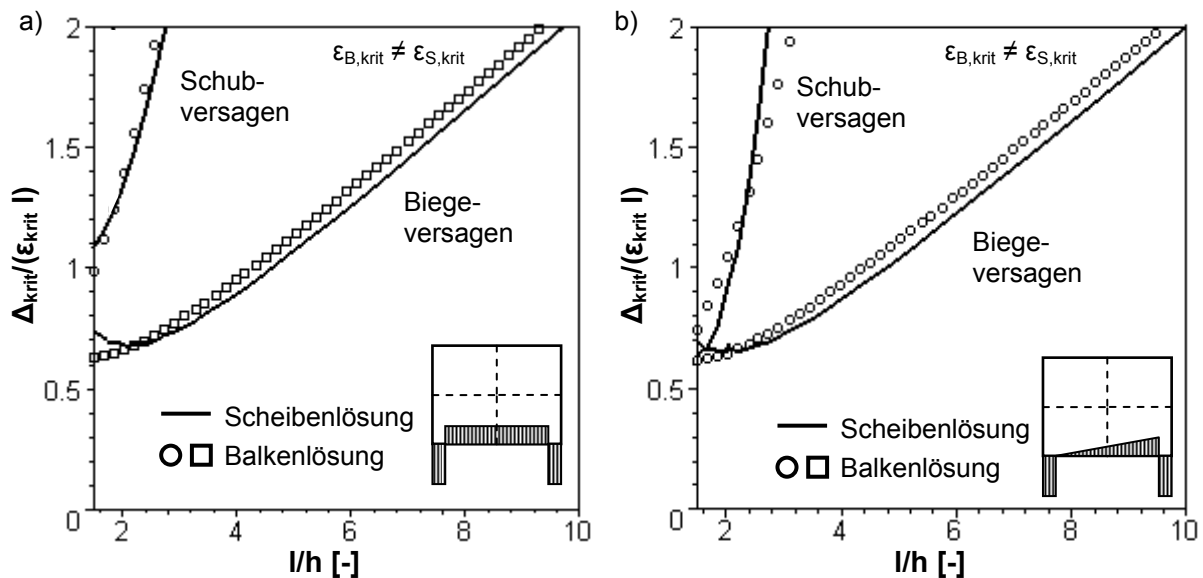


Bild 6.11: Vergleich der Versagensverläufe einer Muldenlagerung bei Verwendung der Scheiben- oder der Balkenlösung für eine
a) Gleichlast b) Dreieckslast

Die Versagensschnitte bei unter Zugrundelegung der Scheibenbeanspruchung sind nachfolgend zusammengestellt.

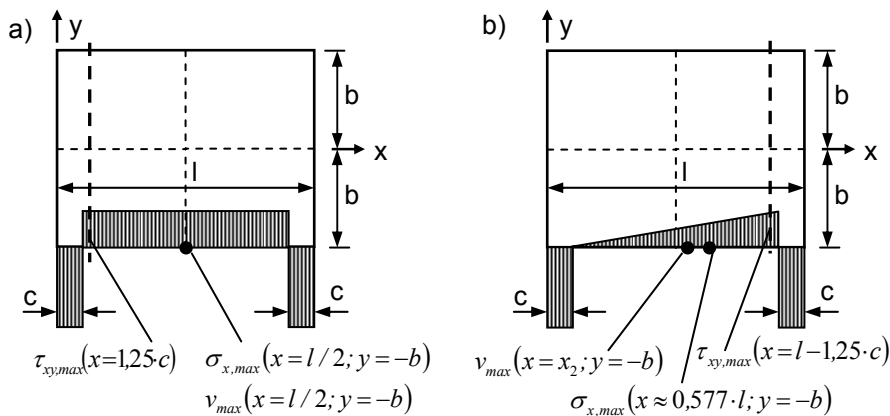


Bild 6.12: Definition der Versagensschnitte unter Verwendung der Scheibnlösung bei Gleichlast- (a) bzw. Dreieckslastbelastung (b)

6.4.5 Auswertung für eine Sattellagerung

Grundlage der Bestimmung der Versagensverläufe ist die in abschnitt 6.4.2 angegebene Lösungsform. Allerdings ist für die Bestimmung der Verschiebungen von folgenden Randbedingungen auszugehen, die in Bild 6.13 gekennzeichnet sind. Für die Randbedingungen der Vertikalverschiebung gilt:

$$y = -b; x = d: \quad v(x,y) = v(d, -b) = 0, \quad (6.27a)$$

Für die Horizontalverschiebungen in analoger Weise:

$$y = -b; x = d: \quad u(x,y) = u(d, -b) = 0, \quad (6.27b)$$

$$y = b; x = d: \quad u(x,y) = u(d, b) = 0. \quad (6.27c)$$

mit $d = l/2$ (Gleichlastbelastung), bzw.

$$d = 2/3 \cdot l \text{ (Dreiecksbelastung).}$$

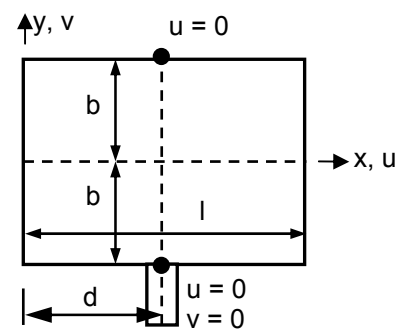


Bild 6.13: Grafische Darstellung der Randbedingungen

Zur Ermittlung der Verschiebungen folgt für das Gleichungssystem:

$$\begin{bmatrix} d & 1 & 0 \\ b & 0 & 1 \\ -b & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} v_1 \\ u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (6.28)$$

Entsprechend den Versagensschnitten eines Einfeldsystems unter Muldenlagerung sind nachfolgend die unterschiedlichen Versagensschnitte einer Sattellagerung grafisch ausgewertet.

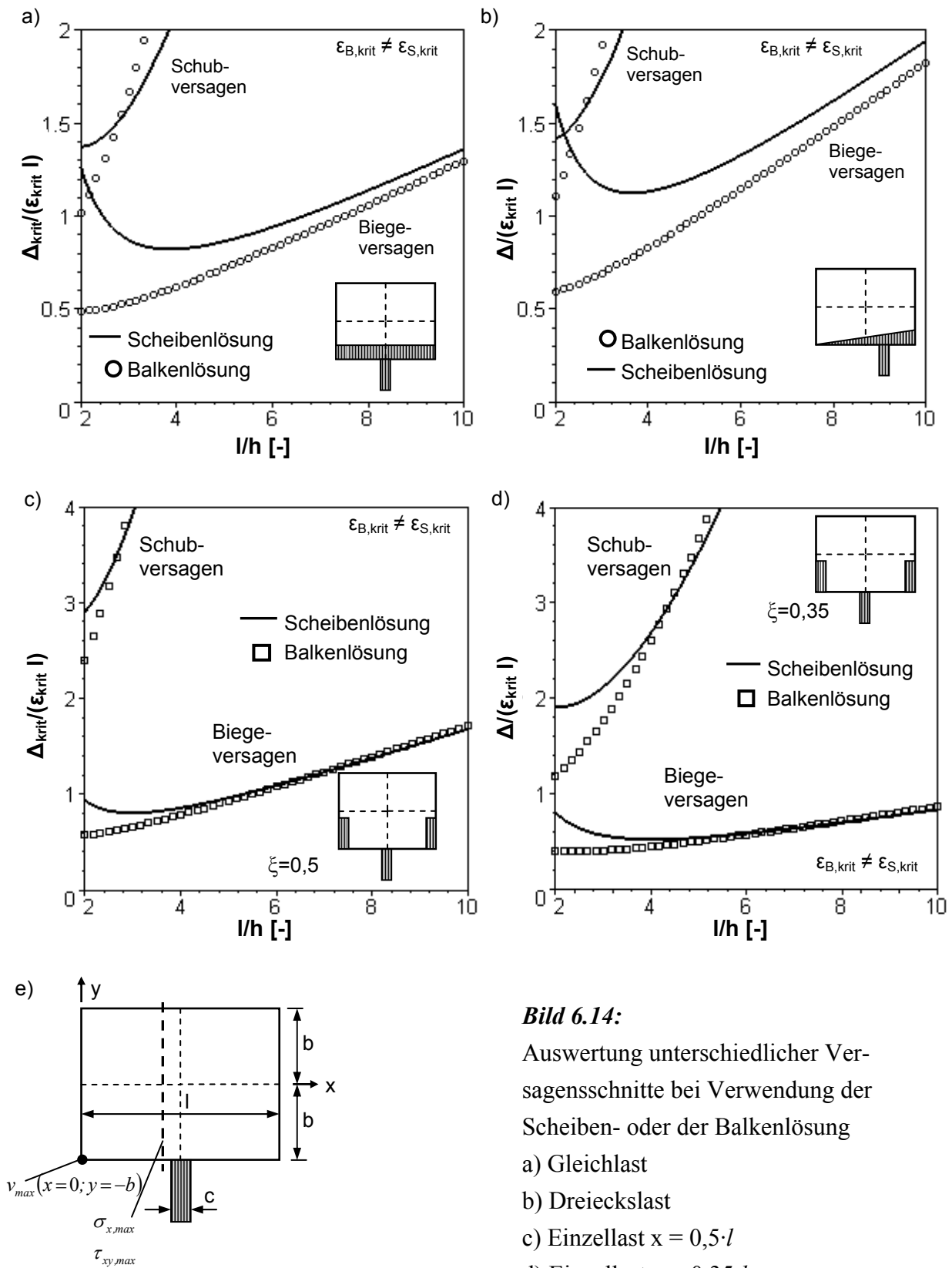


Bild 6.14:

Auswertung unterschiedlicher Versagensschnitte bei Verwendung der Scheiben- oder der Balkenlösung

- a) Gleichlast
- b) Dreieckslast
- c) Einzellast $x = 0,5 \cdot l$
- d) Einzellast $x = 0,35 \cdot l$
- e) Definition der Versagensschnitte

6.5 Durchlaufsysteme

6.5.1 Vorbemerkungen

Durchlaufsysteme können in gleicher Form wie Einfeldsysteme behandelt werden, allerdings muss die Last und die Lösungsfunktion als *cos*-Reihe entwickelt werden, um die Symmetriebedingungen ausnutzen zu können. Für die behandelten Durchlaufsysteme unter

- Einzel- und
- Gleichlast

wird von der in Bild 6.15 dargestellten Definitionen ausgegangen, wobei für das Schnittprinzip die Zusammenhänge nach Bild 6.1 gelten.

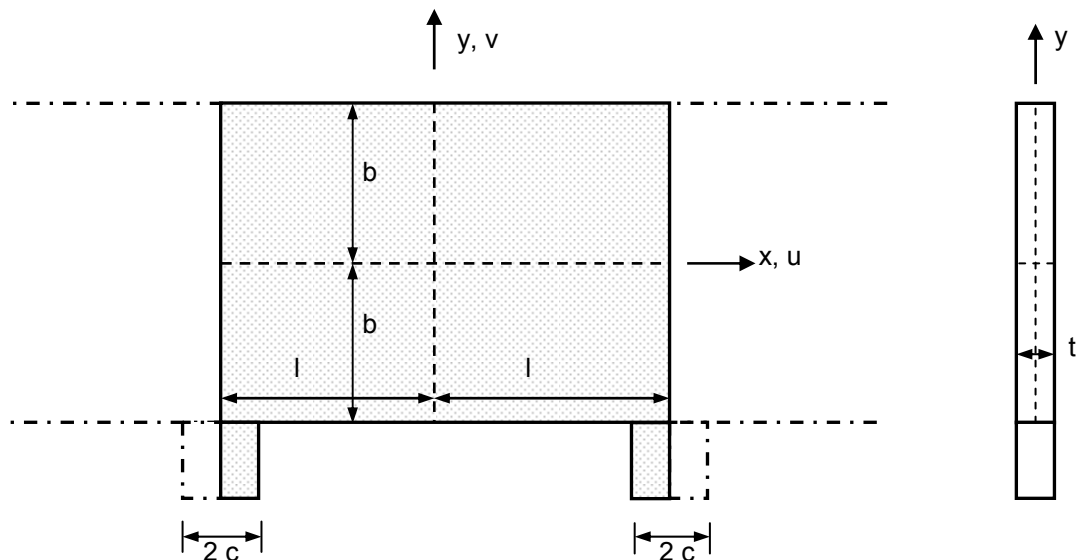


Bild 6.15: Geometrische Definitionen für Scheiben mit symmetrischer Lastentwicklung (Durchlaufsysteme)

Auf die weitere Darstellung des Rechengangs wird verzichtet, er kann in analoger Weise wie für Einfeldsysteme durchgeführt werden.

6.5.2 Durchlaufsysteme unter Muldenlagerung

Für die Randbedingungen in y -Richtung gelten die in Abschnitt 6.4.1 gemachten Angaben. Die Randbedingung zur Verschiebungsermittlung können nachfolgendem Bild 6.16 entnommen werden. Für die Randbedingungen der Vertikalverschiebung v gilt:

$$y = -b; x = -l/2 + c: v(x,y) = v(-l/2+c, -b) = 0, \quad (6.29a)$$

$$y = -b; x = l/2 - c: v(x,y) = v(l/2 - c, -b) = 0, \quad (6.29b)$$

und in analoger Weise für die Horizontalverschiebung u z.B.:

$$y = -b; x = -l/2 + c: u(x,y) = u(-l/2+c, -b) = 0. \quad (6.29c)$$

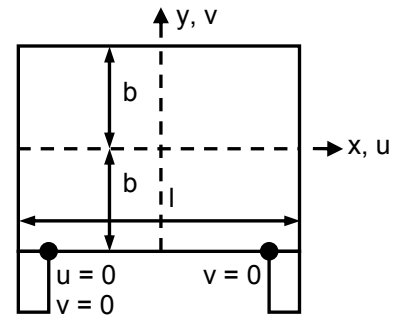


Bild 6.16:
graphische Darstellung
der Randbedingungen

Für das Gleichungssystem folgt:

$$\begin{bmatrix} -l/2+c & 1 & 0 \\ l/2-c & 1 & 0 \\ b & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ u_1 \end{bmatrix} \quad (6.30)$$

Die zum Vergleich verwendeten Versagensbeziehungen am Einfeldbalken mit beidseitiger Einspannung enthält Tabelle 6.6.

Tabelle 6.6: Versagensbeziehungen am Einfeldbalken mit beidseitiger Einspannung unter Gleichlast und mittiger Einzellast

Versagen		
Biegung	$\frac{\Delta}{l} = \frac{1}{32} \cdot l \cdot \frac{\varepsilon_M}{z} \cdot \left(1 + \frac{48 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2} \right)$	$\frac{\Delta}{l} = \frac{1}{24} \cdot l \cdot \frac{\varepsilon_M}{z} \cdot \left(1 + \frac{24 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2} \right)$
Schub	$\frac{\Delta}{l} = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_Q \cdot \left(1 + \frac{GA_s \cdot l^2}{48 \cdot EI} \right)$	$\frac{\Delta}{l} = \varepsilon_Q \cdot \left(1 + \frac{GA_s \cdot l^2}{48 \cdot EI} \right)$

Nachfolgend sind die Versagenskriterien aufgrund der Scheiben- und der Balkenlösung für eine Gleichlast und eine Einzellast grafisch ausgewertet (Bild 6.17).

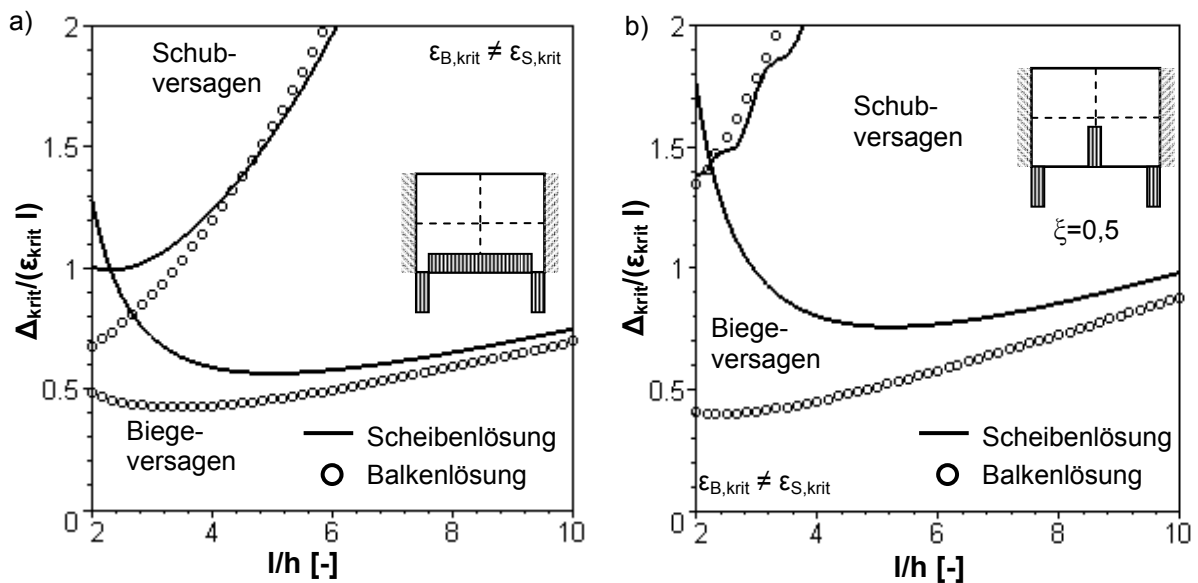


Bild 6.17: Auswertung unterschiedlicher Versagensschnitte bei Verwendung der Scheiben- oder der Balkenlösung

a) Gleichlast b) mittige Einzellast

Auf die Auswertung und Darstellung von Durchlaufsystemen unter Sattellagerung wird verzichtet.

6.6 Zusammenfassung und Fazit

Der Vergleich der Versagensbeziehungen zwischen einer Anwendung der Scheiben- und der Balkentheorie (Abschnitt 5) zeigt, dass die Ergebnisse nach der Scheibentheorie ab einem Verhältnis von ca. $l/h \approx 4$ in die Ergebnisse nach der Balkentheorie übergeht, bzw. sich sehr stark den Kurvenverläufen nach der Balkentheorie annähert. Für den Bereich zwischen $0 < l/h < 4$ für Muldenlagerungen und darüber hinaus für Sattellagerungen ergeben sich zum Teil erhebliche Abweichungen zwischen den Kurvenverläufen nach der Balken- und nach der Scheibentheorie. Hierfür können mehrere Gründe angeführt werden. Einerseits können die Unterschiede mit dem Lösungsansatz (Fourier-Reihenentwicklung) der Lastfunktion begründet werden, die im Bereich der Auflager Lastsprünge aufweist und damit zu Unstetigkeiten in den Versagensverläufen in diesen Bereichen führt, andererseits liegen die Versagensschnitte für Schubversagen bei Muldenlagerungen sowie für Biege- und Schubversagen bei Sattellagerungen ziemlich nahe am Auflager. Dadurch werden Unstetigkeiten in den Last- und Auflagerlastfunktionen in den Schnittkraft, Verschiebungs- und Spannungs- sowie

Dehnungsverläufen mit übernommen, was sich auch in den Versagenskurven widerspiegelt. Darüber hinaus wurde der Bemessungsschnitt im Bereich der Auflager (Abstand c) konstant in Abhängigkeit der Scheibenhöhe gewählt, was für kleine Scheibenabmessungen zu einer sehr hohen Lastordinate der Belastungsfunktion aber in der Längenausdehnung geringen Lastausbreitung der Belastungsfunktion führt und damit zu Unstetigkeiten in den Verläufen führt. Würde dagegen der Versagensschnitt im Bereich der Auflager in Abhängigkeit der Scheibenhöhe gewählt, würde sich für kleine Scheibenabmessungen geringe Breiten der Auflagerlastfunktion ergeben, was ebenfalls zu Darstellungsunterschieden zwischen den Versagenskurven nach der Scheiben- und nach der Balkentheorie führen würde.

Darüber hinaus ergeben sich für Schubversagen sowohl nach der Scheiben- als auch nach der Balkentheorie relativ steile Verläufe. Dies führt bei Unterschieden der Verläufe zum Teil zu sehr großen Abweichungen der Absolutwerte. Weiter verlaufen die Schub- und die Biege- spannungen im Bereich der Auflager nach der Scheiben- und nach der Balkentheorie ungleich, was ebenfalls zu Unterschieden in den Verläufen der Versagenskurven führt.

Die Wahl des Scheibenschnittes zur Ermittlung der Versagensverläufe hat also einen wesentlichen Einfluss auf die Ergebnisse. Einen weiteren Einfluss haben die Anzahl der Reihenglieder, die zur Erzeugung der Spannungs- und Dehnungsverläufe und damit auch für die Versagensbeziehungen berücksichtigt werden. Den vorliegenden Auswertungen liegt eine Reihengliederanzahl zwischen 100 und 150 zugrunde.

Insgesamt bestätigen allerdings die Ergebnisse auf der Grundlage der Scheibentheorie die in Abschnitt 5 unter Zuhilfenahme der erweiterten Balkentheorie gewonnenen Ergebnisse für die unterschiedlichen Versagensschnitte. In den überwiegenden Fällen verlaufen die Versagenskurven nach der Scheibentheorie etwas oberhalb der Verläufe nach der Balkentheorie, was im Hinblick auf eine vereinfachte Anwendung der Balkenlösung (vgl. Abschnitte 5 und 10) auf der sicheren Seite liegt.

Auf eine Darstellung des Rechenganges wird verzichtet. Die grundlegenden Zusammenhänge sind u. a. in *Girkmann (1963)* dargestellt und enthalten.

7 Muldenlagerung unter Berücksichtigung von Reibungskräften in der Sohlfuge

7.1 Allgemeines

Die Reibungskräfte r in der Sohlfuge können erst aktiviert werden, wenn sich das betrachtete System unter Belastung verformt. Reibungskräfte, die unter einer Sohlplatte durch eine innere Zwangsbeanspruchung, beispielsweise dem Hydratations- oder Schwindprozess herrühren können, sollen in der nachfolgenden Betrachtung vernachlässigt werden, bzw. es wird unterstellt, dass diese Reibungskräfte durch konstruktive Maßnahmen abgedeckt sind und daher keinen Einfluss haben. Als Ersatzsystem soll wiederum ein Biegebalken angenommen werden. Die Annahmen nach *Bernoulli* mit der Schubverweiterung nach *Timoshenko* sollen weiterhin Gültigkeit besitzen. Bild 7.1 zeigt das Ersatzsystem unter Stützensenkung mit Berücksichtigung von Reibungskräften in der Sohlfuge.

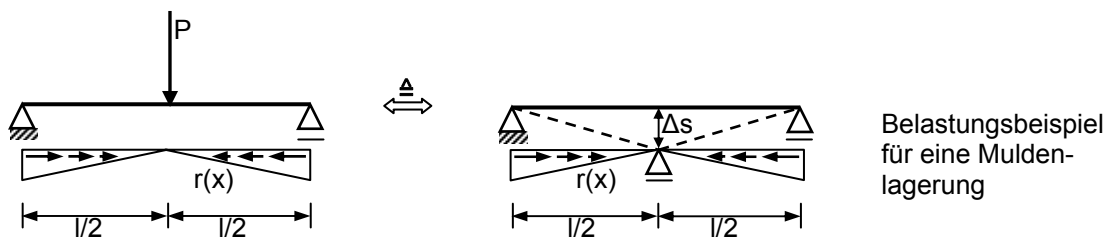


Bild 7.1: Zwangsbeanspruchung unter Stützensenkung für eine Muldenlagerung unter Berücksichtigung einer Reibungskraft in der Sohlfuge

Die Reibungskräfte werden durch die Verformung des Ersatzsystems hervorgerufen. Wird dabei vorausgesetzt, dass die Verformungen klein sind, also für die Stabverdrehung φ die Näherungen der Theorie II. Ordnung

$$\begin{aligned} \sin \varphi &\approx \varphi \\ \cos \varphi &\approx 1 \end{aligned} \tag{7.1}$$

gelten, können die entsprechenden Zusammenhänge aufgrund der Einflüsse aus Theorie II. Ordnung bestimmt werden. Dabei rufen die Verformung des Ersatzsystems im Baugrund entlastende Zugspannungen hervor, die als gegenhaltende Kräfte am Ersatzsystem selbst eine zusätzliche Druckkraft erzeugt. Anhand des Schnittprinzips sind die Zusammenhänge in der Sohlfuge in Bild 7.2 dargestellt.

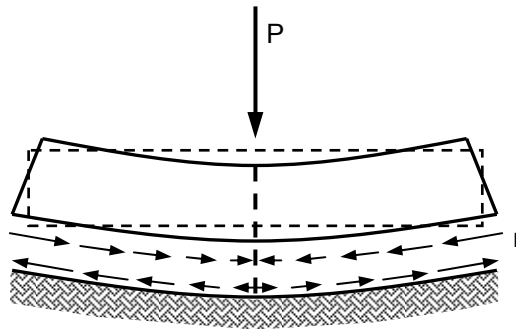


Bild 7.2: Verlauf der Reibungskräfte in der Sohlfuge am verformten System

Aufgrund des Verschiebungsverlaufs des Ersatzsystems sind die aktivierten Reibungskräfte an den beiden Trägerenden maximal. Wird weiter vorausgesetzt, dass das an einem Biegeträger ohne Berücksichtigung von Reibungskräften ermittelte Verformungsmaximum im Feld auch für eine Betrachtung unter Berücksichtigung der Reibungskräfte unverändert bestehen bleibt, sind die Reibungskräfte einerseits an dieser Stelle null, andererseits ist dann für den dazwischen liegenden Trägerbereich ein Verlauf der Reibungskräfte anzunehmen. Dadurch ist bei einer Betrachtung am verformten System die üblicherweise bekannte bzw. vorab bestimmte Größe der Normalkraft und ihr Verlauf ebenfalls erfüllt. Der Verlauf der Reibungskräfte $r(x)$ in der Sohlfuge kann dabei für den linksseitigen Verlauf in allgemeiner Form nach

$$r(x) = r \cdot \left(1 - \left(\frac{x}{x_0} \right)^m \right) \quad (7.2a)$$

beschrieben werden. Die linksseitige Resultierende R ergibt sich daraus zu

$$R = \int_{x=0}^{x=x_0} r(x) \cdot dx = r \cdot x_0 \cdot \frac{m}{m+1}, \text{ wobei} \quad (7.2b)$$

x_0 die Trägerstelle mit maximaler Verformung bezeichnet. Durch den Exponenten m können dabei unterschiedliche Verläufe für die Reibungskräfte beschrieben werden.

Der Reibungsverlauf in der Sohlfuge wird nachfolgend dreiecksförmig ($m=1$) beschrieben. Aus Gleichung (7.2) folgt für den linksseitigen Verlauf:

$$r(x) = r \cdot \left(1 - \frac{x}{x_0} \right) \quad (7.3a)$$

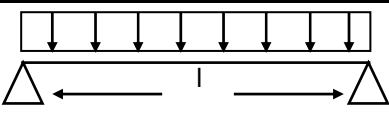
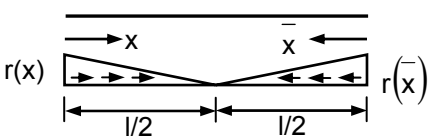
$$R = \frac{1}{2} \cdot r \cdot x_0 \quad (7.3b)$$

Für den Sohlreibungswinkel $\delta_{s,k}$ kann nach *DIN 1054* unter der Voraussetzung, dass es sich um Gründungsbauteile aus Ortbeton oder auch um Fertigteile verlegt in einem Mörtelbett handelt, näherungsweise der charakteristische Wert φ_k' des Reibungswinkels des Bodens angenommen werden, so dass für die resultierende der Reibung R

$$R = R_Q \cdot \tan \varphi_k' \tag{7.4}$$

gilt, wenn wiederum R_Q eine allgemeine statische Abkürzung für die Resultierende einer Belastungsart darstellt, nicht zwischen ständigen oder veränderlichen Einwirkungen unterschieden wird und vorausgesetzt wird, dass die Haftung überschritten ist und es zum Gleiten in der Kontaktfuge kommt. Am Beispiel einer Gleichlast enthält Tabelle 7.1 die entsprechenden Zusammenhänge.

Tabelle 7.1: dreiecksförmiger Reibungsverlauf in der Sohlfuge

	
Verlauf	dreiecksförmig
	<div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> $r(x) = \left(1 - \frac{x}{x_0}\right) \cdot r$ bzw. $r(\bar{x}) = \left(1 - \frac{\bar{x}}{x_0}\right) \cdot \bar{r}$ mit $\bar{x}_0 = l - x_0$, $\bar{x} = l - x$, $m = l$ </div> </div>

Für die nachfolgenden Untersuchungen und Auswertungen wird unterstellt, dass die Haftung in der Sohlfuge zwischen Baugrund und Ersatzsystem überschritten ist und die Reibungskräfte aktiviert werden, so dass eine Relativbewegung in der Sohlfuge möglich ist und es zum Gleiten kommt.

Zur Bestimmung der Verteilung und der Größe der Reibungskräfte in der Sohlfuge gelten neben dem zu erfüllenden horizontalen Gleichgewicht der Reibungskräfte

$$R - \bar{R} = 0, \tag{7.5a}$$

dass die Beträge der Reibungskräfte der resultierenden Belastung

$$|R| + |\bar{R}| = R_Q \cdot \tan \varphi_k' \tag{7.5b}$$

entsprechen. Für die Resultierenden der Reibungskräfte R , bzw. \bar{R} ergibt sich daraus

$$R = \bar{R} = \frac{R_Q}{2} \cdot \tan \varphi'_k. \quad (7.6)$$

Unter Berücksichtigung von Gleichung (7.3b) gilt weiter:

$$R = \frac{1}{2} \cdot r \cdot x_0 \quad \text{bzw.} \quad (7.7a)$$

$$\bar{R} = \frac{1}{2} \cdot \bar{r} \cdot (l - x_0). \quad (7.7b)$$

Für die maximale Reibungsgröße r am linken Trägerende ergibt sich

$$r = \frac{R_Q}{x_0} \cdot \tan \varphi'_k \quad (7.8a)$$

und für die Reibungsgröße \bar{r} des rechten Trägerendes folgt

$$\bar{r} = \frac{R_Q}{l - x_0} \cdot \tan \varphi'_k, \quad (7.8b)$$

womit sich dann der Reibungsverlauf nach Gleichung (7.3a) beschreiben lässt.

Dabei bedeuten:

R Resultierende der linken Reibungskraftverteilung,

\bar{R} Resultierende der rechten Reibungskraftverteilung und

R_Q Resultierende der Belastung

Die als äußere Belastung am Ersatzquerschnitt angreifende Reibungskraft in der Sohlfuge erzeugt bezüglich der Systemlinie eine zusätzliche Momentenbeanspruchung, die dem Schnittmoment aus Belastung entgegenwirkt. Für das Linienmoment m_r gilt allgemein

$$m_r(x) = r \cdot \left(1 - \left(\frac{x}{x_0}\right)^m\right) \cdot \frac{h}{2} = \frac{R_Q}{x_0} \cdot \frac{m+1}{2 \cdot m} \cdot \left(1 - \left(\frac{x}{x_0}\right)^m\right) \cdot \frac{h}{2} \cdot \tan \varphi'_k, \quad \text{für } 0 < x < x_0 \quad (7.9a)$$

bzw. bei einem dreiecksförmigen Reibungsverlauf:

$$m_r(x) = r \cdot \left(1 - \frac{x}{x_0}\right) \cdot \frac{h}{2} = \frac{R_Q}{x_0} \cdot \left(1 - \frac{x}{x_0}\right) \cdot \frac{h}{2} \cdot \tan \varphi'_k, \quad \text{für } 0 < x < x_0 \quad (7.9b)$$

7.2 Lösung der Differentialgleichung

Für die Herleitung der Differentialgleichung wird das Gleichgewicht am differentiellen Element der Länge dx gebildet. Da die Richtung der Schnittgrößen an den Enden des Elementes auf die unverformte Ausgangslage bezogen sind, wird für die Normalkraftbeanspruchung die

Abkürzung L (longitudinal) und für die Querkraftbeanspruchung T (transversal) entsprechend den Definitionen der Theorie II. Ordnung eingeführt. Der Zusammenhang zwischen der Normalkraft N bzw. der Querkraft Q und der Transversalkraft T bzw. der Longitudinalkraft L ist durch eine lineare Transformation gegeben. Aus Bild 7.3 können die Zusammenhänge abgeleitet werden.

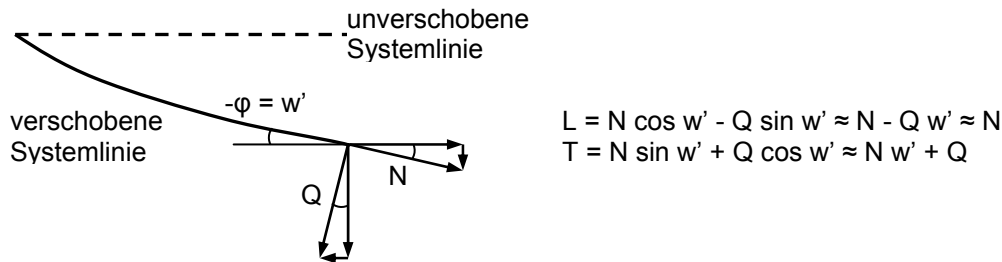


Bild 7.3: Zusammenhänge zwischen Normalkraft bzw. Querkraft und Longitudinal- bzw. Transversalkraft

Die Biegesteifigkeit EI und die Schubsteifigkeit GA_s werden über die Trägerlänge als konstant angenommen. Die Belastungen behalten bei der Verschiebung des Ersatzträgers ihre Richtung bei. Hinweise zum Schubballen nach *Timoshenko* unter Berücksichtigung der Theorie II. Ordnung finden sich in *Ramm/Hofmann (1996)*. In nachfolgendem Bild 7.4 sind die Definitionen am differentiellen Element dargestellt.

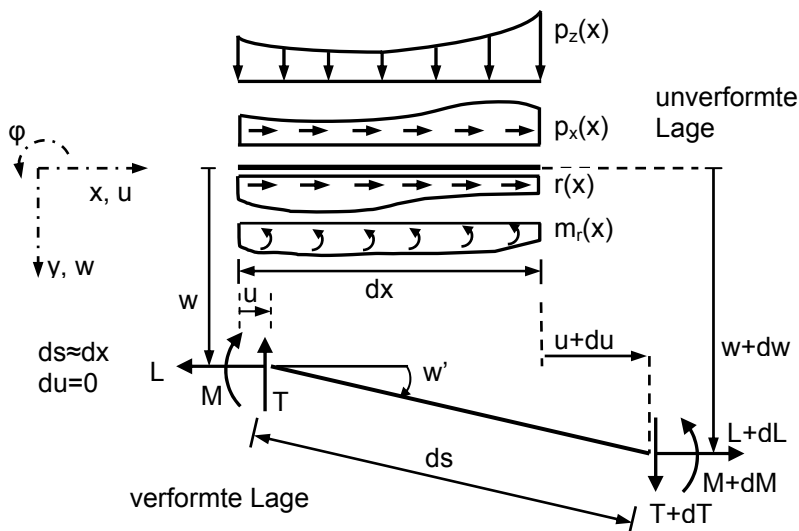


Bild 7.4: Definitionen am differentiellen Element

Für das Gleichgewicht, die Kinematik und das Stoffgesetz gelten nachfolgende bekannten Beziehungen.

Gleichgewicht:

$$\sum H = 0 : \rightarrow dL + r \cdot dx + p_x(x) \cdot dx = 0 \quad \frac{dL}{dx} = -r(x) - p_x(x) \quad (7.10a)$$

$$\sum V = 0 : \rightarrow dT + p_z(x) \cdot dx = 0 \quad \frac{dT}{dx} = -p_z(x) \quad (7.10b)$$

$$\sum M = 0 : \rightarrow dM - T \cdot dx + L \cdot dw + m_r(x) \cdot dx = 0 \quad \frac{d^2 M}{dx^2} + L \cdot \frac{d^2 w}{dx^2} = -p_z(x) - m_r(x) \quad (7.10c)$$

Kinematik:

$$\kappa = \varphi'$$

$$\gamma = \varphi + w'$$

Stoffgesetz:

$$M = EI\kappa = EI(\gamma' - w'')$$

$$Q = GA_s \cdot \gamma \quad \text{bzw.}$$

$$T - L \cdot w' = GA_s \cdot \gamma$$

Nach Einsetzen von Kinematik und Stoffgesetz in Gleichung (7.10c) ergibt sich unter Berücksichtigung von Gleichung (7.10b) nachfolgende Differentialgleichung für Biege- und Schubbeanspruchung unter Berücksichtigung einer Zugkraft

$$EI \cdot w'''' \cdot \left(1 + \frac{L}{GA_s}\right) - L \cdot w'' = p_z(x) - \frac{EI}{GA_s} \cdot p_z(x)' + m_r(x) \quad (7.11)$$

Unter Einführen der Abkürzung δ

$$\delta = \frac{1}{1 + \frac{L}{GA_s}} = \frac{GA_s}{GA_s + L} \quad (7.12)$$

ergibt sich die Stabkennzahl α

$$\alpha = \lambda \cdot l = l \cdot \sqrt{\frac{\delta \cdot L}{EI}} \quad (7.13)$$

Exemplarisch wird die Differentialgleichung (Gleichung 7.11a) für eine Gleichlast p_z und einen linearen Verlauf der Reibungskraft in der Sohlfuge gelöst. Es gilt die Schnittkraftkonvention nach Bild 7.5.

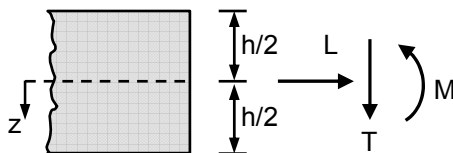


Bild 7.5:

Vorzeichenkonvention der Schnittkräfte für einen Biegebalken unter Reibungsbelastung.

Aus Gleichung (7.11) folgt:

$$EI \cdot w'''' \cdot \left(1 + \frac{L}{GA_s}\right) - L \cdot w'' = p_z(x) + m_r(x), \quad (7.14a)$$

bzw. mit Gleichung (7.12) und der Longitudinalkraft L als Zugkraft Z entsprechend den Definitionen in Bild 7.4 ($L = Z$):

$$\frac{EI}{\delta} \cdot w'''' - Z \cdot w'' = p_z(x) + m_r(x) \quad \text{mit} \quad m_r(x) = -r \cdot \frac{h}{2 \cdot x_0} \quad \text{und} \quad \delta = \frac{GA_s}{GA_s + Z} \quad (7.14b)$$

Für eine Druckbeanspruchung gilt mit der Longitudinalkraft als Druckkraft ($L = D$):

$$\frac{EI}{\delta} \cdot w'''' + D \cdot w'' = p_z(x) + m_r(x) \quad \text{mit} \quad \delta = \frac{GA_s}{GA_s - D} \quad (7.14c)$$

Da ein linearer Verlauf der Reibungskraft in der Sohlfuge angenommen wird, kann auf eine abschnittsweise Lösung der Differentialgleichung verzichtet werden. Dabei ist die Longitudinalkraft L als Druckkraft D positiv eingeführt. Für die Lösung unter Druckbeanspruchung ergibt sich:

$$\begin{bmatrix} w \\ \beta \\ M \\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x^2}{2} \\ -x \\ -EI \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \left(p_z - r \cdot \frac{h}{2 \cdot x_0} \right) \cdot \frac{\delta}{EI \cdot \lambda^2} + \begin{bmatrix} 1 & \lambda \cdot x & \delta \cdot \cos(\lambda \cdot x) & \delta \cdot \sin(\lambda \cdot x) \\ 0 & -\lambda & \lambda \cdot \sin(\lambda \cdot x) & -\lambda \cdot \cos(\lambda \cdot x) \\ 0 & 0 & EI \cdot \lambda^2 \cdot \cos(\lambda \cdot x) & EI \cdot \lambda^2 \cdot \sin(\lambda \cdot x) \\ 0 & 0 & -EI \cdot \lambda^3 \cdot \sin(\lambda \cdot x) & EI \cdot \lambda^3 \cdot \cos(\lambda \cdot x) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix} \quad (7.15)$$

Für die Differentialgleichung in Längsrichtung unter Zugbeanspruchung gilt entsprechend den Definitionen am differentiellen Element:

$$EA \cdot u'' = -r(x) \quad \text{mit} \quad r(x) = r \cdot \left(1 - \left(\frac{x}{x_0} \right)^m \right) \quad (7.16)$$

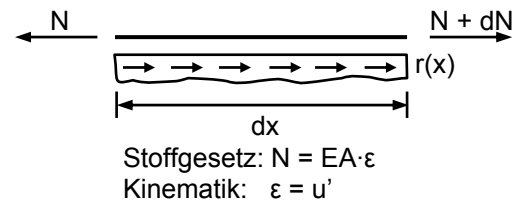


Bild 7.6:
Definitionen am differentiellen Element

Die Lösung ergibt sich für ungerade Exponenten m allgemein zu:

$$\begin{bmatrix} u(x) \\ N(x) \end{bmatrix} = -r \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{EA} \cdot \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x_0^2}{(m+1) \cdot (m+2)} \cdot \left(\frac{x}{x_0} \right)^{(m+2)} \right) \\ x - \frac{x_0^2}{x} \cdot \frac{1}{(m+1)} \cdot \left(\frac{x}{x_0} \right)^{(m+2)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{x}{EA} & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} \quad (7.17a)$$

und für $m = 1$ folgt:

$$\begin{bmatrix} u(x) \\ N(x) \end{bmatrix} = -r \cdot \begin{bmatrix} \frac{x^2}{2 \cdot EA} \cdot \left(1 - \frac{x}{3 \cdot x_0}\right) \\ x \cdot \left(1 - \frac{x}{2 \cdot x_0}\right) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{x}{EA} & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} \quad (7.17b)$$

Aus den Randbedingungen

$$x = x_0: \quad u(x = x_0) = 0 \quad \text{bzw.} \quad x = 0: \quad N(x = 0) = 0, \quad (7.18)$$

lassen sich die Koeffizienten unter Berücksichtigung einer konstanten Dehnsteifigkeit EA allgemein aus Gleichung (7.19a) für einen dreiecksförmigen Verlauf ($m=1$) bestimmen

$$\begin{bmatrix} \frac{x_0}{EA} & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{r \cdot x_0^2}{3 \cdot EA} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (7.19)$$

Die beiden Differentialgleichungen (Gleichung 7.14 und Gleichung 7.16) sind nichtlinear über $L \sim N = EA u'$ gekoppelt. Die Linearisierung und Entkopplung wird dadurch erreicht, dass die Normalkraft N bzw. die Reibung r von Größe und Verlauf bekannt sind. Aus Gleichung (7.19) ergibt sich der Normalkraftverlauf unter Reibungsbeanspruchung in allgemeiner Form:

$$N(x) = - \left(m+1 - \left(\frac{x}{x_0} \right)^m \right) \cdot \frac{x}{x_0} \cdot \frac{R_Q \cdot \tan \phi'_k}{2 \cdot m} \quad 0 < x < x_0, \quad (7.20a)$$

bzw. mit einem dreiecksförmigen Reibungsverlauf:

$$N(x) = - \left(2 - \left(\frac{x}{x_0} \right) \right) \cdot \frac{x}{x_0} \cdot \frac{R_Q \cdot \tan \phi'_k}{2} \quad 0 < x < x_0 \quad (7.20b)$$

Vereinfachend kann die Normalkraft auch aus der Resultierenden der Reibungskraft gebildet werden, die jeweils an den Trägerenden angreifen, also

$$L \approx N = R = r \cdot x_0 \cdot \frac{m}{m+1}, \quad \text{bzw. mit } m = 1: \quad R = \frac{1}{2} \cdot r \cdot x_0 \quad \text{an der Stelle } x = 0, \quad \text{und.}$$

$$\bar{L} \approx \bar{N} = \bar{R} = \bar{r} \cdot (l - x_0) \cdot \frac{m}{m+1}, \quad \text{bzw. mit } m = 1: \quad \bar{R} = \frac{1}{2} \cdot \bar{r} \cdot (l - x_0) \quad \text{an der Stelle } x = l. \quad (7.21)$$

7.3 Auswirkung der Reibungskräfte in der Sohlfuge und Vergleich

Zur Lösung der Differentialgleichung (Gleichung 7.15) einer Muldenlagerung ohne Randein-
spannungen gelten folgende Randbedingungen an den Ersatzträgern:

$$\begin{array}{ll}
 x = 0: & w(x=0)=0 \quad (a) \\
 & M(x=0)=0 \quad (b)
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{ll}
 x = l: & w(x=l)=0 \quad (c) \\
 & M(x=l)=0 \quad (d)
 \end{array}$$

Die Auswertung erfolgt exemplarisch für eine konstante Belastung und einen linearen Verlauf
der Reibungskraft in der Sohlfuge.

$$\begin{bmatrix}
 1 & 0 & \delta & 0 \\
 0 & 0 & EI \cdot \lambda^2 & 0 \\
 1 & \lambda \cdot l & \delta \cdot \cos(\lambda \cdot l) & \delta \cdot \sin(\lambda \cdot l) \\
 0 & 0 & EI \cdot \lambda^2 \cdot \cos(\lambda \cdot l) & EI \cdot \lambda^2 \cdot \sin(\lambda \cdot l)
 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \left(p_z - r \cdot \frac{h}{2 \cdot x_0} \right) \cdot \frac{\delta}{\lambda^2} \\ \left(-p_z + r \cdot \frac{h}{2 \cdot x_0} \right) \cdot \frac{\delta}{EI \cdot \lambda^2} \cdot \frac{l^2}{2} \\ \left(p_z - r \cdot \frac{h}{2 \cdot x_0} \right) \cdot \frac{\delta}{\lambda^2} \end{bmatrix} \begin{array}{l} (a) \\ (b) \\ (c) \\ (d) \end{array}$$

(7.22)

Insgesamt handelt es sich um ein Spannungsproblem, so dass auf weitere Betrachtungen zum
Stabilitätsversagen verzichtet werden kann.

Aus der bereits in Abschnitt 5 dargestellten Vorgehensweise, kann die Versagensform in analo-
ger Weise ermittelt werden. Für Momentbeanspruchung unter Berücksichtigung einer Nor-
malkraftbeanspruchung aus Reibung ergibt sich aus der Spannungsermittlung am Querschnitt

$$M(x) = EI \cdot \frac{\varepsilon_{B,krit}}{z} - \frac{N(x)}{z} \cdot \frac{I}{A} = EI \cdot \frac{\varepsilon_{B,krit}}{z} - \frac{L(x)}{z} \cdot \frac{I}{A}, \quad (7.23)$$

die Versagensform für Biegebeanspruchung

$$A_{krit} = \frac{w_{max}(x=x_0)}{M_{max}} \cdot \left(EI \cdot \frac{\varepsilon_{B,krit}}{z} - \frac{L(x)}{z} \cdot \frac{I}{A} \right). \quad (7.24)$$

Für Schubbeanspruchung gilt die in Abschnitt 5 angegebene Beziehung unverändert.

$$A_{krit} = \frac{w_{max}(x=x_0)}{Q_{max}} \cdot 2 \cdot GA_S \cdot \varepsilon_{S,krit} \quad (7.25)$$

Auf die Darstellung der Versagensbeziehungen an den einzelnen Trägerstellen wird hier ver-
zichtet, sie sind nachfolgend für eine Gleichlastbelastung in Bild 7.7 und für eine Einzellast-
belastung in Bild 7.8 graphisch ausgewertet. Um die Graphen mit denen nach Abschnitt 5 ohne
Berücksichtigung der Reibung in der Sohlfuge zu vergleichen, wird als Querschnitt ein
Quadrat der Seitenlängen 1 und einer Belastung der Größe 1 verwendet.

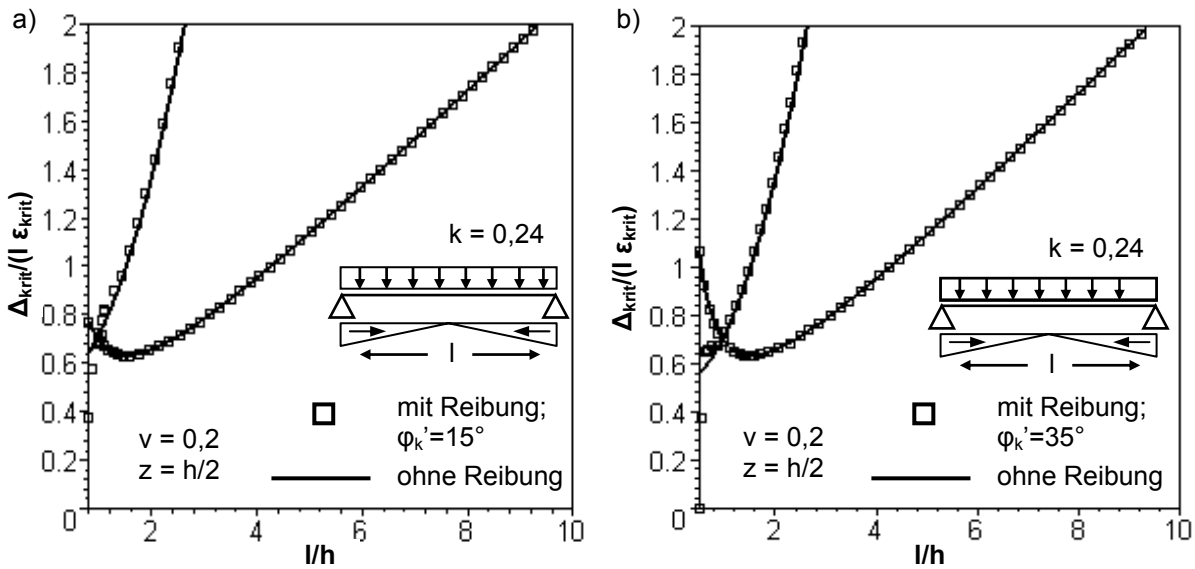


Bild 7.7: Vergleichende Darstellung für eine Muldenlagerung unter Berücksichtigung von Reibungskräften in der Sohlfuge unter Gleichlastbelastung.
 a) Reibungswinkel $\varphi_k' = 15^\circ$ b) Reibungswinkel $\varphi_k' = 35^\circ$

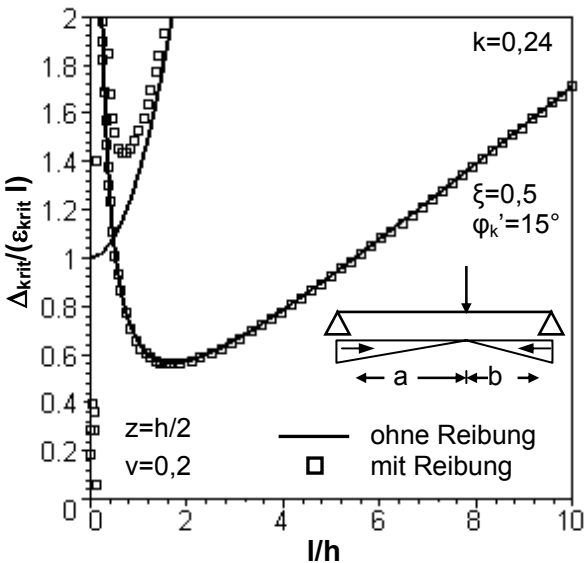


Bild 7.8: Vergleichende Darstellung für Muldenlagerung unter Berücksichtigung von Reibungskräften in der Sohlfuge unter mittiger Einzellastbelastung ($\xi = 0,5$); Reibungswinkel $\varphi_k' = 15^\circ$.

Durch eine Berücksichtigung der Reibungskräfte in der Sohlfuge werden keine wesentlichen anderen Versagenskurven ermittelt, als die bereits in Abschnitt 5 dargestellten Versagensverläufe. Geringe Abweichungen ergeben sich für die Schubversagenskurven. Darüber hinaus sind für den Querkraftverlauf im Bereich der Auflager Unstetigkeitsstellen vorhanden, was sich für sehr kleine Stützweiten auch im Schubversagensverlauf widerspiegelt. Unterschiedliche Reibungswinkel haben dagegen keinen Einfluss auf die Versagenskurven (Bild 7.7 für eine Gleichlastbelastung). Näherungsweise kann daher der Einfluss der Reibungskräfte in der Sohlfuge vernachlässigt werden, zumal sich auch bei Berücksichtigung des zweiachsigen

Spannungszustandes Versagensverläufe entsprechend den Verläufen in Abschnitt 6 ergeben. Für die Gründe der unterschiedlichen Verläufe zwischen den Versagenskurven nach der Balken- und nach der Scheibentheorie wird auf Abschnitt 6.6 verwiesen. Tabelle 7.2 zeigt die angenommene Belastungsfunktion für die Sohlreibung und die Auswertung für eine am Rand $y = -b$ angreifende Belastung einer Einfeldscheibe mit Reibungskräften im Vergleich zur Balkenlösung ohne Wirkung einer Reibungskraft. Die Reibungsfunktion ist entsprechend den Schubspannungen als *cos*-Reihe zu entwickeln.

Anzumerken ist, dass in den Versagenskurven, ermittelt nach der Scheibentheorie (vgl. Tabelle 7.2), die Einflüsse der Reibung in den Spannungs- und Verschiebungsverläufen berücksichtigt sind. In den Versagensverläufen, ermittelt nach der Balkentheorie, werden die Reibungskräfte zwar in den Schnittkraft- und Verschiebungsbeziehungen erfasst, allerdings nicht in den Biege- und Schubspannungsverläufen. Sowohl die Belastungs- als auch die Reibungskräfte werden auf die Systemlinie bezogen in der Berechnung berücksichtigt, daher verlaufen die Biegespannungen weiterhin linear und die Schubspannungsverläufe parabelförmig über die Querschnittshöhe verteilt. Streng genommen bedeutet dies in der Gründungsfuge eine Verletzung des Satzes der Zuordnung der Schubspannungen (vgl. Bild 7.9). Die maximalen Schubspannungen treten daher nicht zwingend in der Systemlinie $z = 0$ auf.

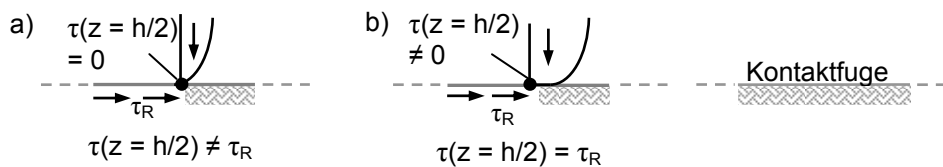


Bild 7.9: Qualitativer Schubspannungsverlauf in der Gründungsfuge nach der Balkentheorie

- a) in den Versagensbeziehungen berücksichtigter Verlauf ($\tau(z = \pm h/2) = 0$)
- b) qualitativer Schubspannungsverlauf in der Gründungsfuge bedingt durch die Reibung ($\tau(z = h/2) \neq 0$)

Tabelle 7.2: Scheibenbeanspruchung unter Berücksichtigung der Reibungskräfte

System und Belastung	
Belastungsbild	Reibungsfunktion
	$r(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 \cdot p_r}{n^2 \cdot \pi^2} \cdot \left[\begin{array}{l} 2 - n \cdot \pi \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi}{2}\right) \\ - 2 \cdot \left(\cos\left(\frac{n \cdot \pi}{2}\right)\right)^2 \end{array} \right] \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi}{l} \cdot x\right)$ <p>mit: $p_r = 2 \cdot p \cdot \tan \varphi_k$</p>
Auswertung	

8 Zur Berechnung von Gründungskörpern und Baugrundverformungen

8.1 Allgemeines

Die Wahl des Gründungskörpers einer Flachgründung, wie z. B.

- Einzel- und/ oder Streifenfundamente bzw.
- Sohlplatten

hängt von den anstehenden

- Baugrundverhältnissen, der
- aufgehenden Konstruktion und damit verbunden von der
- Belastung,

die durch den Gründungskörper in den Baugrund eingeleitet wird, ab. Weiteren Einfluss auf die Auswahl der Gründung können darüber hinaus die

- Empfindlichkeit der Nachbarbebauung, oder die
- Grundwasserverhältnisse im Baugebiet

haben. Liegt der Gründungshorizont in einem nicht tragfähigen oder kaum tragfähigen Horizont, können die Lasten bekanntlich über eine Tiefgründung z. B. mit Pfählen in tragfähigeren Baugrund eingeleitet werden. Die Auswahl der Gründungskörper richtet sich primär nach den

- Baugrundbeanspruchungen und den damit verbundenen
- Setzungen und Setzungsdifferenzen.

Im vorliegenden Abschnitt sind die üblichen Verfahren zur Berechnung von Gründungskörpern und Baugrundverformungen zusammenfassend im Sinne eines Verfahrensüberblicks zusammengestellt. Vertiefte Angaben können der genannten Literatur entnommen werden.

Zur Berechnung der Sohlnormalspannungen bei flach gegründeten Bauwerken stehen mehrere Berechnungsverfahren zur Verfügung. Für Regelfälle wird dabei näherungsweise das

- Spannungstrapezverfahren

mit einer geradlinig begrenzten Spannungsverteilung verwendet. Das Verfahren berück-

sichtigt keine Interaktion zwischen Bauwerk und Baugrund. Dies erfolgt mit unterschiedlicher Intensität durch das

- Bettungsmodulverfahren,
- Steifemodulverfahren oder
- numerische Verfahren, z. B. Methode der Finiten Elemente (FEM).

Weiterhin dürfen für einfache Regelfälle nach *DIN 1054* die zulässigen Sohlnormalspannungen anhand von Tabellenwerken ermittelt werden, bei denen i. d. R. keine Grundbruchgefahr besteht und nur geringe Setzungen zu erwarten sind.

8.2 Verfahren zur Ermittlung von Setzungen

Für die Setzungsermittlung - wie auch für die Spannungsermittlung unter einem Gründungskörper - wird der Baugrund bei den analytischen Verfahren als elastisch isotroper Halbraum idealisiert. Oftmals wird dabei ein volumenbeständiges (Querdehnzahl $\nu = 0,5$) Kontinuum mit konstantem Elastizitäts- bzw. Steifemodul angenommen, bei dem die Einwirkungen an der Halbraumoberfläche angreifen. Diese Idealisierung stellen eine starke Vereinfachung dar, ist aber für praktische Berechnungen für die überwiegenden Fälle ausreichend. Insbesondere dann, wenn die maßgeblichen Eingangsparameter in Form des Steifemoduls E_s bzw. Zusammendrückungsmoduls E_m an Erfahrungen an Setzungsmessungen kalibriert sind.

Die sich aufgrund der Fundamentbelastungen und des Eigengewichtes des Baugrundes einstellenden Fundamentsetzungen werden dabei in Anlehnung an eine mit der Tiefe z unendlich ausgedehnte Scheibe ermittelt. Aufgrund der angenommenen Verteilungsfunktion verlaufen die Spannungskurven glockenartig. Sie ergeben sich in einem bestimmten Abstand vom Lastpunkt zu Null.

Für die Spannungsermittlung im Baugrund sind für oftmals gebrauchte Belastungsarten, wie horizontale und vertikale Einzel-, Linien- und Flächenlasten für Rechteck- und Kreisflächen, aus den komplizierten Spannungsausdrücken durch Einführung von Spannungsbeiwerten J , die abhängig von der Sohlnormalspannung σ_0 sind, Hilfswerte in Tafel- und Tabellenwerken aufbereitet. Da die Verformungen in der Regel gering sind und aufgrund des unterstellten linear elastischen Materialverhaltens, können die einzelnen Belastungsarten superponiert werden. Für die oft vorkommende gleichmäßige Flächenlast zeigt Bild 8.1 beispielhaft einige bekannten Überlagerungsfälle für den ausgewerteten Eckpunkt E .

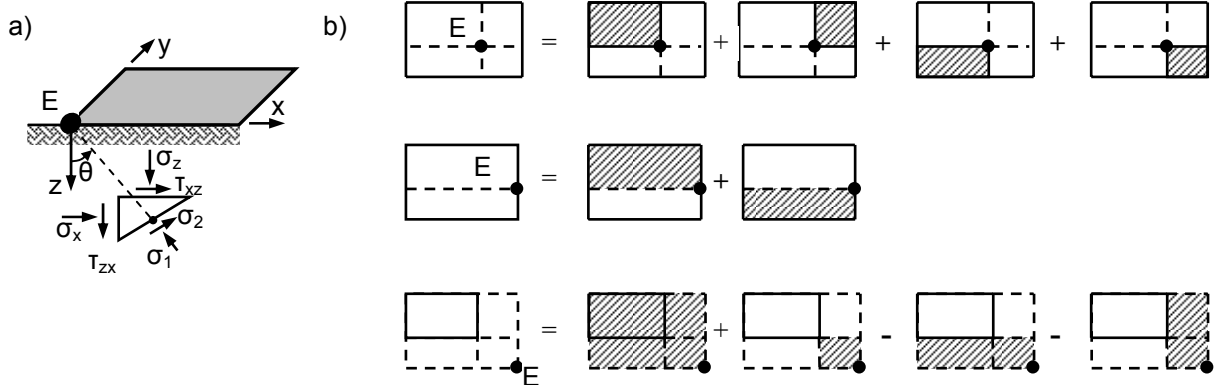


Bild 8.1: a) Koordinaten- und Spannungsdefinition
 b) Überlagerungsfälle am Beispiel einer rechteckigen Grundrissfläche

Die i. d. R. zugrunde liegenden Bedingung, dass der E-Modul, bzw. die Querdehnzahl ν als konstant angenommen werden, stellen für den Baugrund bekanntlich nur eine sehr starke Näherung dar. Ausgehend von der Lösung der senkrechten Einzellast auf den elastisch isotropen Halbraum nach *Boussinesq (1885)* hat *Fröhlich (1934)* für den modifizierten Halbraum durch Einführung des sog. Konzentrationsfaktors $\bar{\nu}$ einen mit der Tiefe veränderlichen Elastizitätsmodul in die Berechnung eingeführt. Für den Fall, dass $\bar{\nu} = 3$ ist, ergibt sich die Lösung nach *Boussinesq*; für $\bar{\nu} = 4$ wird in die Berechnung einen mit der Tiefe linear zunehmender E-Modul eingeführt. Weitere Hinweise siehe z. B. *EVB (1993)*. Des Weiteren ist bei der Spannungsberechnung im Baugrund zwischen „schlaffen“ und „starr“ Lastflächen zu unterscheiden, siehe Bild 8.2.

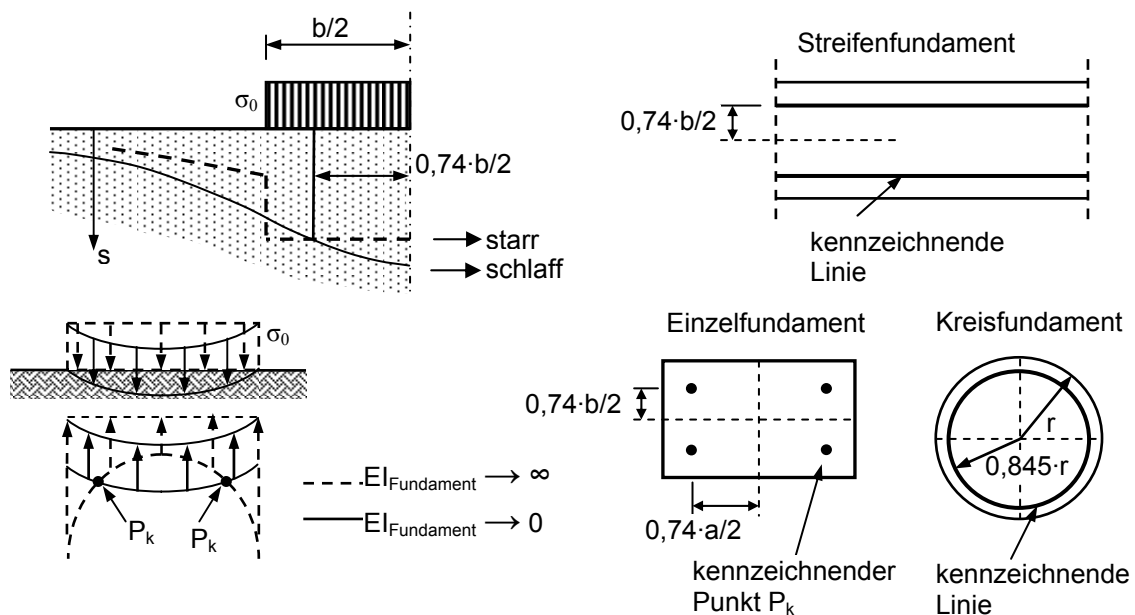


Bild 8.2: Definition des kennzeichnenden Punktes und der kennzeichnenden Linie bei einer starren Fundamentlast

Bild 8.3 zeigt die allgemeine Spannungsausbreitung (a) und den qualitativen Spannungsverlauf (b) unter einem Streifenfundament.

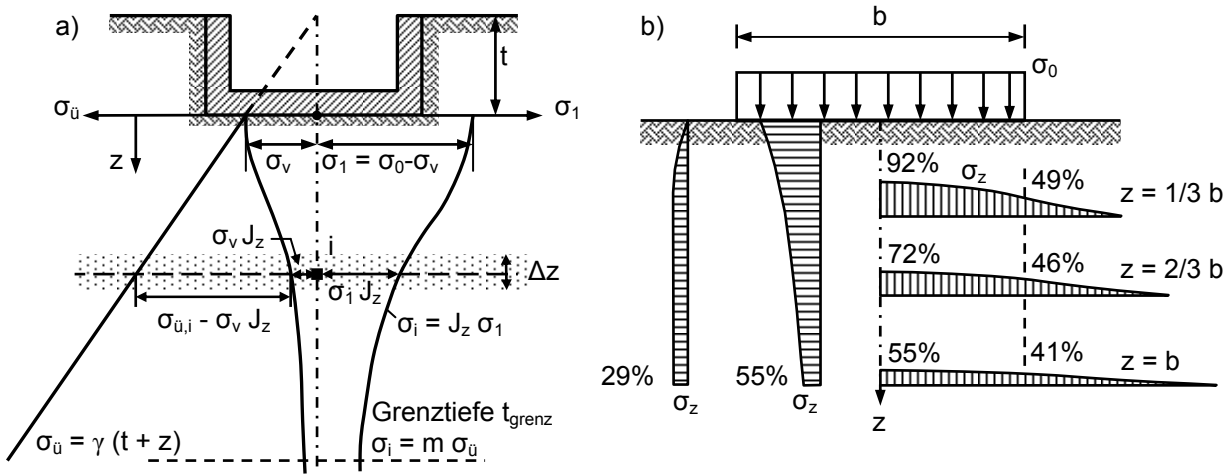


Bild 8.3: a) allgemeine Spannungsausbreitung
 b) qualitativen Spannungsverlauf unter einem Streifenfundament

Die Setzungen können allgemein durch schichtweise Integration, beispielsweise anhand der Simpsonregel der Spannungskurve ermittelt werden. Je kleiner dabei die Schichtelemente angenommen werden, desto besser wird die ursprüngliche Spannungsverteilung angenähert. Es wird unterschieden zwischen den beiden Verfahren der Setzungsermittlung mit Hilfe von lotrechten Spannungen in den Schichtelementen in Abhängigkeit der Fundamentbreite b und den Spannungen σ_i in der Fundamentfuge nach Gleichung (8.1)

$$s_i = \frac{(\sigma_0 \text{ oder } \sigma_1)}{E} \cdot \int J \cdot dz = \frac{(\sigma_0 \text{ oder } \sigma_1) \cdot b}{E} \cdot \int^{z/b} J \cdot dz, \quad (8.1)$$

oder mit geschlossenen Formeln nach Gleichung (8.2a)

$$s_i = \frac{(\sigma_0 \text{ oder } \sigma_1) \cdot b}{E} \cdot f. \quad (8.2 a)$$

Hierbei bezeichnet $\sigma_1 = \sigma_0 - \gamma \cdot t$ die Sohlnormalspannung unter dem Bauwerk bzw. Fundament nach Abzug des Erdaushubs $\gamma \cdot t$, bzw. auch $\sigma_1 = \sigma_0$ nach *DIN 4019*.

Die Sofortsetzung $s_i = s_0$ kann dabei unter Verwendung des Elastizitätsmoduls $E = E_u$, gewonnen aus dem Zylinderdruckversuch, bestimmt werden. Die Berechnung der Konsolidationssetzungen $s_0 = s_l$ erfolgt unter Berücksichtigung des Steifemoduls $E = E_s$ aus dem Kompressionsversuch. Näherungsweise kann nach *DIN 4019* auch der mittlere Zusammen-

drückungsmodul $E = E_m$, ermittelt aus Verformungsbeobachtungen, angenommen werden. Die Gesamtsetzung s ergibt sich als die Summe der Einzelanteile aus Sofortsetzung s_0 und Konsolidationssetzung s_1 eventuell unter Berücksichtigung von Kriechsetzungen s_2 .

Der Beiwert f , der in Tabellenwerken und Tafeln vorliegt, ergibt sich durch Integration des Spannungsbeiwertes J . Er ist gewöhnlich für eine Querdehnzahl ν in Abhängigkeit der Schichtdicke z/b mit dem Seitenverhältnis a/b als Parameter angegeben. Für geschichtete Baugrundverhältnisse sind die Setzung aus der Summe der Einzelschichten zu ermitteln.

$$s_{n,i} = (\sigma_0 \text{ oder } \sigma_1) \cdot b \cdot \sum_n \frac{f_n - f_{n-1}}{E_{n,j}} \quad (8.2 \text{ b})$$

Weitere Hinweise z. B. zu Sofort-, Primär- und Sekundärsetzungen siehe z. B. *Soumaya (2005)*.

Im Vergleich zu gemessenen werden die errechneten Setzungen oftmals mit den genannten Verfahren als zu groß prognostiziert. *DIN 4019* enthält Anhaltswerte für Korrekturfaktoren χ (Tabelle 8.1).

$$s = \chi \cdot s_{cal} \quad (8.3)$$

Tabelle 8.1: Anhaltswerte für Korrekturfaktor χ zur Anpassung der berechneten Setzungen an Erfahrungswerte

Quelle	Bodenart	Korrekturbeiwert χ
<i>DIN 4019</i>	Sand und Schluff	2/3
	einfach und leicht überverdichteter Ton	1,0
	stark überverdichteter Ton	0,5 bis 1,0
<i>Soumaya (2005)</i>	See- und Beckentone	0,70

Die Ergebnisse der Setzungsberechnung werden weiterhin beeinflusst von der Annahme der rechnerischen Einflusstiefe im Baugrund (Grenztiefe), siehe hierzu z. B. *DIN 4019*, *Soumaya (2005)*, *Altes (1976)*, *Böttger (1979)*.

Üblicherweise gehen die Tabellen, Diagramme bzw. mathematischen Beziehungen für die Spannungsberechnung für ein auf dem Baugrund aufliegendes Fundament aus, sodass die mittragende Wirkung der im elastisch isotropen Halbraum vorhanden Zugspannungen an den Rändern vernachlässigt werden. Theoretisch können von den aufgebrachtten Spannungen im Randbereich eines Fundamentes etwa bis zur Hälfte als Druckspannungen unterhalb und etwa

bis zur Hälfte als Zugspannungen über den Abbau vorhandener Druckspannungen oberhalb des Fundamentes in Abhängigkeit der Einbindetiefe und der Fundamentabmessungen abgetragen werden, was aber i. d. R. bei praktischen Berechnungen nicht berücksichtigt wird.

Berücksichtigt werden sollte die mit wachsendem Überlagerungsdruck zunehmende Steifigkeit des Baugrundes mit der Tiefe, siehe Gleichung (8.4)

$$E_s(z) = E_{s,0} \cdot (1 + K \cdot z) \quad (8.4)$$

Der Beiwert K kann dabei nach

$$\text{Fischer (1965): } K = \frac{C}{E_{s,0}}, \text{ mit } C = 0,2 \text{ MN/m}^3 \text{ oder}$$

$$\text{Butler (1975): } K = \frac{k}{b} \text{ berechnet werden.}$$

C und k sind dabei Faktoren, die die Zunahme mit der Tiefe für eine schlaffe Lastfläche berücksichtigen. Der Faktor k wurde von *Butler (1975)* grafisch aufbereitet, *Sievering (1979)* hat den Faktor k für eine starre Lastfläche in Tafelwerken tabelliert. Die entsprechenden Schaubilder und Tabellen sind beispielsweise in *Schultze/Horn (1990)* enthalten. Bodenmechanisch sind dazu aber weniger pauschalisierte und auf die wirkenden Verhältnisse ausgerichtete Vorgehensweisen möglich, z. B. *Soumaya (2005)* mit weitergehenden Literaturangaben.

8.3 Berechnung von Gründungen unter Einbeziehung der Baugrundsteifigkeit

8.3.1 Übersicht

Bei Gründungsplatten und Gründungsbalken ist die Momentenverteilung in der Platte bzw. im Balken in hohem Maße von der Sohldruckverteilung abhängig, die wiederum vom Verhältnis der Steifigkeit des Bauwerkes zu der des Baugrundes beeinflusst wird. Prinzip der Bestimmung der Sohlnormalspannungen ist die Bedingung, dass die Setzungsmulde des Baugrundes infolge des Sohldruckes und die Biegelinie des Bauwerkes infolge äußerer Last in einer hinreichenden Anzahl von Punkten in Übereinstimmung zu bringen ist. Damit liegt bei diesen Verfahren gegenüber Abschnitt 8.2 eine Interaktion zwischen Gründungskörpern und Baugrund in unterschiedlicher Ausprägung und rechnerischer Qualität vor. Bei den analytischen Verfahren wird bekanntlich unterschieden zwischen dem

- Bettungsmodulverfahren mit einer Modellierung des Baugrundes durch senkrechte, voneinander unabhängige, linear elastische Federn, den
 - Steifemodulverfahren mit Berücksichtigung von rechnerischen Setzungen,
 - Kombinationen dieser Verfahren
- sowie numerischen Verfahren.

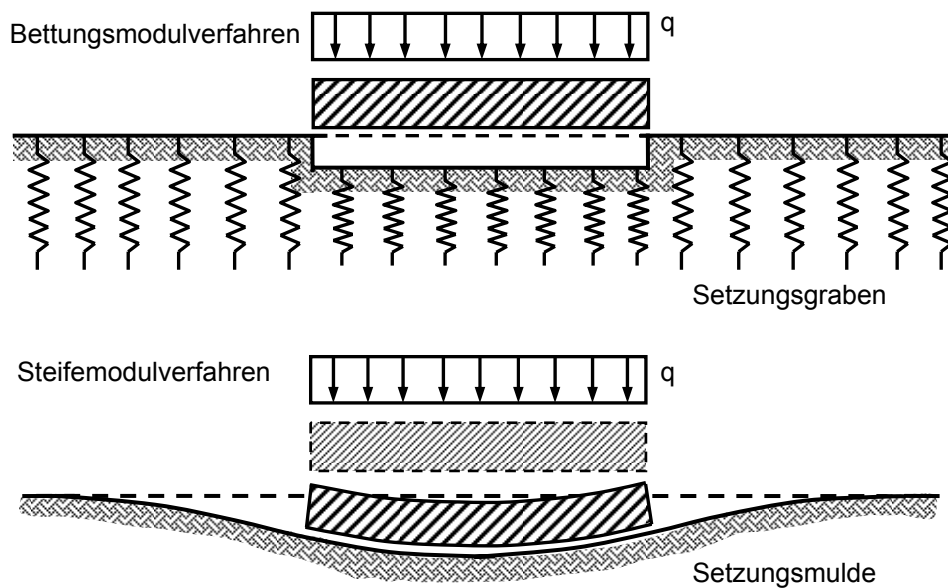


Bild 8.4: Unterschiedliches Verformungsverhalten bei Anwendung des Bettungsmodul- und des Steifemodulverfahrens

Allgemein ist die Sohlnormalspannungsverteilung unter einer belasteten Gründung derart zu ermitteln, dass sowohl die Gleichgewichtsbedingungen für die eingepprägten Lasten erfüllt sind, als auch die Verträglichkeitsbedingungen in der Sohlfuge nicht verletzt werden, d. h.

$$s_i = w_i \quad (8.5)$$

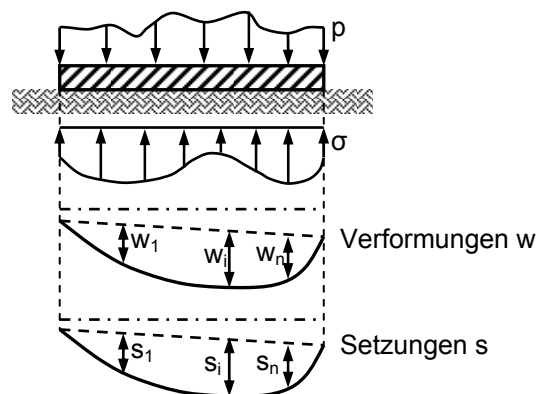


Bild 8.5: Verträglichkeitsbedingung zur Bestimmung der Sohlnormalspannungen und der Setzungen

Wird die Betrachtung in diesem Abschnitt auf flach gegründete Strukturen beschränkt, kann das Problem durch die folgende bekannte Plattendifferentialgleichung beschrieben werden:

$$\Delta\Delta w = w_{,xxxx} + 2 \cdot w_{,xxyy} + w_{,yyyy} = \frac{p}{B} \quad (8.6)$$

Hierbei bedeuten:

$$B = \frac{E_T I_T}{(1 - \nu^2)} \quad \text{Biegesteifigkeit des Tragwerks, bzw. des Gründungselements}$$

$$p = p_z(x, y) - \sigma_i(x, y) \quad \text{Differenz zwischen der Belastung } p_z(x, y) \text{ und der Sohlnormalspannungen } \sigma_i(x, y).$$

Werden einerseits in die Gleichung die bekannte Definition nach *Winkler (1867)* oder *Zimmermann (1930)* für den Bettungsmodul $k_s = \sigma/s$ bzw. $k_s = \sigma/w$ eingesetzt,

$$\Delta\Delta w = \frac{1}{B} \cdot (p_z(x, y) - k_s(x, y) \cdot w), \quad (8.7a)$$

andererseits die Bedingungen für eine Setzungsberechnung, beispielsweise aus Gleichung (8.1) berücksichtigt

$$\Delta\Delta w = \frac{1}{B} \cdot \left(p_z(x, y) - \frac{E_s}{b} \cdot \frac{w}{f} \right), \quad (8.7b)$$

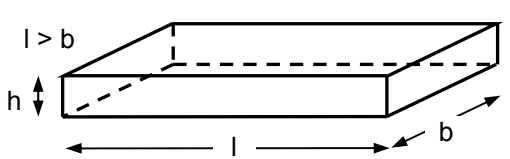
ergeben sich die Bestimmungsgleichungen für das Bettungsmodul- bzw. das Steifemodulverfahren, wenn zusätzlich für die Setzung s die allgemein übliche Abkürzung der Vertikalverformung w für ein Plattentragwerk eingeführt wird. Eine geschlossene Lösung beider Differentialgleichungen ist nur für Spezialfälle möglich.

8.3.2 Bettungsmodulansätze

Durch die Definition des Bettungsmoduls $k_s = \sigma/s$ steht die Belastung an einer beliebigen Stelle des Baugrundes in direktem Verhältnis zur Eindrückung des Baugrundes an dieser Stelle. Allerdings wird diese Annahme dem wirklichen Verhalten nicht gerecht, da die Einsenkung an dem jeweiligen betrachteten Punkt nicht nur von der dort wirkenden Sohlnormalspannung abhängig ist, sondern eben auch von den benachbarten Punkten und damit von der gegenseitigen Beeinflussung. Der in der Regel aus einer Setzungsberechnung ermittelte Bettungsmodul stellt keine Baugrundkenngröße dar, da er neben den Baugrundeigenschaften u. a. von der Größe und der Geometrie der Lastfläche, der Lastgröße und dem Lastort abhängig ist, also von Werten, die mit den Baugrundeigenschaften in keinem Zusammenhang stehen. Durch das Modell unabhängig zusammendrückbarer Federn werden bei konstantem Bettungsmodulansatz in der Regel Ergebnisse erzielt, die zu einer Überdimensionierung und zu unwirtschaftlichen Lösung der Gründungsbauteile führen kann.

In Tabelle 8.2 sind einige Bestimmungsgleichungen des Bettungsmoduls für rechteckförmige Grundrissabmessungen zusammengestellt. Für kreisförmige Grundrisse sind Bestimmungsgleichungen in *Hahn (1981)* enthalten.

Tabelle 8.2: Auswahl von Bestimmungsgleichungen für die Ermittlung der Bettungsmoduln

Quelle		Gleichung	Definitionen und Beiwerte									
DIN 4018/ DIN 4019		$k_s \approx \frac{E_s}{f \cdot b}$	f... Setzungsbeiwert									
Kögler/ Scheidig (1938)	Fundament	quadra- tisch	$k_s = E_s \cdot \frac{l+2 \cdot h}{l \cdot h}$									
		streifen- förmig	$k_s = 2 \cdot E_s \cdot \frac{1}{b \cdot \ln \frac{b+2 \cdot h}{b}}$									
		unendl. langer Streifen	$k_s = \frac{E_s}{h}$									
Dimitrov (1955)		$k_s = \rho \cdot \frac{E_s}{(1+\nu^2) \cdot b}$ Sand und Kies: $\nu = 0,125 \div 0,50$ Ton: $\nu = 0,20 \div 0,40$	l/b [-]	1,0	1,5	2,0	3,0	5,0	10	20	30	50
			ρ [-]	1,05	0,87	0,78	0,66	0,54	0,45	0,39	0,33	0,3
De Beer in Hahn (1981)		$k_s = 1,33 \cdot \frac{E_s}{\sqrt[3]{b^2 \cdot l}}$										
Terzaghi (1955)	Sand	$k_s = k_0 \cdot \left(\frac{b+30}{2 \cdot b}\right)^2$	k ₀ Sand		Wichte γ [kN/m ³]	13	16	19				
					trocken u. feucht [MN/m ³]	13	40	160				
	unter Auftrieb [MN/m ³]	8	25	100								
Ton	$k_s = k_0 \cdot \frac{30}{b} \cdot \frac{l/b+0,5}{1,5 \cdot l/b}$ $l = \infty : k_s = k_0 \cdot 20/b$ $l = b : k_s = k_0 \cdot 30/b$ mit b in [cm]	einachsiale Druckfestigkeit		[kN/m ²]	steif 100- 200	sehr steif 200- 450	hart >450					
		k ₀	[MN/m ³]	100	50	25						
Rausch (1969)		$k_s = \frac{E}{f \cdot \sqrt{F}} ; F = b \cdot l [m^2]$ $E = \frac{1-\nu-2 \cdot \nu^2}{1-\nu} \cdot E_s$	b/l		[-]	1	1/2	1/4				
			f		[-]	0,45	0,42	0,35				
Jaky (1944)		$k_s = \frac{2}{3} \cdot \frac{E_s}{b}$										
Gibson (1967)		$k_s = \frac{2}{3} \cdot \frac{E}{z}$	$E = \frac{1-\nu-2 \cdot \nu^2}{1-\nu} \cdot E_s$									

Darüber hinaus sind in der Literatur auch Verfahren vorhanden, die durch eine Kopplung der unabhängigen Federn eine gegenseitige Beeinflussung erzielen, z. B. *Baldauf (1985)*. Durch eine Variation des Bettungsmoduls in der Gründungsfuge, z. B. *Knittel (1969)*, kann ein fast deckungsgleicher Verlauf der Setzungsmulde einer schlaffen Auflast mit den Ergebnissen nach dem Steifemodulverfahren erreicht werden.

Oftmals ist es bereits ausreichend einen im Randbereich einer Bodenplatte erhöhten Bettungsmodulwert in Ansatz zu bringen, um die Mitwirkung des Baugrundes außerhalb der Gründung zutreffender abbilden zu können. Einige aus der Literatur bekannten Vorschläge sind in Bild 8.6 zusammengestellt.

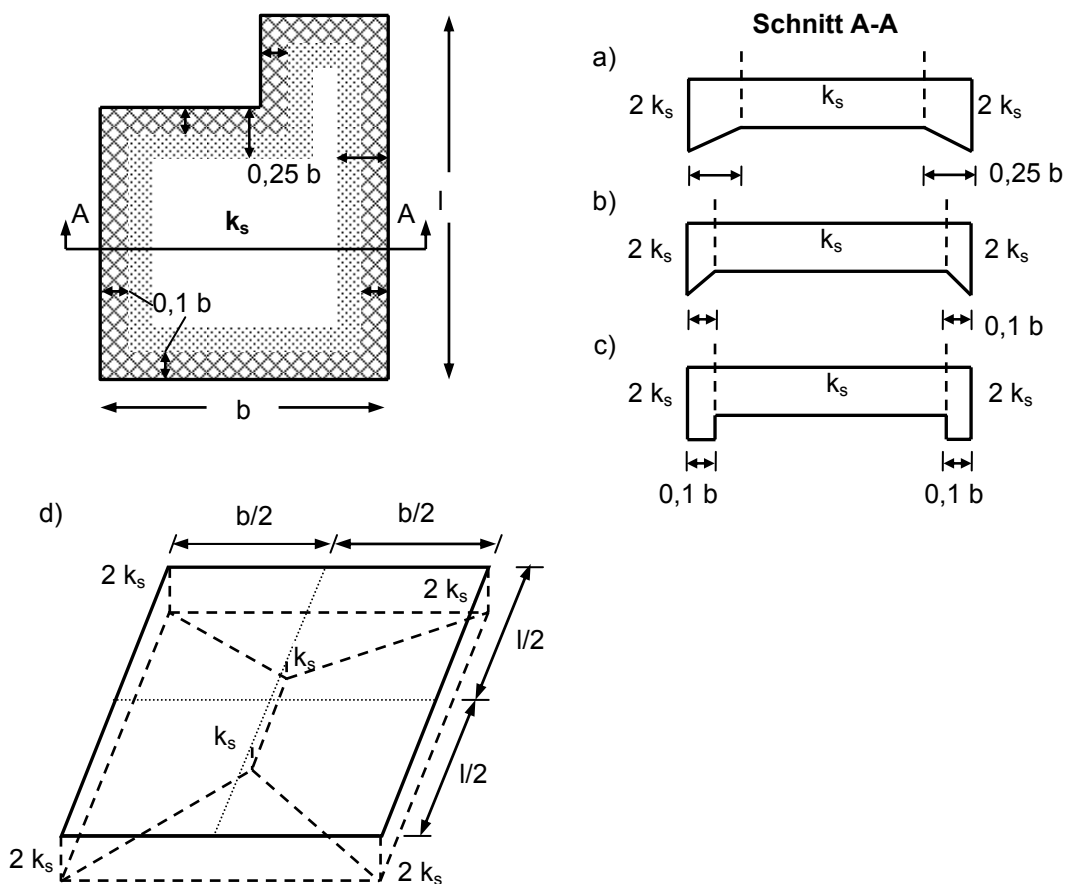


Bild 8.6: Beispiele zur Verteilung des Bettungsmoduls
 a) nach *Dörken/ Dehne (1992)* b) nach *Hahn (1981)*
 c) aus der Umrechnung der Spannungsverteilung nach *Boussinesq* eines unendlich steifen Fundaments nach *Graßhoff/Kany, (1990)*
 d) lineare Verteilung, *Smolczyk et al. (2001)*

Für normal konsolidierte, bindige Böden hat *Soumaya (2005)* durch Nachrechnung bestehender Fundamentplatten eine sehr gute Übereinstimmung mit Setzungsmessungen gefunden. Dabei wurde von folgender Verteilung bzw. Umverteilung des Bettungsmoduls ausgegangen:

$$k_s \cdot A = k_{s,e} \cdot A_e + k_{s,r} \cdot A_r + k_{s,m} \cdot (A - A_e - A_r), \text{ mit} \tag{8.8a}$$

$$k_{s,e} = 3,5 \cdot k_{s,m} = 1,75 \cdot k_{s,r} \tag{8.8b}$$

$$k_{s,r} = 1,75 \cdot k_{s,m} \tag{8.8c}$$

Für die Breite des Rand- und Eckbereichs wurde dabei ebenfalls $0,1 \cdot b$ angenommen. Bild 8.7 stellt den Zusammenhang für die oft gebrauchte rechteckige Grundrissform dar und verdeutlicht grafisch die Auswirkungen, wenn für den Eckbereich näherungsweise die Verteilung des Randbereichs, also $k_{s,e} = 1,75 k_{s,m}$, angenommen wird. Der in Bild 8.7 angegebene Beiwert C ergibt sich dabei aus der Berücksichtigung der Teilflächen für rechteckige Grundrissflächen gemäß den Zusammenhängen

$$A = l \cdot b; \quad A_e = 4 \cdot (0,1 \cdot b)^2; \quad A_r = 2 \cdot 0,1 \cdot b \cdot [(l - 2 \cdot 0,1 \cdot b) + (b - 2 \cdot 0,1 \cdot b)] \tag{8.8d}$$

Nach Einsetzen der Gleichungen (8.8a) bis (8.8c) ergibt sich allgemein

$$k_{s,m} = \frac{100 \cdot k_s \cdot n}{C + 115 \cdot n} \text{ mit dem Seitenverhältnis } n = l/b, \text{ wobei } l > b. \tag{8.8e}$$

Unter Berücksichtigung der Eckfläche ermittelt sich der Beiwert C zu $C = 19$; wird die Eckfläche entsprechend der Bettungsverteilung des Randes gemäß Gleichung (8.8c) aufgefasst, ergibt sich der Wert zu $C = 12$.

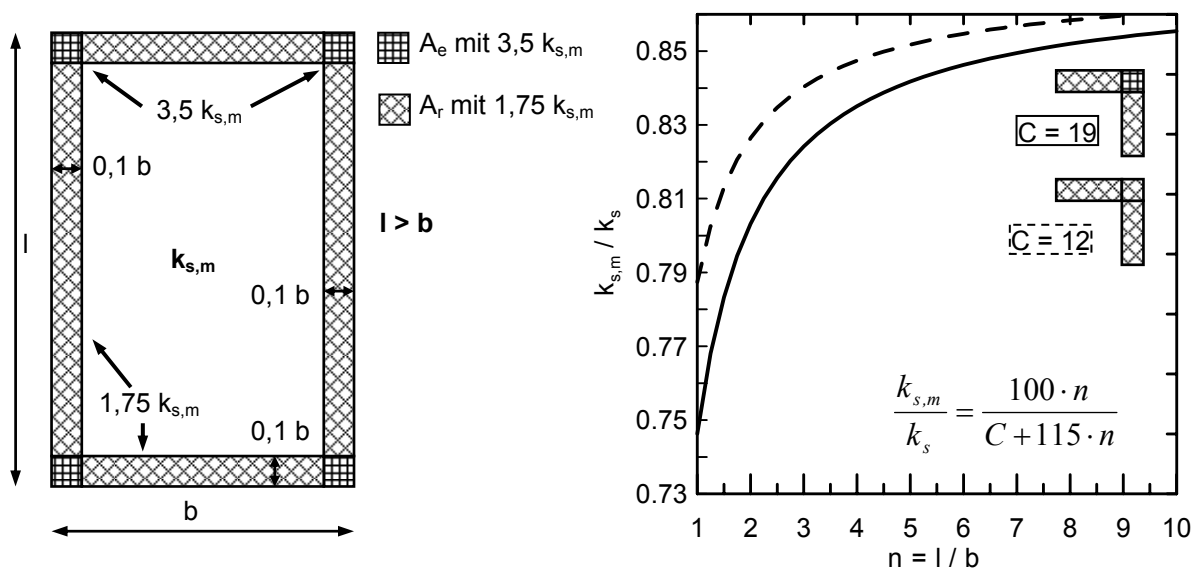


Bild 8.7: Bettungsmodulverteilung unter einer Bodenplatte für einen normal konsolidierten, bindigen Baugrund, nach *Soumaya (2005)*

Zusammenfassend ist damit bei der Anwendung des Bettungsmodulverfahrens in Verbindung mit den anstehenden Baugrundverhältnissen eine wirklichkeitsnahe Verteilung des Bettungsmoduls zu finden. Die Größe des Bettungsmoduls hat dagegen bezüglich des Einflusses z. B. auf die Schnittgrößen geringere Auswirkungen.

8.3.3 Steifemodulverfahren

Die unterschiedlichen Varianten des Steifemodulverfahrens berechnen Bauwerk und Baugrund nach der Elastizitätstheorie, der Baugrund wird dabei als Kontinuum angesehen und durch den elastisch isotropen Halbraum ersetzt. Fundament und Boden sind durch die Bedingung verknüpft, dass in der Kontaktfläche die Verschiebungen des Fundamentes und die Verformungen des Baugrundes gleich sein müssen. In der Regel wird bei den einzelnen Verfahren von einem schlaffen Bauwerk bzw. einer schlaffen Gründung ausgegangen, tangentielle Reibungskräfte in der Sohlfuge werden vernachlässigt und Zugspannungen zwischen dem Boden und dem Fundament werden zugelassen. Da diese Aufgabe nur in eingeschränkten Sonderfällen geschlossen gelöst werden kann, muss für die Ermittlung der gesuchten Verteilung der Sohlnormalspannungen Näherungslösungen herangezogen werden, wobei prinzipiell zwei Möglichkeiten bestehen:

- Unterteilung des Gründungskörpers in Einzelelemente mit endlichen Abmessungen;
- Gründungselement wird als Balken auf zwei Stützen mit angenommenem Verlauf (z. B. polygonal, abschnittsweise abgetrept) der Sohlnormalspannungen idealisiert.

Die Wechselwirkung zwischen Bauwerk und Baugrund kann besser abgebildet werden, wenn der Gründungskörper in Einzelelemente mit endlichen Abmessungen unterteilt wird, die Sohldruckverteilung wiederum als Einwirkung aufgefasst wird und aus den Setzungsberechnungen in einem diskreten Punkt (z. B. nach Steinbrenner) der Einzelelemente Einflussflächen ermittelt werden, die anschließend miteinander überlagert werden. Die Kopplung der Einzelelemente kann dabei nach der bekannten Dreimomentengleichung nach *Clapeyron* erfolgen. Durch die Unterteilung des Gründungskörpers in Elemente konzentriert sich die Übereinstimmung von Setzungen und Fundamentverformungen auf diskrete Punkte; bei einer genügend kleinen Unterteilung kann praktisch eine geschlossene Lösung erreicht werden, z. B. Verfahren von *Ohde (1942)* enthalten in *Ohde (1992)*, *Kany (1959)*, *Sommer (1965)*, *Sherif / König (1975)*.

Durch die zweite Möglichkeit eines angenommenen Sohlnormalspannungsverlaufs können allerdings nur ausgewählte Lastsituationen behandelt werden. Aufgrund der Annahme, dass

sich Baugrund und Bauwerk elastisch verhalten und die Berechnungen am unverformten System durchgeführt werden, gilt das Superpositionsprinzip, z. B. Verfahren von *DeBeer-Lousberg (1964)*, *Graßhoff (1966)*, *El-Kadi (1967)*. Für die unterschiedlichen Berechnungsvarianten sind Tabellenwerke für eine vereinfachte Anwendung vorhanden, z. B. *Graßhoff (1966, 1978)*, *Kany (1974)*, *Lerche (1976)* bzw. werden i. d. R. EDV-Programme verwendet. Das Grundprinzip ist in Bild 8.8 zusammenfassend dargestellt.

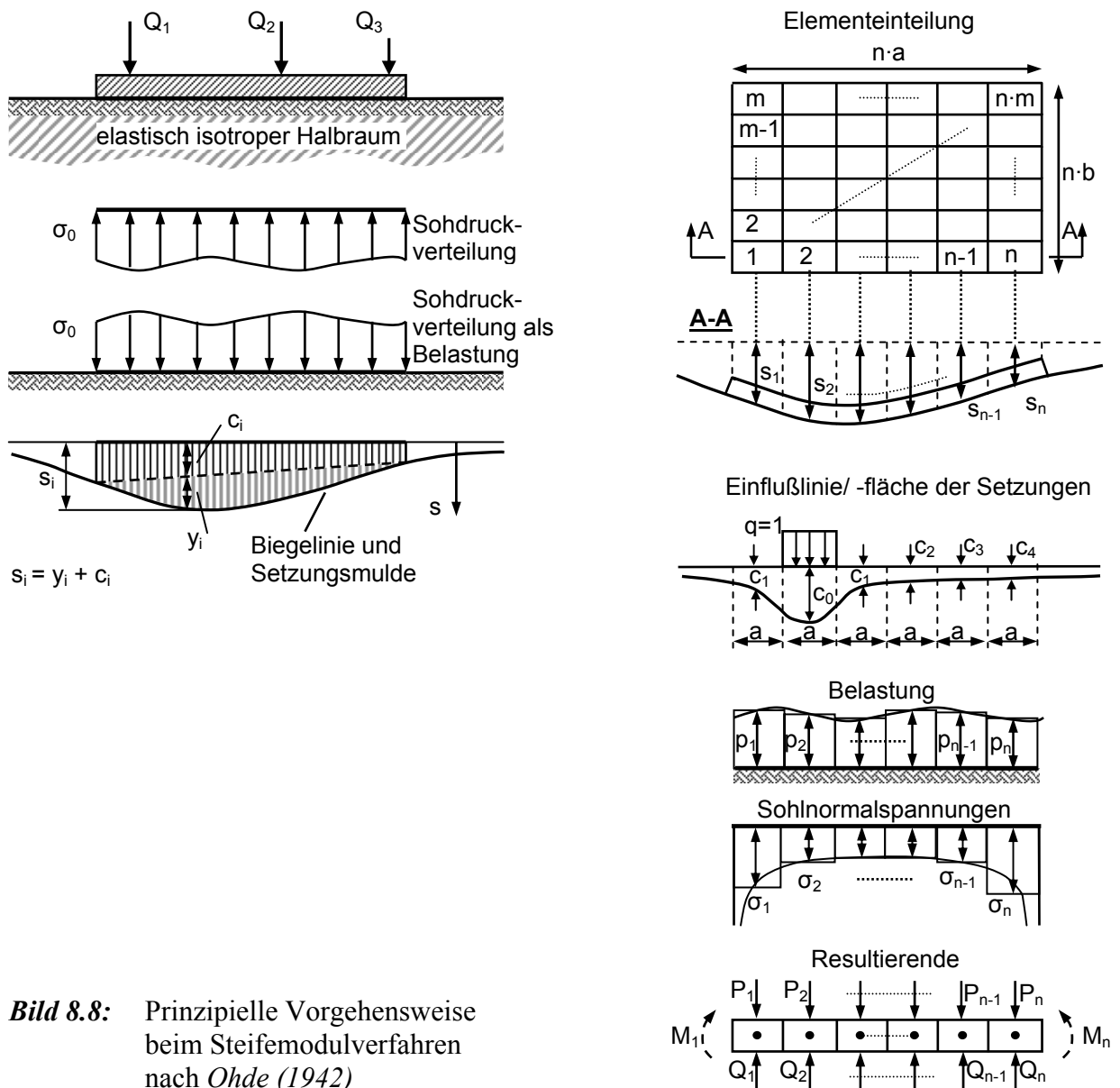


Bild 8.8: Prinzipielle Vorgehensweise beim Steifemodulverfahren nach *Ohde (1942)*

8.3.4 Numerische Verfahren

Zunehmend wird die Baugrund-Bauwerk-Interaktion z. B. nach der FE-Methode abgebildet. Dafür ist die Kenntnis geeigneter Stoffgesetze für Baugrund und Tragwerk Voraussetzung für

die Anwendung. Der Modellierungsaufwand unter Einwirkung der Baugrunddiskretisierung kann aber erheblich sein. Weitere Hinweise siehe z. B. *PLAXIS-Manuall*, Zienkiewicz/Taylor (2000).

8.3.5 Hinweise zu Anwendungskriterien und Anwendungsgrenzen für unterschiedliche Baugrundmodelle

Von der Verwendung der in der Praxis aufgrund der unkomplizierten Handhabung oft gebräuchlichen konstanten Verteilung des Bettungsmoduls ist abzuraten, da die Boden-Bauwerk-Wechselwirkung höchstens für weiche Gründungskörper auf einem steifen Baugrund unter Einzellasten, die sich gegenseitig nicht beeinflussen, realitätsnah abgebildet werden kann. Der Bettungsmodul kann dabei nach Tabelle 8.2 bestimmt werden, bzw. auf der Grundlage einer Setzungsberechnung abgeschätzt werden. Von der Anwendung der in der Literatur, z. B. *Dörken/Dehne (1992)* tabellarisch für unterschiedliche Baugrundverhältnisse angegebenen Werte sollte abgesehen werden, nicht zuletzt auch deshalb, da bei einer Bestimmung des Bettungsmoduls alle Werte einer auf ein konkretes Projekt bezogenen Setzungsberechnung eingehen und somit eine allgemeine Übertragbarkeit nur sehr bedingt möglich ist.

In Abhängigkeit der gewählten Verteilung des Bettungsmoduls unter einer Fundamentplatte (vgl. Bild 8.6) können gute Übereinstimmungen mit dem Steifemodulverfahren und damit eine realitätsnahe Abbildung der Interaktionswirkung erreicht werden, z. B. *Barth (2004)*, *Soumaya (2005)*. Ein grafischer Vergleich der Sohlrücke und der Biegemomente in der Gründungsplatte bei Verwendung der unterschiedlichen Berechnungsverfahren ist in *Graßhoff/Kany (1990)* enthalten. Auf der Grundlage eines Berechnungsvergleichs unterschiedlicher Bodenmodelle an einer Gründungsplatte eines Einfamilienwohnhauses gibt *Barth (2004)* qualitative Anwendungskriterien und –grenzen für die in Tabelle 8.3 aufgeführten Bodenmodelle zur Abbildung der Boden-Bauwerk-Interaktionen an. Allerdings beschränken sich die Aussagen auf die Wechselwirkung von Gründungsplatten und Baugrund, die steifigkeitsmäßige Erfassung der aufgehenden Konstruktion bleibt dabei unberücksichtigt. Weitere Vorschläge für das zu verwendende Berechnungsverfahren zur Abbildung der Boden-Bauwerk-Interaktion in Abhängigkeit der Baugrundeigenschaften, der Gründungsart, der Belastungsart und -größe, der Bauwerksstruktur -auch unter Berücksichtigung der Bauwerkssteifigkeit- ist im *DIN-Fachbericht 130* enthalten. Die Verwendung von 3-dimensionalen Verfahren, also Verfahren, die neben dem Bauwerk auch den Baugrund 3-dimensional abbilden können, setzt eine zutreffende Kenntnis der verwendeten Stoffgesetze für die Ab-

bildung der Baugrundeigenschaften und der Bauwerkseigenschaften voraus. Die Ergebnisse sollten durch Plausibilitätskontrollen mit einfachen Verfahren überprüft werden.

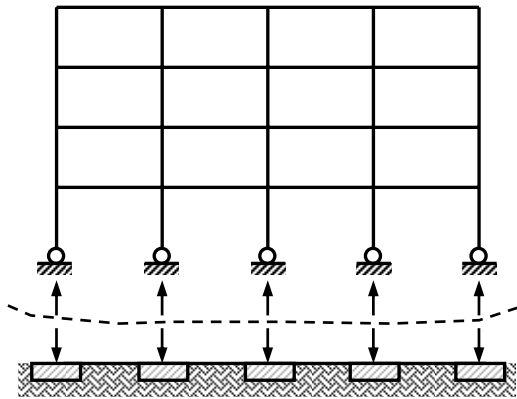
Tabelle 8.3: Anwendungskriterien und Anwendungsgrenzen für unterschiedliche Baugrundmodelle, nach *Barth (2004)*

Anwendungsmöglichkeiten	Anwendungsgrenzen
Bettungsmodulverfahren mit konstantem Bettungsmodul	
schlanke Gründungsplatten (geringe Plattendicke, große Plattenlänge), steifer Boden und geringe Grenztiefe, vorwiegend Einzellasten	gedrungene Gründungsplatten (relativ große Plattendicke, geringe Plattenlänge), weicher Boden und große Grenztiefe, Linienlasten oder Flächenlasten, Baugrundsichtung innerhalb des setzungsempfindlichen Bereichs, Auftreten von Überschneidungen mit benachbarten Setzungsmulden
Bettungsmodulverfahren mit veränderlichem Bettungsmodulansatz nach Bild 8.6 und Bild 8.7	
Biegeweiche Gründungsplatten (keine großen Plattendicken), einfache Baugrundverhältnisse, relativ geringe Grenztiefe, beliebige Lastverteilung	relativ starre Gründungsplatten, Baugrundsichtung innerhalb des setzungsempfindlichen Bereichs, große Grenztiefe, Auftreten von Überschneidungen mit benachbarten Setzungsmulden
Steifemodulverfahren	
Biegeweiche und steife Gründungsplatten, geschichteter Baugrund, beliebige Laststellung	Komplizierte Baugrundverhältnisse, (Verwerfungen, etc.), auftreten von Überschneidungen mit benachbarten Setzungsmulden
3D-Halbraumverfahren	
biegeweiche und steife Gründungsplatten, beliebiger Baugrund, beliebige Laststellung	im linearen Bereich keine Einschränkung

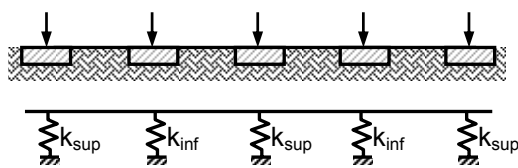
Eine vereinfachte Berücksichtigung der Interaktion zwischen Bauwerk und Baugrund kann für die praktische Berechnung dadurch erreicht werden, dass zunächst der Überbau in der Kontaktfuge mit dem Gründungskörper abgetrennt wird und die Berechnung des Überbaus mit einer starren, vertikal unverschieblichen Auflagersituation durchgeführt wird (vgl. Bild 8.9).

Die durch die Berechnung entstehenden Auflagerkräfte können in einem zweiten Schritt als Belastung auf die Gründung aufgebracht werden. Die ermittelten Setzungen können dem Tragwerk als Zwangsbeanspruchungen aufgebracht werden, bzw. alternativ auch durch in sich im Gleichgewicht stehende Zusatzkräfte (vgl. Gedankenmodell in Abschnitt 1) in eine Berechnung eingeführt werden. Dies kann am Überbau zu Umlagerungen der Schnittgrößen und zu zusätzlichen Beanspruchungen führen.

I. d. R. ist eine iterative Berechnung der Setzungen und der Beanspruchungen am gekoppelten System notwendig.

**Bild 8.9:**

Entkopplung der Teilsysteme Bauwerk und Baugrund

**Bild 8.10:**

Beispiel für die Variation der Baugrundsteifigkeit

Im Sinne des Teilsicherheitskonzeptes stellt die Betrachtung des Setzungszwangs der gekoppelten Teilsysteme (vgl. Bild 8.9) eine Einwirkungssituation dar. Für den Grenzzustand der Tragfähigkeit werden die Setzungen, bzw. die der Setzung entsprechenden Lastsituation als Bemessungswert, für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit als charakteristischer Wert in die Berechnung eingeführt. Wird dagegen das Gesamtsystem (Bauwerk und Baugrund) betrachtet, ist der Baugrund Teil des Systemwiderstandes. Da die Baugrundeigenschaften i. d. R. als Mittelwerte in die Berechnung eingeführt werden, kann es erforderlich sein, die Baugrundsteifigkeiten unter Berücksichtigung von Streuungen in die Berechnung aufzunehmen (vgl. Bild 8.10). Eine erste Orientierung für die Wahl des Berechnungsmodells (Gesamtsystem, gekoppelte Teilsysteme, etc.) ergibt sich aus der Systemsteifigkeit. Hinweise hierzu finden sich im folgenden Abschnitt 9.

9 Ersatzsteifigkeiten und die Definition der Systemsteifigkeit

9.1 Definition der Systemsteifigkeit Baugrund - Bauwerk

Durch die Definition des vereinfachten, dimensionslosen Steifigkeitsverhältnisses zwischen Bauwerk und Baugrund (Systemsteifigkeit) lässt sich abschätzen, ob sich das Bauwerk gegenüber dem Baugrund als biegestarr, biegsam oder schlaff verhält. Dabei setzt sich die Bauwerkssteifigkeit aus den Steifigkeitsanteilen der

- Gründung und des
- Bauwerkes zusammen.

Die Systemsteifigkeiten können nach *DIN 4018* sowohl für das

- Bettungsmodulverfahren, als auch für das
- Steifemodulverfahren formuliert werden.

Mithilfe des Kennwertes der Systemsteifigkeit lässt sich für Streifen- und Plattengründungen abschätzen, ob nach dem Bettungsmodulverfahren mit konstantem Bettungsmodulansatz wirklichkeitsnahe Ergebnisse hinsichtlich Sohldruck und Schnittgrößen erzielt werden können, oder ob sich bessere Ergebnisse durch Verwendung des Steifemodulverfahrens bzw. des iterativ verbesserten Bettungsmodulverfahrens ermitteln lassen.

Die entsprechenden Definitionen der Systemsteifigkeit können Tabelle 9.1 entnommen werden.

Tabelle 9.1: Definition der Systemsteifigkeit bei Anwendung des Bettungsmodul- bzw. des Steifemodulverfahrens für Balken, nach *DIN 4018*

	Bettungsmodulverfahren		Steifemodulverfahren	
Systemsteifigkeit	$K_k = \frac{E_T I_T}{k_s \cdot l^4 \cdot b} = \frac{1}{4 \cdot \lambda^4}$		$K_s = \frac{E_T I_T}{E_s \cdot l^3 \cdot b} \cdot \eta$	
Beiwerte	$\lambda = \sqrt[4]{\frac{k_s \cdot l^4 \cdot b}{4 \cdot E_T I_T}}$		$\eta = \frac{1}{1 + \tau \cdot l/b}$	
Definition der Beiwerte				
$E_T I_T$	Biegesteifigkeit des Tragwerks	b	Breite des Fundamentbalkens	
l/λ	charakteristische Länge	E_T	Elastizitätsmodul des Ersatzquerschnitts	
η	Einflussfaktor nach Beiblatt 2 der DIN 4018	$I_T = b h^3/12$	Trägheitsmoment des Balkenquerschnitts	
l	Länge des Fundamentbalkens	h	Höhe des Fundamentbalkens	
k_s	Bettungsmodul	E_s	Steifemodul	

Der Faktor τ ist in Abhängigkeit der Dicke d_s der zusammendrückbaren Schicht und der Seitenlänge l zu bestimmen und ist ebenfalls im Beiblatt der *DIN 4018* angegeben, wobei die in Tabelle 9.1 angegebenen Beziehungen nur unter der Voraussetzung gelten, dass die Dicke der zusammendrückbaren Schicht mindestens die Hälfte der kürzeren Fundamentseite beträgt.

Beispiele für die Einordnung eines Bauwerkes in Abhängigkeit der Systemsteifigkeit sind in Tabelle 9.2 zusammengestellt. Eine sehr umfassende Zusammenstellung der in der Literatur definierten Systemsteifigkeiten ist in *Schultze (1964)* gegeben.

Da das Verhältnis I/b die Größe des Trägheitsmomentes des Gründungsbauteils je laufenden Meter senkrecht zur untersuchten Achse l darstellt, wird bei rechteckigem Querschnitt mit $I_T = b \cdot h^3/12$ bei einheitlichen Baustoffeigenschaften die Systemsteifigkeit aus Tabelle 9.1 zu:

$$K_k = \frac{E_T}{12 \cdot k_s} \cdot \left(\frac{h}{l}\right)^4 \quad (\text{Bettungsmodulverfahren}) \quad (9.1a)$$

$$K_s = \frac{E_T}{12 \cdot E_s} \cdot \left(\frac{h}{l}\right)^3 \cdot \eta \quad (\text{Steifemodulverfahren}) \quad (9.1b)$$

Tabelle 9.2: Einordnung eines Bauwerkes in Abhängigkeit der Systemsteifigkeit (vgl. *DIN 4018*)

Zilch (2001)		Blama	Meyerhof	Vesec	Pasternak	Bezeichnung der	
K_s	Gültigkeit	K_s	K_s	K_s	K_s	Steifigkeit	Lastfläche
		∞	∞	∞	∞		
						starr	kurz
$0,1 < K_s < 0,5$	starr	0,1	0,1	0,65	0,65	halbstarr, mittelsteif, biegsam	mittelkurz, kurz, gedrungen
$0,005 \leq K_s \leq 0,1$	elastisch	0,01	0,01	0,01	[-]	halbschlaff, mittelweich biegsam	mittellang, kurz, gedrungen
$0,001 < K_s < 0,005$	schlaff	0,001	0,001	0,004	0,0025		
Gültigkeit für Bauwerke incl. Gründungen		0	0	0	0	schlaff, weich	lang, schlank

Dabei stellen $K_i = 0$ den Grenzfall einer schlaffen Systemsteifigkeit und $K_i = \infty$ einer starren Systemsteifigkeit dar; die Vielzahl der Gebäude in der Praxis befinden sich allerdings zwischen diesen theoretischen Grenzbereichen.

Eine etwas andere Einteilung der Systemsteifigkeit nehmen *Graßhoff/Kany (1990)* vor. Da sie für ihre Einteilung von einer 12-fachen Systemsteifigkeit der in Tabelle 9.2 dargestellten Bestimmungsgleichungen ausgegangen sind, sind die Werte für einen Vergleich mit dem Faktor 1/12 umgerechnet in Tabelle 9.3 zusammengestellt.

Tabelle 9.3: Systemsteifigkeit nach *Graßhoff/Kany (1990)*

Bettungsmodulverfahren	Steifemodulverfahren	Bezeichnung des Systems
K_k [-]	K_s [-]	
		starr
1/60	1/12	sehr steif
1/150	1/30	mittelsteif
1/300	1/60	steif
1/600	1/120	weich
1/1500	1/300	mittelweich
1/3000	1/600	sehr weich
1/6000	1/1200	schlaff

Ein Vergleich der in den Tabellen zusammengestellten Werte zeigt teilweise erhebliche Abweichungen, sodass die dargestellten Größen lediglich als Richtwerte für eine Einteilung gelten können, nicht zuletzt auch deshalb, weil die Überbausteifigkeit nur sehr schwer zu erfassen ist.

Da oftmals ein Bauwerk in beide Abmessungsrichtungen aus unterschiedlichen Konstruktionsteilen, wie Wände oder Stützen besteht, ergeben sich in der Regel auch zwei unterschiedliche Systemsteifigkeiten, was im Allgemeinen zu berücksichtigen ist. So kann die Systemsteifigkeit zur Kategorisierung eines Bauwerks kein Absolutwert darstellen. Da die Bauwerksbelastung genauso wenig wie die Setzungen plötzlich auftreten und auch die Baustoffeigenschaften gewissen zeitlichen Veränderungen unterworfen sind, kann auch die System-

steifigkeit nicht als konstanter Faktor angesehen werden; sie sollte vielmehr nur in einem gewissen zeitlichen Rahmen als unveränderlich angesetzt werden. Als zeitliche Einteilungskomponente kann beispielsweise der Baufortschritt dienen.

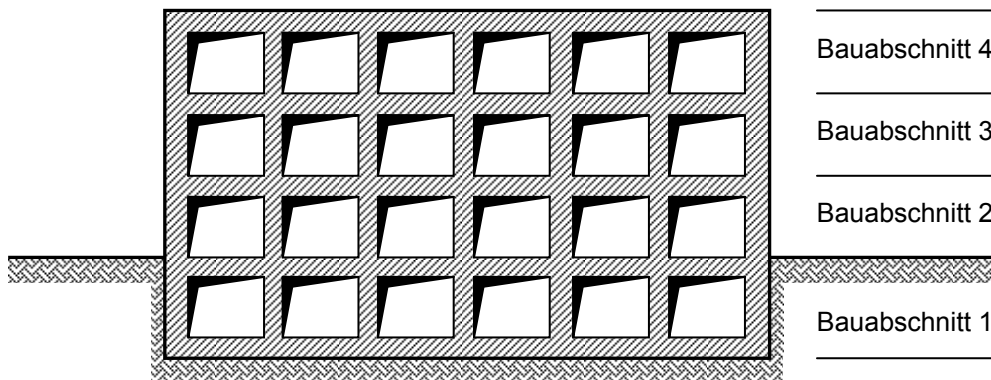


Bild 9.1: Beispiel für die Definition von Bauabschnitten an Gebäuden

Darüber hinaus stellt die Berücksichtigung von konstanten Baugrundkenngrößen ebenfalls eine starke Vereinfachung dar, sodass insgesamt die Möglichkeit besteht, dass ein Bauvorhaben in Abhängigkeit der zeitlichen Entwicklung der Materialeigenschaften, der Baugrundeigenschaften, der Lastaufbringung in Verbindung mit dem Baufortschritt, usw. in mehrere Einteilungskategorien fallen kann. Daher sind die in Tabelle 9.1 angegebenen Beziehungen für die Systemsteifigkeit in Abhängigkeit der Zeit und der betrachteten Gebäuderichtung als relativer Wert zu formulieren:

$$K_k(t) = \frac{E_T(t) \cdot I_T(t)}{k(t) \cdot l^4 \cdot b} \quad (9.2a)$$

$$K_s(t) = \frac{E_T(t) \cdot I_T(t)}{E_s(t) \cdot l^3 \cdot b} \cdot \eta \quad (9.2b)$$

9.2 Näherungsweise Bestimmung von Gebäudeersatzsteifigkeiten

In den Erläuterungen zur *DIN 4018* wird für das Trägheitsmoment des Hochbaus folgende Bestimmungsgleichung angegeben.

$$I_T = \sum^m I_{0i} + \sum^{m'} (F \cdot y^2) \quad \text{mit} \quad (9.3a)$$

I_{0i}	Trägheitsmomente der Sohlplatte bzw. der Deckenplatten
m	Anzahl der Geschosse
F	Querschnittsfläche der Deckenplatte
y	Abstand der Deckenplatten bzw. der Sohlplatte von der Schwerachse
$F \cdot y^2$	Steiner-Anteil am Trägheitsmoment
m'	Anzahl der mitwirkenden Geschosse

Für den Fall, dass die Bauelemente aus unterschiedlichen Materialien bestehen, ist die Gleichung 9.3a durch den jeweiligen Elastizitätsmodul zu erweitern

$$E_T I_T = \sum^m E_{0i} \cdot I_{0i} + \sum^{m'} (E_{m'} \cdot F_{m'} \cdot y^2) \quad (9.3b)$$

Der Steiner-Anteil kann allerdings nur in Rechnung gestellt werden, wenn die Geschossdecken und die Gründungskonstruktion schubfest durch Wandscheiben miteinander verdübelt sind, sodass der Verdübelungsgrad ein Maß für die Bestimmung der Überbausteifigkeit darstellt. Aufgrund der

- zeitlichen Abfolge der Lastaufbringung entsprechend dem Baufortschritt und dem
- lastbedingten Kriechen, sowie dem Schwinden der Baumaterialien

wird im *DIN-Fachbericht 130* vorgeschlagen, die Stockwerksteifigkeit gegenüber Verschiebungen in lotrechter Richtung bis zum 4. Obergeschoss zu erfassen, sodass sich im Allgemeinen die Anzahl der mitwirkenden Geschosse auf das steife, kastenförmige Kellergeschoss und höchstens auf zusätzlich zwei bis drei Obergeschosse für Hochbauten beschränkt. Für Skelettbauten wirkt in der Regel nur das sehr steife Kellergeschoss mit, sodass näherungsweise $m' = 0$ angenommen werden kann. Darüber hinaus kann die

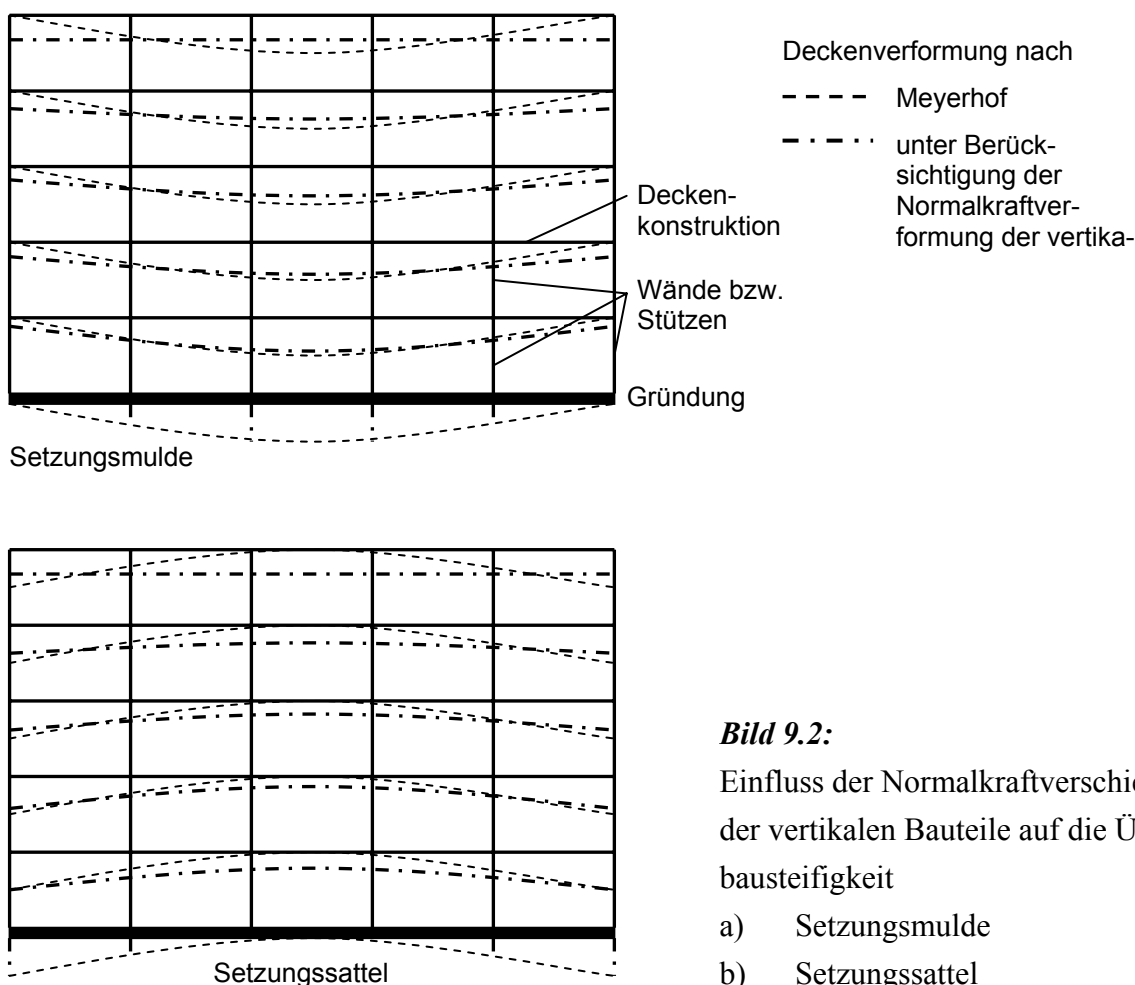
- zeitliche Entwicklung der Materialkennwerte

berücksichtigt werden. Wegen des Einflusses des Kriechens wird als sehr grobe Näherung oftmals nur die Hälfte der Ersatzsteifigkeiten nach Gleichung (9.3) angesetzt. Ein Maß für die Bestimmung der mitwirkenden Geschosse m' bei der Bestimmung der Überbausteifigkeit kann dabei die

- Normalkraftverschiebung

der vertikalen, lastabtragenden Bauteile, wie Wände und Stützen, darstellen. Aus den Zwängungskräften zwischen Überbau und Gründung werden für eine Muldenlagerung die inneren, lastabtragenden vertikalen Bauteile verlängert, wohingegen die äußeren Lastabtragenden Bauteile verkürzt werden, sodass die Setzungsunterschiede nach oben hin abklingen (*Netzel*

(1996)). Durch die Setzungen werden die Druckbeanspruchungen in den innen liegenden vertikalen Bauteilen reduziert und die Lasten nach außen hin umgelagert. Dadurch werden insgesamt die Innenbauteile etwas entlastet, wohingegen die außen liegenden Bauteile zusätzliche Belastungen erfahren. Ab der Deckenkonstruktion, ab der die durch Setzungsdifferenzen hervorgerufenen Belastungen mittels Vertikalverformungen ausgeglichen sind, beteiligen sich anschließend keine der darüber liegenden Geschosse mehr an der Aussteifungswirkung. In umgekehrter Weise verhält es sich bei einer Sattellagerung, hier werden die äußeren lastabtragenden Bauteile gestreckt und damit entlastet, wohin gegen die Innenbauteile durch Lastumlagerung stärker gedrückt werden. Bild 9.2 zeigt den beschriebenen Mechanismus.



Sind Wand- und Deckenkonstruktionen schubfest miteinander verbunden, überlagert sich die Normalkraftbeanspruchung mit einer Biege Wirkung aus der Verdübelung (vgl. Bild 9.5). Werden die Wandscheiben dabei in Verschiebungsebene angeordnet, können sie der Zwangsbeanspruchung einen erheblichen Widerstand entgegensetzen, der durch eine Rissbildung

wieder abgebaut werden kann. Theoretisch kann es in den vertikalen Traggliedern auch zu Rissen kommen, wenn nur eine sehr geringe Auflast vorhanden ist und die durch den Setzungszwang hervorgerufene Normalkraftbeanspruchung die Auflastbeanspruchung und die materialbedingte Zugfestigkeit überschreitet.

Der beschriebene Mechanismus kann allerdings nicht isoliert unter Setzungszwang gesehen werden, sondern ist immer in Zusammenhang mit Verschiebungen, die beispielsweise aus der Belastung herrühren, zu überlagern.

Insgesamt werden also sowohl bei Sattellagen wie auch bei Muldenlagen die Stauchungen der unter Druckbeanspruchung stehenden Bauteile durch die auftretende Setzungen abgebaut und dadurch entlastet. Dadurch verringert sich ihre Normalkraftbeanspruchung, die Belastungen werden auf angrenzende Bauteile umgelagert, die im Vergleich zum Ausgangszustand stärker belastet werden, was wiederum zu Setzungen und zu weiteren Lastumlagerungen führt. Dieser Vorgang der Wechselwirkung setzt sich bis zum Erreichen des Gleichgewichtszustandes zwischen einwirkenden Größen des Bauwerks und widerstehenden Größen des Baugrundes fort. Im Bauwerk selbst findet durch die Umlagerungen ein Ausgleich der Vertikalverschiebungen statt, was ein Maß für die Anzahl der mitwirkenden Geschosse an der Gebäudeersatzsteifigkeit darstellt.

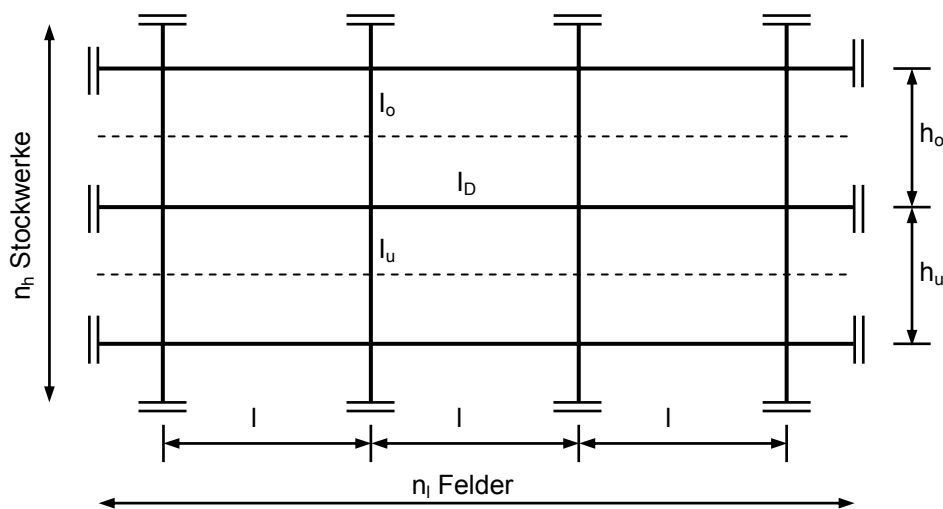


Bild 9.3: Querschnitts- und Abmessungsdefinitionen zur Bestimmung der Gebäudeersatzsteifigkeit, nach Meyerhof (1953)

Eine weitere, bekannte Gleichung zur Bestimmung der Überbausteifigkeit gibt Meyerhof (1953) an. Dabei wird angenommen, dass die einzelnen Bauteile der Rahmenkonstruktion aus

demselben Material bestehen. Die eingeführten Bezeichnungen sind in Bild 9.3 näher definiert.

$$EI_{ers} = \sum_1^{n_h} E \cdot I_D \cdot \left[1 + \frac{\frac{I_o + I_u}{h_o + h_u}}{\frac{I_D}{l} + \frac{I_o}{h_o} + \frac{I_u}{h_u}} \cdot n_l^2 \right] = \sum_1^{n_h} E \cdot I_D \cdot \underbrace{\left[1 + \frac{l}{\frac{I_D}{l} + 1 + \frac{I_o + I_u}{h_o + h_u}} \cdot n_l^2 \right]}_{\text{Verdübelungswirkung}} \quad (9.4a)$$

Verdübelungswirkung: $\frac{I_o}{h_o} + \frac{I_u}{h_u} \ll \frac{I_D}{l}$: keine Verdübelungswirkung
 $\frac{I_o}{h_o} + \frac{I_u}{h_u} \gg \frac{I_D}{l}$: maximale Verdübelungswirkung

Bestehen die Riegel sowie die Stiele aus unterschiedlichen Materialien, kann die Bestimmungsgleichung (9.4a) erweitert werden

$$E_{ers} \cdot I_{ers} = \sum_1^{n_h} E_D \cdot I_D \cdot \left[1 + \frac{n_o \cdot \frac{I_o}{h_o} + n_u \cdot \frac{I_u}{h_u}}{\frac{I_D}{l} + n_o \cdot \frac{I_o}{h_o} + n_u \cdot \frac{I_u}{h_u}} \cdot n_l^2 \right] \text{ mit} \quad (9.4b)$$

den Verhältnissen der E-Moduln des

oberen Stieles zum Riegel: $n_o = \frac{E_o}{E_D}$, bzw. des

unteren Stieles zum Riegel: $n_u = \frac{E_u}{E_D}$.

Weiter bezeichnet in Gleichung (9.4):

I_D Trägheitsmoment des Riegels

l Abstand der Stiele

I_o Trägheitsmoment des oberen Stieles

h_o Höhe des oberen Stieles

I_u Trägheitsmoment des unteren Stieles

h_u Höhe des unteren Stieles

n_l Anzahl der Riegefelder der Länge l

Nach *Meyerhof (1953)* nimmt die Steifigkeit des Gebäudes mit zunehmender Geschosszahl zu. Der Unterschied zwischen den theoretischen Ergebnissen und den Messergebnissen liegt darin, dass *Meyerhof* die Verkürzung der Stützen infolge der Normalkräfte, nicht berücksichtigt. Danach ist die Verschiebung an einem bestimmten Punkt des Gebäudes in allen Geschossen gleich groß. Die entsprechenden Verschiebungslinien sind ebenfalls in Bild 9.2 dar-

gestellt. Einerseits werden die lastabtragenden Bauteile durch die Belastungen P_i gedrückt, andererseits wirkt dieser Druckdehnung die durch eine Setzungsdifferenz hervorgerufene Zugkraft entgegen.

Allerdings kann die Beziehung nach *Meyerhof* zur Bestimmung der Ersatzsteifigkeit herangezogen werden, wenn die Anzahl der mitwirkenden Geschosse aufgrund der Normalkraftverschiebung entsprechend den Angaben des *DIN Fachberichtes 130* auf das steife, kastenförmige Kellergeschoss und höchstens auf zusätzlich zwei bis drei Obergeschosse für Hochbauten beschränkt werden.

Entsprechend dem *DIN Fachbericht 130* lassen sich Ausfachungen additiv gemäß den Definitionen nach Bild 9.4 berücksichtigen.

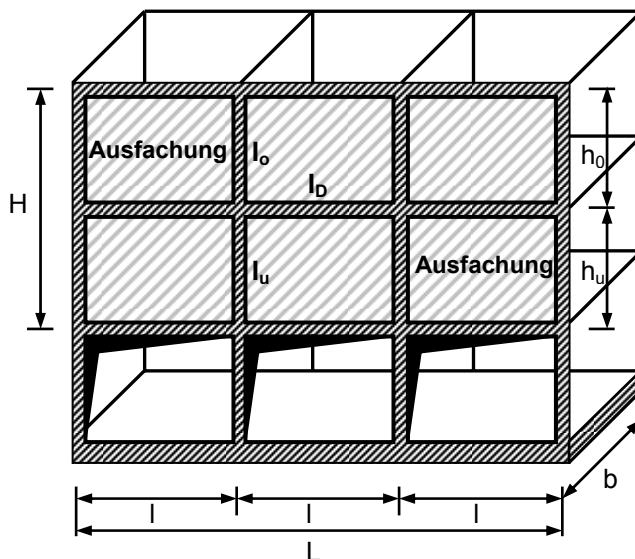


Bild 9.4:

Berücksichtigung der Ersatzsteifigkeiten für Ausfachungswände nach *DIN Fachbericht 130*

Für die Ersatzsteifigkeit der Ausfachung EI_A gilt nach *DIN Fachbericht 130*

$$EI_A = E_W \cdot I_W \cdot \frac{L^2}{2 \cdot H^2}, \quad (9.5)$$

wenn I_W das Trägheitsmoment und E_W den Elastizitätsmodul der Ausfachung beschreibt. Die gesamte Ersatzsteifigkeit ergibt sich also unter Berücksichtigung der Ersatzsteifigkeit nach *Meyerhof (1953)* zu

$$EI^{ers} = EI_{ers}^{Meyerhof} + EI_A. \quad (9.6)$$

Die Ermittlung der Ersatzsteifigkeit nach *Meyerhof (1953)* setzt bei Annahme eines vollen Verdübelungsgrades einen biegesteifen Anschluss im Wand-Deckenknoten voraus. Gerade bei Innenfeldern ist allerdings i. d. R. dieser Anschluss bei Stahlbetonbauteilen nicht biegesteif ausgeführt. Die Bewehrung in den Wänden bzw. Stützen und Decken kreuzen sich vielmehr nur, sodass nur ein bedingt bzw. gar kein biegesteifer Anschluss unterstellt werden

kann. Dies gilt in gleicher Weise für einen Kreuzungspunkt bestehend aus einer Mauerwerkswand / -stütze und einer Stahlbetondecke. Als Grenzwert kann der gelenkige Anschluss der vertikalen an die horizontalen Bauteile gesehen werden, wobei die vertikalen Bauteile zur Normalkraftübertragung und zur Gewährleistung der Verträglichkeit herangezogen werden. Bild 9.5 stellt qualitativ den Momenten- und den Normalkraftverlauf mit biegesteifem und gelenkigem Wand-Decken-Knoten dar.

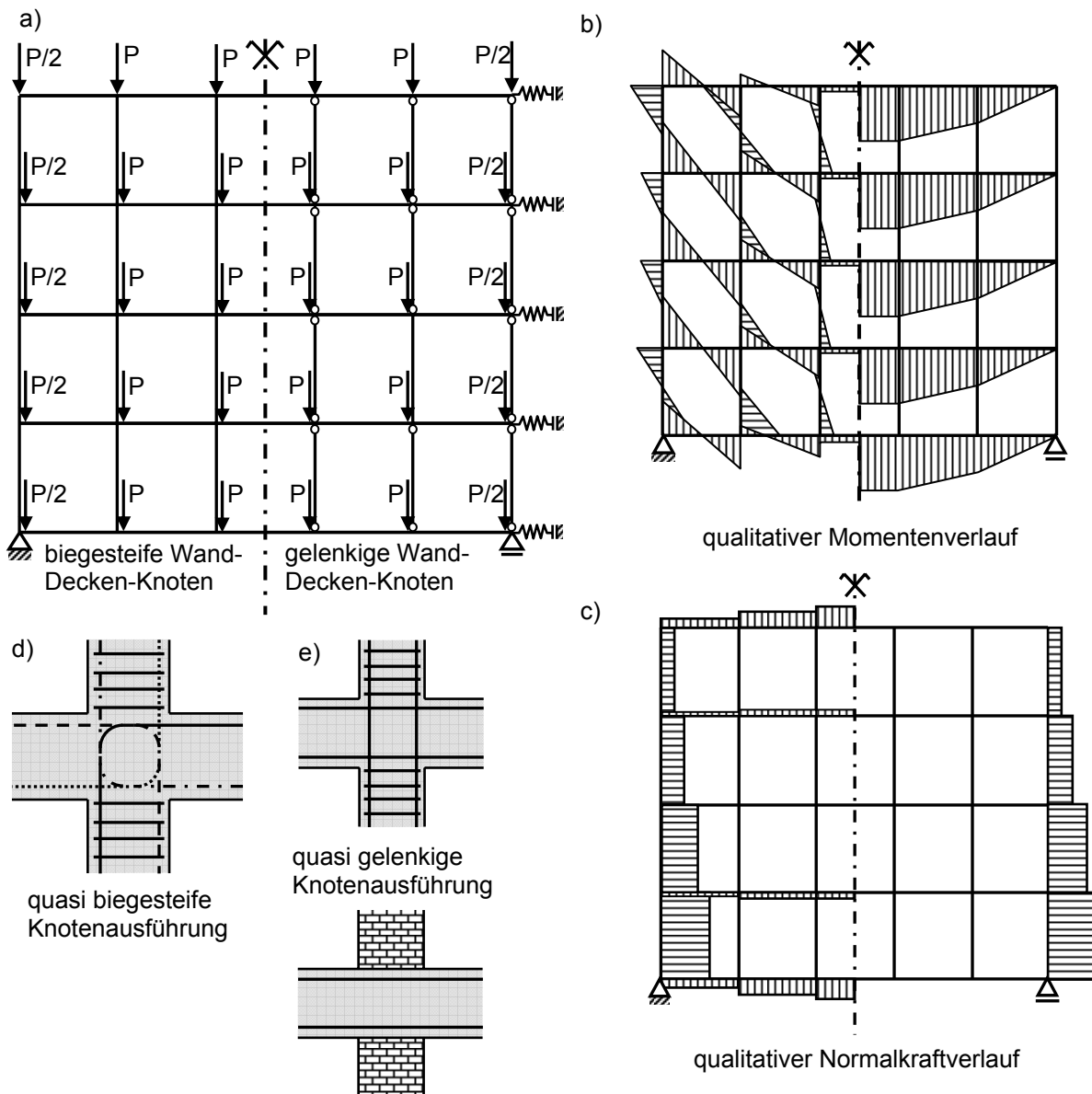


Bild 9.5: Unterschiedliche Ausführung von Wand-Decken-Knoten

a) System und Belastung

b) Qualitativer Momentenverlauf c) qualitativer Normalkraftverlauf

Knotenausführung: d) quasi biegesteif e) quasi gelenkig

9.3 Hinweise zur Berücksichtigung weiterer Einflussfaktoren auf die Bestimmung der Überbausteifigkeit

Stahlbetonbauteile können bekanntlich aufgrund ihrer Geometrie, Belastung und Betonfestigkeit vom ungerissenen Zustand I in den gerissenen Zustand II übergehen. In Abhängigkeit des Rissmomentes bzw. der Rissnormalkraft können dabei sowohl gerissene als auch ungerissene Konstruktionsbereiche auftreten. Eine möglichst genaue Erfassung der gerissenen und ungerissenen Bereiche unter Berücksichtigung von Kriechen und Schwinden ist dabei im Hinblick auf die wirklich vorhandenen Steifigkeitsverhältnisse unter Einbeziehung des zeitlichen Verhaltens anzustreben. Beispielhaft ist in Bild 9.6 der wirkliche Steifigkeitsverlauf entlang eines Endfeldes eines Durchlaufträgers und die vereinfachenden Zusammenhänge nach *Donaubauer (2002)* angegeben. M_{cr} bezeichnet dabei das Rissmoment, das näherungsweise in Abhängigkeit des reinen Betonquerschnitts ermittelt werden kann, genauer allerdings unter Berücksichtigung des Bewehrungsgehalts, der beispielsweise aus der Tragfähigkeitsbemessung bereits bestimmt und damit bekannt ist, oder aber auch abgeschätzt werden kann.

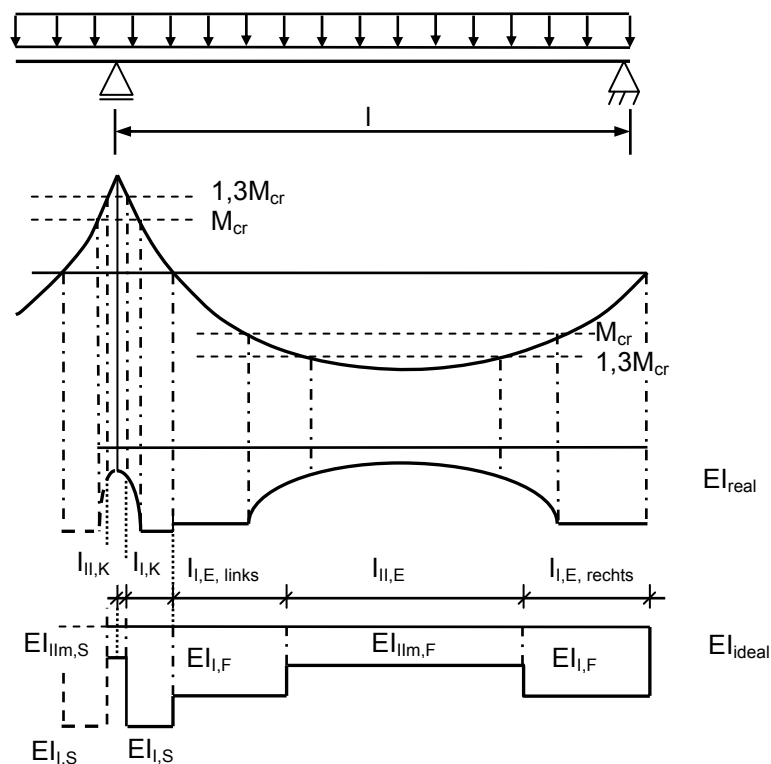


Bild 9.6: Realer und idealisierter Verlauf der Biegesteifigkeit für ein Endfeld eines Durchlaufträgers

Zu beachten ist, dass sich durch Setzungen wiederum Beanspruchungen in der aufgehenden Konstruktion ergeben, die ihrerseits zu Lastumlagerungen und zu einer anderen Steifigkeitsverteilung führen. Insgesamt stellt dieser Prozess in Verbindung mit den zeitlichen Veränderungen der Materialeigenschaften einen sehr komplexen Mechanismus dar, der nur iterativ gelöst werden kann. Ohne Beachtung der Setzungseinflüsse auf die Steifigkeitsverteilung lassen sich allein aus der Lastbeanspruchung bereits verbesserte Steifigkeitsverteilungen unter Berücksichtigung einer zeitlichen Entwicklung der Materialeigenschaften und der Einteilung in gerissene und ungerissene Tragwerksbereiche ableiten. Für erste Abschätzungen kann eine pauschale Abminderung der Ersatzsteifigkeit ausreichend sein. Hinweise hierzu enthält *Heft 240 DAfStb*. Die entsprechenden Beziehungen sind in Abschnitt 4 zusammengestellt und für einige Fälle im Anhang A ausgewertet. Weiterführende Hinweise finden sich auch in der Arbeit von *Donaubauer (2002)* und im *Heft 525 DAfStb*.

9.4 Ersatz- und Systemsteifigkeiten für praktische Berechnungen

Für die Berücksichtigung der Ersatz- und Systemsteifigkeiten der interaktiven Bedingungen von Baugrund und Bauwerk sollten für die in dieser Arbeit behandelte Fragestellung für praktische Berechnungen (siehe auch Abschnitt 10) näherungsweise wie folgt vorgegangen werden:

- Bestimmung von setzungswirksamen Lasten. Hinweise zu unterschiedlichen Konstruktionstypen (Hochbau, Brücken, etc.) enthält Abschnitt 3.
- Bestimmung der Anzahl der mitwirkenden Geschoße und der zeitlichen Materialentwicklung gemäß Abschnitt 9.2.
- Ermittlung der mittleren Biegesteifigkeiten unter Berücksichtigung der zeitlichen Materialentwicklung. Die entsprechenden Zusammenhänge sind in Abschnitt 4 zusammengestellt. Die grundlegenden Zusammenhänge zum Steifigkeitsabfall beim Übergang von ungerissenen zu gerissenen Querschnitten sind ebenfalls in Abschnitt 4 enthalten. Die grafische Auswertung des Steifigkeitsabfalls enthält Anhang A.
- Aus den bislang bestimmten Ergebnissen lässt sich die Ersatzsteifigkeit für den Überbau nach *DIN 4018* oder nach *Meyerhof* bestimmen (siehe Abschnitt 9.2).

Die Abschätzung der Schadensanfälligkeit lässt sich dann aus der in Abschnitt 10 angegebenen Vorgehensweise ermitteln. Dabei ist es neben der Untersuchung unterschiedlicher Bauwerksschnitte i. d. R. notwendig, mehrere Bauabschnitte bzw. Zeitpunkte in der unterstellten Lebensdauer eines Bauwerks zu betrachten.

10 Ableitung eines modifizierten Berechnungsverfahrens

10.1 Zielsetzung

Zielsetzung der im Folgenden dargestellten Vorgehensweise ist, die in den Abschnitten 5, 8 und 9 aufgezeigten Zusammenhänge und ganzheitlichen Betrachtungsweisen zur Baugrund-Bauwerk-Interaktion so aufzubereiten, dass durch ein modifiziertes Berechnungsverfahren eine Anwendung bei praktischen Projekten sowohl durch den geotechnischen Sachverständigen im Rahmen der Erstellung der geotechnischen Untersuchungs- und Entwurfsberichte (Baugrund- und Gründungsgutachten) als auch für die weitergehende konstruktive Bearbeitung durch den Tragwerksplaner erfolgen kann. Damit soll erreicht bzw. für die Praxis verbessert werden, dass Ersterer durch eine näherungsweise Einbeziehung von konstruktiven Bauwerksparametern zu technisch und wirtschaftlich noch optimierteren Gründungsvorschlägen kommt, und Letzterer das Baugrundverhalten und dessen Einwirkungen bzw. Beanspruchungen auf das Tragwerk vereinfacht, aber zutreffend berücksichtigen kann.

Ausgehend von der Annahme, dass die Setzungslinie aus einer Setzungsmessung bekannt oder aber auch aus einer Berechnung ermittelt worden ist, besteht die vereinfachte Betrachtung der Boden-Bauwerks-Wechselwirkung an Ersatzsystemen darin, dass die Gebäudestruktur durch ihre Ersatzsteifigkeiten berücksichtigt wird. Entscheidend bei der Wahl der Ersatzsysteme ist die Anpassung der Biegelinie an die Setzungslinie; im Idealfall verlaufen Setzungslinie und Biegelinie des Ersatzsystems deckungsgleich. Die einfachste Verbindung der einzelnen Messpunkte ergibt sich durch einen Geradenzug. Allgemein besteht die Möglichkeit, die Verbindungslinie der einzelnen Messpunkte durch eine Interpolationsfunktion anzunähern. Allerdings kann aus dieser mathematischen Beziehung nicht ohne Weiteres auf die Lastfunktion geschlossen werden, da sich durch das mehrmalige Ableiten der Biegelinie eine Belastungsbild ergeben kann, das mit tatsächlichen Verhältnissen nur bedingt übereinstimmt. Aus diesem Grund ist es sinnvoll die Biegelinie des Ersatzsystems nicht nur unter Berücksichtigung mathematischer Randbedingungen, sondern bereits unter Beachtung der mechanischen Randbedingungen so zu wählen, dass die Biegelinie des Ersatzsystems in direkter Verbindung mit den bereits bekannten Schnittkraftbeziehungen steht. Für die Wahl der Ersatzsysteme sind zusammenfassend folgende Randbedingungen zu beachten:

- Nahezu deckungsgleicher Verlauf der Biegelinie des Ersatzsystems mit der Setzungslinie.
- Die setzungserzeugende Belastung des Ersatzsystems ist einerseits abhängig von der Gründungsform (Einzelgründung, Flachgründung, etc.) und von der Ausbildung der

lasteinleitenden Bauteile der Konstruktion (Wände, Stützen, etc.), andererseits aber auch von den widerstehenden Sohlnormalspannungen.

Durch Beachtung dieser Randbedingungen besteht ein direkter Zusammenhang zwischen Biegelinie und setzungserzeugender Belastung des Ersatzsystems. Bei der zutreffenden Ermittlung der Versagensmöglichkeit kommt der wirklichkeitsnahen Bestimmung der Ersatzsteifigkeiten eine große Bedeutung zu. Hinweise zu ihrer Bestimmung enthält Abschnitt 9.

Als Maß des Versagens wird als Materialkennwert die kritische Dehnung bzw. Gleitung ε_{krit} zugrunde gelegt. Für das Biege- und Schubversagen ergeben sich in aller Regel unterschiedliche Werte der kritischen Dehnungen bzw. Gleitungen, sodass beide Versagensmöglichkeiten zu untersuchen sind. Vereinfacht setzt sich die materialabhängige kritische Grenzdehnung bzw. -gleitung aus zwei Anteilen zusammen:

- Dehnungsanteil aus der setzungserzeugenden Belastung.
- Dehnungsanteil aus Setzungszwang.

Streng genommen können beide Anteile nicht getrennt betrachtet werden, da einerseits durch die Belastungen Setzungen verursacht werden, andererseits die Setzungen wiederum Rückwirkungen auf die Konstruktion im Sinne von Lastumlagerungen und Steifigkeitsänderungen haben. Um die Problematik der Wechselwirkung zwischen Bauwerk und Baugrund näherungsweise beschreiben zu können, ist es für die vereinfachte Vorgehensweise sinnvoll, beide Anteile formal zu trennen. Da sowohl die Materialeigenschaften von Bauwerk und Baugrund, als auch die Lastsituationen und der Setzungsvorgang zeitlichen Einflüssen und Änderungen unterworfen sind, ändert sich sowohl das Verhältnis der Einzelanteile als auch der Gesamtbetrag der kritischen Dehnung. Wird der Anteil an der kritischen Dehnung aus setzungserzeugender Belastung als bekannt vorausgesetzt, ergibt sich der Betrag aus Setzungszwang als Differenzwert

$$\Delta\varepsilon_{krit}^{Zwang}(t) = \varepsilon_{krit}(t) - \varepsilon^{Last}(t) \quad (10.1)$$

Nachfolgend werden die kritischen Dehnungen bzw. Gleitungen weiter durch die material-spezifischen Eigenschaften ergänzt. Diese Vorgehensweise lässt sich neben den schwerpunktmäßig betrachteten Materialeigenschaften von Mauerwerk und Stahlbeton auch auf andere Materialien erweitern.

Die Wechselwirkung zwischen Bauwerk und Baugrund wird in der vorliegenden Arbeit durch das in Tabelle 1.1 (Abschnitt 1) dargestellte Gedankenmodell beschreiben.

10.2 Empfehlungen zur praktischen Vorgehensweise

10.2.1 Grundlagen

Die vereinfachte Darstellung zur Schadensanfälligkeit einer Konstruktion beruht auf der Betrachtung eines Biegeträgers als Ersatzsystem. Dabei wird die tatsächliche Bauwerksstruktur durch ihre Ersatzbiege- und Ersatzschubsteifigkeit in die Berechnung eingeführt. Der realistischen Bestimmung dieser Ersatzsteifigkeiten, die u. a. von

- den zeitlichen Festigkeitsentwicklungen der verwendeten Baustoffe,
- den setzungserzeugenden Lasten und
- den anstehenden Baugrundverhältnissen

abhängen, kommt dabei eine erhebliche Bedeutung zu. Hinweise zu ihrer Bestimmung sind in Abschnitt 9 aufgeführt.

Da die Werte von Setzungsprognosen oder Setzungsmessungen meist nur an ausgezeichneten Stellen vorliegen, sind für die Bereiche zwischen diesen Punkten geeignete Annahmen über den Setzungsverlauf in Abhängigkeit der setzungserzeugenden Belastung, der Gründungsform und der lasteinleitenden Bauteile der aufgehenden Konstruktion zu treffen. Bild 10.1 stellt beispielhaft den Setzungsverlauf eines Skelettbaues dar, an dem die weitere Vorgehensweise exemplarisch gezeigt wird.

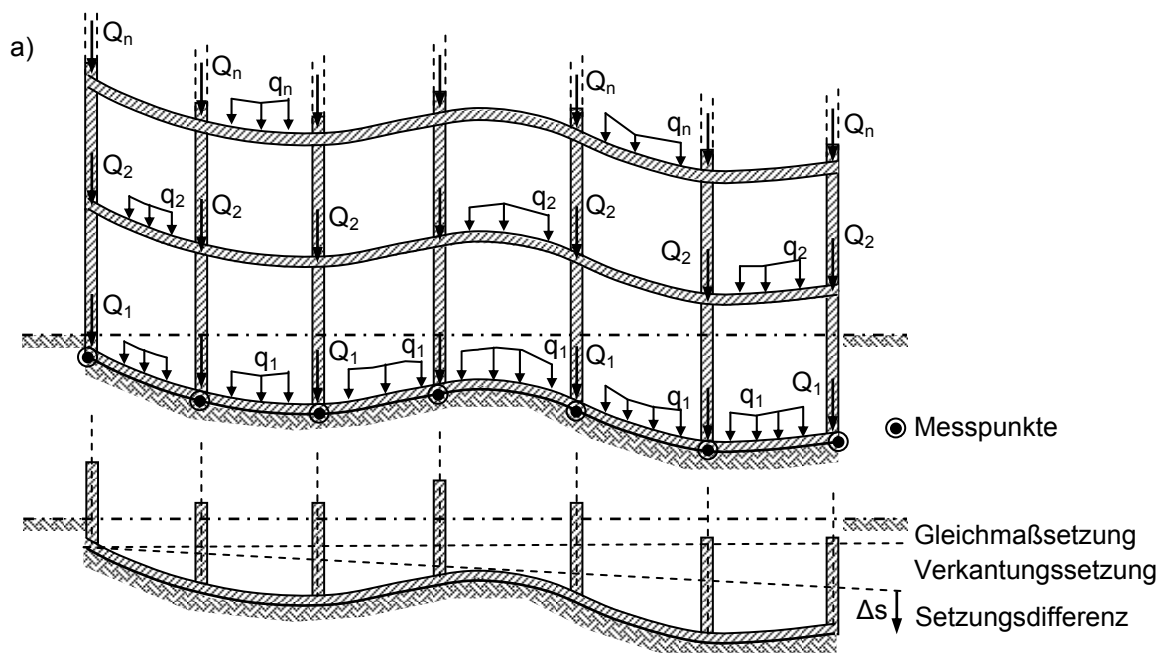


Bild 10.1: Geglätteter Setzungsverlauf zwischen den Messpunkten eines Skelettbaus

- Skelettbau mit wirklichen setzungserzeugenden Belastungen
- Gleichmaß-, Verkantungsetzung und Setzungsdifferenz

In Einzelfällen kann sich durch die Belastung auf dem Gründungskörper zwischen den i. d. R. höher belasteten lastabtragenden Bauteilen der aufgehenden Konstruktion ein welliger Verlauf einstellen, der die Setzungslinie überlagert. Um einen geglätteten Verlauf zwischen den Messpunkten als Ausgangssystem für die vereinfachten Betrachtungen zu erhalten, kann es daher sinnvoll sein, diese lokalen Störungen im Setzungsverlauf durch eine Vorlaufberechnung, beispielsweise unter Verwendung des Bettungsziffer- oder Steifezifferverfahrens, zu eliminieren. Die Belastung P_i , die den in Bild 10.2 dargestellten geglätteten Setzungsverlauf erzeugt, setzt sich aus der Summe der setzungserzeugenden Auflasten ΣQ_i und aus Auflasten der Belastungen q_i , die direkt auf den Gründungskörper wirken und aus der Vorlaufberechnung ermittelt sind, zusammen.

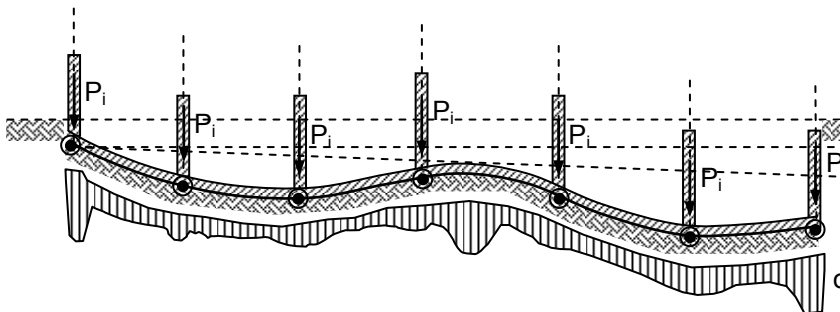


Bild 10.2:
Ausgleichskurve als
Ausgangssystem für
die vereinfachten Be-
trachtungen

Werden die Auflagerlasten P_i wiederum als Belastung aufgebracht, ergibt sich eine geglättete Setzungslinie als Ausgangssystem für die vereinfachten Betrachtungen (vgl. Bild 10.2).

Die setzungserzeugenden Lastsituationen der Ersatzsysteme beschreiben nicht die aus dem aufgehenden Bauwerk wirkenden tatsächlichen Belastungen, vielmehr dient die Belastung bzw. Lastsituation zur Erzeugung einer Verschiebungslinie unter Setzungszwang. Durch die Wahl einer Verschiebungsfigur und der zugehörigen Belastungsfigur stellt dies eine plausible Näherung der Abbildung der Wechselwirkung dar. Allerdings ist das Einheitslastbild derart zu wählen, dass die damit erzeugte Verschiebungslinie den wirklichen Gegebenheiten sehr nahe kommt, im Idealfall also deckungsgleich verläuft. Exemplarisch wurden in Abschnitt 5 einige setzungserzeugende Lastsituationen, wie Gleichlast, Dreieckslast, Trapezlast und eine variable Einzellast näher untersucht und Versagenskriterien ausgewertet. Prinzipiell sind aber weitere Lastsituationen denkbar, wenn sie die Setzungslinie in Verbindung mit der aufgehenden Konstruktion ausreichend genau beschreiben.

Für die vereinfachte Betrachtungsweise wird davon ausgegangen, dass die Form einer Setzungsmulde oder eines Setzungssattels ausreichend genau in Anlehnung an *Burland (1974)* bzw. *Burland (1977)* durch die Biegelinie des *Bernoulli*-Balkens mit der Schubverweigerung

nach *Timoshenko* beschrieben werden kann. Nicht zu vernachlässigende Schubdeformation treten beispielsweise bei schubweichen Konstruktionen, wie Skelettbauten oder bei Bauteilen mit großen Öffnungen auf. Für sehr große Schubsteifigkeiten kann vereinfachend auf den Schubdeformationsanteil der Biegelinie verzichtet werden.

Meist treten bei Gebäuden unter Setzungszwang reine Mulden- oder reine Sattellagerungen auf. Allerdings kann es durchaus vorkommen, dass beispielsweise aufgrund sehr unterschiedlicher Baugrundverhältnisse oder sehr ungleicher Belastungen des Gründungsbauwerks eine gemischte Form beider Lagerungsformen vorliegt. Aus diesem Grund ist es sinnvoll, den gemischten Setzungsverlauf am Durchlaufträger als Ersatzsystem zu betrachten. Dabei lässt sich die Verschiebungslinie eines Durchlaufsystems abschnittsweise aus den Biegelinien eines Einfeldträgers und eines Kragträgers darstellen. Die Ersatzsysteme für den in Bild 10.1 dargestellten Skelettbau sind in Bild 10.3 gezeigt.

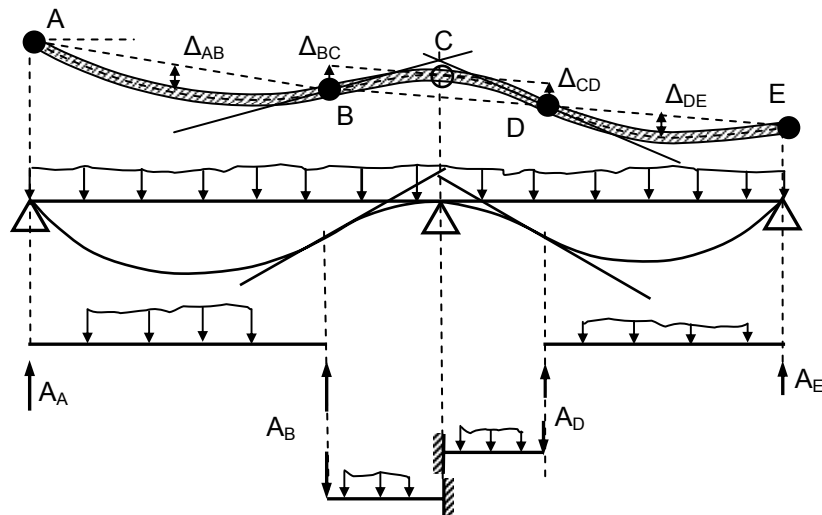


Bild 10.3: Verschiebungsverlauf des Skelettbaus mit Ersatzsystemen zur Bestimmung der kritischen Beanspruchbarkeiten

Der Übergang von Einfeld- zu Kragssystemen ist dabei durch die Wendepunkte definiert. Dieser Trägerpunkt entspricht dem Momentennullpunkt des Durchlaufträgers. Der Auflagerpunkt ist dadurch gekennzeichnet, dass kein Differenzmoment ΔM auftritt. Die Verträglichkeit zwischen Einfeldsystem und Kragssystem ist durch die Auflagerlast des Einfeldsystems als zusätzliche Belastungssituation des Kragsystems zu gewährleisten.

Durch Drehen besteht die Möglichkeit, die Ersatzsysteme an die Lagerungsform (Muldenlage oder Sattellage) anzupassen. Da am Hochpunkt der Biegelinie (Sattellage) nicht zwingend eine horizontale Tangente vorhanden sein muss, können die kritischen Beanspruchbarkeiten

und Winkelverdrehungen einer Sattellage in Abhängigkeit einer am Hochpunkt gedrehten Tangente ermittelt werden. Die entsprechenden Zusammenhänge enthält Abschnitt 5.5.

Aufgrund der geringen Verschiebungen im Vergleich zur jeweils betrachteten Stützweite können die vertikalen Setzungen auf das verformte System bezogen werden.

10.2.2 Definition kritischer Versagensschnitte für Mulden- und Sattellagerungen

Da die Setzungen im Vergleich zur Längenausdehnung der Bauteile meist klein sind, ist es zweckmäßig das Verschiebungsmaximum als kritischen Verschiebungsschnitt der Ersatzsysteme zu definieren. Die Verhältniswertbetrachtung zwischen Verschiebung und Beanspruchung des tatsächlichen Zustandes (T) und des Einheitszustandes (E) führt zur allgemeinen Bestimmungsgleichung der Versagensmöglichkeit. Die Beanspruchung wird dabei in der materialabhängigen Dehnung ε bzw. Gleitung γ ausgedrückt. Es gilt die Forderung der Gleichheit der Verhältniswerte von Einheitszustand (E) und tatsächlichem Zustand (T). Die einzelnen Betrachtungsschnitte können sich dabei an unterschiedlichen Ersatzträgerstellen x_i befinden, siehe Abschnitt 5.

$$\text{Biegeversagen:} \quad \frac{W_{max,x1}^E}{\varepsilon_{max,x2}^E} = \frac{W_{max,x1}^T}{\varepsilon_{max,x2}^T} \rightarrow W_{max,x1}^T = \frac{W_{max,x1}^E}{\varepsilon_{max,x2}^E} \cdot \varepsilon_{max,x2}^T \quad (10.2a)$$

$$\text{Schubversagen:} \quad \frac{W_{max,x1}^E}{\gamma_{max,x3}^E} = \frac{W_{max,x1}^T}{\gamma_{max,x3}^T} \rightarrow W_{max,x1}^T = \frac{W_{max,x1}^E}{\gamma_{max,x3}^E} \cdot \gamma_{max,x3}^T \quad (10.2b)$$

Unter Einführung der Beziehungen für das Werkstoffgesetz und die Spannungsermittlung am Querschnitt

$$\varepsilon_{max,x2}^E = \frac{M_{max,x2}^E}{EI} \cdot z \quad \text{für Biegebeanspruchung, bzw.} \quad (10.3a)$$

$$\gamma_{max,x3}^E = \frac{Q_{max,x3}^E}{GA_s} \quad \text{für Schubbeanspruchung,} \quad (10.3b)$$

folgt aus Gleichung (10.3) unter Berücksichtigung der Ingenieurgleitung $\gamma_{xz} = 2 \cdot \varepsilon_{xz}$

$$W_{max,x1}^T = W_{max,x1}^E \cdot \frac{EI}{M_{max,x2}^E \cdot z} \cdot \varepsilon_{max,x2}^T \quad (\text{Biegebeanspruchung}) \quad (10.3c)$$

$$W_{max,x1}^T = W_{max,x1}^E \cdot \frac{GA_s}{Q_{max,x3}^E} \cdot 2 \cdot \varepsilon_{max,x3}^T \quad (\text{Schubbeanspruchung}) \quad (10.3d)$$

Durch Einführen der Bezeichnungen der kritischen Materialdehnungen für Biegebeanspruchung $\varepsilon_{max,x2}^T = \varepsilon_{B,krit}$ bzw. der kritischen Materialgleitung für Schubbeanspruchung

$\varepsilon_{max,x3}^T = \varepsilon_{S,krit}$, ergeben sich die allgemeinen Beziehungen für das Versagen mit der neutralen Definition Δ bzw. Δ_{krit} für die Verschiebung des Ersatzsystems bzw. der Setzungsdifferenz:

$$\Delta_{krit} = w_{max}^E \cdot \frac{EI}{M_{max}^E \cdot z} \cdot \varepsilon_{B,krit}, \quad (\text{Biegeversagen}) \quad (10.4a)$$

$$\Delta_{krit} = w_{max}^E \cdot \frac{GA_s}{Q_{max}^E} \cdot 2 \cdot \varepsilon_{S,krit}. \quad (\text{Schubversagen}) \quad (10.4b)$$

Die Auswirkungen der von Mulden- und Sattellagerungen hervorgerufenen Setzungsdifferenzen innerhalb eines Bauwerkes werden i. d.R. als Winkelverdrehung angegeben. Entsprechend *Sommer (1978)* werden üblicherweise die Definitionen nach Bild 5.9 bis Bild 5.11 (Abschnitt 5) verwendet.

Für die in Abschnitt 5 abgeleiteten Versagensschnitte auf der Grundlage der Vorgehensweise nach *Timoshenko (1958)* bzw. *Burland* sind die Verformungen bzw. Verformungsdifferenzen entsprechend der Definition nach *Sommer (1978)* als Biegungsverhältnis Δ/l ausgewertet. Für die in der Bodenmechanik üblicherweise verwendete Definition der relativen Winkelverdrehung $\Delta s/l_i$, wobei l_i die kleinere der angrenzenden Stützweiten zum untersuchten Schnitt bedeutet, sind die in Abschnitt 5 theoretisch allgemein abgeleiteten Versagensbeziehungen auf die Definition der relativen Winkelverdrehung noch zu erweitern. Es gelten die Definitionen nach Bild 5.9 und Bild 5.11.

Die charakteristische Form der Versagensverläufe enthält Bild 10.4. Neben der Beurteilung der Versagensmöglichkeit einer Konstruktion durch die vereinfachte Vorgehensweise sind weitere Anwendungsmöglichkeiten in Tabelle 10.1 zusammengestellt.

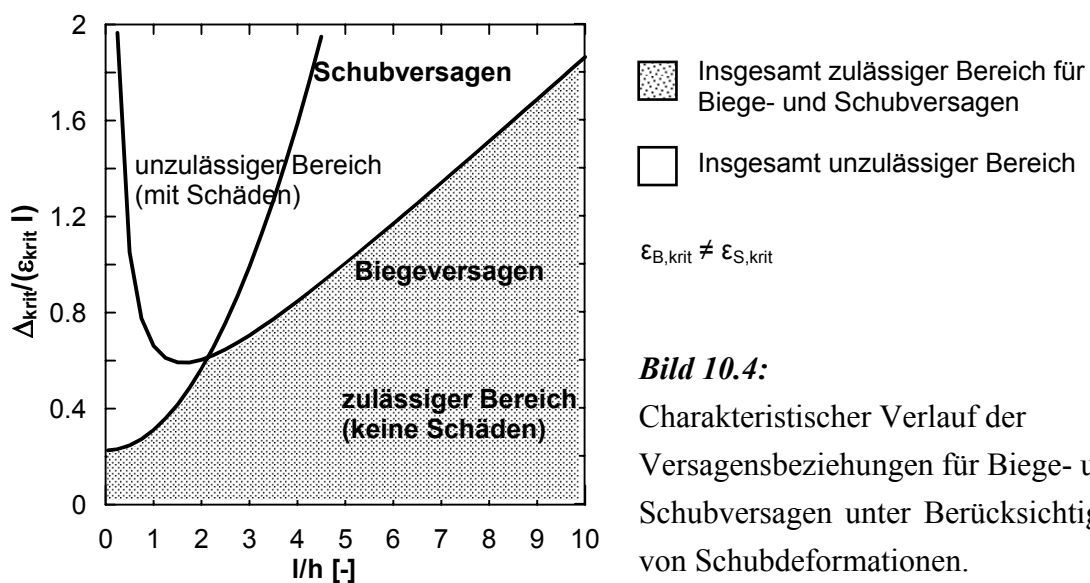


Bild 10.4: Charakteristischer Verlauf der Versagensbeziehungen für Biege- und Schubversagen unter Berücksichtigung von Schubdeformationen.

Tabelle 10.1: Beispiele für die Anwendung der Kurven zur Bestimmung kritischer Beanspruchbarkeiten

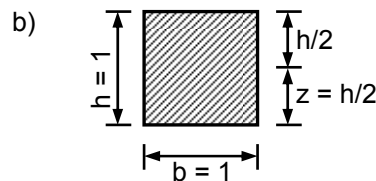
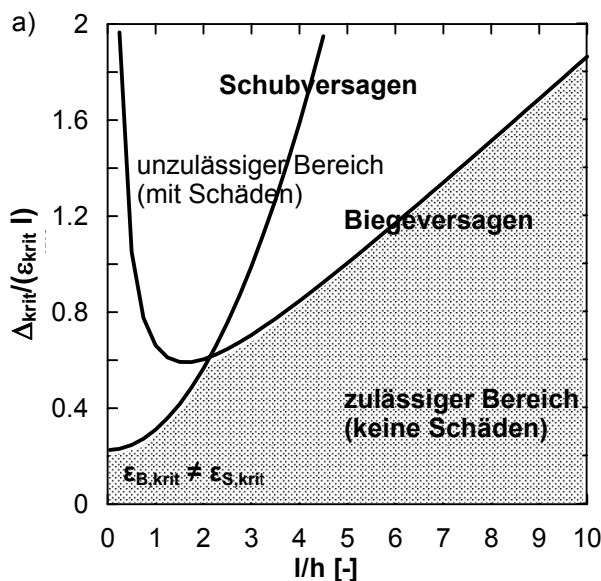
	Anwendung der Grenzkurve	bekannte bzw. vorab bestimmte Parameter	Ergebnis
Zulässigkeit		<ul style="list-style-type: none"> • Geometrie: <ul style="list-style-type: none"> - Gebäudelänge l - Gebäudehöhe h • Materialeigenschaften: <ul style="list-style-type: none"> - E-Modul - zulässige Spannungen σ → ϵ_{krit} • Δ aus Setzungsmessungen, Baugrundgutachten oder Setzungsberechnung 	zulässig / nicht zulässig
Materialwahl		<ul style="list-style-type: none"> • Geometrie: <ul style="list-style-type: none"> - Gebäudelänge l - Gebäudehöhe h • Δ aus Setzungsmessungen, Baugrundgutachten oder Setzungsberechnung 	kritische Dehnung bzw. Gleitung ϵ_{krit} → Materialwahl
Verformung		<ul style="list-style-type: none"> • Geometrie: <ul style="list-style-type: none"> - Gebäudelänge l - Gebäudehöhe h • Materialeigenschaften: <ul style="list-style-type: none"> - E-Modul - zulässige Spannungen σ → ϵ_{krit} 	zulässige Verformung Δ bei festgelegtem ϵ_{krit}
Geometrie		<ul style="list-style-type: none"> • Geometrie: <ul style="list-style-type: none"> - Gebäudelänge l oder: - Gebäudehöhe h • Materialeigenschaften: <ul style="list-style-type: none"> - E-Modul - zulässige Spannungen σ → ϵ_{krit} • Δ aus Setzungsmessungen, Baugrundgutachten oder Setzungsberechnung 	Verhältnis l/h → Gebäude-, bzw. Bauteilhöhe h oder: iterativ Gebäude- bzw. Bauteillänge l

Unter Vernachlässigung der Schubdeformationen am Ersatzsystem ergeben sich für die unterschiedlichen setzungserzeugenden Lastsituationen Ursprungsgeraden für Biegeversagen. Vereinfacht verlaufen die Kurven für Schubversagen parabelförmig mit dem Ursprung im Nullpunkt.

10.2.3 Grundnomogramme für Gebäudemuldenlagen und Gebäudesattellagen

Ausgehend von den Ergebnissen der in Abschnitt 5 exemplarisch untersuchten Lastsituationen wie Einzel- und Streckenlasten, werden für eine vereinfachte Anwendung Grundnomogramme, unterschieden nach den Beanspruchungsformen Mulden- und Sattellagerung, angegeben. Da oftmals Wandscheiben zur Lasteinleitung über die Gründungsbauteile in den Baugrund dienen, wird vereinfacht eine Gleichlast als setzungserzeugende Lastsituation definiert. Die sich für diesen Lastfall aus den konkreten Baugrund- und Bauwerksrandbedingungen ergebenden Abweichungen von der Grundsituation kann dann näherungsweise z.B. durch Faktoren berücksichtigt werden, die ebenfalls im Folgenden dargestellt sind. Nachfolgend sind alle für das vorgeschlagene Verfahren einfließenden Symbole, Abkürzungen und Beziehungen jeweils nochmals erläutert bzw. definiert, auch wenn dies bereits in den vorgehenden Abschnitten erfolgt ist, um dem Benutzer die Anwendung des vorgestellten Verfahrens zu erleichtern. Die Grundnomogramme sind für folgende Randbedingungen abgeleitet:

- Querschnitt: $b = h = 1.0$ [m],
- kritische Dehnung bzw. kritische Gleitung: $\epsilon_{B,krit} = \epsilon_{S,krit} = 1,0$ [-],
- Abstand der Schwerlinie vom Querschnittsrand: $z = h/2$ [m],
- Schubkorrekturfaktor: $\alpha_s = 5/6$ [-],
- Querdehnzahl: $\nu = 0,2$ [-],
- Verhältnis der Steifigkeiten: $\frac{EI}{GA_s \cdot l^2} = \frac{6}{25} \cdot \frac{h^2}{l^2}$ [-], bzw. $\frac{GA_s \cdot l^2}{EI} = \frac{25}{6} \cdot \frac{l^2}{h^2}$ [-]



c) $EI/(GA_s \cdot l^2) = 6/25 \cdot (h^2/l^2)$;
 $\epsilon_{krit} = 1$ [-];
 $\alpha_s = 5/6$ [-]; $\nu = 0,2$ [-]

Bild 10.5:

Definitionen für die vereinfachte Vorgehensweise

a) zulässiger Bereich

b) Einheitsquerschnitt

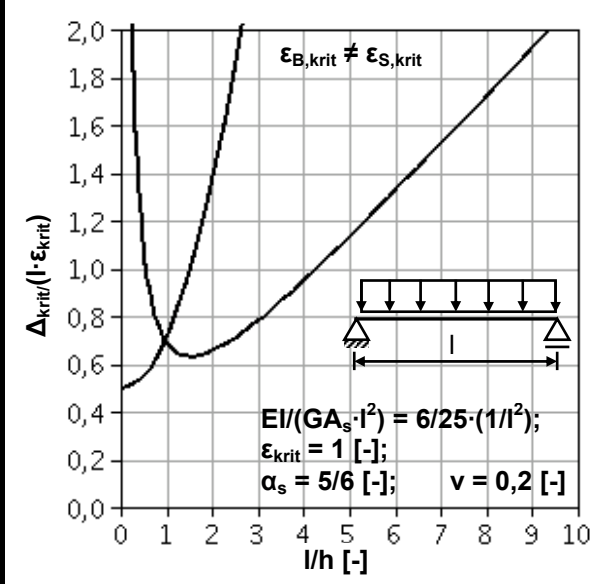
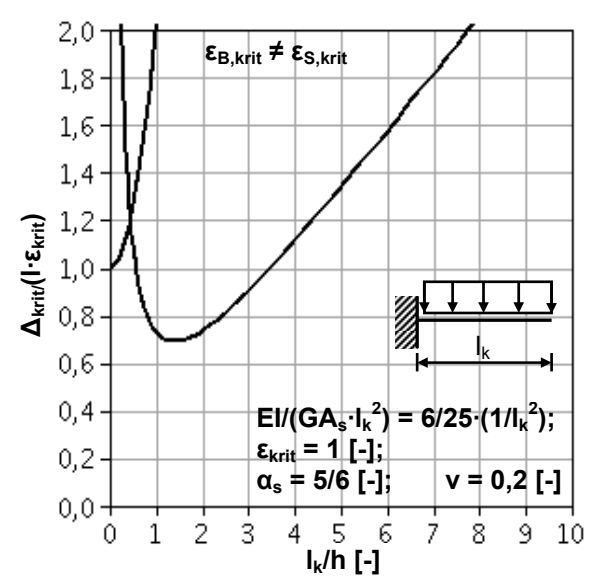
c) Zusammenhänge am Einheitsquerschnitt

Es ergeben sich prinzipiell zwei Anwendungsmöglichkeiten:

- 1.) Analytische Ermittlung von kritischen Beanspruchbarkeiten auf der Basis der Versagensbeziehungen des Ersatzträgersystems für eine Gleichlastbelastung.
- 2.) Vereinfachtes Berechnungsverfahren gestützt durch die Grundnomogramme.

Der zulässige Bereich (vgl. Bild 10.5) ist als Minimum aus Biege- und Schubversagen definiert. Die Grundnomogramme sowie die entsprechenden mathematischen Versagensbeziehungen für eine Gleichlastbelastung sind in nachfolgender Tabelle 10.2 zusammengestellt.

Tabelle 10.2: Grundnomogramme für Mulden- bzw. Sattellagerung unter Gleichlast und mathematische Beziehungen

	Muldenlagerung	Sattellagerung
		
Biegeversagen	$\frac{\Delta}{l \cdot \varepsilon_{B,krit}} = \frac{5}{48} \cdot \frac{l}{z} \cdot \left(1 + \frac{48 \cdot EI}{5 \cdot GA_s \cdot l^2} \right)$	$\frac{\Delta}{l_k \cdot \varepsilon_{B,krit}} = \frac{1}{8} \cdot \frac{l_k}{z} \cdot \left(1 + \frac{8 \cdot EI}{GA_s \cdot l_k^2} \right)$
Schubversagen	$\frac{\Delta}{l \cdot \varepsilon_{S,krit}} = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{5 \cdot GA_s \cdot l^2}{48 \cdot EI} \right)$	$\frac{\Delta}{l_k \cdot \varepsilon_{S,krit}} = \left(1 + \frac{GA_s \cdot l_k^2}{4 \cdot EI} \right)$

Der Gleichungsaufbau der Grundnomogramme kann in der allgemeinen Form geschrieben werden:

Biegeversagen:
$$k_{E,M}^N = k_{1,B}^N \cdot \frac{l}{z^N} \cdot (1 + k_{2,B}^N \cdot K_S^N) \quad (10.5)$$

Schubversagen:
$$k_{E,Q}^N = k_{1,Q}^N \cdot \left(1 + k_{2,Q}^N \cdot \frac{1}{K_S^N} \right) \quad (10.6)$$

Aus dem Verhältnis lassen sich bei Anwendung der Grundnomogramme Faktoren für andere Steifigkeitsverhältnisse und abweichende Abstände z von der Schwerlinie des Querschnitts ableiten. Es gilt:

Biegeversagen:
$$\frac{k_{E,M}}{k_{E,M}^N} = \frac{k_{1,B}^N \cdot \frac{l}{z^*} \cdot (1 + k_{2,B}^N \cdot K_S^*)}{k_{1,B}^N \cdot \frac{l}{z^N} \cdot (1 + k_{2,B}^N \cdot K_S^N)} \quad (10.7)$$

Schubversagen:
$$\frac{k_{E,Q}}{k_{E,Q}^N} = \frac{k_{1,Q}^N \cdot \left(1 + k_{2,Q}^N \cdot \frac{1}{K_S^*} \right)}{k_{1,Q}^N \cdot \left(1 + k_{2,Q}^N \cdot \frac{1}{K_S^N} \right)} \quad (10.8)$$

Mit:
$$k_{E,M}^N = k_{E,Q}^N = \left(\frac{\Delta}{l \cdot \varepsilon_{krit}^N} \right)^N ; \varepsilon_{krit}^N = 1,0 [-] \text{ (abgelesen)}$$

$$K_S^N = \frac{EI}{GA_s \cdot l^2} = \frac{6}{25} \cdot \frac{h^2}{l^2} [-]$$

Hieraus folgt:

Biegeversagen:
$$k_{E,M} = \frac{z^N}{z^*} \cdot \frac{(1 + k_{2,B}^N \cdot K_S^*)}{(1 + k_{2,B}^N \cdot K_S^N)} \cdot k_{E,M}^N \quad (10.9)$$

Schubversagen:
$$k_{E,M} = \frac{K_S^N}{K_S^*} \cdot \frac{(K_S^* + k_{2,Q}^N)}{(K_S^N + k_{2,Q}^N)} \cdot k_{E,M}^N \quad (10.10)$$

Die Beiwerte sind in nachfolgender Tabelle 10.3 aufgeführt.

Tabelle 10.3: Beiwerte für das Nomogrammverfahren mit Gleichlastbelastung

	Biegeversagen		Schubversagen	Steifigkeit	kritische Dehnung bzw. Gleitung
Beiwerte	$k_{2,B}^N$	z^N	$k_{2,Q}^N$	K_S^N	ε_{krit}^N
Muldenlage	48/5	$h/2 = 1/2$	5/48	$\frac{EI}{GA_s \cdot l^2} = \frac{6}{25} \cdot \frac{h^2}{l^2}$	1,0
Sattellage	8		1/4		

Für Stahlbetonbauteile beispielsweise, kann der Abstand der Schwerlinie zum Bauteilrand unter Berücksichtigung der Bewehrung sowohl für den gerissenen als auch für den ungerissenen Zustand von $z^N = h/2$ davon abweichen. Wird die Druckzonenhöhe mit x bezeichnet, ergibt sich entsprechend den Definitionen in Bild 10.10 der Abstand der Spannungsnulllinie zum gezogenen Rand mit $z^* = h-x$ und hieraus der Verhältniswert

$$\frac{z^N}{z^*} = \frac{h}{2 \cdot (h-x)} \quad (10.11)$$

Genauere Werte für den Abstand z können auch unter einer direkten Berechnung gewonnen werden. Die entsprechenden Hinweise sind in Abschnitt 4 und im Anhang A aufgeführt.

10.3 Materialabhängige kritische Dehnungen, kritische Gleitungen und Rissbreiten

10.3.1 Allgemeines

Die materialabhängige Beurteilungsgröße in dem vorgeschlagenen Verfahren zur Beurteilung der Boden-Bauwerk-Interaktion nach Abschnitt 10.2 ist die kritische Dehnung bzw. Gleitung ε_{krit} , siehe Bild 10.6.

Bekanntlich kann der Einfluss des Kriechens näherungsweise durch einen effektiven Elastizitätsmodul berücksichtigt werden. Dies bedeutet, dass sich bei konstanter Lastgröße die Verformungen einerseits vergrößern, andererseits bei gleich bleibender Verformung sich die verformungserzeugenden Belastungen verringern, bzw. durch den Kriechvorgang die Zwangsbeanspruchungen abgebaut werden. Dies bedeutet auch, dass die durch den Schwindvorgang hervorgerufenen Zwangsbeanspruchungen ebenfalls durch den Kriechvorgang abgebaut werden. Aufgrund des näherungsweise linearen Zusammenhangs zwischen Verformung und Belastung im Gebrauchslastniveau können die zulässigen kritischen Beanspruchbarkeiten um den Einfluss des Kriechens zum betrachteten Zeitpunkt vergrößert werden.

Im Folgenden sind Hinweise zur materialabhängigen Bestimmung der kritischen Dehnung $\varepsilon_{B,krit}$ bzw. kritischen Gleitung $\varepsilon_{S,krit}$ zusammengestellt.

10.3.2 Bauteile aus Stahlbeton

10.3.2.1 Grundlagen

Neben der Tragsicherheit ist für die Sicherheit eines Bauwerks bzw. einer Konstruktion auch die Gebrauchstauglichkeit ausschlaggebend. Die Nachweise der Gebrauchstauglichkeit beinhalten neben der realistischen Verformungsberechnung auch die Rissbildung. Allgemein sind Risse in Konstruktionen nicht als Mangel zu bewerten, solange sie eine gewisse Größe nicht überschreiten. Für die Entstehung von Rissen können neben

- planerischen Mängeln (falsche Belastungsannahmen, unzulängliche statische Systemwahl),
- ausführungstechnischen Mängeln (mangelhafte Betonverarbeitung, geringe Betondeckung),
- dynamischen Belastungen

auch

- Zwangsbeanspruchungen wie Setzungen

ursächlich sein. Nachfolgende Tabelle klassifiziert einzelne Rissgrößen nach *Bergmeister (1999)*.

Name	Rissweite w
Schwindrisse	≈ 0,05 mm
Haarrisse	≈ 0,1 mm
feine Risse	≈ 0,2 mm
Spannungsrisse	≈ 1,0 mm
Formänderungsrisse	> 1,0 mm

Tabelle 10.4:

Klassifizierung der Rissweite nach *Bergmeister (1999)*

In Abhängigkeit der Expositionsklasse gilt nach *DIN 1045-1* für Stahlbetonbauteile unter quasi-ständiger Lastkombination eine Rissweite von 0,3 mm, für Innenbauteile und Bauteile unter Wasser beträgt die zulässige Rissbreite 0,4 mm. Für Spannbetonbauteile beträgt der Wert der zulässigen Rissweite nach *DIN 1045-1* 0,2 mm. Darüber hinaus können durch höhere Anforderungen an die Dichtigkeit (z. B. Weiße Wanne, Wasserbehälter, Kläranlagen) geringere Werte zulässig sein. Die Grundlagen zum Rechenmodell sind beispielsweise in *Dutulescu (2006)* beschrieben.

Nachfolgend sind kritische Dehnungen für Stahlbetonbauteile unter Zug- bzw. Biegezugbeanspruchung nach *DIN 1045-1* und Schubbeanspruchung auf der Grundlage der Anwendungs-

richtlinie des DAfStb. für den *Eurocode 2* für ungerissene Querschnitte in Bild 10.6 dargestellt.

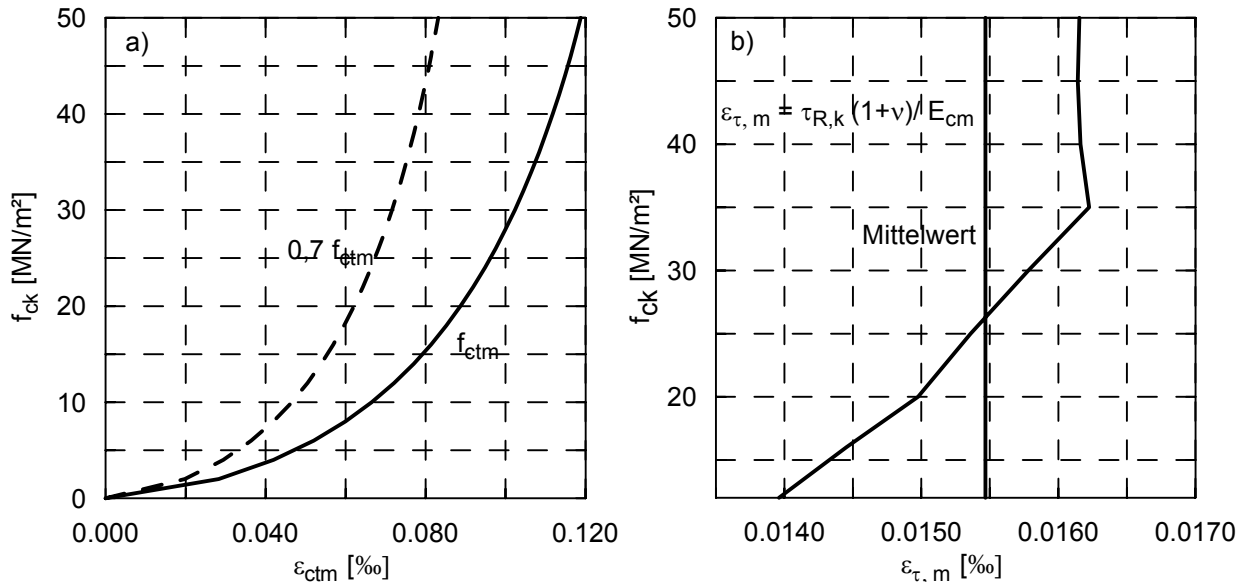


Bild 10.6: Dehnungen und Gleitungen von Stahlbeton

- Zugdehnung ε_{ctm} auf der Grundlage der Beziehungen nach *DIN 1045-1*
- Schubgleitung $\varepsilon_{\tau,m}$ auf der Grundlage der Beziehungen nach *Eurocode 2*

10.3.2.2 Biegeversagen

Im Allgemeinen werden die Risse in Betonbauteilen an der Oberfläche durch die Rissbreite w beurteilt, die allerdings bis zum Bewehrungsstahl abnimmt. Neben den Normenwerken, beispielsweise *DIN 1045-1*, bzw. *Eurocode 2*, kann die Rißweite nach *Noakowski (1978)*, *Schießl (1994)*, *Leonhardt (1985)*, *König (1996)*, etc. berechnet werden. Die einzelnen Verfahren ähneln sich sehr, sodass auch die Ergebnisse nahezu identisch sind. Nachfolgender Ableitung für die kritische Dehnung unter Biegebeanspruchung werden die Zusammenhänge entsprechend *DIN 1045-1* bzw. *Heft 525 DAfStb.* zugrunde gelegt (vgl. Abschnitt 4). Für die einzelnen Beziehungen der in Bild 10.7 dargestellten Spannungs-Dehnungs-Beziehung gelten für das Verschiebungsverhalten folgende Zusammenhänge:

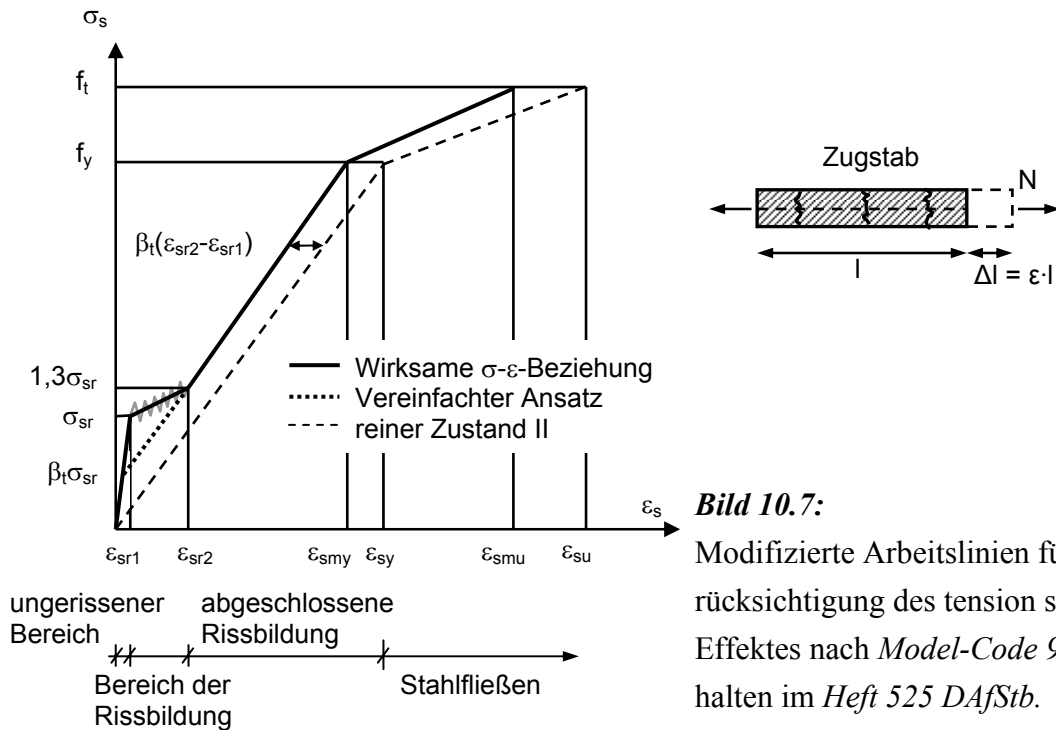


Bild 10.7: Modifizierte Arbeitslinien für die Berücksichtigung des tension stiffening Effektes nach Model-Code 90, enthalten im Heft 525 DAfStb.

- ungerissenen Bereich: $(0 < \sigma_s \leq \sigma_{sr})$
 $\epsilon_{sm} = \epsilon_{s1}$ (10.12a)
- Bereich der Rissbildung: $(\sigma_{sr} < \sigma_s \leq 1,3\sigma_{sr})$

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_{s2} - \frac{\beta_t(\sigma_{s2} - \sigma_{sr}) + (1,3\sigma_{sr} - \sigma_{s2})}{0,3 \cdot \sigma_{sr}} \cdot (\epsilon_{sr2} - \epsilon_{sr1})$$
 (10.12b)
- Bereich der abgeschlossenen Rissbildung: $(1,3\sigma_{sr} < \sigma_s \leq f_y)$

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_{s2} - \beta_t(\epsilon_{sr2} - \epsilon_{sr1})$$
 (10.12c)

Für eine überwiegende Beanspruchung aus Setzungszwang folgt die Stahlspannung im gerissenen Zustand für die abgeschlossene Rissbildung am Zugstab aus Gleichung (10.12c) unter Risschnittgrößen ϵ_{sr2} mit der Bedingung, dass im Riss die Betonzugkraft vom Bewehrungsstahl aufgenommen werden muss, also $F_{cr} = F_s$:

$$F_{cr} = F_s : \quad f_{ct} \cdot A_i = A_s \cdot \sigma_{sr2} \quad \sigma_{sr2} = f_{ct} \cdot \frac{A_i}{A_s} \tag{10.13a}$$

Mit der ideellen Querschnittsfläche $A_i = A_c + (\alpha_e - 1) \cdot A_s$ des Zugstabes ergibt sich die Stahlspannung σ_{sr2} im Riss im Zustand II:

$$\sigma_{sr2} = f_{ct} \cdot \frac{A_i}{A_s} = f_{ct} \cdot \frac{A_c + (\alpha_e - 1) \cdot A_s}{A_s} = f_{ct} \cdot \left[\frac{A_c}{A_s} + (\alpha_e - 1) \right] \tag{10.13b}$$

Mit $\rho = A_s / A_c$ folgt für die Dehnung ε_{sr2}

$$\varepsilon_{sr2} = \frac{f_{ct}}{E_s} \cdot \left[\frac{1}{\rho} + (\alpha_e - 1) \right]. \quad (10.13c)$$

Für die Stahldehnung ε_{sr1} im ungerissenen Zustand unter Risschnittgrößen gilt:

$$\varepsilon_{sr1} = \frac{f_{ct}}{E_c} = \frac{f_{ct}}{E_s} \cdot \alpha_e \quad \text{mit} \quad \alpha_e = \frac{E_s}{E_c}. \quad (10.13d)$$

Für den Dehnungssprung $\Delta\varepsilon_{sr} = \varepsilon_{sr2} - \varepsilon_{sr1}$ unter Risschnittgrößen ergibt sich daraus

$$\Delta\varepsilon_{sr} = \varepsilon_{sr2} - \varepsilon_{sr1} = \frac{f_{ct}}{E_s} \cdot \left[\frac{1}{\rho} - 1 \right], \quad (10.13e)$$

und damit für die mittlere Stahldehnung ε_{sm} : (10.13f)

$$\varepsilon_{sm} = \varepsilon_{s2} - \beta_t \cdot \Delta\varepsilon_{sr} = \varepsilon_{s2} - \beta_t \cdot \frac{f_{ct}}{E_s} \cdot \left(\frac{1}{\rho} - 1 \right) = \varepsilon_{s2} - \beta_t \cdot \frac{f_{ct}}{\rho \cdot E_s} \cdot (1 - \rho) \approx \varepsilon_{s2} - \beta_t \cdot \frac{f_{ct}}{\rho \cdot E_s}$$

bzw. unter Einführung der effektiven Zugfestigkeit $f_{ct,eff}$ und des effektiven Bewehrungsgrades ρ_{eff}

$$\begin{aligned} \varepsilon_{sm} &= \varepsilon_{s2} - \beta_t \cdot \Delta\varepsilon_{sr} = \varepsilon_{s2} - \beta_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{E_s} \cdot \left(\frac{1}{\rho_{eff}} - 1 \right) = \\ &= \varepsilon_{s2} - \beta_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{eff} \cdot E_s} \cdot (1 - \rho_{eff}) \approx \varepsilon_{s2} - \beta_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{eff} \cdot E_s} \end{aligned} \quad (10.13g)$$

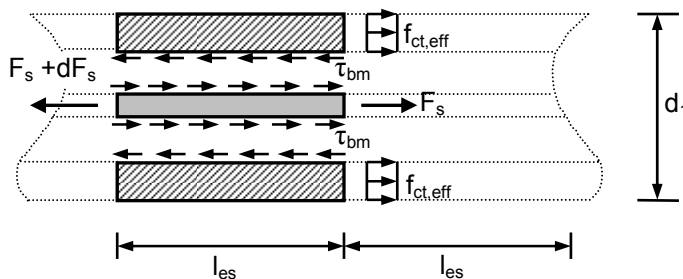


Bild 10.8:

Modellvorstellung für die
Stahlkrafteinleitung in den
Betonteilquerschnitt

Da die auf den Beton zu übertragende Stahlkraft F_s über den Verbund und über die Zylindermantelfläche des Bewehrungsstabes A_s eingeleitet wird, ergibt sich aus der Bedingung in Stabrichtung, dass die Resultierende der Betonspannungen der Resultierenden der Verbundspannungen das Gleichgewicht hält, nachfolgende Bedingung für die Lasteinleitungslänge in den Betonteilquerschnitt zum Zeitpunkt der abgeschlossenen Rissbildung.

$$A_c \cdot f_{ct,eff} = \tau_{bm} \cdot l_{es} \cdot u_s \quad \rightarrow \quad l_{es} = \frac{A_s \cdot f_{ct,eff}}{\tau_{bm} \cdot u_s} \quad (10.13h)$$

Die Rissbreite lässt sich aus der Differenz zwischen der Betonverlängerung und der Stahlverlängerung innerhalb des Rissabstandes s_r ermitteln. Für den maximalen Rissabstand gilt bei abgeschlossener Rissbildung $s_{r,max} = 2 \cdot l_{es}$ mit

$$\begin{aligned} \tau_{bm} &= 1,8 \cdot f_{ct,eff}, \quad u_s = \frac{4 \cdot A_s}{d_s}, \quad \rho_{eff} = \frac{A_s}{A_{c,eff}}, \\ s_{r,max} &= 2 \cdot l_{es} = 2 \cdot \frac{A_c \cdot f_{ct,eff}}{\tau_{bm} \cdot u_s} = 2 \cdot \frac{A_c \cdot f_{ct,eff} \cdot d_s}{1,8 \cdot f_{ct,eff} \cdot 4 \cdot A_s} = \frac{d_s}{3,6 \cdot \rho_{eff}} \leq \frac{\sigma_s \cdot d_s}{3,6 \cdot f_{ct,eff}}. \end{aligned} \quad (10.13i)$$

Für die Berechnung der Rissbreite kann nach *DIN 1045-1* von

$$w_k = s_{r,max} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \quad (10.13j)$$

ausgegangen werden, wobei sich die Differenz der mittleren Dehnungen aus der mittleren Stahl- und Betondehnung ableitet. Die mittlere Betondehnung ergibt sich zu

$$\varepsilon_{cm} = \beta_t \cdot \frac{F_{cr}}{A_{ct,eff} \cdot E_c} = \beta_t \cdot \frac{f_{ct,eff} \cdot A_c}{A_{ct,eff} \cdot E_c} = \beta_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{E_c} \quad (10.13k)$$

und daraus unter Beachtung von Gleichung (10.13f) die Differenz der mittleren Dehnungen unter Berücksichtigung der effektiven Zugfestigkeit und des effektiven Bewehrungsgrades

$$\begin{aligned} \varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} &= \varepsilon_{s2} - \beta_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{E_s} \cdot \left(\frac{1}{\rho_{eff}} - 1 \right) - \beta_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{E_c} = \\ &= \varepsilon_{s2} - \beta_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{E_s} \cdot \left(\frac{1}{\rho_{eff}} - 1 \right) - \beta_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{E_s} \cdot \alpha_e = \varepsilon_{s2} - \beta_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{E_s} \cdot \left(\frac{1}{\rho_{eff}} - 1 + \alpha_e \right) \approx \\ &\approx \varepsilon_{s2} - \beta_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{E_s} \cdot \left(\frac{1}{\rho_{eff}} + \alpha_e \right) \approx \varepsilon_{s2} - \beta_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{E_s \cdot \rho_{eff}} \cdot (1 + \rho_{eff} \cdot \alpha_e). \end{aligned}$$

Aus Gleichung (10.13j) und Gleichung (10.13l) folgt für die Rissweite w_k (10.13l)

$$w_k = s_{r,max} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = \frac{d_s}{3,6 \cdot \rho_{eff}} \cdot \left[\varepsilon_{s2} - \beta_t \cdot \frac{f_{ct}}{E_s \cdot \rho_{eff}} \cdot (1 + \rho_{eff} \cdot \alpha_e) \right]. \quad (10.13m)$$

Wird weiter für die Spannung im gerissenen Zustand σ_{s2} aus der Bedingung $\sigma_{s2} \cdot A_s = A_c \cdot f_{ct}$ für überwiegend Zwang eingeführt

$$\sigma_{s2} = \frac{f_{ct}}{\rho}, \text{ bzw. } \varepsilon_{s2} = \frac{f_{ct}}{\rho \cdot E_s} \quad (10.13n)$$

folgt für die Rissweite mit $\rho = \rho_{eff}$

$$w_k = \frac{d_s}{3,6 \cdot \rho_{eff}} \cdot \left[\frac{f_{ct}}{\rho \cdot E_s} [1 - \beta_t \cdot (1 + \rho \cdot \alpha_e)] \right] \approx \frac{d_s}{3,6 \cdot \rho_{eff}^2} \cdot \frac{f_{ct}}{E_s} \cdot (1 - \beta_t). \quad (10.13o)$$

Für die Ableitung der kritischen Dehnungen unter Biegebeanspruchung werden die Zusammenhänge des Verschiebungsverhaltens (Gleichung 10.13g) mit den abgeleiteten Zusammenhängen der Rissbreitenbegrenzung (Gleichung 10.13o) verknüpft. Entsprechend *DIN 1045-1* werden für das Verschiebungsverhalten und die Rissbreitenbegrenzung unterschiedliche Werte für β_t angegeben. Für die Ableitung sind die maßgebenden Gleichungen unter Kurz- und Langzeitverhalten in Tabelle 10.5 zusammenfassend wiedergegeben. Für die Zugfestigkeit unter Langzeitverhalten kann entsprechend Abschnitt 4 näherungsweise von $0,7 \cdot f_{ct}$ bzw. $0,7 \cdot f_{ct,eff}$ ausgegangen werden.

Tabelle 10.5: Maßgebende Beziehungen für das Verschiebungsverhalten und die Rissbreitenbeschränkung entsprechend *DIN 1045-1*

Verschiebungsverhalten – mittlere Stahldehnung –		
Kurzzeitverhalten	$\varepsilon_{sm} = \varepsilon_{s2} - \beta_t^V \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{eff} \cdot E_s} \cdot (1 - \rho_{eff})$	$\beta_t^V = \begin{cases} 0,4 \dots \text{abgeschlossene Rissbildung} \\ 0,6 \dots \text{Einzelriß} \end{cases}$ $\beta_{t,\infty}^V = \frac{2}{3} \cdot \beta_t^V \approx$
Langzeitverhalten	$\varepsilon_{sm} = \varepsilon_{s2} - \beta_t^V \cdot 0,7 \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{eff} \cdot E_s} \cdot (1 - \rho_{eff})$	$\approx \begin{cases} 0,25 \dots \text{abgeschlossene Rissbildung} \\ 0,4 \dots \text{Einzelriß} \end{cases}$
Rissbreitenbeschränkung		
Rissweite	$w_k = \frac{d_s}{3,6 \cdot \rho_{eff}^2} \cdot \frac{f_{ct,eff}}{E_s} \cdot (1 - \beta_t^R)$	$\beta_t^R = \begin{cases} 0,6 \dots \text{kurzzeitige Belastung} \\ 0,4 \dots \text{langandauernde Belastung} \end{cases}$

Ist die Stahldehnung im Zustand II bekannt, kann die mittlere Stahldehnung als kritische Dehnung nach Tabelle 10.6 aufgefasst werden.

- Kurzzeitverhalten: $\varepsilon_{B,krit} = \varepsilon_{s2} - \beta_t^V \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{eff} \cdot E_s} \cdot (1 - \rho_{eff})$ (10.13p)
- Langzeitverhalten: $\varepsilon_{B,krit} = \varepsilon_{s2} - \beta_{t,\infty}^V \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{eff} \cdot E_s} \cdot (1 - \rho_{eff})$ (10.13q)

Entsprechend Gleichung (10.13o) bzw. Tabelle 10.4 kann die kritische Dehnung in Abhängigkeit des Stabdurchmessers d_s und der Rissweite w_k ausgedrückt werden. Für den effektiven Bewehrungsgrad bei abgeschlossener Rissbildung gilt

$$\rho_{eff}^2 = \frac{d_s}{3,6 \cdot w_k} \cdot \frac{f_{ct,eff}}{E_s} \cdot (1 - \beta_t^R) \rightarrow \rho_{eff} = \sqrt{\frac{d_s}{3,6 \cdot w_k} \cdot \frac{f_{ct,eff}}{E_s} \cdot (1 - \beta_t^R)} \quad (10.14a)$$

und damit für die mittlere Stahldehnung als kritische Dehnung mit $\varepsilon_{s,2} = \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{eff} \cdot E_s}$

- unter Kurzzeitbelastung:

$$\varepsilon_{B,krit} = \varepsilon_{sm} = \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{eff} \cdot E_s} (1 - \beta_t^V \cdot (1 - \rho_{eff})) \approx \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{eff} \cdot E_s} (1 - \beta_t^V) \quad (10.14b)$$

$$\varepsilon_{B,krit} = \frac{f_{ct,eff}}{E_s} (1 - \beta_t^V) \cdot \sqrt{\frac{3,6 \cdot w_k \cdot E_s}{d_s \cdot f_{ct,eff}} \cdot \frac{1}{(1 - \beta_t^R)}} = \sqrt{\frac{f_{ct,eff}}{E_s} \cdot \frac{3,6 \cdot w_k}{d_s} \cdot \frac{(1 - \beta_t^V)^2}{(1 - \beta_t^R)}}, \quad (10.14c)$$

- unter Langzeitbelastung:

$$\varepsilon_{B,krit} = \varepsilon_{sm} = \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{eff} \cdot E_s} (1 - 0,7 \cdot \beta_t^V \cdot (1 - \rho_{eff})) \approx \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{eff} \cdot E_s} (1 - 0,7 \cdot \beta_t^V) \quad (10.14d)$$

$$\varepsilon_{B,krit} = \frac{f_{ct,eff}}{E_s} (1 - 0,7 \cdot \beta_t^V) \cdot \sqrt{\frac{3,6 \cdot w_k \cdot E_s}{d_s \cdot f_{ct,eff}} \cdot \frac{1}{(1 - \beta_t^R)}} = \sqrt{\frac{f_{ct,eff}}{E_s} \cdot \frac{3,6 \cdot w_k}{d_s} \cdot \frac{(1 - 0,7 \cdot \beta_t^V)^2}{(1 - \beta_t^R)}}. \quad (10.14e)$$

Bei abgeschlossener Rissbildung unter Kurzzeitverhalten und Kurzzeitbelastung folgt mit β_t^i nach Tabelle 10.6

$$\beta_t^R = 0,6 \text{ bzw. } \beta_t^V = 0,4 \quad (10.14f)$$

für einen schnell eintretenden Setzungszwang aus Gleichung (10.14c)

$$\begin{aligned} \varepsilon_{B,krit} &= \sqrt{\frac{f_{ct,eff}}{E_s} \cdot \frac{3,6 \cdot w_k}{d_s} \cdot \frac{(1 - \beta_t^V)^2}{(1 - \beta_t^R)}} = \sqrt{\frac{f_{ct,eff}}{E_s} \cdot \frac{3,6 \cdot w_k}{d_s} \cdot \frac{(1 - 0,4)^2}{(1 - 0,6)}} = \\ &= 0,95 \cdot \sqrt{\frac{f_{ct,eff}}{E_s} \cdot \frac{3,6 \cdot w_k}{d_s}} \approx 1,8 \cdot \sqrt{\frac{f_{ct,eff}}{E_s} \cdot \frac{w_k}{d_s}} \end{aligned} \quad (10.14g)$$

Entsprechendes gilt für Langzeitverhalten (Gleichung 10.14e) und andauernden Setzungszwang mit

$$\beta_t^R = 0,4 \text{ bzw. } \beta_{t,\infty}^V = \frac{2}{3} \cdot \beta_t^V \approx 0,7 \cdot \beta_t^V = 0,25 \quad (10.14h)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{B,krit} &= \sqrt{\frac{f_{ct,eff}}{E_s} \cdot \frac{3,6 \cdot w_k}{d_s} \cdot \frac{(1 - \beta_{t,\infty}^V)^2}{(1 - \beta_t^R)}} = \sqrt{\frac{f_{ct,eff}}{E_s} \cdot \frac{3,6 \cdot w_k}{d_s} \cdot \frac{(1 - 0,25)^2}{(1 - 0,4)}} = \\ &= 0,97 \cdot \sqrt{\frac{f_{ct,eff}}{E_s} \cdot \frac{3,6 \cdot w_k}{d_s}} \approx 1,84 \cdot \sqrt{\frac{f_{ct,eff}}{E_s} \cdot \frac{w_k}{d_s}} \approx 1,8 \cdot \sqrt{\frac{f_{ct,eff}}{E_s} \cdot \frac{w_k}{d_s}} \end{aligned} \quad (10.14i)$$

Insgesamt kann für Kurzzeit- und Langzeitverhalten unter Setzungszwang vereinfachend von folgender Näherung der kritischen Biegedehnung ausgegangen werden:

$$\varepsilon_{B,krit} \approx 1,8 \cdot \sqrt{\frac{f_{ct,eff}}{E_s} \cdot \frac{w_k}{d_s}} \quad (10.14j)$$

Wird für die effektive Zugfestigkeit $f_{ct,eff}$ nach *DIN 1045-1* näherungsweise die mittlere Betonzugfestigkeit f_{ctm} angenommen, folgt:

$$\varepsilon_{B,krit} \approx 1,8 \cdot \sqrt{\frac{f_{ctm}}{E_s} \cdot \frac{w_k}{d_s}} \quad (10.14k)$$

Mit $f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}$ nach *DIN 1045-1* lässt sich die kritische Biegedehnung in Abhängigkeit der Betonfestigkeit ausdrücken

$$\varepsilon_{B,krit} \approx \sqrt{\frac{f_{ck}^{2/3}}{E_s} \cdot \frac{w_k}{d_s}} \quad (10.14l)$$

Nachfolgendes Bild 10.9 zeigt die kritische Dehnung in Abhängigkeit der Rissweite w_k und des Bewehrungsstabdurchmessers d_s für unterschiedliche Betonfestigkeitsklassen.

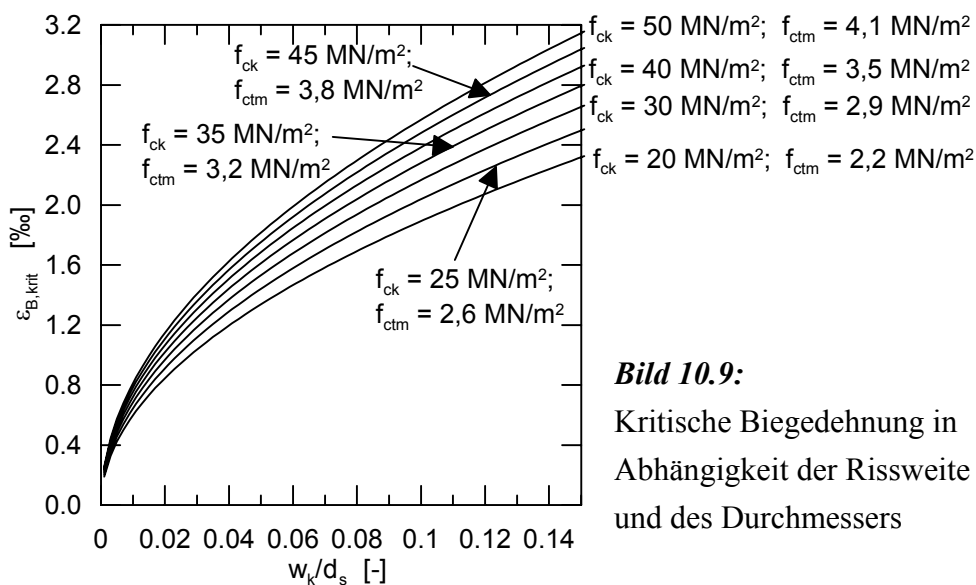


Bild 10.9:
Kritische Biegedehnung in Abhängigkeit der Rissweite und des Durchmessers

Sowohl die kritische Dehnungen aus Gleichung (10.13q) wie auch aus Gleichung (10.14k) bzw. Gleichung (10.14l) lassen sich für die Berücksichtigung des Kriecheinflusses entsprechend den vereinfachten Angaben nach *DIN 1045-1* mit dem Faktor $(1,1 + \varphi_t)/1,1$ erweitern. Am Beispiel von Gleichung (10.14k) folgt

$$\varepsilon_{B,krit}^\varphi \approx 1,8 \cdot \sqrt{\frac{f_{ctm}}{E_s} \cdot \frac{w_k}{d_s}} \cdot \frac{1,1 + \varphi_t}{1,1} \quad (10.14m)$$

Bei dieser Vorgehensweise müssen allerdings die Querschnittsabmessungen, die Bewehrungsmenge A_s , der effektive Bewehrungsgrad $\rho_{eff} = A_s / A_{c,eff}$ und der Bewehrungsstabdurchmesser d_s bekannt sein. Die Querschnittsbeanspruchungen können dabei entsprechend den Hinweisen in Abschnitt 9 für die einzelnen Bauteile berechnet werden. Für die Dehnungen ε_{s2} und Spannungen σ_{s2} im Zustand II sind die Bezeichnungen in Abschnitt 4 näher erläutert. Gegebenenfalls sind die Einschränkungen der *DIN 1045-1* zu beachten.

Die einzelnen Verfahren berechnen allerdings die Rissbreite auf Höhe der Bewehrungslage w_b , sie können durch nachfolgende Beziehung auf die Randfaser w_r für Rechteckquerschnitte umgerechnet werden,

$$w_r = \frac{w_k \cdot (h - x)}{h - \frac{d_s}{2} - c - x} \quad (10.15)$$

wenn von der Definition in Bild 10.10 ausgegangen wird.

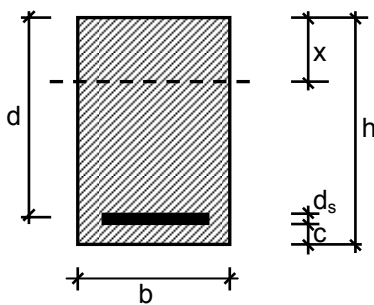


Bild 10.10:
geometrische Definitionen am
Stahlbetonquerschnitt

Unter Beachtung der jeweiligen Materialeigenschaften lässt sich die beschriebene Vorgehensweise auch auf andere Betonsorten, wie z. B. hochfester Beton, Leichtbeton oder Stahlfaserbeton anwenden.

10.3.2.3 Schubversagen

a) Schubversagen für unbewehrte Bauteile

Sind weder Biegebewehrung noch Schubbewehrung bekannt, kann das entsprechende Bauteil näherungsweise als unbewehrtes Bauteil aufgefasst werden, wenn der Querschnitt im betrachteten Bemessungsschnitt im ungerissenen Zustand verbleibt. Für die Querkrafttragfähigkeit wird in *DIN 1045-1* unter vorwiegend ruhender Belastung und ohne Berücksichtigung von Betonlängsspannungen die mechanisch bekannte Form

$$V_{Rk,ct} = \frac{I \cdot b}{S} \cdot f_{ctk,0,05} \quad (10.16a)$$

angegeben, wobei für Rechteckquerschnitte das

- Flächenmoment 2. Grades $I = \frac{b \cdot h^3}{12}$ und das
- Flächenmoment 1. Grades $S = \frac{b \cdot h^2}{8}$

bedeutet. Vereinfacht ergibt sich mit

$$f_{ctk,0,05} \approx 0,7 \cdot f_{ctm} = 0,21 \cdot f_{ck}^{2/3}$$

$$V_{Rk,ct} = \frac{2}{3} \cdot b \cdot h \cdot f_{ctk,0,05} = \frac{2}{3} \cdot A_c \cdot f_{ctk,0,05} = 0,14 \cdot A_c \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (10.16b)$$

Mit den mechanisch bekannten Zusammenhängen folgt für die kritische Gleitung des ungerissenen Querschnitts

$$\varepsilon_{S,krit} = \frac{V_{Rk,ct}}{2 \cdot GA_s} = \frac{0,14 \cdot A_c \cdot f_{ck}^{2/3}}{2 \cdot \alpha_s \cdot G \cdot A_c} = \frac{0,07 \cdot f_{ck}^{2/3} \cdot 2 \cdot (1+\nu)}{\alpha_s \cdot E_{cm}} \quad (10.16c)$$

und weiter mit $\alpha_s = 5/6$ und $\nu = 0,2$

$$\varepsilon_{S,krit} = \frac{0,2016 \cdot f_{ck}^{2/3}}{E_{cm}}, \quad (10.16d)$$

wobei $E_{cm} = \alpha_i \cdot 9500 \cdot (f_{ck} + 8)^{1/3}$ und $\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck} + 8}{88}$ für $f_{ck} < 50 \text{ MN/m}^2$ ist.

Gleichung (10.16d) ist ohne Berücksichtigung der zeitlichen Entwicklung in Bild 10.11 ausgewertet.

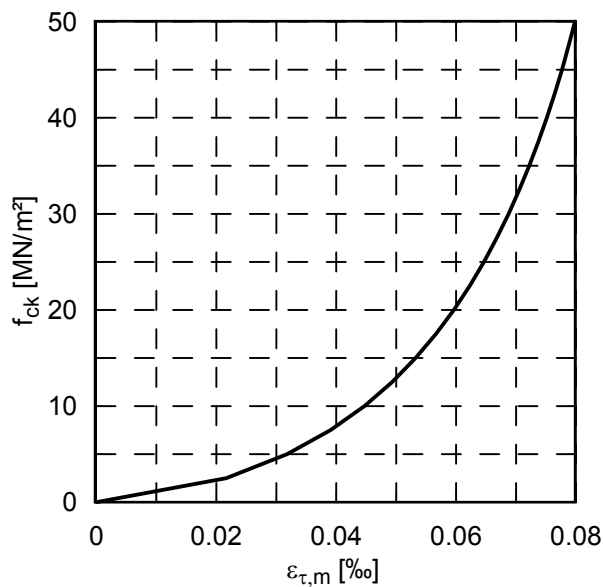


Bild 10.11:

Kritische Schubgleitung für unbewehrte Bauteile nach *DIN 1045-1*

Unter Berücksichtigung von Kriecheigenschaften lässt sich Gleichung (10.16d) gemäß Abschnitt 4

$$E_{c,eff} = \frac{1,1E_{cm}}{1,1 + \varphi(t, t_0)} \text{ erweitern:} \quad (10.16e)$$

$$\varepsilon_{S,krit} = \frac{0,2016 \cdot f_{ck}^{2/3}}{E_{c,eff}} = \frac{0,2016 \cdot f_{ck}^{2/3}}{1,1 \cdot E_{cm}} \cdot (1,1 + \varphi(t, t_0)) \approx \frac{0,183 \cdot f_{ck}^{2/3}}{E_{cm}} \cdot (1,1 + \varphi(t, t_0)) \quad (10.16f)$$

b) Schubversagen bei bekanntem Längsbewehrungsgrad

Ist allerdings der Biegebewehrungsgrad bekannt, kann das Bauteil als Bauteil ohne rechnerisch erforderliche Querkraftbewehrung aufgefasst werden. Die charakteristische Querkrafttragfähigkeit ist nach *DIN 1045-1* mit den Hinweisen aus *Heft 525 DAfStb.* ohne Berücksichtigung von Betonlängsspannungen für den gerissenen Querschnitt definiert durch

$$V_{Rk,ct} = 0,14 \cdot \kappa \cdot \eta_1 \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot b \cdot d \quad (DIN 1045-1:2001) \quad \text{bzw.}$$

$$V_{Rk,ct} = \text{Max} \left\{ \begin{array}{l} 0,15 \cdot \kappa \cdot \eta_1 \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot b \cdot d \\ \eta_1 \cdot \kappa_1 \cdot (\kappa^3 \cdot f_{ck})^{1/2} \cdot b \cdot d \end{array} \right. \quad (DIN 1045-1:2008) \quad (10.16g)$$

wobei $\eta_1 = 1$ für Normalbeton,

$$\kappa = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2 \quad \text{mit } d \text{ in [mm]},$$

$$\rho_l = \frac{A_{s1}}{b \cdot d} \leq 0,02 \quad \text{der Längsbewehrungsgrad,}$$

d die statische Nutzhöhe und

$$\kappa_1 = \begin{cases} 0,0525[-] & d \leq 60\text{cm} \\ 0,0525 - 0,015/20 \cdot (d - 60) & 60\text{cm} < d < 80\text{cm}; \quad d \text{ [cm]} \\ 0,0375[-] & d \geq 80\text{cm} \end{cases}$$

bedeutet. Der Teilsicherheitsbeiwert γ_c für Beton in der Schreibweise der *DIN 1045-1:2008* ist für Gebrauchtauglichkeitsbetrachtungen zu $\gamma_c = 1,0 [-]$ gesetzt.

Bezogen auf den ungerissenen Betonquerschnitt folgt die kritische Gleitung nach *DIN 1045-1:2001*:

$$\varepsilon_{S,krit} = \frac{V_{Rk,ct}}{2 \cdot GA_s} = \frac{0,14 \cdot \kappa \cdot \eta_1 \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot b \cdot d}{2 \cdot \alpha_s \cdot G \cdot A} \quad (DIN 1045-1:2001). \quad (10.16h)$$

Entsprechend den in Abschnitt 4 angegebenen Beziehungen für gerissene Querschnitte lassen sich in Abhängigkeit des Längsbewehrungsgrades ebenfalls kritische Gleitungen für eine

Schubbeanspruchung ableiten, wenn in Gleichung (10.16c) die ideale Betonquerschnittsfläche des gerissenen Querschnitts berücksichtigt wird.

$$A_i = A_{c,red} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \sum A_s) \text{ mit } A_{c,red} = x_{II} \cdot b \quad (10.16i)$$

x_{II} bezeichnet dabei die Druckzonenhöhe des gerissenen Querschnitts. Hinweise zur Bestimmung sind in Abschnitt 4 enthalten.

$$\varepsilon_{S,krit} = \frac{V_{Rk,ct}}{2 \cdot GA_s} = \frac{0,14 \cdot \kappa \cdot \eta_1 \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot b \cdot d}{2 \cdot \alpha_s \cdot G \cdot A_i} = \frac{0,168 \cdot \kappa \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot d}{\alpha_s \cdot x_{II} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \sum A_s) \cdot E_{cm}} \quad (10.16j)$$

Entsprechende Versagensbeziehungen der Gleichungen (10.16h) und (10.16j) lassen sich auch für die Schreibweise der *DIN 1045-1:2008* (vgl. Gleichung 10.16g) ableiten.

c) Schubversagen bei bekannter Schubbewehrung

Ist die Schubbewehrung bekannt, kann der charakteristische Bemessungswert der Querkrafttragfähigkeit für Schubbewehrung rechtwinklig zur Bauteilachse gemäß *DIN 1045-1* berechnet werden:

$$V_{Rk,sy} = a_{sw} \cdot f_{yk} \cdot z \cdot \cot \theta \quad (10.16k)$$

mit a_{sw} Schubbewehrung

f_{yk} charakteristischer Wert der Stahlspannung

z innerer Hebelarm im betrachteten Querschnitt

θ Druckstrebenneigung

Unter Berücksichtigung der Schubsteifigkeit im Zustand II gemäß *Heft 525 DAfStb*.

$$GA_{s,2} = \frac{b \cdot z \cdot E_{cm}}{4 + \frac{b \cdot E_{cm}}{a_{sw} \cdot E_s}} \quad (10.16l)$$

ergibt sich die kritische Gleitung $\varepsilon_{s,krit}$

$$\varepsilon_{S,krit} = \frac{f_{yk} \cdot \cot \theta \cdot \left(4 \cdot a_{sw} + \frac{b}{\alpha_e} \right)}{2 \cdot b \cdot E_{cm}} \quad (10.16m)$$

Bei reiner Biegebeanspruchung kann $\cot \theta = 1,2$ angenommen werden. Die Gleichung (10.16m) kann auch entsprechend Gleichung (10.16e) auf die zeitliche Entwicklung erweitert werden.

10.3.3 Bauteile aus Mauerwerk

Ausgehend von den in Abschnitt 4 zusammengestellten Beziehungen für eine Biege- und eine Schubbeanspruchung lassen sich die kritischen Beanspruchbarkeiten ermitteln. Wird für Biegeversagen die Zugfestigkeit f_{mt} parallel zu den Lagerfugen angesetzt, lässt sich die kritische Beanspruchbarkeit in Abhängigkeit der Versagensfälle Steinzugfestigkeit f_{bz} und Haftscherfestigkeit f_v bestimmen, wobei der kleinere der beiden Werte anzusetzen ist.

$$f_{mt} = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot f_{bz} \cdot \left(\frac{1}{1 + d_f / h_{St}} \right) \approx \frac{1}{2} \cdot f_{bz} \\ (f_{vk0} + \mu \cdot \sigma_D) \cdot \frac{\ddot{u}}{h_{St} + d_f} \end{array} \right. \quad (10.17a)$$

Die kritische Dehnung ergibt sich dann aus

$$\varepsilon_{krit}^{Z,St} = f_{mt} / E_Z \quad \text{bzw.} \quad \varepsilon_{krit}^{Z,St} = f_{x2} / E_Z \quad (10.17b)$$

Näherungsweise kann der Zug-E-Modul E_Z parallel zu den Lagerfugen aus der Mauerwerkszugfestigkeit bestimmt werden. Nach *Schubert et. al (2005)* sind für einige Mauerwerksarten die Bestimmungsgleichungen in Tabelle 10.6 zusammengestellt. Vereinfacht kann auch der Druck-E-Modul verwendet werden, beispielsweise nach *DIN 1053-100*. In der Schreibweise der Norm *DIN 1053:100* sind die Beziehungen in Tabelle 10.7 angegeben.

Mauerwerk aus	Bestimmungsgleichung für den Zug-E-Modul E_Z
Kalksandstein	$E_Z = 23700 \cdot \beta_Z^{0,90}$
Mauerziegel	$E_Z = 14700 \cdot \beta_Z^{0,89}$
Leichtbetonsteine	$E_Z = 15200 \cdot \beta_Z$
Porenbeton-Plansteine mit Dünnbettmörtel	$E_Z = 1100 \cdot \beta_Z$
Bemerkung: $f_{mt} = f_{x2} = \beta_Z$	

Tabelle 10.6:
Bestimmungsgleichungen für den Zug-E-Modul, nach *Schubert et. al (2005)*

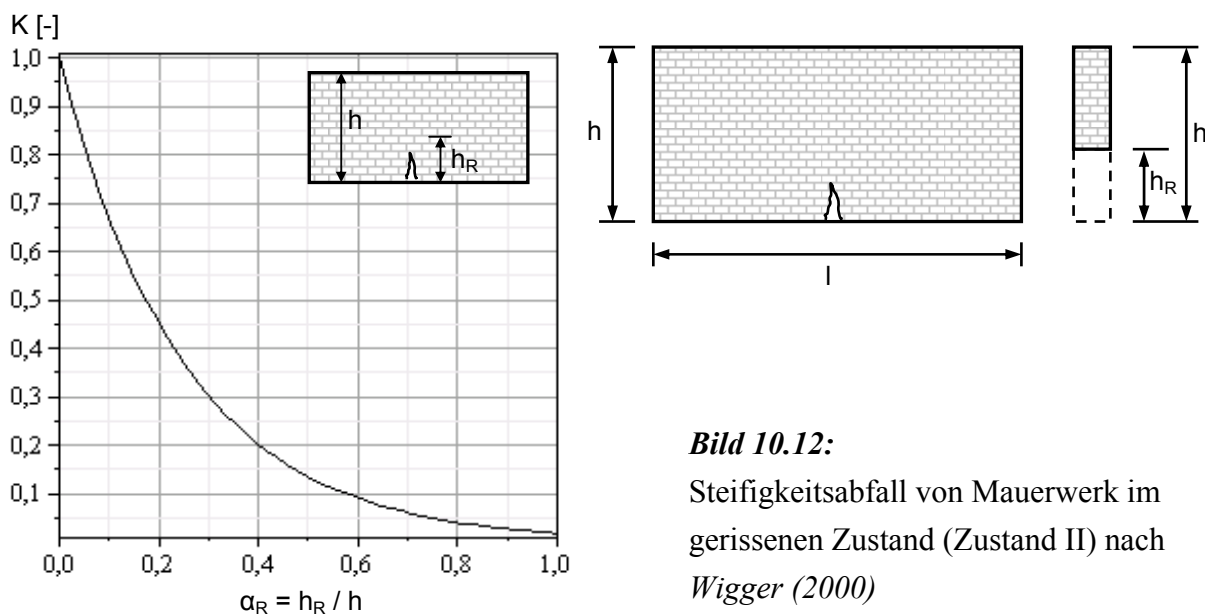
Tabelle 10.7: Zugfestigkeit von Mauerwerk (Schreibweise nach *DIN 1053-100*)

	genaues Verfahren	vereinfachtes Verfahren
Zugfestigkeit	$f_{x2} = \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} (f_{vk0} + \mu \cdot \sigma_D) \cdot \ddot{u} / h \\ 0,5 \cdot f_{bz} \leq 0,75 N / mm^2 \end{array} \right.$	$f_{x2} = \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} 0,4 \cdot f_{vk0} + 0,24 \cdot \sigma_D \\ \max f_{x2} \end{array} \right.$
Beiwerte:	$\mu = 0,6 [-]$; σ_D ...Druckspannung; \ddot{u}/h ...Verhältnis Überbindemaß zur Steinhöhe $f_{bz} = 0,025 \cdot f_{bk}$ (Hohlblocksteine) $f_{bz} = 0,033 \cdot f_{bk}$ (Hochlochsteine und Steine mit Grifflöchern oder Grifföffnungen) $f_{bz} = 0,040 \cdot f_{bk}$ (Vollsteine ohne Grifflöcher oder Grifföffnungen) f_{bk} ... Steinfestigkeitsklasse (Tabelle 4, 5) f_{vk0} ... Haftscherfestigkeit (Tabelle 6); halbe Werte für unvermörtelte Stoßfugen $\max f_{x2}$...Höchstwert Zugfestigkeit (Tabelle 7)	

Soll auch für Mauerwerk eine Rissbildung zugelassen werden, kann nach den Angaben von *Wigger (2000)* der Steifigkeitsabfall für Quadermauerwerk im Zustand II ausreichend genau durch nachfolgendes Steifigkeitsverhältnis des gerissenen zum ungerissenen Zustand ausgedrückt werden.

$$K = \frac{EI_{II}}{EI_I} = e^{-4\alpha_R} \quad \text{mit} \quad \alpha_R = \frac{h_R}{h} \quad (10.17c)$$

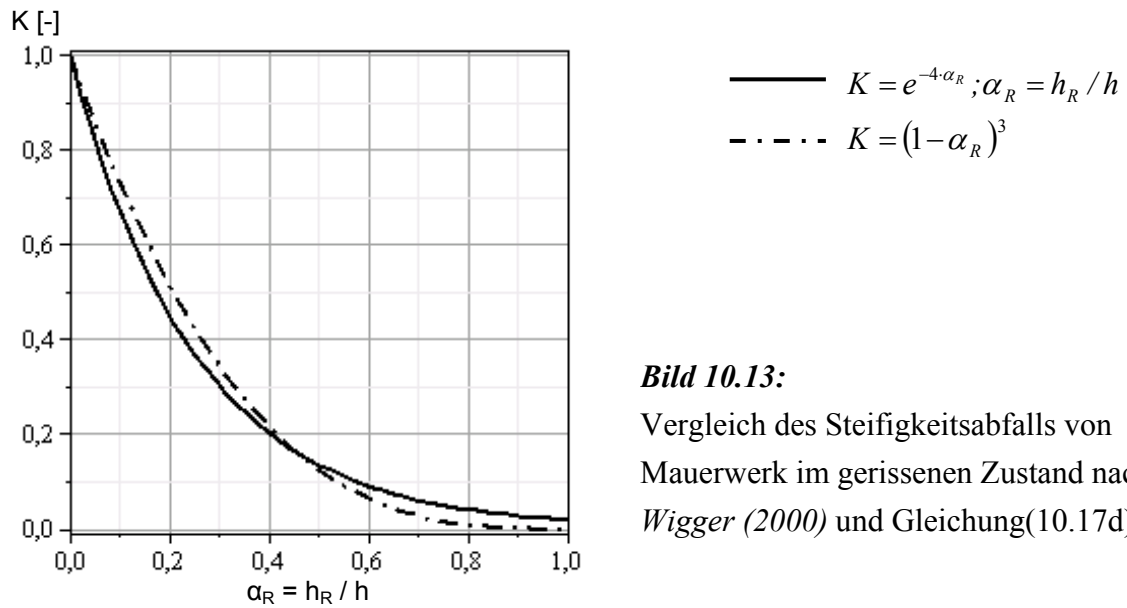
Die Rissbildung wird dabei durch einen Verhältniswert α_R der gerissenen Wandhöhe h_R zur ungerissenen Wandhöhe h ausgedrückt. Der Verlauf ist in Bild 10.12 dargestellt.



Der Verlauf des Steifigkeitsabfalls entspricht näherungsweise dem geometrischen Verhältniswert der gerissenen zur ungerissenen Wandsteifigkeit (Bild 10.13), was den Schluss zulässt, dass sich der gerissene Wandbereich nicht mehr an der Lastabtragung beteiligt. Es kann also näherungsweise von einem reduzierten Querschnitt $h_{red} = h - h_R$ ausgegangen werden. Für das Verhältnis gilt:

$$K = \frac{EI_{II}}{EI_I} = \frac{(h - h_R)^3}{h^3} = \left(1 - \frac{h_R}{h}\right)^3 = (1 - \alpha_R)^3 \quad (10.17d)$$

Der Verlauf ist in Bild 10.13 dem Verlauf nach *Wigger (2000)* gegenübergestellt.



Für Schubversagen kann entsprechend den Versagensbedingungen nach Mann/Müller(1973) das genauere Berechnungsverfahren nach DIN 1053 zugrunde gelegt werden oder aber auch die Versagensbedingungen nach Simon (2002) verwendet werden. Näherungsweise kann auch das vereinfachte Berechnungsverfahren für Schubversagen nach DIN 1053 in Ansatz gebracht werden. In Bild 10.14 sind die Versagensbedingungen nach Simon (2002) nochmals zusammenfassend dargestellt. Die entsprechenden vereinfachten Beziehungen nach Mann/Müller (1973) können der Mauerwerksnorm DIN 1053-100 entnommen werden. Sind keine genauen Angaben über die Ausführung der Stoßfugen vorhanden, sollte von unvermörtelten Stoßfugen ausgegangen werden.

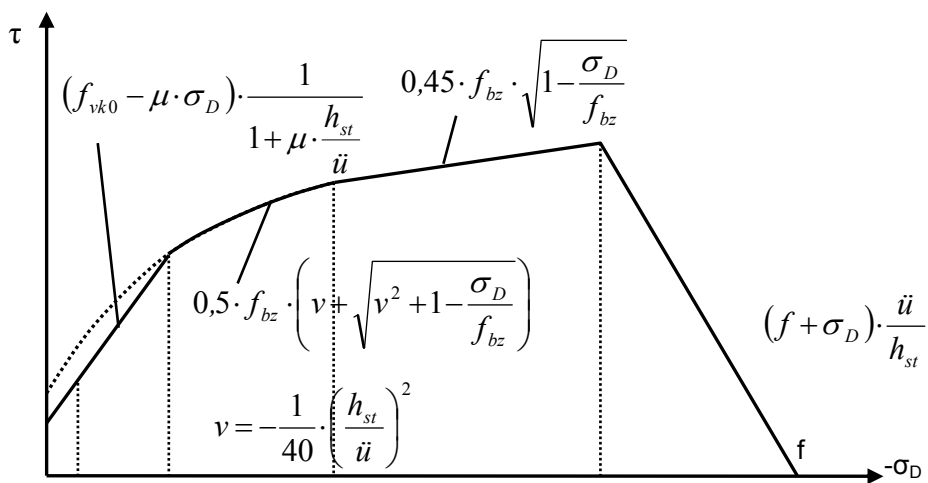


Bild 10.14: Versagensbedingungen von Mauerwerk für Schubversagen nach Simon (2002) (unvermörtelte Stoßfugenausführung)

Die kritische Gleitung für Schubversagen ergibt sich dabei nach

$$\varepsilon_{S,krit} = \frac{\tau}{E_D} \cdot (1 + \nu). \tag{10.18}$$

Der Druck-E-Modul E_D senkrecht zu den Lagerfugen kann entsprechend *DIN 1053-100* in Abhängigkeit des Grundwertes der zulässigen Druckspannungen bestimmt werden. Weitere Bestimmungsgleichungen sind auch in *Schubert (2005)* enthalten. Die Druckspannungen σ_D können entsprechend den Lasthinweisen aus Abschnitt 3 im entsprechenden Schnitt bestimmt werden. In Bild 10.15 sind die einzelnen Versagensbedingungen beispielhaft für Mauerwerk HLz 12/IIa und KS 12/DM vergleichend gegenübergestellt.

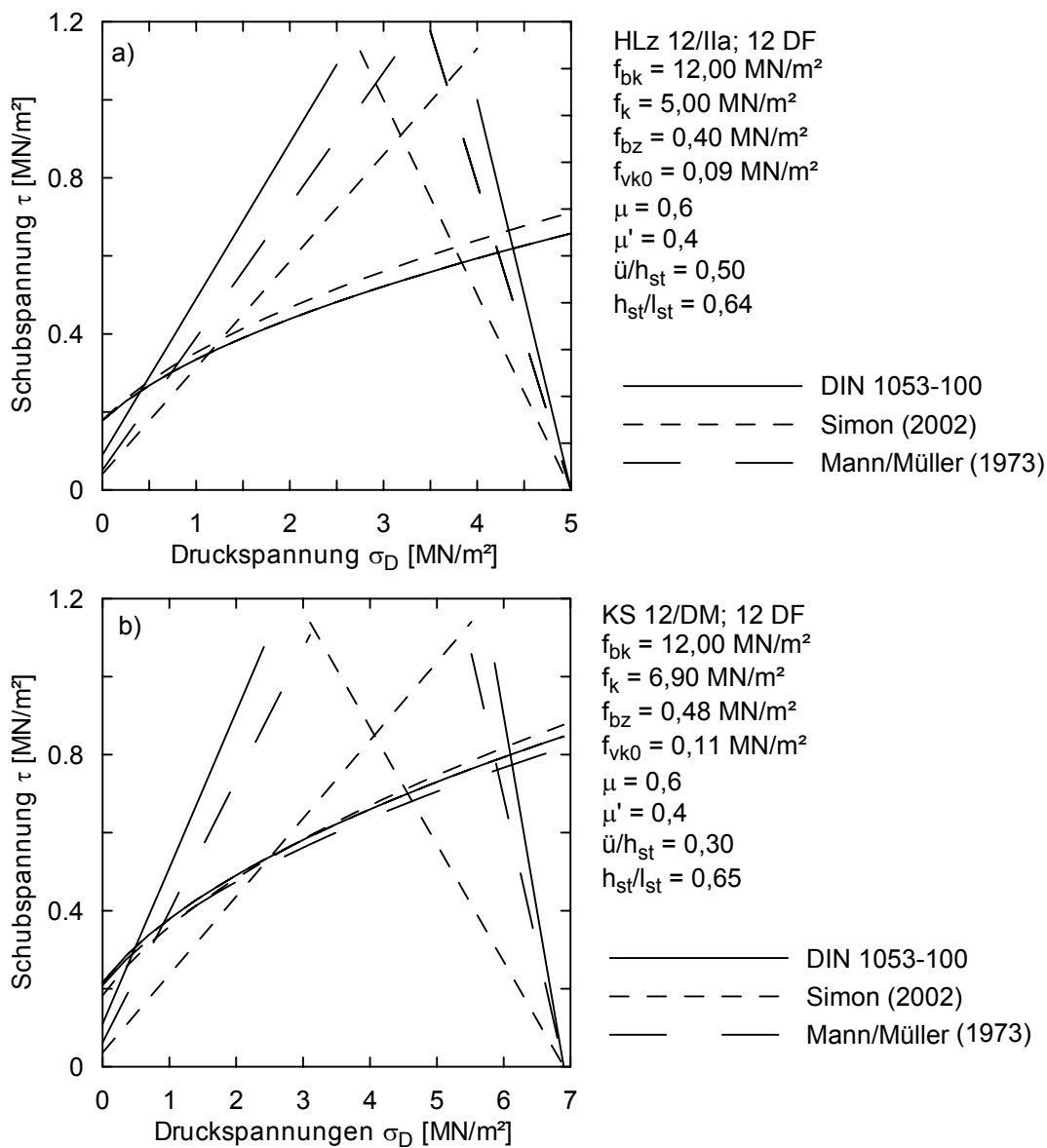


Bild 10.15: Gegenüberstellung der Versagensbedingungen für Schubversagen von Mauerwerk
 a) HLz 12/IIa (unvermörtelte Stoßfugenausführung)
 b) KS 12/DM (unvermörtelte Stoßfugenausführung)

Entsprechend dem dargestellten Steifigkeitsabfall in Bild 10.13 gilt für das Schubversagen im Zustand II näherungsweise die reduzierte, noch ungerissene Querschnittshöhe $h_{red} = h - h_R$.

10.4 Hinweise zu weiteren Baustoffen

Schwerpunktmäßig wurde im Abschnitt 10.4 Bauteile aus Mauerwerk und Beton bzw. Stahlbeton betrachtet. Das in Abschnitt 10.2 und 10.3 abgeleitete Nomogrammverfahren lässt sich allerdings durch die kritischen Dehnungen und Gleitungen auch auf andere Baustoffe anwenden, wie beispielsweise Holz oder Glas. Für Holzbauteile (z. B. Holztafelbauteile) sind die entsprechenden Materialeigenschaften in der Holzbaunorm *DIN 1052* bzw. auch in allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassungen geregelt. Für die Materialeigenschaften von Glas wird auf die *Technischen Richtlinien für liniengelagerte Verglasung (TRLV)* verwiesen.

10.5 Anwendungsbeispiele

10.5.1 Allgemeines

Für das in Abschnitt 10.2 ausgearbeitete Nomogrammverfahren zur Abschätzung von Tragwerks- und Gebäudeschäden infolge von Setzungen bzw. Setzungsdifferenzen und daraus resultierenden Zwangsbeanspruchungen für die aufgehende Konstruktion unter Berücksichtigung der Boden-Bauwerks-Interaktion sind nachfolgend schematisch Beispiele dargestellt. Die Beispiele sollen die Anwendung des abgeleiteten Verfahrens und der vorgeschlagenen Vorgehensweise erläutern.

10.5.2 Beispiel 1: Gebäudemuldenlagerung unter Dreiecksbelastung

10.5.2.1 Randbedingungen und Annahmen

In nachfolgender Tabelle sind die für das Beispiel 1 angenommenen Eingangswerte tabellarisch zusammengestellt. Entsprechend dem in Bild 10.16 dargestellten Gebäudeschnitt wird für die unterstellte Muldenlagerung angenommen, dass eine Dreiecksbelastung ohne Randeinspannung die korrespondierende Einheitslastsituation darstellt und die Muldenlagerung ausreichend beschreibt. Tabelle 10.8 enthält die geometrischen Eingangswerte.

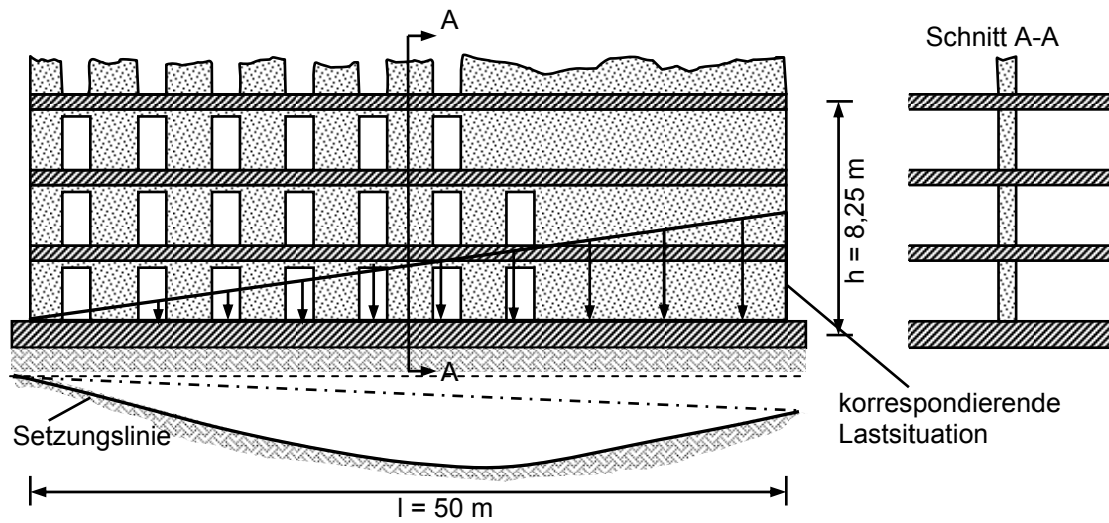


Bild 10.16: Geometrische Definitionen und Schnitt

Tabelle 10.8: Eingangswerte für das Beispiel 1

Eingangswerte	
Bauteillänge l	$l = 50 \text{ m}$
Höhe eines Geschosses	$2,75 \text{ m}$
Anzahl mitwirkender Geschosse nach Abschnitt 9	3 Geschosse
→ Bauteilhöhe	$h = 3 \cdot 2,75 \text{ m} = 8,25 \text{ m}$
→ Verhältniswert l/h	$l/h = 6,06$
Betonfestigkeitsklasse des betrachteten Bauteils	C 30/37
Steifigkeitsverhältnis E/G aus Abschnitt 9	$E/G = 5$

Auf eine Differenzierung der kritischen Dehnungen in einen Dehnungsanteil aus setzungserzeugender Belastung und einen Dehnungsanteil aufgrund von Setzungszwang (vgl. Abschnitt 10.1) wird verzichtet. Die ermittelten kritischen Materialdehnungen beschreiben also den Gesamtwert, sodass auch die ermittelten kritischen Winkelverdrehungen als gesamte zulässige Winkelverdrehungen aufzufassen sind.

10.5.2.2 Zulässige Winkelverdrehungen für Biege- und Schubversagen

Entsprechend Abschnitt 5.4 gelten für eine Muldenlagerung unter Dreiecksbelastung folgende Versagensbeziehungen:

$$\text{Biegeversagen: } \frac{\Delta_{krit}}{\varepsilon_{B,krit} \cdot l} = 0,1017 \cdot \frac{l}{z} \cdot \left(1 + 9,692 \cdot \frac{EI}{GA_s \cdot l^2} \right) \quad (10.19a)$$

$$\text{Schubversagen: } \frac{\Delta_{krit}}{\varepsilon_{S,krit} \cdot l} = 0,3793 \cdot \left(1 + 0,1032 \cdot \frac{GA_s \cdot l^2}{EI} \right) \quad (10.19b)$$

Die Versagensbeziehungen sind unter Berücksichtigung der Einheitsquerschnittsbedingungen nach Abschnitt 10.2 nachfolgend in Bild 10.17 grafisch dargestellt.

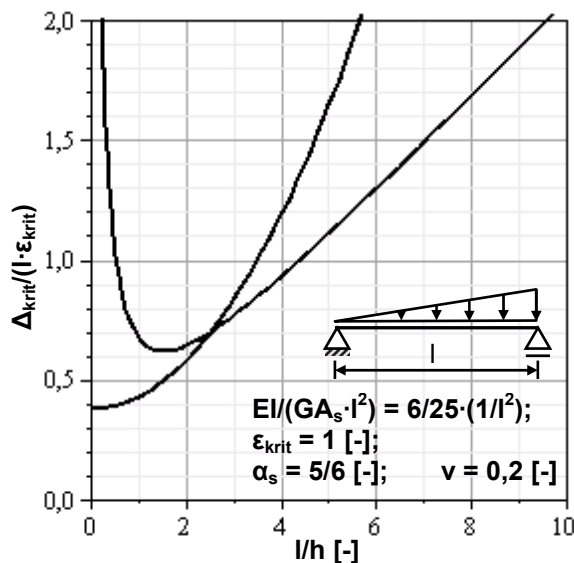


Bild 10.17:

Versagenskriterien für Gebäude- muldenlagerung unter Dreiecks- belastung

Für das Verhältnis $K_s = \frac{EI}{GA_s} \cdot \frac{1}{l^2}$ ergibt sich (vgl. Abschnitt 5)

$$K_s = \frac{EI}{GA_s} \cdot \frac{1}{l^2} = k \cdot \left(\frac{h}{l} \right)^2 = 0,5 \cdot \frac{1}{6,06^2} \rightarrow \frac{1}{K_s} = 73,45 \quad (10.19c)$$

Für Biegeversagen folgt:

$$\frac{\Delta_{krit}}{\varepsilon_{B,krit} \cdot l} = 0,1017 \cdot 2 \cdot \frac{l}{h} \cdot \left(1 + 9,692 \cdot \frac{EI}{GA_s \cdot l^2} \right) = 0,2034 \cdot 6,06 \cdot \left(1 + 9,692 \cdot \frac{1}{73,45} \right) = 1,4 \quad [-]$$

Für Schubversagen gilt:

(10.19d)

$$\frac{\Delta_{krit}}{\varepsilon_{S,krit} \cdot l} = 0,3793 \cdot \left(1 + 0,1032 \cdot \frac{GA_s \cdot l^2}{EI} \right) = 0,3793 \cdot (1 + 0,1032 \cdot 73,45) = 3,25 \quad [-] \quad (10.19e)$$

Die kritische Dehnung bzw. Gleitung ε_{krit} für Stahlbeton unter Kurzzeitbelastung ergibt sich abgelesen aus Bild 10.18.

$$\text{nach Bild 10.18a) für Biegeversagen} \quad \varepsilon_{B,krit} \approx 0,102 \text{ ‰}, \quad (10.19f)$$

$$\text{und nach Bild 10.18b) für Schubversagen} \quad \varepsilon_{S,krit} \approx 0,069 \text{ ‰} \quad (10.19g)$$

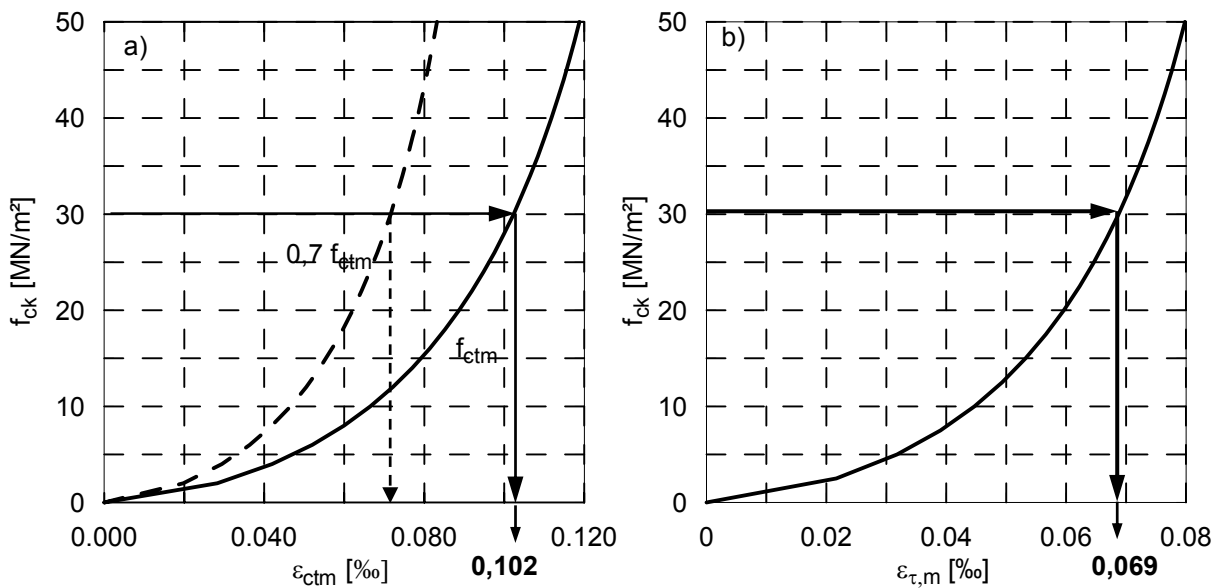


Bild 10.18: Kritische Dehnung bzw. Gleitung für a) Biegeversagen b) Schubversagen

Hieraus ergibt sich ein Biegungsverhältnis bezogen auf die gesamte Bauteillänge

$$\text{Biegeversagen: } \frac{\Delta}{l} = 1,4 \cdot \frac{0,102}{1000} = \frac{1}{7003} \quad (10.19h)$$

$$\text{Schubversagen: } \frac{\Delta}{l} = 3,25 \cdot \frac{0,069}{1000} = \frac{1}{4460} \quad (10.19i)$$

Das Verschiebungsmaximum eines Einfeldträgers unter Dreieckslast lässt sich nach Abschnitt 5 bestimmen:

$$x = \frac{\sqrt{15} \cdot \left(\sqrt{GA_s \cdot (15 \cdot l_E^2 \cdot GA_s + 90 \cdot EI - 2 \cdot \sqrt{30} \cdot (GA_s^2 \cdot l_E^4 + 15 \cdot GA_s \cdot EI \cdot l_E^2 + 67,5 \cdot EI^2))} \right)}{15 \cdot GA_s} = 26,27m$$

$$\text{Bezogen auf die gesamte Stützweite ergibt sich: } \xi = \frac{26,27m}{50,00m} = 0,525 [-] \quad (10.19k)$$

Für die in der Bodenmechanik übliche Bezugsgröße der minimalen angrenzenden Bauteillänge l_{min} folgt

$$l_{min} = (1 - \xi) \cdot l = 0,475 \cdot l \quad (10.19l)$$

Die zulässige Winkelverdrehung ergibt sich dann unter Kurzzeitbelastung zu:

$$\text{Biegeversagen: } \frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{\Delta}{l} \cdot \frac{l}{l_{min}} = \frac{1}{7003} \cdot \frac{l}{0,475 \cdot l} \approx \frac{1}{3326} \quad (10.19m)$$

$$\text{Schubversagen: } \frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{\Delta}{l} \cdot \frac{l}{l_{min}} = \frac{1}{4460} \cdot \frac{l}{0,475 \cdot l} \approx \frac{1}{2119} \quad (10.19n)$$

10.5.2.3 Betrachtungen ohne Kenntnis der Bewehrungsgehalte zum Zeitpunkt $t_1 > t_0$

Unter Berücksichtigung der Langzeitzugfestigkeit sind die entsprechenden Eingangswerte und Ergebnisse in nachfolgender Tabelle 10.9 zusammengestellt.

Tabelle 10.9: Zulässige Winkelverdrehung unter Beachtung des Kriecheinflusses

Langzeitzugfestigkeit aus Bild 10.18 ($0,7 f_{ctm}$)		$\varepsilon_{B,krit} \approx 0,072 \text{ ‰}$
Kriechzahl φ		$\varphi \approx 1,6$
Zulässige Winkelverdrehung	Biegeversagen:	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{3326} \cdot \frac{0,072}{0,102} \cdot \frac{(1,1 + \varphi)}{1,1} = \frac{1}{1920}$
	Schubversagen:	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{2119} \cdot \frac{(1,1 + \varphi)}{1,1} = \frac{1}{863}$

10.5.2.4 Weitere exemplarische Betrachtungen und Einflussparameter

Wird für das Beispiel 1 weiter unterstellt, dass es sich um eine Wand mit Öffnungen handelt, und werden die in nachfolgender Tabelle 10.10 zugrunde gelegten Werte angenommen, lässt sich die zulässige Setzungsdifferenz auch in Abhängigkeit der Rissbreite für Biegeversagen und unter Berücksichtigung der Wandbewehrung ausdrücken. Auf die Berücksichtigung des Steifigkeitsabfalls soll im Rahmen dieses Beispiels verzichtet werden.

Tabelle 10.10: Zusätzliche Eingangswerte für eine abgeschlossene Rissbildung zum Beispiel 1

Zusätzliche Eingangswerte für eine abgeschlossene Rissbildung	
Bewehrung Wand, unten: 6 Ø 16 (zwei Lagen)	$A_s = 12,06 \text{ cm}^2$ $d_s = 16 \text{ mm}$
Seitliche Bewehrung: je Seite Mattenbewehrung Q 335	$A_s = 3,35 \text{ cm}^2/\text{m}$
Stahlspannung im Zustand II	$\sigma_s^{II} \approx 300 \text{ MN/m}^2$
Zugfestigkeit Beton	$f_{ctm} = 2,90 \text{ MN/m}^2$
Verhältnis der E-Moduln	$\alpha_e = E_s/E_{cm} \approx 7,1 \text{ MN/m}^2$
Abstand Schwerlinie Bewehrung vom gezogenen Rand	$d_1 \approx 70 \text{ mm}$
Wandbreite	$b = 30 \text{ cm}$
Wirkungsbereich der Bewehrung	$A_{c,eff} = 2,5 d_1 b = 525 \text{ cm}^2$
effektiver Bewehrungsgrad	$\rho_{eff} = A_s/A_{c,eff} = 0,023 \text{ [-]}$

a) Biegeversagen

Wird für die Ermittlung der kritischen Dehnung von einer angenommenen Rissbreite $w_k = 0,2$ mm ausgegangen ergibt sich aus Gleichung (10.14k) mit den zusätzlichen Eingangswerten aus Tabelle 10.10.

$$\varepsilon_{B,krit} \approx 1,8 \cdot \sqrt{\frac{f_{ctm} \cdot w_k}{E_s \cdot d_s}} = 1,8 \cdot \sqrt{\frac{2,9}{200000} \cdot \frac{0,2}{16}} = 0,77\text{‰} \quad (10.20a)$$

Mit dem Verhältnis der kritischen Dehnungen $0,77 / 0,102 \approx 7,5$ ergibt sich eine zulässige Winkelverdrehung zum Zeitpunkt $t = t_0$:

$$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{3326} \cdot 7,5 = \frac{1}{443} \quad (10.20b)$$

Wird im Gegensatz zum vorliegenden Beispiel von einem Betrachtungszeitpunkt $t_1 > t_0$ ausgegangen, ergibt sich für die Kriechzahl nach Tabelle 10.8 $\varphi \approx 1,6$ eine kritische Dehnung

$$\varepsilon_{B,krit} \approx 0,77 \cdot \frac{1,1 + \varphi}{1,1} = 1,89\text{‰}$$

und hieraus eine zulässige Winkelverdrehung

$$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{3326} \cdot \frac{1,89}{0,102} \approx \frac{1}{179} \quad (10.20c)$$

b) Schubversagen

Wird für den betrachteten Querschnitt der Zustand II unterstellt und die Bewehrung gemäß Tabelle 10.10 gewählt, kann aus Gleichung (10.16l) die kritische Gleitung unter Kurzzeitbelastung ermittelt werden.

$$\varepsilon_{S,krit} = \frac{f_{yk} \cdot \cot \theta \cdot \left(4 \cdot a_{sw} + \frac{b}{\alpha_e} \right)}{2 \cdot b \cdot E_{cm}} = \frac{500 \text{ MN/m}^2 \cdot 1,2 \cdot \left(4 \cdot \frac{2 \cdot 3,35 \text{ cm}^2/\text{m}}{100^2 \text{ cm}^2/\text{m}^2} + \frac{0,3 \text{ m}}{7,10} \right)}{2 \cdot 0,3 \text{ m} \cdot 28298 \text{ MN/m}^2} = \quad (10.20d)$$

$$= 0,001585 = 1,585\text{‰}$$

Dies entspricht einer Winkelverdrehung von

$$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{2119} \cdot \frac{1,585}{0,069} \approx \frac{1}{92} \quad (10.20e)$$

10.5.2.5 Vergleich der Ergebnisse mit einer Mauerwerkswand

Nachfolgend sollen die für eine Stahlbetonwand ermittelten Ergebnisse einer Wand aus Mauerwerk mit gleichen Abmessungen und gleichem Lastbild gegenübergestellt werden. Die zusätzlichen Eingangswerte und Ergebnisse sind tabellarisch aufgeführt und ausgewertet.

Tabelle 10.11: Eingangswerte und Auswertung für eine Mauerwerkswand

Eingangswerte		
Mauerwerksfestigkeitsklasse des betrachteten Bauteils	KS 12/DM	
vorhandene Druckspannung im betrachteten Bereich	$\sigma_D = 3 \text{ MN/m}^2$	
Kriechzahl nach DIN 1053-100	$\varphi_\infty = 1,5$	
Auswertung		
Schubversagen von Mauerwerk	<div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="flex: 1;"> </div> <div style="flex: 1; padding-left: 10px;"> <p>KS 12/DM; 12 DF $f_{bk} = 12,00 \text{ MN/m}^2$ $f_k = 6,90 \text{ MN/m}^2$ $f_{bz} = 0,48 \text{ MN/m}^2$ $f_{vk0} = 0,11 \text{ MN/m}^2$ $\mu = 0,6$ $\mu' = 0,4$ $\ddot{u}/h_{st} = 0,30$ $h_{st}/l_{st} = 0,65$</p> <p>— DIN 1053-100 - - - Simon (2002) - · - Mann/Müller (1973)</p> </div> </div>	
Biegeversagen		
Zugfestigkeit	$f_{mt} = \min \left\{ \begin{aligned} &\frac{1}{2} \cdot f_{bz} \cdot \left(\frac{1}{1 + d_f / h_{st}} \right) \approx \frac{1}{2} \cdot f_{bz} \approx \frac{1}{2} \cdot 0,48 \text{ MN/m}^2 = 0,24 \text{ MN/m}^2 \\ &(f_{vk0} + \mu \cdot \sigma_D) \cdot \frac{\ddot{u}}{h_{st} + d_f} \approx (0,11 + 0,6 \cdot 3,0) \cdot 0,3 = 0,573 \text{ MN/m}^2 \end{aligned} \right.$	
Zug-E-Modul	$E_Z = 23700 \cdot \beta_Z^{0,90} = 23700 \cdot 0,24^{0,90} = 6561 \text{ MN/m}^2$	
kritische Dehnung	$\varepsilon_{krit}^{Z,St} = f_{mt} / E_Z = 0,24 / 6561 \cdot 1000 = 0,0366 \text{ ‰}$	
Schubversagen		
Schubspannung	$\tau \approx 0,60 \text{ MN/m}^2$	
Druck-E-Modul nach DIN 1053-100	$E_D = 950 \cdot f_k = 950 \cdot 6,9 = 6550 \text{ MN/m}^2$	
kritische Gleitung	$\varepsilon_{S,krit} = \frac{\tau}{E_D} \cdot (1 + \nu) = \frac{0,60 \text{ MN/m}^2}{6550 \text{ MN/m}^2} \cdot 1,2 \approx 0,11 \text{ ‰}$	
zulässige Winkelverdrehung		
Zeitpunkt	Biegeversagen	Schubversagen
$t_0 = 0$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{3326} \cdot \frac{0,0366}{0,102} = \frac{1}{9269}$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{2119} \cdot \frac{0,11}{0,069} = \frac{1}{1329}$
$t_1 = 1 \text{ Jahr} \approx t_1 = \infty$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{9269} \cdot (1 + \varphi_\infty) \approx \frac{1}{3708}$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{1189} \cdot (1 + \varphi_\infty) \approx \frac{1}{532}$

Wird für eine weitere Betrachtung davon ausgegangen, dass die betrachtete Wand im unteren Bereich in einer Höhe von ca. 30 % in den gerissenen Zustand übergeht, folgt für den Steifigkeitsabfall

$$K = 0,3 \quad [-] \quad (10.21a)$$

Auf die Berücksichtigung einer mittleren Ersatzsteifigkeit über die Ersatzträgerlänge wird verzichtet.

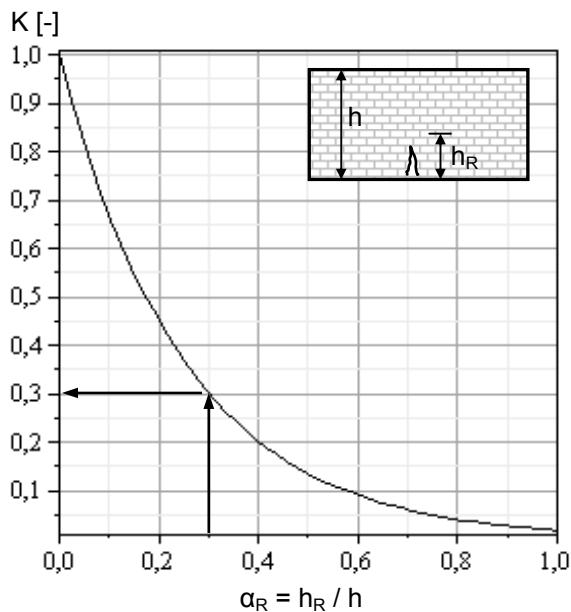


Bild 10.19:

Steifigkeitsabfall von Mauerwerk im gerissenen Zustand (Zustand II) nach Wigger (2000)

Wird angenommen, dass die Mauerwerkswand näherungsweise also auf ihrer gesamten Länge in den gerissenen Zustand übergeht, die weiteren Eingangswerte nach den Tabellen 10.8 und 10.11 beibehalten werden, folgt für das Verhältnis K_S (vgl. Abschnitt 5) unter Berücksichtigung der Restquerschnittshöhe

$$h_{red} = h - h_R = (1 - \alpha_R) \cdot h = 0,7 \cdot h = 0,7 \cdot 8,25 \approx 5,78m \quad (10.21b)$$

$$K_S = \frac{EI}{GA_s} \cdot \frac{1}{l^2} = k \cdot \left(\frac{h_{red}}{l} \right)^2 = 0,5 \cdot \frac{1}{8,66^2} \rightarrow \frac{1}{K_S} \approx 150. \quad (10.21c)$$

Für Biegeversagen folgt:

$$\frac{\Delta_{krit}}{\varepsilon_{B,krit} \cdot l} = 0,1017 \cdot 2 \cdot \frac{l}{h} \cdot \left(1 + 9,692 \cdot \frac{EI}{GA_s \cdot l^2} \right) = 0,2034 \cdot 8,66 \cdot \left(1 + 9,692 \cdot \frac{1}{150} \right) = 1,88 \quad [-]$$

Unter Berücksichtigung der kritischen Biegedehnung nach Tabelle 10.11 gilt für das Biegeungsverhältnis

$$\frac{\Delta}{l} = \varepsilon_{B,krit} \cdot 1,88 = 0,0366 / 1000 \cdot 1,88 = \frac{1}{14533} \quad [-] \quad (10.21e)$$

Bezogen auf die minimale Stützweite $l_{min} = 0,475 \cdot l$ folgt zum Zeitpunkt $t = 0$:

$$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{\Delta}{l} \cdot \frac{l}{l_{min}} = \frac{1}{14533} \cdot \frac{l}{0,475 \cdot l} \approx \frac{1}{6903} \quad [-] \quad (10.21f)$$

Unter Berücksichtigung des Kriechbeiwertes $\varphi_\infty = 1,5$ gilt zum Zeitpunkt $t = \infty$:

$$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{6903} \cdot (1 + \varphi_\infty) \approx \frac{2,5}{6903} = \frac{1}{2761} \quad [-] \quad (10.21g)$$

Auf weitere Betrachtungen zum Schubversagen wird verzichtet.

10.5.2.6 Vergleich der Ergebnisse mit dem Nomogrammverfahren

Dem Nomogrammverfahren liegt als setzungserzeugende Belastung eine Gleichlast zugrunde. Für die Gleichlastsituation einer Muldenlage aus Tabelle 10.2 ergibt sich der Grundwert aus Bild 10.20.

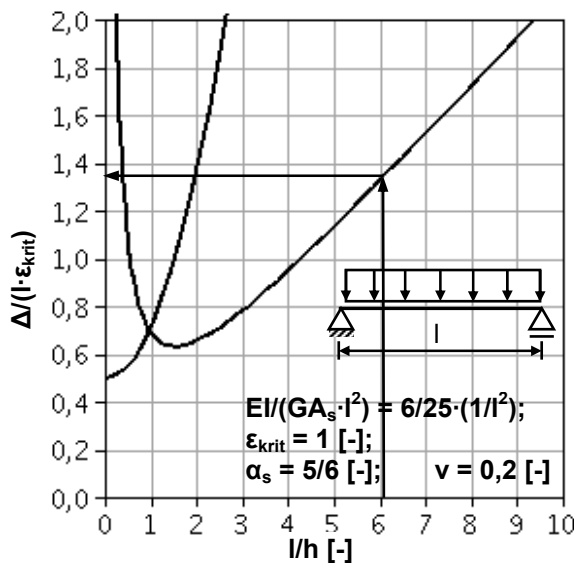


Bild 10.20:

Grundnomogramm einer Muldenlage unter Gleichlast

Abgelesen für $l/h = 6,06$ und Biegeversagen: $\frac{\Delta}{l \cdot \varepsilon_{B,krit}} \approx 1,35 \quad [-]. \quad (10.22a)$

Die zulässige Winkelverdrehung bezogen auf die gesamte Stützweite des betrachteten Bauteils ergibt sich nach dem Nomogrammverfahren zu

$$k_{E,M} = \frac{z^N}{z^*} \cdot \frac{(1 + k_{2,B}^N \cdot K_S^*)}{(1 + k_{2,B}^N \cdot K_S^N)} \cdot k_{E,M}^N \quad (10.22b)$$

Mit den Beiwerten

$$z_N = \frac{h}{2} \quad [-]; \quad z^* = \frac{h}{2} \quad [-] \quad (10.22c)$$

$$k_{2,B}^N = \frac{48}{5} [-], \quad (10.22d)$$

$$K_S^N = \frac{6}{25} \cdot \frac{h^2}{l^2} = \frac{6}{25} \cdot \frac{1}{6,06^2} \approx 0,0065 [-], \quad K_S^* = 0,5 \cdot \frac{1}{6,06^2} \approx 0,0136 [-] \quad (10.22e)$$

folgt:

$$k_{E,M} = \frac{z^N}{z^*} \cdot \frac{(1 + k_{2,B}^N \cdot K_S^*)}{(1 + k_{2,B}^N \cdot K_S^N)} \cdot k_{E,M}^N = \frac{h/2}{h/2} \cdot \frac{(1 + 48/5 \cdot 0,0136)}{(1 + 48/5 \cdot 0,0065)} \cdot 1,35 = 1,44 [-] \quad (10.22f)$$

Entsprechend Bild 10.18a gilt für die kritische Betondehnung unter Kurzzeitbelastung

$$\varepsilon_{krit,B} = 0,102 \text{ ‰}. \quad (10.22g)$$

Bezogen auf die gesamte Stützweite ergibt sich das Biegungsverhältnis

$$\frac{\Delta}{l} = k_{E,M} \cdot \varepsilon_{krit,B}^N \cdot \frac{\varepsilon_{krit,B}}{\varepsilon_{krit,B}^N} = 1,44 \cdot \frac{0,102}{1000} = \frac{1}{6808} \quad (10.22h)$$

Für die kritische Winkelverdrehung unter Biegebeanspruchung folgt mit $l_{min} = l/2$

$$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{\Delta}{l} \cdot \frac{l}{l_{min}} = \frac{1}{6808} \cdot 2 = \frac{1}{3404}. \quad (10.22i)$$

Im Vergleich zur kritischen Winkelverdrehung unter einer Dreieckbelastung nach Abschnitt 10.5.2.2 ergibt sich eine Abweichung von ca.

$$\frac{1/3326 - 1/3404}{1/3326} \cdot 100\% = 2,3\% \quad (10.22j)$$

Auf weitere Betrachtungen zum Schubversagen wird verzichtet.

10.5.3 Beispiel 2: Gebäudesattellagerung unter Trapezbelastung

10.5.3.1 Randbedingungen und Annahmen

Die entsprechenden Vorgaben und Eingangswerte für die in Beispiel 2 behandelte Gebäudesattellagerung unter Trapezbelastung sind in nachfolgender Tabelle 10.12 angegeben. Auf eine Differenzierung der kritischen Dehnungen in einen Dehnungsanteil aus setzungs-erzeugender Belastung und einen Dehnungsanteil aufgrund von Setzungszwang (vgl. Abschnitt 10.1) wird verzichtet. Die ermittelten kritischen Materialdehnungen beschreiben also den Gesamtwert, sodass auch die ermittelten kritischen Winkelverdrehungen als gesamte zulässige Winkelverdrehungen aufzufassen sind. Es wird angenommen, dass die dargestellte Setzungslinie aus einer Setzungsmessung ermittelt worden ist. Entsprechend dem in Bild 10.21 dargestellten Gebäudeschnitt wird für die unterstellte Sattellagerung angenommen, dass eine Trapezlastbelastung ohne Randeinspannung die korrespondierende Einheitslastsituation darstellt und die Sattellagerung ausreichend beschreibt.

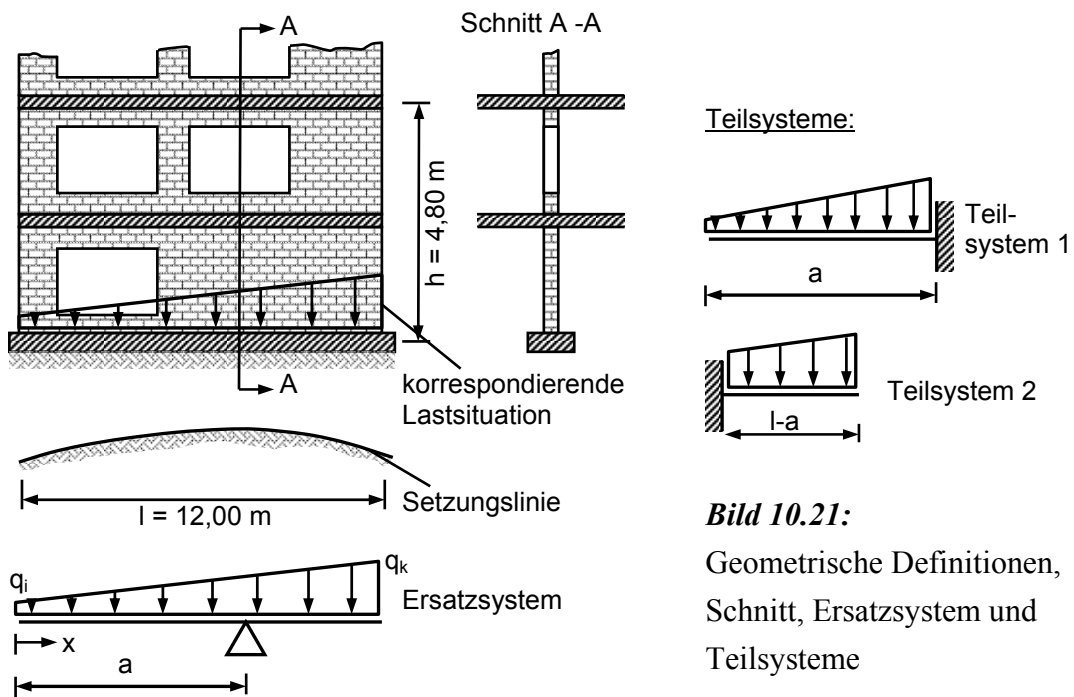


Bild 10.21: Geometrische Definitionen, Schnitt, Ersatzsystem und Teilsysteme

Tabelle 10.12: Eingangswerte für das Beispiel 2

Eingangswerte	
Bauteillänge l	$l = 12 \text{ m}$
Höhe eines Geschosses	$2,40 \text{ m}$
Anzahl mitwirkender Geschosse nach Abschnitt 9	2 Geschosse
→ Bauteilhöhe	$h = 2 \cdot 2,40 \text{ m} = 4,80 \text{ m}$
→ Verhältniswert l/h	$l/h = 2,5$
Mauerwerksfestigkeitsklasse des betrachteten Bauteils	HLz 12/IIa, 12DF
Steifigkeitsverhältnis E/G aus Abschnitt 9	$E/G = 8$; $k = 0,8 [-]$
Bemessungsschnitt η	$\eta = 0,1$
Verhältnis der Belastungswerte $n = q_k/q_i$	$n = 4$

10.5.3.2 Auswertung für Biege- und Schubversagen

Die Versagensbeziehungen für Schubbeanspruchung sind in Bild 10.22 dargestellt. Alle weiteren Beiwerte zur Bestimmung der kritischen Dehnungen in Tabelle 10.13 enthält ebenfalls Bild 10.22.

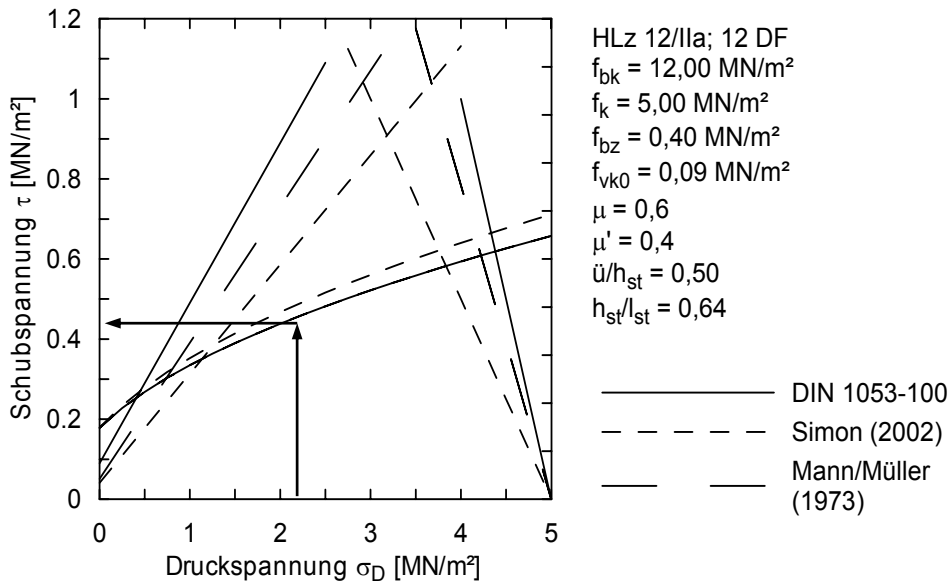


Bild 10.22: Versagensbedingungen für Schubversagen von Mauerwerk HLz 12/IIa

Tabelle 10.13: Kritische Dehnungen bzw. Gleitungen für Biege- und Schubversagen

kritische Dehnungen bzw. Gleitungen	
Biegeversagen	
Zugfestigkeit	$f_{mt} = \min \left\{ \begin{aligned} &\frac{1}{2} \cdot f_{bz} \cdot \left(\frac{1}{1 + d_f / h_{st}} \right) \approx \frac{1}{2} \cdot f_{bz} \approx \frac{1}{2} \cdot 0,4 \text{ MN/m}^2 = 0,20 \text{ MN/m}^2 \\ &(f_{vk0} + \mu \cdot \sigma_D) \cdot \frac{\ddot{u}}{h_{st} + d_f} \approx (0,09 + 0,6 \cdot 2,0) \cdot 0,5 = 0,645 \text{ MN/m}^2 \end{aligned} \right.$
Zug-E-Modul	$E_Z = 14700 \cdot \beta_Z^{0,89} = 14700 \cdot 0,2^{0,89} = 3509 \text{ MN/m}^2$
kritische Dehnung	$\varepsilon_{krit}^{Z,St} = f_{mt} / E_Z = 0,20 / 3509 \cdot 1000 = 0,057 \text{ ‰}$
Schubversagen	
Schubspannung	$\tau \approx 0,43 \text{ MN/m}^2$
Druck-E-Modul nach DIN 1053-100	$E_D = 1100 \cdot f_k = 5500 \text{ MN/m}^2$
kritische Gleitung	$\varepsilon_{S,krit} = \frac{\tau}{E_D} \cdot (1 + \nu) = \frac{0,43 \text{ MN/m}^2}{5500 \text{ MN/m}^2} \cdot 1,2 = 0,0938 \text{ ‰}$

Die einzelnen Versagensbeziehungen für die in Bild 10.21 dargestellten Teilsysteme enthält Tabelle 10.14.

Tabelle 10.14: Versagenskriterien der Teilsysteme

Belastung		Momentenversagen	Querkraftversagen
Teilsystem 1		$\frac{\Delta}{l_k} = \frac{1}{20} \cdot \frac{\varepsilon_M}{z} \cdot l_k \cdot \frac{(4+11 \cdot n \cdot q_i)}{(1+2 \cdot n \cdot q_i)} \cdot \left(1 + \frac{(1+2 \cdot n \cdot q_i)}{(4+11 \cdot n \cdot q_i)} \cdot \frac{20 \cdot EI}{GA_s \cdot l_k^2} \right)$	$\frac{\Delta}{l_k} = \frac{2}{3} \cdot \varepsilon_Q \cdot \frac{(1+2 \cdot n)}{(1+n)} \cdot \left(1 + \frac{(4+11 \cdot q_i)}{(1+2 \cdot n)} \cdot \frac{GA_s \cdot l_k^2}{20 \cdot EI} \right)$
Teilsystem 2		$\frac{\Delta}{l_k} = \frac{1}{20} \cdot \frac{\varepsilon_M}{z} \cdot l_k \cdot \frac{(11+4 \cdot n \cdot q_i)}{(2+n \cdot q_i)} \cdot \left(1 + \frac{(2+n \cdot q_i)}{(11+4 \cdot n \cdot q_i)} \cdot \frac{20 \cdot EI}{GA_s \cdot l_k^2} \right)$	$\frac{\Delta}{l_k} = \frac{2}{3} \cdot \varepsilon_Q \cdot \frac{(2+n)}{(1+n)} \cdot \left(1 + \frac{(11+4 \cdot n)}{(2+n)} \cdot \frac{GA_s \cdot l_k^2}{20 \cdot EI} \right)$

Aus dem Momentengleichgewicht am Ersatzsystem ergeben sich die Teillängen der Einzelsysteme:

$$a = l_{k,1} = \frac{l}{3} \cdot \frac{(2 \cdot q_k + q_i)}{(q_k + q_i)} = \frac{l}{3} \cdot \frac{(2 \cdot n + 1)}{(n + 1)} = \frac{l}{3} \cdot \frac{(2 \cdot 4 + 1)}{(4 + 1)} = 0,6 \cdot l \quad (10.23a)$$

Für das Verhältnis der Steifigkeiten gilt:

Teilsystem 1: ($k = 0,8$; $l_{k,1} = 0,6 \cdot l$)

$$K_{S,1} = \frac{EI}{GA_s \cdot l_{k,1}^2} = \frac{E}{G} \cdot \frac{1}{12 \cdot \alpha_s} \cdot \left(\frac{h}{l_{k,1}} \right)^2 = k \cdot \left(\frac{h}{l_{k,1}} \right)^2 = 0,8 \cdot \left(\frac{4,80}{7,2} \right)^2 = 0,356 [-] \quad (10.23b)$$

Teilsystem 2: ($k = 0,8$; $l_{k,2} = 0,4 \cdot l$)

$$K_{S,2} = \frac{EI}{GA_s \cdot l_{k,2}^2} = \frac{E}{G} \cdot \frac{1}{12 \cdot \alpha_s} \cdot \left(\frac{h}{l_{k,2}} \right)^2 = k \cdot \left(\frac{h}{l_{k,2}} \right)^2 = 0,8 \cdot \left(\frac{4,80}{4,80} \right)^2 = 0,80 [-] \quad (10.23c)$$

Für die einzelnen Versagenskriterien der Teilsysteme aus Tabelle 10.14 ergibt sich:

Teilsystem 1:

Biegeversagen: $\frac{\Delta_{krit}}{l_{k,1}} = 1,068 \cdot \varepsilon_{B,krit} = 1,068 \cdot \frac{0,057}{1000} = \frac{1}{16427} [-] \quad (10.23d)$

Schubversagen: $\frac{\Delta_{krit}}{l_{k,1}} = 1,481 \cdot \varepsilon_{S,krit} = 1,481 \cdot \frac{0,0938}{1000} = \frac{1}{7199} [-] \quad (10.23e)$

Teilsystem 2:

Biegeversagen: $\frac{\Delta_{krit}}{l_{k,2}} = 2,05 \cdot \varepsilon_{B,krit} = 2,05 \cdot \frac{0,057}{1000} = \frac{1}{8558} [-] \quad (10.23f)$

Schubversagen: $\frac{\Delta_{krit}}{l_{k,2}} = 1,025 \cdot \varepsilon_{S,krit} = 1,025 \cdot \frac{0,0938}{1000} = \frac{1}{10401} [-] \quad (10.23g)$

Als maßgebende Versagenskriterien ergeben sich das Biegeversagen aus Teilsystem 1 und das Schubversagen aus Teilsystem 2 zum Zeitpunkt $t = 0$.

Zeitpunkt $t = 0$:

$$\text{Biegeversagen: } \frac{\Delta_{krit}}{l_{k,1}} = 1,068 \cdot \varepsilon_{B,krit} = 1,068 \cdot \frac{0,057}{1000} = \frac{1}{16427} \quad [-] \quad (10.23h)$$

$$\text{Schubversagen: } \frac{\Delta_{krit}}{l_{k,2}} = 1,025 \cdot \varepsilon_{S,krit} = 1,025 \cdot \frac{0,0938}{1000} = \frac{1}{10401} \quad [-] \quad (10.23i)$$

Zeitpunkt $t = 1 \text{ Jahr } (\approx t = \infty)$:

Kriechzahl nach *DIN 1053-100*, Mauerziegel: $\varphi_{\infty} = 1,0$

$$\text{Biegeversagen: } \frac{\Delta_{krit}}{l_{k,1}} = \frac{1}{16427} \cdot (1 + \varphi_{\infty}) = \frac{1}{8214} \quad (10.23j)$$

$$\text{Schubversagen: } \frac{\Delta_{krit}}{l_{k,2}} = \frac{1}{10401} \cdot (1 + \varphi_{\infty}) = \frac{1}{5201} \quad (10.23k)$$

10.5.3.3 Weitere exemplarische Betrachtungen

Im Folgenden soll zum Vergleich die betrachtete Wand unter Sattellagerung aus Stahlbeton bestehen. Auf die Berücksichtigung einer Bewehrung wird allerdings verzichtet. Es gelten die in Bild 10.21 dargestellten geometrischen Zusammenhänge. Weitere Annahmen sowie die Auswertung sind in nachfolgender Tabelle 10.15 zusammengestellt.

Tabelle 10.15: Zusätzliche Annahmen sowie Auswertung einer Stahlbetonwand unter Sattellagerung

kritische Dehnungen bzw. Gleitungen	
Betonfestigkeitsklasse	C 25/30
Druckfestigkeit	$f_{ck} = 25 \text{ MN/m}^2$
E-Modul	$E_{cm} = \alpha_i \cdot 9500 \cdot (f_{ck} + 8)^{1/3} = 26663 \text{ MN/m}^2$ mit $\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck} + 8}{88} = 0,875$
Kriechzahl	$t = 1 \text{ Jahr: } \varphi = 1,60$ $t = \infty: \quad \varphi_{\infty} = 2,60$

Tabelle 10.15: Zusätzliche Annahmen sowie Auswertung einer Stahlbetonwand unter Sattellagerung (Fortsetzung)

Biegeversagen													
Zugfestigkeit	$f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} = 2,57 \text{ MN/m}^2$												
Dauerstandszugfestigkeit	$0,7 \cdot f_{ctm} = 1,80 \text{ MN/m}^2$												
kritische Dehnung	$t = 0: \varepsilon_{B,krit} = 0,0964 \text{ ‰}$ $t = \infty: \varepsilon_{B,krit} = 0,0675 \text{ ‰}$												
Schubversagen													
kritische Gleitung	$\varepsilon_{S,krit} = 0,065 \text{ ‰}$												
Auswertung													
	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Biegeversagen</th> <th>Schubversagen</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$t = 0$</td> <td>$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{16427} \cdot \frac{0,0964}{0,057} = \frac{1}{9713}$</td> <td>$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{10401} \cdot \frac{0,065}{0,0938} = \frac{1}{15154}$</td> </tr> <tr> <td>$t = 1 \text{ Jahr}$</td> <td>$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{16427} \cdot \frac{0,0675}{0,057} \cdot \frac{1,1 + \varphi}{1,1} = \frac{1}{5804}$</td> <td>$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{10401} \cdot \frac{0,065}{0,0938} \cdot \frac{1,1 + \varphi}{1,1} = \frac{1}{6115}$</td> </tr> <tr> <td>$t = \infty$</td> <td>$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{16427} \cdot \frac{0,0675}{0,057} \cdot \frac{1,1 + \varphi_{\infty}}{1,1} = \frac{1}{4124}$</td> <td>$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{10401} \cdot \frac{0,065}{0,0938} \cdot \frac{1,1 + \varphi}{1,1} = \frac{1}{4462}$</td> </tr> </tbody> </table>		Biegeversagen	Schubversagen	$t = 0$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{16427} \cdot \frac{0,0964}{0,057} = \frac{1}{9713}$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{10401} \cdot \frac{0,065}{0,0938} = \frac{1}{15154}$	$t = 1 \text{ Jahr}$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{16427} \cdot \frac{0,0675}{0,057} \cdot \frac{1,1 + \varphi}{1,1} = \frac{1}{5804}$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{10401} \cdot \frac{0,065}{0,0938} \cdot \frac{1,1 + \varphi}{1,1} = \frac{1}{6115}$	$t = \infty$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{16427} \cdot \frac{0,0675}{0,057} \cdot \frac{1,1 + \varphi_{\infty}}{1,1} = \frac{1}{4124}$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{10401} \cdot \frac{0,065}{0,0938} \cdot \frac{1,1 + \varphi}{1,1} = \frac{1}{4462}$
	Biegeversagen	Schubversagen											
$t = 0$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{16427} \cdot \frac{0,0964}{0,057} = \frac{1}{9713}$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{10401} \cdot \frac{0,065}{0,0938} = \frac{1}{15154}$											
$t = 1 \text{ Jahr}$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{16427} \cdot \frac{0,0675}{0,057} \cdot \frac{1,1 + \varphi}{1,1} = \frac{1}{5804}$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{10401} \cdot \frac{0,065}{0,0938} \cdot \frac{1,1 + \varphi}{1,1} = \frac{1}{6115}$											
$t = \infty$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{16427} \cdot \frac{0,0675}{0,057} \cdot \frac{1,1 + \varphi_{\infty}}{1,1} = \frac{1}{4124}$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{10401} \cdot \frac{0,065}{0,0938} \cdot \frac{1,1 + \varphi}{1,1} = \frac{1}{4462}$											

10.5.3.4 Vergleich der Ergebnisse mit dem Nomogrammverfahren

Dem Nomogrammverfahren liegt als setzungserzeugende Belastung eine Gleichlast zugrunde. Für die Gleichlastsituation einer Sattellage aus Tabelle 10.2 ergibt sich der Grundwert aus Bild 10.23. Als Eingangswert ist dabei das Verhältnis der halben Stützweite (Kragarmlänge) zur Höhe zu verwenden, also

$$\frac{l_k}{h} = \frac{l/2}{h} = \frac{12/2\text{m}}{4,8\text{m}} = 1,25 \text{ [-]} \tag{10.23 1}$$

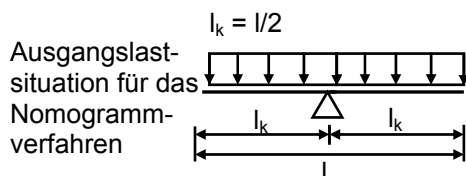
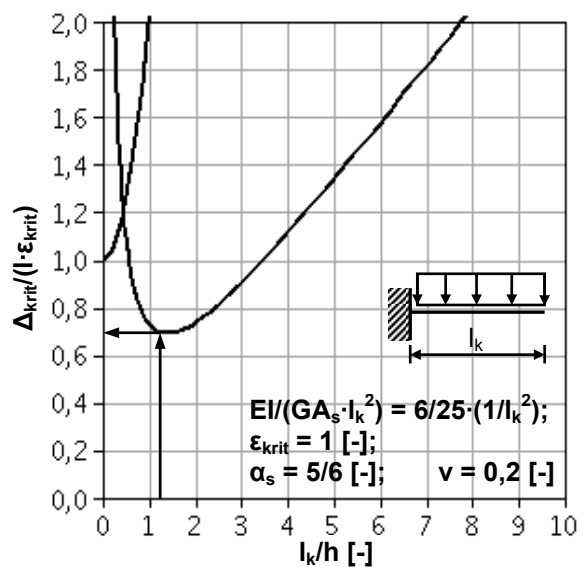


Bild 10.23: Grundnomogramm einer Sattellagerung unter Gleichlast



Abgelesen für $l/h = 1,25$ und Biegeversagen:

$$\frac{\Delta_{krit}}{l \cdot \varepsilon_{B,krit}} \approx 0,7 \quad [-]. \quad (10.23m)$$

Die zulässige Winkelverdrehung bezogen auf die gesamte Stützweite des betrachteten Bauteils ergibt sich nach dem Nomogrammverfahren zu

$$k_{E,M} = \frac{z^N}{z^*} \cdot \frac{(1 + k_{2,B}^N \cdot K_S^*)}{(1 + k_{2,B}^N \cdot K_S^N)} \cdot k_{E,M}^N \quad (10.23n)$$

Mit den Beiwerten

$$z_N = \frac{h}{2} \quad [-]; \quad z^* = \frac{h}{2} \quad [-]; \quad k_{2,B}^N = 8 \quad [-]; \quad (10.23o)$$

$$K_S^N = \frac{6}{25} \cdot \frac{h^2}{l^2} = \frac{6}{25} \cdot \frac{1}{1,25^2} = 0,1536 \quad [-]; \quad K_S^* = 0,8 \cdot \frac{1}{1,25^2} \approx 0,512 \quad [-]; \quad (10.21p)$$

folgt:

$$k_{E,M} = \frac{z^N}{z^*} \cdot \frac{(1 + k_{2,B}^N \cdot K_S^*)}{(1 + k_{2,B}^N \cdot K_S^N)} \cdot k_{E,M}^N = \frac{h/2}{h/2} \cdot \frac{(1 + 8 \cdot 0,512)}{(1 + 8 \cdot 0,1536)} \cdot 0,7 \approx 1,60 \quad [-] \quad (10.23q)$$

Entsprechend Tabelle 10.13 gilt für die kritische Zugdehnung des Mauerwerks

$$\varepsilon_{B,krit} = 0,057 \quad \text{‰}. \quad (10.23r)$$

Bezogen auf die Kragarmlänge des Ersatzsystems ergibt sich die kritische Winkelverdrehung

$$\frac{\Delta}{l_k} = k_{E,M} \cdot \varepsilon_{B,krit}^N \cdot \frac{\varepsilon_{B,krit}}{\varepsilon_{B,krit}^N} = 1,60 \cdot \frac{0,057}{1000} = \frac{1}{10964} \quad (10.23s)$$

Im Vergleich zur kritischen Winkelverdrehung unter einer Trapezbelastung nach Abschnitt 10.5.2.2 ergibt sich eine Abweichung von ca.

$$\frac{1/10964 - 1/16427}{1/16427} \cdot 100\% = 50\% \quad (10.23t)$$

Auf weitere Betrachtungen zum Schubversagen wird verzichtet.

10.5.4 Beispiel 3: Ermittlung der Verformungsreserven bei einem realen Projekt mit vorliegenden Setzungsmessungen

- Beispiel 5 unter Muldenlagerung aus *Soumaya (2005)* -

10.5.4.1 Eingangswerte, Annahmen und Randbedingungen

Das folgende Beispiel ist aus der Arbeit von *Soumaya (2005)* entnommen (Projekt 5). Es handelt sich hierbei um einen Stahlbetonskelettbau, bestehend aus einem Kellergeschoss, einem

Erdgeschoss und drei weiteren Obergeschossen. Das Kellergeschoss (Kriechkeller) ist in Schottenbauweise ausgeführt. Das Gebäude ist flach gegründet. Beim anstehenden Baugrund handelt es sich um Seeton. Einen Gebäudeschnitt mit Baugrundaufbau ist in Bild 10.24 dargestellt.

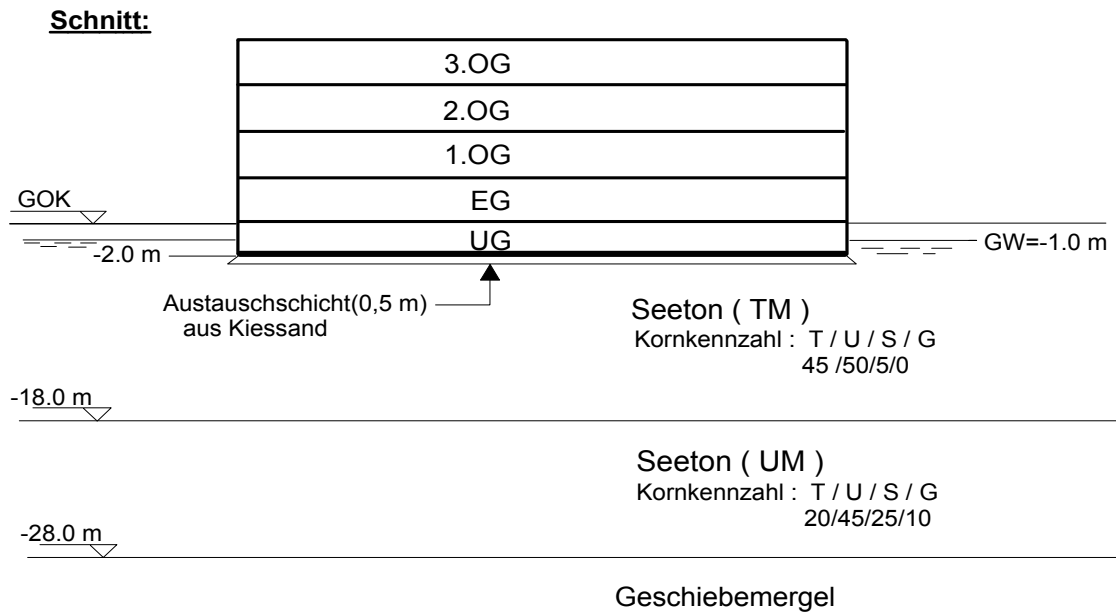


Bild 10.24: Beispiel 3: Gebäudeschnitt und Bodenaufbau, Beispiel 5 aus *Soumaya (2005)*

Da das Erdgeschoss und die Obergeschosse als ausgesteifte Stahlbetonskelettkonstruktion ausgeführt wurden, wird angenommen, dass die aufgehenden Geschosse weich im Vergleich zum sehr steifen Kellergeschoss sind, sodass im Weiteren die Betrachtungen auf das Untergeschoss beschränkt bleiben sollen. Die Grundrissdarstellung und einen Systemschnitt enthält Bild 10.25. Die entsprechenden Baugrundparameter sind in Tabelle 10.16 zusammengestellt.

Tabelle 10.16: Bodenparameter für das Beispiel 5 aus *Soumaya (2005)*

Wichte γ [kN/m ³]	Wichte unter Auftrieb γ' [kN/m ³]	Mittlerer Wassergehalt w	Steifemodul E_s [MN/m ²]	cal E_m	Kohäsion des un-drainierten Bodens c_u [kN/m ²]	Konsolidationsbeiwert c_v [m ² /Jahr]
18,5	8,5	34,5	3	[-]	15-20	3-7

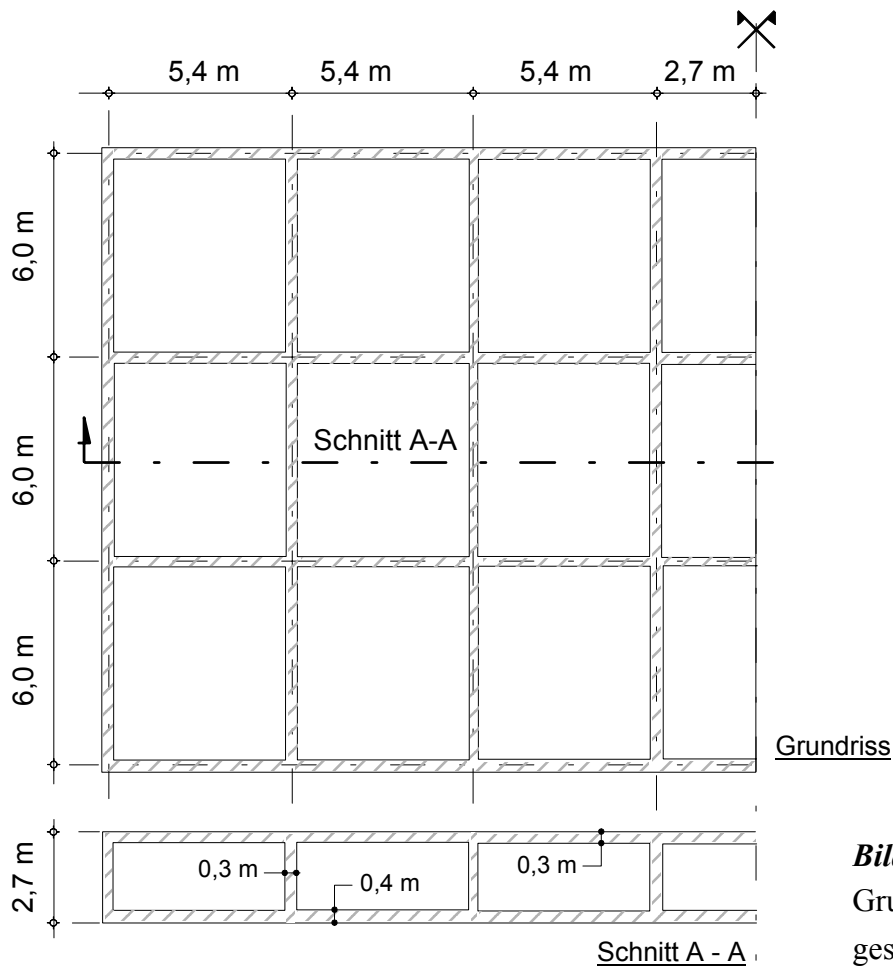


Bild 10.25:
Grundriss des Unter-
geschosses und Schnitt A-

10.5.4.2 Gemessene und berechnete Setzungen und Winkelverdrehungen

Die sich bei diesem Gebäude einstellende Muldenlagerung wurde über die Erstellungsphase hinaus durch Setzungsmessungen dokumentiert. Die Zeit-Setzungslinie der entsprechenden Messpunkte kann Bild 10.26 entnommen werden. Es konnten an dem Gebäude keine Schäden aufgrund von Setzungsdifferenzen festgestellt werden. Die Anwendung der aufgezeigten Vorgehensweise zur Beurteilung der Schadensanfälligkeit wird im vorliegenden Projekt für die Zeitpunkte

- $t = 125 \cdot d$ und
- $t = \infty$

dargestellt. Die Zeitpunkte sind im Zeit-Setzungsdiagramm in Bild 10.26 markiert. Bild 10.27 enthält eine Übersicht der Lage der insgesamt sechs Messpunkte. Nachfolgend werden die Messwerte zu den genannten Zeitpunkten graphisch aufbereitet und in die Setzungsanteile Gleichmaßsetzung, Verkantungssetzung und Setzungsdifferenz untergliedert.

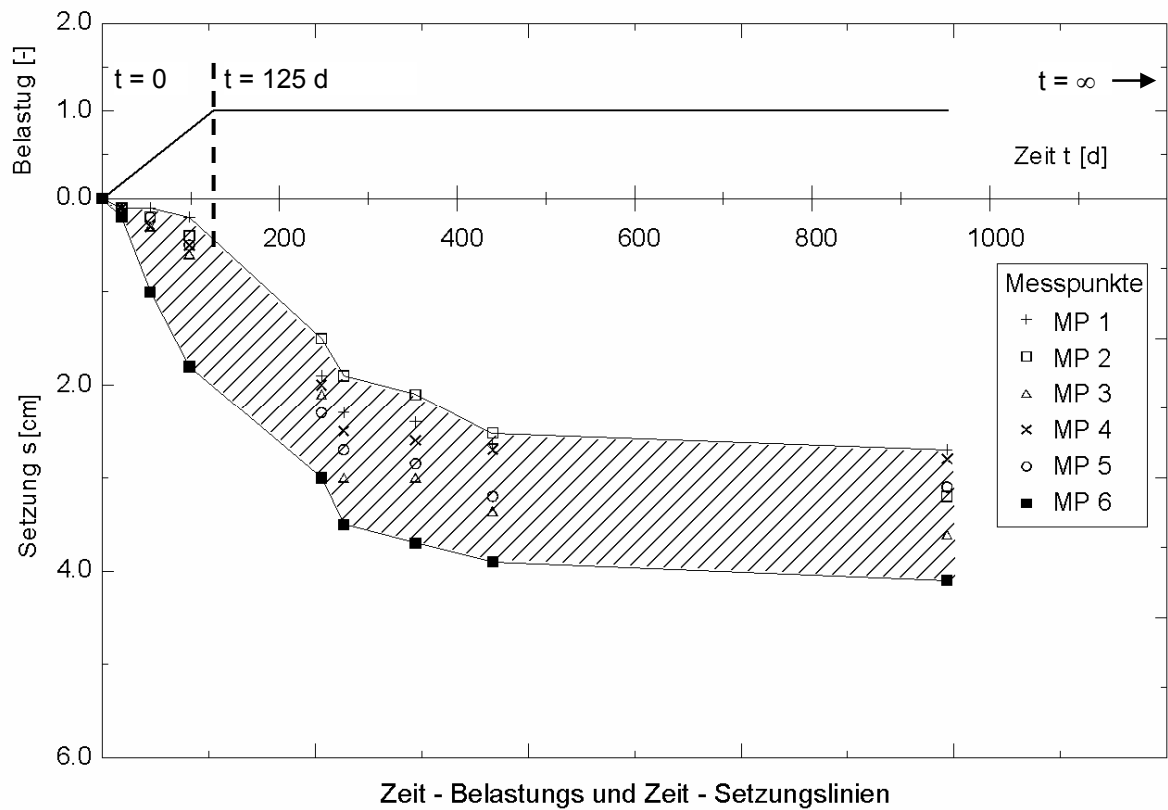


Bild 10.26: Gemessene Zeit-Belastungs- und Zeit-Setzungslinie nach Soumaya (2005) mit den gekennzeichneten Betrachtungszeitpunkten

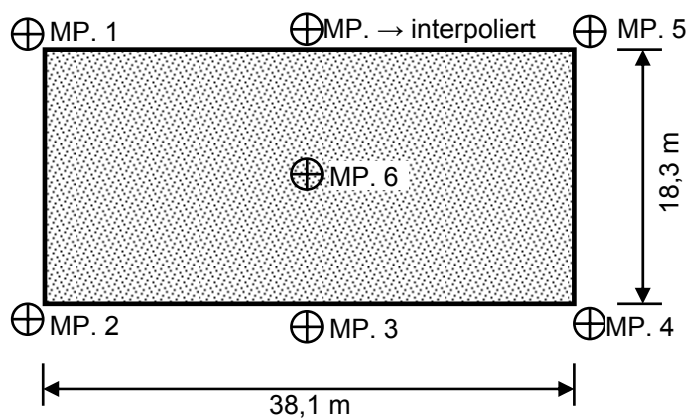


Bild 10.27:
Übersicht der Messpunkte

Die Betrachtungen werden ausschließlich auf das im Vergleich zu der aufgehenden Konstruktion relativ steife Untergeschoß beschränkt. Für die Untersuchungen werden die nachfolgend dargestellten Schnitte definiert (Bild 10.28).

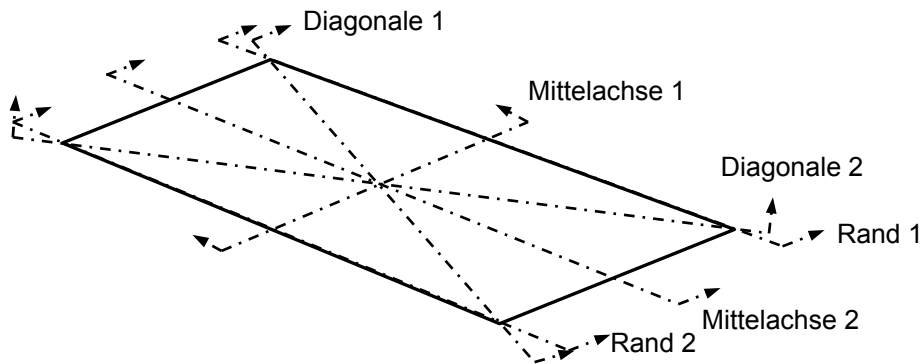


Bild 10.28:
Schnittführung

a) Setzungswerte und Winkelverdrehungen zum Zeitpunkt $t = 125 d$ (Nutzungsbeginn)

Im Folgenden sind die absoluten, gemessenen Setzungen zum Zeitpunkt $t = 125 d$ grafisch aufbereitet und in die Anteile Gleichmaßsetzung, Verkantungssetzung und Setzungsdifferenz untergliedert. Die Messwerte zum Zeitpunkt des Nutzungsbeginns folgen gemäß dem Ausschnitt aus dem Zeit-Setzungsdiagramm durch eine Interpolation (Bild 10.29). Eine Übersicht der gemessenen Setzungen zum Betrachtungszeitpunkt ist in Bild 10.30 dargestellt; Bild 10.31 enthält die entsprechende Aufteilung in den definierten Schnitten.

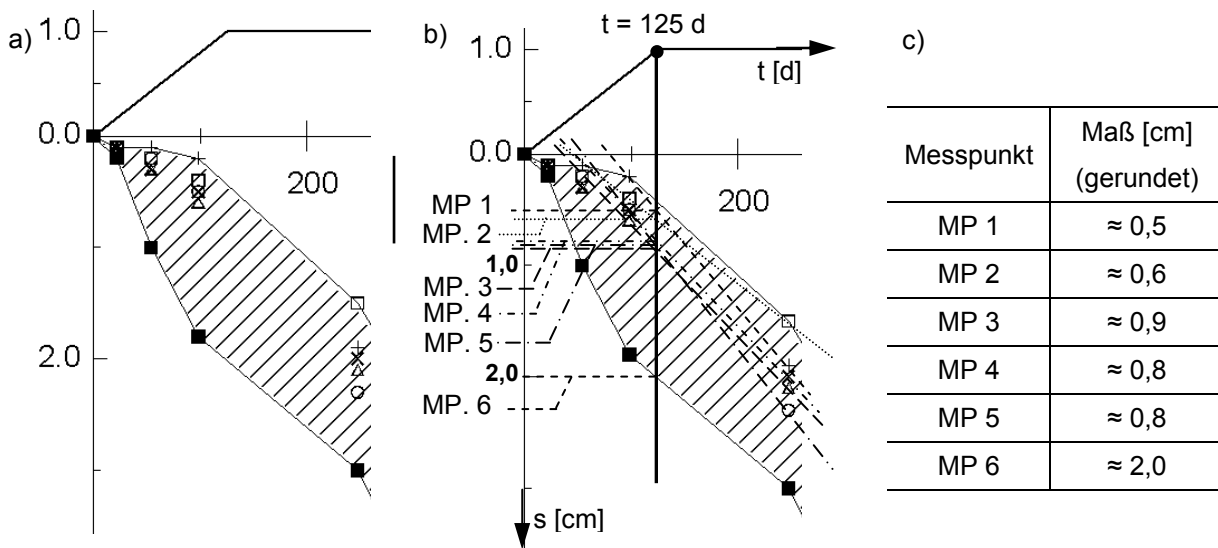


Bild 10.29: Interpolierte Setzungsmaße zum Zeitpunkt $t = 125 d$

- a) Ausschnitt aus dem Zeit-Setzungs-Diagramm
- b) Interpolierte Setzungsmaße zum Zeitpunkt $t = 125 d$
- c) Setzungsmaße in den Messpunkten zum Zeitpunkt $t = 125 d$

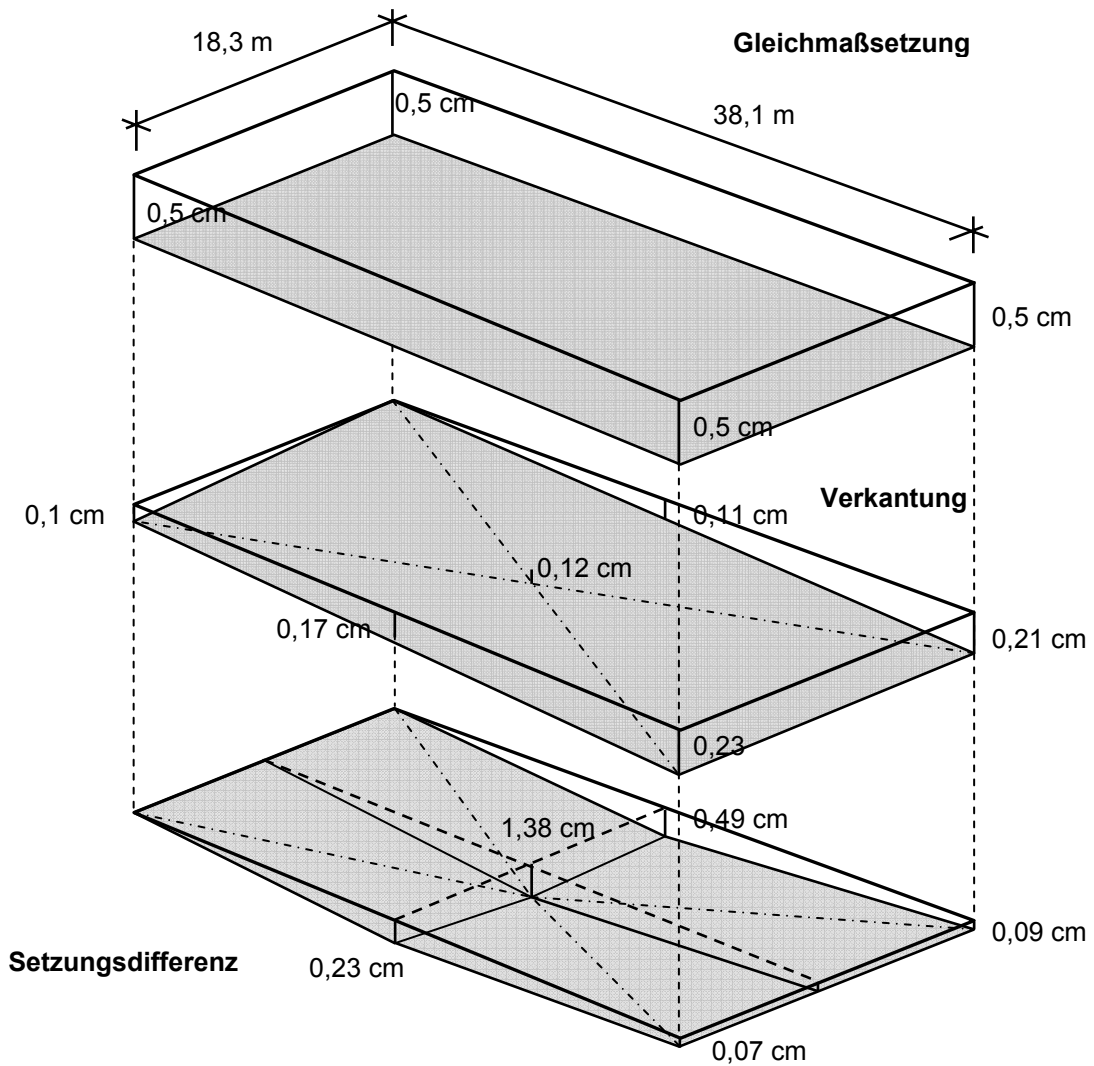
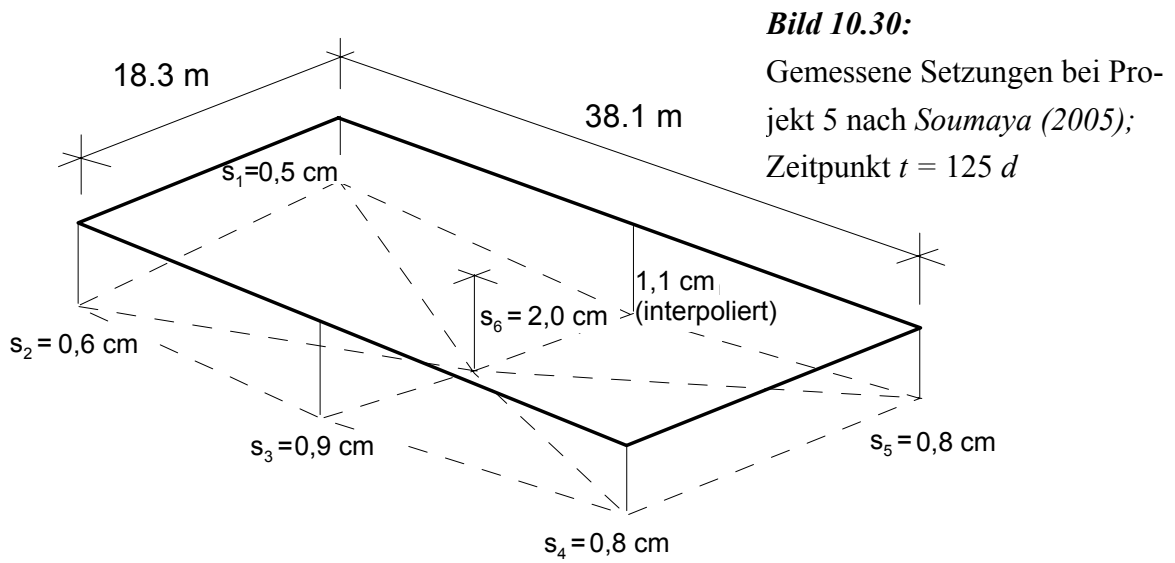


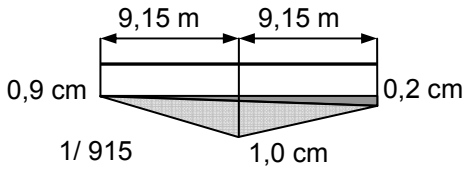
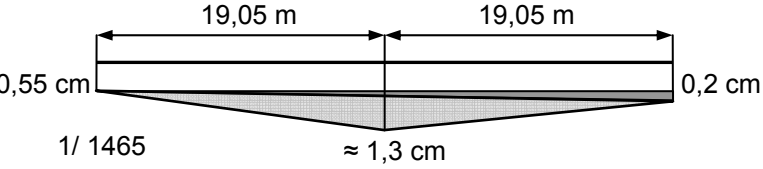
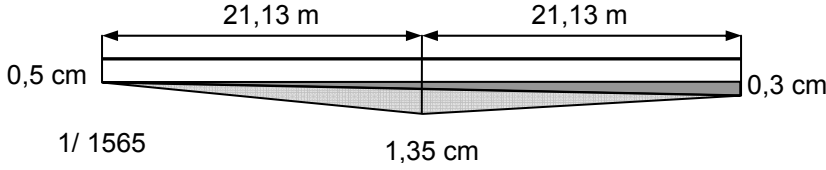
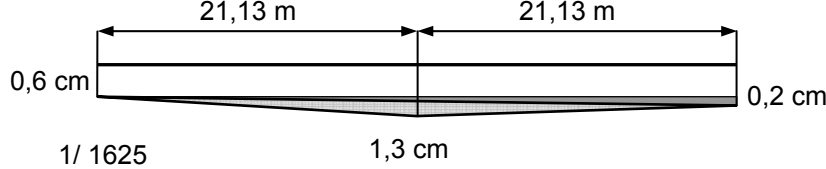
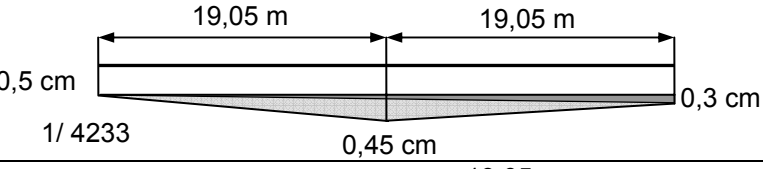
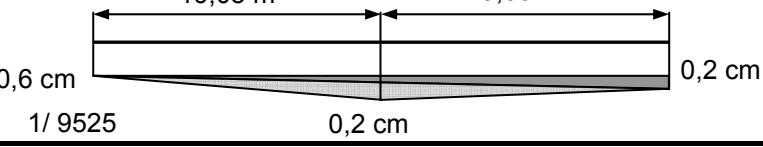


Bild 10.31: Aufspaltung der gemessenen Setzungswerte in Gleichmaßsetzung, Verkantungsetzung und Setzungsdifferenzen; Zeitpunkt $t = 125 d$

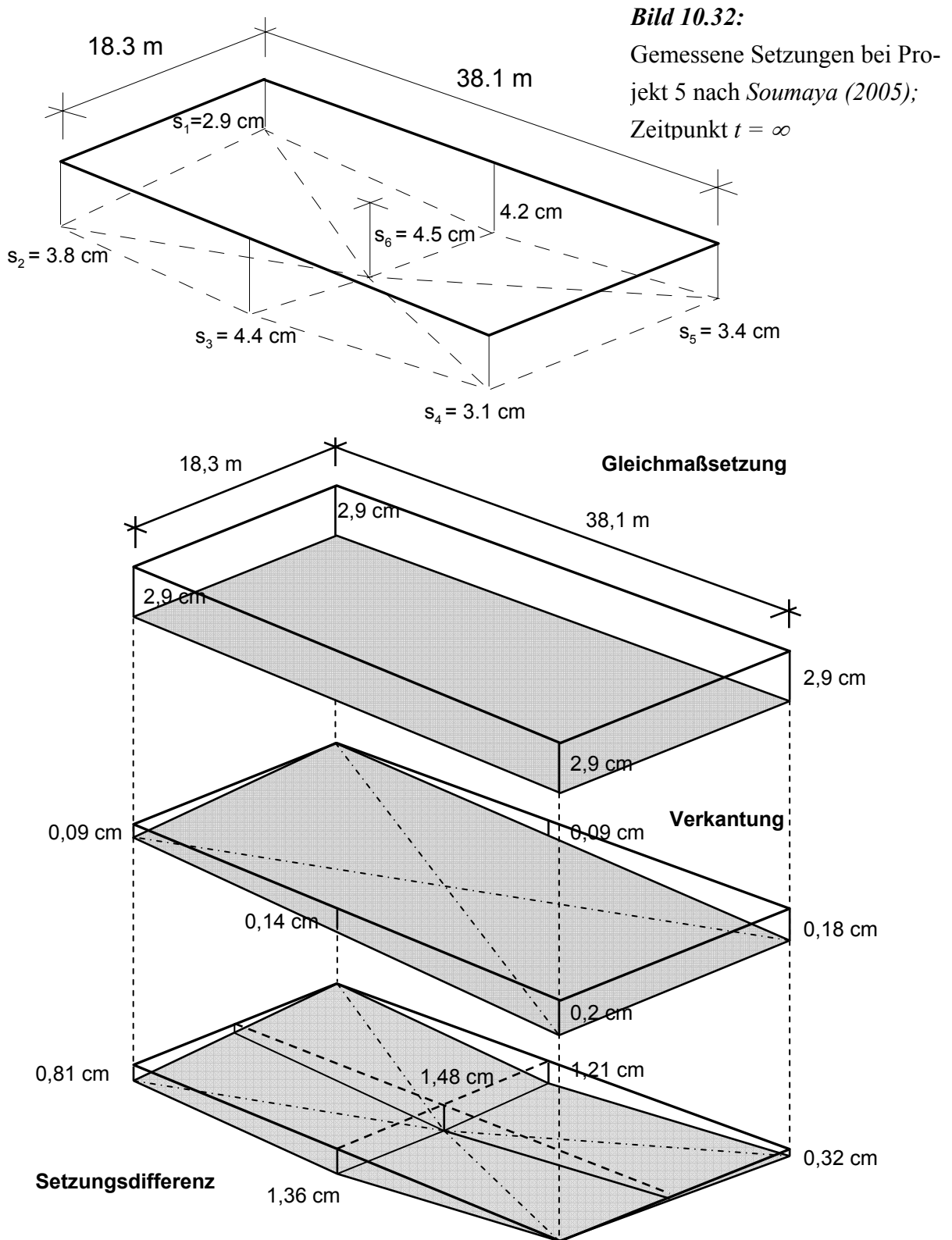
Die Aufteilung in Gleichmaßsetzung, Verkantungssetzung und Setzungsdifferenz zum Zeitpunkt $t = 125 d$ in den definierten Schnitten enthält nachfolgende Tabelle 10.17.

Tabelle 10.17: Schnitte mit Angaben der Verkantungs- und Setzungsdifferenzmaßen zum Zeitpunkt $t = 125 d$, Skizzen unmaßstäblich

Betrachtungsschnitt	Gleichmaßsetzung, Verkantungssetzung, Setzungsdifferenz	
	 Verkantungssetzung	 Setzungsdifferenz
Mittelachse 1		
Mittelachse 2		
Diagonale 1		
Diagonale 2		
Rand 1		
Rand 2		



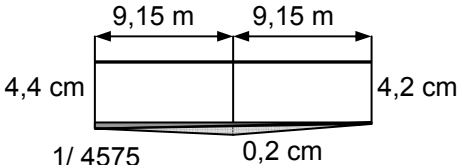
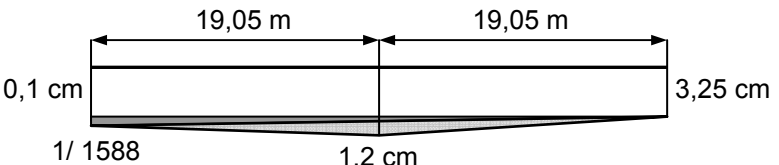
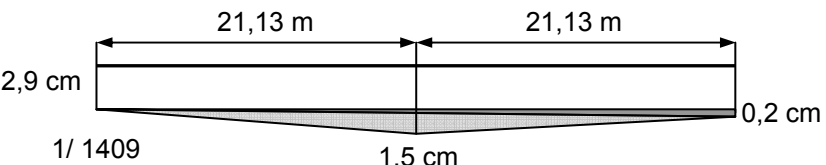
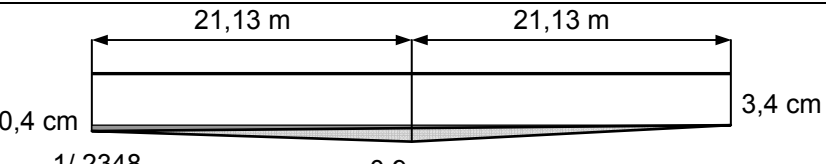
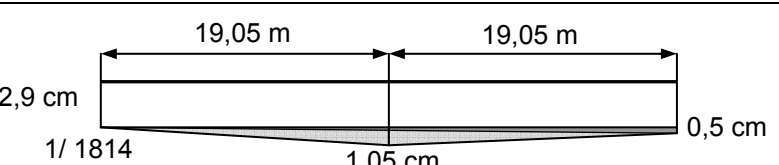
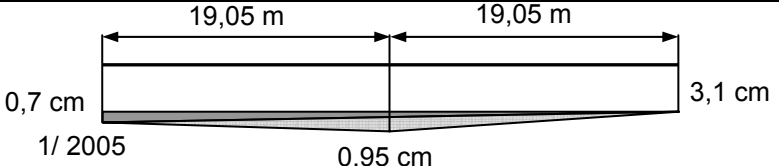
b) Setzungswerte und Winkelverdrehungen zum Zeitpunkt $t = \infty$

Die gemessenen Absolutsetzungen sowie die entsprechende Aufteilung in den definierten Schnitten enthält Bild 10.32 bzw. 10.33.



Nachfolgende Tabelle 10.18 enthält die Auswertung in den definierten Schnitten zum Zeitpunkt $t = \infty$ sowie die zugehörigen Winkelverdrehungen.

Tabelle 10.18: Schnitte mit Angaben der Verkantungs- und Setzungsdifferenzmaßen zum Zeitpunkt $t = \infty$, Skizzen unmaßstäblich

Betrachtungsschnitt	Gleichmaßsetzung, Verkantungssetzung, Setzungsdifferenz	
	 Verkantungssetzung	 Setzungsdifferenz
Mittelachse 1		
Mittelachse 2		
Diagonale 1		
Diagonale 2		
Rand 1		
Rand 2		

- c) Zusammenstellung der ermittelten Winkelverdrehungen zum Zeitpunkt $t = 125 \text{ d}$ und zum Zeitpunkt $t = \infty$

Tabelle 10.19 enthält eine Zusammenfassung und einen Vergleich der zu den Betrachtungszeitpunkten aus den Messwerten ermittelten Winkelverdrehungen. Die Differenz der Winkelverdrehungen bezogen auf den Wert der Winkelverdrehungen zum Zeitpunkt des Nutzungsbegins zeigt keine eindeutige Tendenz. Es sind sowohl Zunahmen (Diagonale 1, Rand 1) als auch Abnahmen der Winkelverdrehung festzustellen, nicht zuletzt auch deshalb, da in den einzelnen Messpunkten unterschiedlich starke Setzungszunahmen in einem Zeitintervall verglichen mit vorangehenden oder nachfolgenden Zeitintervallen vorhanden sind.

Tabelle 10.19: Zusammenstellung und Vergleich der Winkelverdrehung zu den Zeitpunkten $t = 125 \text{ d}$ und $t = \infty$

Winkelverdrehung $\tan \beta$	Zeitpunkt		Zunahme/ Abnahme [%] bezogen auf den Zeitpunkt $t = 125 \text{ d}$
	$t = 125 \text{ d}$	$t = \infty$	$(\tan \beta_{\infty} - \tan \beta_{125}) / \tan \beta_{125} \cdot 100 \text{ [%]}$
Mittelachse 1	1 / 915	1 / 4575	- 80,0
Mittelachse 2	1 / 1465	1 / 1588	- 7,8
Diagonale 1	1 / 1565	1 / 1409	11,1
Diagonale 2	1 / 1625	1 / 2348	-31,0
Rand 1	1 / 4233	1 / 1814	57,1
Rand 2	1 / 9525	1 / 2005	375,1

10.5.4.3 Auswertung

Für die Auswertung wird von folgenden Randbedingungen ausgegangen:

- Da die gemessenen Setzungen und Setzungsdifferenzen im Vergleich zur Längenausdehnung des Gebäudes sehr gering sind, kann die dem vereinfachten Berechnungsverfahren zugrunde liegende parabolische Verformungslinie näherungsweise durch Geraden gemäß den Darstellungen in Tabelle 10.17 bzw. Tabelle 10.18 angenähert werden. Die angegebenen Winkelverdrehungen bleiben daher konstant.
- Auf die Berücksichtigung einer Bewehrung der Stahlbetonbauteile wird vereinfachend verzichtet. Es werden ungerissene Querschnitte unterstellt.
- Da die Setzungsdifferenzen in Querrichtung sehr gering sind, werden die Betrachtungen zum Zeitpunkt $t = \infty$ auf die Längsrichtung beschränkt.
- Auf die Berücksichtigung der Querwände zur Betrachtungsrichtung wird verzichtet.

Entsprechend der Grundrissdarstellung nach Bild 10.25 werden Ersatzquerschnitte unter Berücksichtigung einer mitwirkenden Breite nach *DIN 1045-1* gewählt. Die Ersatzquerschnitte mit den entsprechenden Querschnittswerten enthält Tabelle 10.20.

Tabelle 10.20: Querschnittswerte der Ersatzquerschnitte

Querschnittswerte	Abkürzung	Mittelachse	Rand	Wand
Mitwirkende Breite	b_{eff} [m]	2,58	1,44	0,30
Höhe	h [m]	2,70	2,70	2,70
Schwerpunkt- abstand	z_s [m]	1,44 ⁵	1,42 ¹	1,35
Querschnitts- fläche	A [m ²]	2,406	1,608	0,81
Schubfläche	A_s [m ²]	0,81	0,81	0,675
Schubkorrek- turfaktor	κ [-]	≈ 1	≈ 1	5/6
Flächenträg- heitsmoment	I_y [m ⁴]	2,67	1,59	0,492
Verhältnis	I_y/A_s [m ²]	3,3	1,96	0,729
Schwerpunkt- abstand				
zum oberen Bauteilrand	z_o [m]	1,44 ⁵	1,41	1,35
zum unteren Bauteilrand	z_u [m]	1,25 ⁵	1,29	1,35
Kriechzahl				
wirksame Bauteildicke $h_0 = 2 A/U$	h_0 [mm]	245	305	270
$t = 125 d$:	$\Phi_{(125 d)}$	≈ 1,3	≈ 1,2	≈ 1,25
$t = \infty$:	Φ_{∞}	≈ 2,3	≈ 2,2	≈ 2,25

Weitere Eingangswerte und Annahmen können Tabelle 10.21 entnommen werden.

Tabelle 10.21: Annahmen und weitere Eingangswerte

Eingangswerte	Mittelachse	Rand	Wand
Bauteillänge l; Bauteilbreite b	l = 38,1 m; b = 18,3 m		
Höhe eines Geschosses	2,70 m		
Anzahl mitwirkender Geschosse	1 Kellergeschoss		
→ Verhältniswert l/h; b/h	l/h = 14,1 [-]; b/h = 6,8 [-]		
Betonfestigkeitsklasse	C 30/37		
Elastizitätsmodul E	28309 MN/m ²		
Schubmodul G	11796 MN/m ²		
Steifigkeitsverhältnis EI/GA _s	EI/GA _s = 7,91	EI/GA _s = 4,70	EI/GA _s = 1,75
Zugfestigkeit f _{ctm}	2,90 MN/m ²		
Dauerstandszugfestigkeit 0,7 f _{ctm}	2,03 MN/m ²		
Kriechzahl	φ (125 d) ≈ 1,3 φ _∞ ≈ 2,3	φ (125 d) ≈ 1,2 φ _∞ ≈ 2,2	φ (125 d) ≈ 1,25 φ _∞ ≈ 2,25

Die kritischen Dehnungen bzw. Gleitungen unter Beachtung der Langzeitwirkung des Materials sind aus Bild 10.6a) bzw. Bild 10.11 abgelesen und in Tabelle 10.22 ausgewertet.

kritische Dehnungen bzw. Gleitungen	
Biegeversagen	t = 0: ε _{B,krit} = 0,102 ‰
	t = 125 d: ε _{B,krit} = 0,072 ‰
	t = ∞: ε _{B,krit} = 0,072 ‰
Schubversagen	ε _{S,krit} = 0,069 ‰

Tabelle 10.22:

Kritische Dehnungen bzw. Gleitungen für Biege- und Schubversagen

Agrund des doppelt-symmetrischen Grundrisses und den durchgehenden Stahlbetonwänden des Untergeschosses wird davon ausgegangen, dass eine Gleichlast als setzungserzeugende Lastsituation die Lasteinleitung in den Baugrund ausreichend genau beschreibt. Aus den Gleichungen in Tabelle 10.2 ergeben sich die Grundwerte für die einzelnen Ersatzquerschnitte (Tabelle 10.23). Die Grundwerte für Biegeversagen sind dabei grau hinterlegt. Die entsprechende Auswertung der Längsrichtung enthält Tabelle 10.23. Für die Querrichtung sind die Werte in Tabelle 10.24 aufgeführt.

Tabelle 10.23: Grundwerte für Biege- und Schubversagen (Längsrichtung)

Grundwerte für Biege- und Schubversagen (Längsrichtung; $l = 38,1$ m)	
Mittellachse 2	$\frac{\Delta_{krit}}{l \cdot \varepsilon_{B,krit}} = \frac{5}{48} \cdot \frac{l}{z_u} \cdot \left(1 + \frac{48 \cdot EI}{5 \cdot GA_s \cdot l^2}\right) = \frac{5}{48} \cdot \frac{38,10}{1,26} \cdot \left(1 + \frac{48}{5} \cdot 7,91 \cdot \frac{1}{38,1^2}\right) = 3,31$
	$\frac{\Delta_{krit}}{l \cdot \varepsilon_{S,krit}} = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{5 \cdot GA_s \cdot l^2}{48 \cdot EI}\right) = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{5}{48} \cdot \frac{38,1^2}{7,91}\right) = 10,06$
Rand	$\frac{\Delta_{krit}}{l \cdot \varepsilon_{B,krit}} = \frac{5}{48} \cdot \frac{l}{z_u} \cdot \left(1 + \frac{48 \cdot EI}{5 \cdot GA_s \cdot l^2}\right) = \frac{5}{48} \cdot \frac{38,10}{1,29} \cdot \left(1 + \frac{48}{5} \cdot 4,70 \cdot \frac{1}{38,1^2}\right) = 3,17$
	$\frac{\Delta_{krit}}{l \cdot \varepsilon_{S,krit}} = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{5 \cdot GA_s \cdot l^2}{48 \cdot EI}\right) = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{5}{48} \cdot \frac{38,1^2}{4,70}\right) = 16,59$
Wand	$\frac{\Delta_{krit}}{l \cdot \varepsilon_{B,krit}} = \frac{5}{48} \cdot \frac{l}{z_u} \cdot \left(1 + \frac{48 \cdot EI}{5 \cdot GA_s \cdot l^2}\right) = \frac{5}{48} \cdot \frac{38,10}{1,35} \cdot \left(1 + \frac{48}{5} \cdot 1,75 \cdot \frac{1}{38,1^2}\right) = 2,97$
	$\frac{\Delta_{krit}}{l \cdot \varepsilon_{S,krit}} = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{5 \cdot GA_s \cdot l^2}{48 \cdot EI}\right) = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{5}{48} \cdot \frac{38,1^2}{1,75}\right) = 43,70$

Tabelle 10.24: Grundwerte für Biege- und Schubversagen (Querrichtung)

Grundwerte für Biege- und Schubversagen (Querrichtung; $b = l = 18,3$ m)	
Mittellachse 1	$\frac{\Delta_{krit}}{l \cdot \varepsilon_{B,krit}} = \frac{5}{48} \cdot \frac{l}{z_u} \cdot \left(1 + \frac{48 \cdot EI}{5 \cdot GA_s \cdot l^2}\right) = \frac{5}{48} \cdot \frac{18,30}{1,26} \cdot \left(1 + \frac{48}{5} \cdot 7,91 \cdot \frac{1}{18,3^2}\right) = 1,86$
	$\frac{\Delta_{krit}}{l \cdot \varepsilon_{S,krit}} = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{5 \cdot GA_s \cdot l^2}{48 \cdot EI}\right) = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{5}{48} \cdot \frac{18,3^2}{7,91}\right) = 2,71$
Wand	$\frac{\Delta_{krit}}{l \cdot \varepsilon_{B,krit}} = \frac{5}{48} \cdot \frac{l}{z_u} \cdot \left(1 + \frac{48 \cdot EI}{5 \cdot GA_s \cdot l^2}\right) = \frac{5}{48} \cdot \frac{18,3}{1,35} \cdot \left(1 + \frac{48}{5} \cdot 1,75 \cdot \frac{1}{18,3^2}\right) = 1,48$
	$\frac{\Delta_{krit}}{l \cdot \varepsilon_{S,krit}} = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{5 \cdot GA_s \cdot l^2}{48 \cdot EI}\right) = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{5}{48} \cdot \frac{18,3^2}{1,75}\right) = 10,47$

Für die nachfolgenden, vergleichenden Darstellungen wird auf eine Weiterverfolgung der Schubversagenskriterien verzichtet, da sie in diesem Beispiel für das Gesamtversagen nicht maßgebend werden. Darüber hinaus wurde im vorliegenden Beispiel neben den U- bzw. I-förmigen Ersatzquerschnitten vereinfachend auch ein Rechteckquerschnitt („Wand“) zur vergleichenden Darstellung gewählt. Tabelle 10.25 enthält kritische Winkelverdrehungen als

Ausgangswerte, ermittelt für den Zeitpunkt $t = 0$. Der Ersatzquerschnitt „Wand“ gilt vereinfachend sowohl für die Mittelachsen als auch für die Randachsen.

Tabelle 10.25: Winkelverdrehungen zum Zeitpunkt $t = 0$ (Längs- und Querrichtung)

Längsrichtung ($l = 38,1 \text{ m}$; $l_{\min} = 19,05 \text{ m}$)		
Achse	Biegeversagen	Schubversagen
Mittelachse 2	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{\min}} = 3,31 \cdot \frac{0,102}{1000} \cdot \frac{l}{l_{\min}} = \frac{1}{1481}$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{\min}} = 10,06 \cdot \frac{0,069}{1000} \cdot \frac{l}{l_{\min}} = \frac{1}{720}$
Rand	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{\min}} = 3,17 \cdot \frac{0,102}{1000} \cdot \frac{l}{l_{\min}} = \frac{1}{1546}$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{\min}} = 16,59 \cdot \frac{0,069}{1000} \cdot \frac{l}{l_{\min}} = \frac{1}{437}$
Wand	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{\min}} = 2,97 \cdot \frac{0,102}{1000} \cdot \frac{l}{l_{\min}} = \frac{1}{1651}$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{\min}} = 43,70 \cdot \frac{0,069}{1000} \cdot \frac{l}{l_{\min}} = \frac{1}{166}$
Querrichtung ($l = 18,3 \text{ m}$; $l_{\min} = 9,15 \text{ m}$)		
Achse	Biegeversagen	Schubversagen
Mittelachse 1	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{\min}} = 1,86 \cdot \frac{0,102}{1000} \cdot \frac{l}{l_{\min}} = \frac{1}{2635}$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{\min}} = 2,71 \cdot \frac{0,069}{1000} \cdot \frac{l}{l_{\min}} = \frac{1}{2674}$
Wand	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{\min}} = 1,48 \cdot \frac{0,102}{1000} \cdot \frac{l}{l_{\min}} = \frac{1}{3312}$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{\min}} = 10,47 \cdot \frac{0,069}{1000} \cdot \frac{l}{l_{\min}} = \frac{1}{692}$

Auch für die Mittelachse 1 wird zum Zeitpunkt $t > 0$ Biegeversagen maßgebend, da für die Zugfestigkeit $0,7 \cdot f_{ctm}$ und damit entsprechend Tabelle 10.22 für die kritische Biegedehnung $\varepsilon_{B,krit} = 0,072 \text{ ‰}$. Für die Winkelverdrehung nach Tabelle 10.25 folgt

$$\frac{\Delta_{krit}}{l_{\min}} = 1,86 \cdot \frac{0,072}{1000} \cdot \frac{l}{l_{\min}} = \frac{1}{3734}, \quad (10.24)$$

sodass die weiteren Betrachtungen, sowohl in Längs- als auch in Querrichtung, auf das Biegeversagen beschränkt werden können.

Die Auswertung und Gegenüberstellung der aus den Messwerten ermittelten Winkelverdrehungen und den sich auf der Grundlage der vereinfachten Vorgehensweise abgeleiteten Winkelverdrehungen enthält folgende Tabelle 10.26.

Tabelle 10.26: Auswertung für die unterschiedlichen Betrachtungszeitpunkte

Zeitpunkt		Biegeversagen	vorhandene Winkelverdrehungen aus der Setzmessung		
Längsrichtung					
Mittelachse 2	$t = 125 \text{ d:}$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = 3,31 \cdot \frac{0,072}{1000} \cdot \frac{l}{l_{min}} \cdot (1 + \varphi_{125d}) = \frac{1}{912}$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{1465}$		
	$t = \infty:$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = 3,31 \cdot \frac{0,072}{1000} \cdot \frac{l}{l_{min}} \cdot (1 + \varphi_{\infty}) = \frac{1}{635}$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{1588}$		
Rand	$t = 125 \text{ d:}$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = 3,17 \cdot \frac{0,072}{1000} \cdot \frac{l}{l_{min}} \cdot (1 + \varphi_{125d}) = \frac{1}{996}$	Rand 1:		Rand 2:
			$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{4233}$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{9525}$	
	$t = \infty:$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = 3,17 \cdot \frac{0,072}{1000} \cdot \frac{l}{l_{min}} \cdot (1 + \varphi_{\infty}) = \frac{1}{685}$	Rand 1:		Rand 2:
			$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{1814}$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{2005}$	
Wand	$t = 125 \text{ d:}$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = 2,97 \cdot \frac{0,072}{1000} \cdot \frac{l}{l_{min}} \cdot (1 + \varphi_{125d}) = \frac{1}{1039}$	Mittela. 2	Rand 1	Rand 2
			1/1465	1/4233	1/9525
	$t = \infty:$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = 2,97 \cdot \frac{0,072}{1000} \cdot \frac{l}{l_{min}} \cdot (1 + \varphi_{\infty}) = \frac{1}{719}$	Mittela. 2	Rand 1	Rand 2
			1/1588	1/1814	1/2005
Querrichtung					
Mittelachse 1	$t = 125 \text{ d:}$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = 1,86 \cdot \frac{0,072}{1000} \cdot \frac{l}{l_{min}} \cdot (1 + \varphi_{125d}) = \frac{1}{1623}$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{915}$	**)	
	$t = \infty:$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = 1,86 \cdot \frac{0,072}{1000} \cdot \frac{l}{l_{min}} \cdot (1 + \varphi_{\infty}) = \frac{1}{1131}$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{4575}$		
Wand	$t = 125 \text{ d:}$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = 1,48 \cdot \frac{0,072}{1000} \cdot \frac{l}{l_{min}} \cdot (1 + \varphi_{125d}) = \frac{1}{2085}$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{915}$	**)	
	$t = \infty:$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = 1,48 \cdot \frac{0,072}{1000} \cdot \frac{l}{l_{min}} \cdot (1 + \varphi_{\infty}) = \frac{1}{1443}$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{4575}$		
<p>**) Bemerkung: Zulässige, kritische Winkelverdrehung überschritten, ohne Berücksichtigung einer Bewehrung bzw. Rissbreite.</p> <p>Unter Berücksichtigung einer geringen Rissweite von beispielsweise $w_{cal} = 0,05 \text{ mm}$ und einem unterstellten Bewehrungsdurchmesser $d_s = 12 \text{ mm}$ folge eine kritische Dehnung</p> $\varepsilon_{B,krit} \approx 1,8 \cdot \sqrt{\frac{f_{ctm} \cdot W_k}{E_s \cdot d_s}} = 1,8 \cdot \sqrt{\frac{2,9 \cdot 0,05}{200000 \cdot 12}} \approx 0,44 \text{ ‰}$ <p>Hieraus folgt ein Faktor der kritischen Dehnung: $0,44 \text{ ‰} / 0,072 \text{ ‰} = 6,10 [-]$ und damit eine zulässige Winkelverdrehungen zum Zeitpunkt $t = 125 \text{ d}$</p> <p>Querschnitt Mittelachse 1: $\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{1623} \cdot 6,1 = \frac{1}{266} > \frac{1}{915}$</p>					

Tabelle 10.26: Auswertung für die unterschiedlichen Betrachtungszeitpunkte
(Fortsetzung)

Querschnitt Wand:	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{2085} \cdot 6,1 = \frac{1}{342} > \frac{1}{915}$
Anmerkung: Die ermittelten, kritischen Dehnungen wurde unter Berücksichtigung ungerissener Ersatzquerschnitte in Verbindung mit einer kritischen Dehnung an einem gerissenen Querschnitt. Dies stellt insgesamt ein Widerspruch dar. Allerdings ist die unterstellte Rissweite sehr gering, sodass davon ausgegangen werden kann, dass nur geringe Querschnittsbereiche in den Zustand II übergehen, die Abweichung in den Grundlagen also insgesamt akzeptiert werden können.	

10.5.4.4 Zusammenfassung zu Beispiel 3

Aus dem Vergleich der aus den Setzungsmessungen nach Tabelle 10.17 bzw. Tabelle 10.18 ermittelten vorhandenen Winkelverdrehungen und den nach dem abgeleiteten Berechnungsverfahren ermittelten Ergebnissen wurden die zulässigen Werte für die Betrachtungen in Längsrichtung nicht erreicht. In Querrichtung ergibt sich allerdings für die konservative Annahme eines ungerissenen Querschnitts eine Überschreitung der zulässigen Winkelverdrehung zum Zeitpunkt $t = 125 d$. Allerdings sind die vorhanden, rechnerisch ermittelten Winkelverdrehungen bereits eingehalten, wenn eine sehr geringe Rissweite (in Tabelle 10.26: $w_{cal} = 0,05 \text{ mm}$) angenommen wird. Wird andererseits die ermittelte Winkelverdrehung von $1/915$ zum Zeitpunkt $t = 125 d$ als Grundlage herangezogen, lässt sich eine erforderliche, kritische Dehnung von

$$\varepsilon_{B,krit}^{erforderlich} = \frac{1}{915} \cdot \frac{l_{min}}{l} \cdot \frac{1}{1,48} \cdot \frac{1}{(1+\varphi_{125d})} = \frac{1}{915} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1,48} \cdot \frac{1}{2,25} = 0,164 \text{ ‰} \quad (10.25a)$$

ermitteln und hieraus kann eine Rissweite unter Annahme eines Stabdurchmessers von 12 mm von

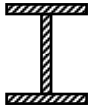





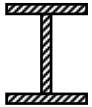

$$w_{cal} = \frac{\varepsilon_{B,krit}^2}{1,8^2} \cdot \frac{E_s \cdot d_s}{f_{ctm}} = \frac{(0,164/1000)^2}{1,8^2} \cdot \frac{200000 \cdot 12}{2,9} = 0,0068 \approx 0,007 \text{ mm} . \quad (10.25b)$$

Abgeleitet werden. Der aus Gleichung 10.25b) ermittelte Wert der Rissweite ist unter der Berücksichtigung ungerissener Querschnittswerte ermittelt worden, die kritische Dehnung wurde für einen gerissenen Querschnitt bestimmt, was insgesamt einen Widerspruch darstellt. Allerdings ist die ermittelte Rissweite (vgl. Gleichung 10.25) sehr gering. Daher kann davon ausgegangen werden, dass nur sehr kleine Querschnittsbereiche in den gerissenen Zustand übergehen und sich an der eigentlichen ungerissenen Querschnittssteifigkeit nur wenig ändert, insgesamt also die Abweichungen akzeptiert werden können.

Für die ausgewählten Versagensschnitte sind in nachfolgender Tabelle die Verformungsreserven des Gebäudes auf der Grundlage der in Tabelle 10.26 zusammengestellten vorhandenen Winkelverdrehungen in folgender Form angegeben:

$$\left(\frac{\Delta}{l_{\min}}\right)_{\text{Reserve}} = \frac{\left(\frac{\Delta}{l_{\min}}\right)_{\text{Rechnung}} - \left(\frac{\Delta}{l_{\min}}\right)_{\text{Messung}}}{\left(\frac{\Delta}{l_{\min}}\right)_{\text{Messung}}} \text{ in [\%]} \quad (10.26)$$

Tabelle 10.27: Verformungsreserven der Ersatzquerschnitte im Verhältnis zu den gemessenen Werten in [%] für ungerissene Ersatzquerschnitte

Zeitpunkt	Längsrichtung					
	Mittelachse 2		Rand 1		Rand 2	
	Ersatzquerschnitte		Ersatzquerschnitte		Ersatzquerschnitte	
						
$t = 125 \text{ d:}$	61	41	325	307	856	817
$t = \infty:$	150	121	165	152	193	179
Zeitpunkt	Querrichtung		[-]		[-]	
	Mittelachse 1					
	Ersatzquerschnitte					
						
$t = 125 \text{ d:}$	-44	-56				
$t = \infty:$	305	217				

Die Überschreitungen der ermittelten Winkelverdrehungen zu den kritischen Winkelverdrehungen zum Zeitpunkt $t = 125 \cdot d$ können aufgrund der vor genannten Ausführungen akzeptiert werden, sodass insgesamt rechnerisch ungerissene Querschnitte unterstellt werden können. Die ermittelten Ergebnisse unter Anwendung des vereinfachten Verfahrens bestätigen also, dass keine Schäden aus Setzungsdifferenzen bzw. aufgrund von auftretendem Setzungszwang bei dem vorliegenden Gebäude aufgetreten sind.

Da zu den vorhandenen Bewehrungsmengen der Bauteile der Untergeschosse keine ausreichenden Angaben vorliegen, wurden die Betrachtungen vereinfacht an unbewehrten Querschnitten durchgeführt. Bei Kenntnis der Bewehrungsmenge können aber noch größere zulässige Winkelverdrehungen ermittelt werden.

Wird weiter für die in Tabelle 10.20 dargestellten Ersatzquerschnitte unterstellt, dass es sich beim verwendeten Beton um eine Betonfestigkeit $f_{ck} = 30 \text{ MN/m}^2$ (C 30/37) handelt und dass die Bewehrung lediglich dem Mindestbewehrungsgehalt im Teilquerschnitt Decke, Wand bzw. Bodenplatte entspricht, ergeben sich bei einer Zugfestigkeit von $f_{ctm} = 2,9 \text{ MN/m}^2$ Bewehrungsgrade entsprechend nachfolgender Tabelle 10.28. Die ermittelte Bewehrung wird im jeweiligen Teilquerschnitt symmetrisch eingelegt angenommen. Die Bewehrung ergibt sich näherungsweise zu

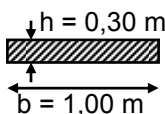
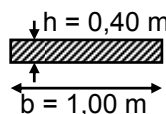
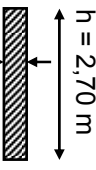
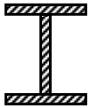


$$A_s \approx \frac{M_{cr}}{0,8 \cdot h \cdot f_{yk}} \text{ mit } M_{cr} = f_{ctm} \cdot W \text{ und } f_{yk} = 500 \text{ MN/m}^2 \quad (10.27)$$

Der Bewehrungsgrad wird konservativ zu $\rho = A_s / A_c$ bestimmt. Für die kritische Dehnung gilt

$$\varepsilon_{B,krit} \approx 1,8 \cdot \sqrt{\frac{f_{ctm} \cdot w_k}{E_s \cdot d_s}}; E_s = 200.000 \text{ MN/m}^2. \quad (10.28)$$

Aufgrund des Grundwasserstandes wird für die Rissweite ein Wert von 0,2 mm angenommen. Die Klammerwerte sind exemplarisch für die Auswertung für eine Rissweite von 0,05 mm angegeben.

Tabelle 10.28: Eingangswerte und Bewehrungsgrade der Teilquerschnitte aus Mindestbewehrung nach *DIN 1045-1*

Teilquerschnitt		Deckenplatte	Bodenplatte	Wand	
					
Höhe	H [m]	0,3	0,4	2,70	
Widerstandsmoment	W [m³]	0,015	0,0267	0,365	
Querschnittsfläche	A _c [m²]	0,3	0,4	0,81	
Rissmoment	M _{cr} [kNm]	43,5	77,0	1060	
Bewehrung	A _s [cm²/m]	3,63	4,81	9,81	
Bewehrung gewählt	A _s [cm²/m]	oben u. unten je	oben u. unten je	beidseits	Ø 10/ 15 cm
Durchmesser	d _s [mm]	Ø 10 (10 mm)		Ø 10 (10 mm)	
Bewehrungsgrad	ρ [%]	0,262	0,262	0,13	
Gesamtquerschnitt (vgl. Tabelle 10.20)					
Rissweite	w _k [mm]	0,2; (0,05)			
kritische Dehnung	ε _{B,krit} [‰]	0,97; (0,49)			

Im Vergleich zu den in Tabelle 10.22 dargestellten kritischen Biegedehnungen ergeben sich Erhöhungsfaktoren unter Berücksichtigung der Rissweite von $w_k = 0,2$ mm (0,05 mm) zum

- Zeitpunkt $t = 0$: $0,97 \text{ ‰} / 0,102 \text{ ‰} \approx 9,5$ (4,75), bzw. zum
- Zeitpunkt $t = 125$ d bzw. $t = \infty$: $0,97 \text{ ‰} / 0,072 \text{ ‰} \approx 13,5$ (6,73).

Die entsprechenden zulässigen Winkelverdrehungen sind für die unterschiedlichen Zeitpunkte in nachfolgender Tabelle 10.29 zusammengestellt.

Tabelle 10.29: Zulässige Winkelverdrehung unter Berücksichtigung gerissener Querschnitte

	Zeitpunkt $t = 0$:	Zeitpunkt $t = 125$ d:	Zeitpunkt $t = \infty$:
Längsrichtung			
Mittelachse 2	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{1481} \cdot 9,5 = \frac{1}{156}; \left(\frac{1}{329}\right)$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{912} \cdot 13,5 = \frac{1}{68}; \left(\frac{1}{136}\right)$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{635} \cdot 13,5 = \frac{1}{47}; \left(\frac{1}{94}\right)$
Rand	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{1546} \cdot 9,5 = \frac{1}{163}; \left(\frac{1}{344}\right)$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{996} \cdot 13,5 = \frac{1}{74}; \left(\frac{1}{148}\right)$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{685} \cdot 13,5 = \frac{1}{51}; \left(\frac{1}{102}\right)$
Wand	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{1651} \cdot 9,5 = \frac{1}{174}; \left(\frac{1}{367}\right)$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{1039} \cdot 13,5 = \frac{1}{77}; \left(\frac{1}{162}\right)$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{719} \cdot 13,5 = \frac{1}{53}; \left(\frac{1}{107}\right)$
Querrichtung			
Mittelachse 1	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{2635} \cdot 9,5 = \frac{1}{277}; \left(\frac{1}{555}\right)$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{1623} \cdot 9,5 = \frac{1}{171}; \left(\frac{1}{342}\right)$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{1131} \cdot 9,5 = \frac{1}{119}; \left(\frac{1}{239}\right)$
Wand	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{3312} \cdot 9,5 = \frac{1}{349}; \left(\frac{1}{697}\right)$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{2085} \cdot 9,5 = \frac{1}{219}; \left(\frac{1}{439}\right)$	$\frac{\Delta_{krit}}{l_{min}} = \frac{1}{1443} \cdot 9,5 = \frac{1}{152}; \left(\frac{1}{304}\right)$
Bemerkung: Klammerwerte gelten für eine Rissweite von $w_{cal} = 0,05$ mm.			

10.5.5 Beispiel 4: Anwendung der vereinfachten Versagensbeziehungen am Beispiel eines Stahlbetonskelettbaus

10.5.5.1 Allgemeines

Bei dem vorliegenden Beispiel handelt es sich um einen Stahlbetonskelettbau, das als Bürogebäude genutzt werden soll. Die Grundrissabmessungen betragen ca. $l \times b = 40,00 \text{ m} \times 25,00 \text{ m}$. Das Gebäude ist im Grundriss doppelt symmetrisch und besteht aus einem Kellergeschoss, aus einem Erdgeschoss sowie aus zwei Obergeschossen. Die Stahlbetonstützen (Stützenabmessungen $30 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$) sind in einem regelmäßigen Raster von $5,00 \text{ m} \times 5,00 \text{ m}$ angeordnet. Als Gründungselement dient eine elastisch gebettete Bodenplatte (Dicke $h = 50 \text{ cm}$). Die Aussteifung erfolgt durch zwei Treppenhauskerne. Bei dem anstehenden Baugrund handelt es sich um einen Seeton. Die Berechnung wurde am Gesamtsystem mit dem FE-Programm *RFEM* von *Dlubal* durchgeführt. Eine 3-dimensionale Darstellung des Gesamtsystems enthält nachfolgendes Bild.

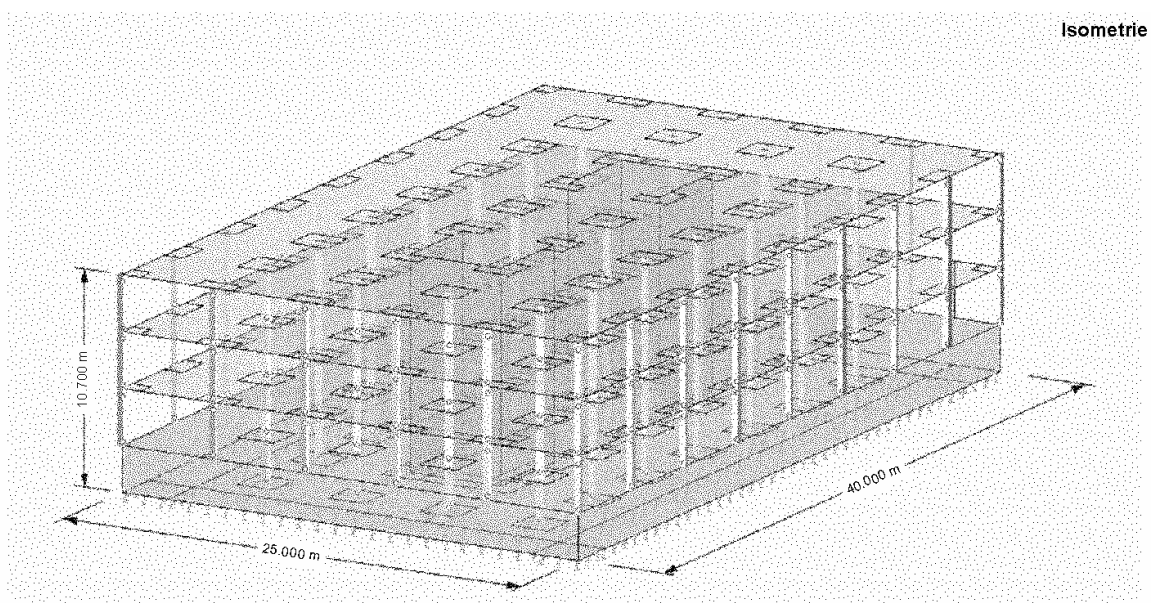


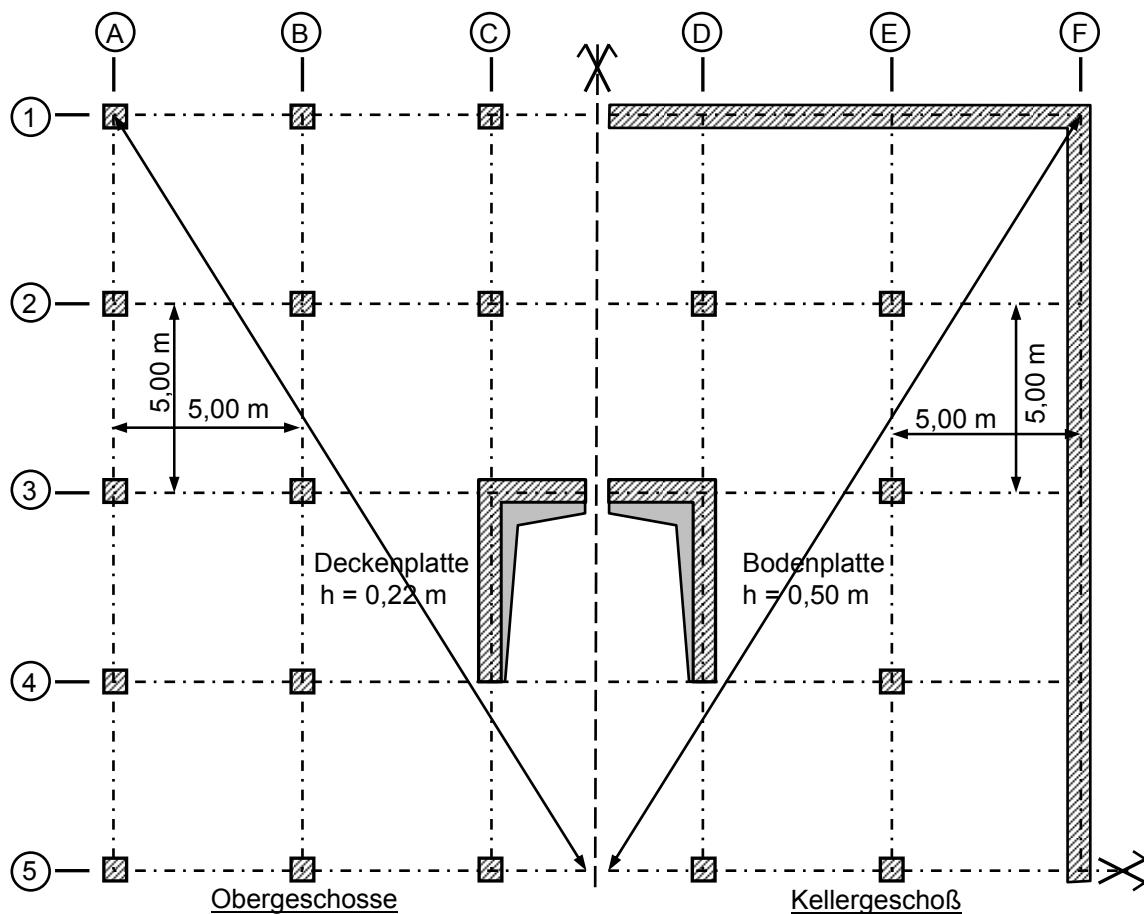
Bild 10.34: Dreidimensionale Darstellung des Gesamtsystems

10.5.5.2 Vorgaben und Randbedingungen

Die Grundrissdarstellungen des Kellergeschosses sowie der Obergeschosse enthält Bild 10.35. Dargestellt ist jeweils ein Viertelsystem. Eine Ansicht des Gebäudes enthält Bild 10.37. Das statische System ist in Bild 10.36 dargestellt. Weitere Details sind in Tabelle 10.30 zusammengestellt.

Tabelle 10.30: Weitere Annahmen und Definitionen

Eingangswerte	
Nutzung	Bürogebäude
Grundrissabmessungen	$l \times b = 40,00 \text{ m} \times 25,00 \text{ m}$
Wanddicken	$h = 30 \text{ cm}$
Bodenplattendicke	$h = 50 \text{ cm}$
Deckendicken	$h = 22 \text{ cm}$
Geschosshöhen	Siehe Ansicht Bild 10.31
Betonfestigkeitsklasse aller Bauteile	C 30/37
Elastizitätsmodul	$E_{cm} = 28300 \text{ MN/m}^2$
Bewehrungsstahl	BSt 500/550 S,M (A)
Baugrund Seeton: Bettungsmodul	$k_s = 3,0 \text{ MN/m}^2$ (Annahme)
Bettungsmodulverteilung	nach Soumaya (2005); vgl. Abschnitt 8; siehe Bild 10.31
statisches System	Siehe Bild 10.30
untersuchte Schnitte	Siehe Bild 10.32

**Bild 10.35:** Grundrissdarstellung des Erdgeschosses, der Obergeschosse sowie des Kellergeschosses

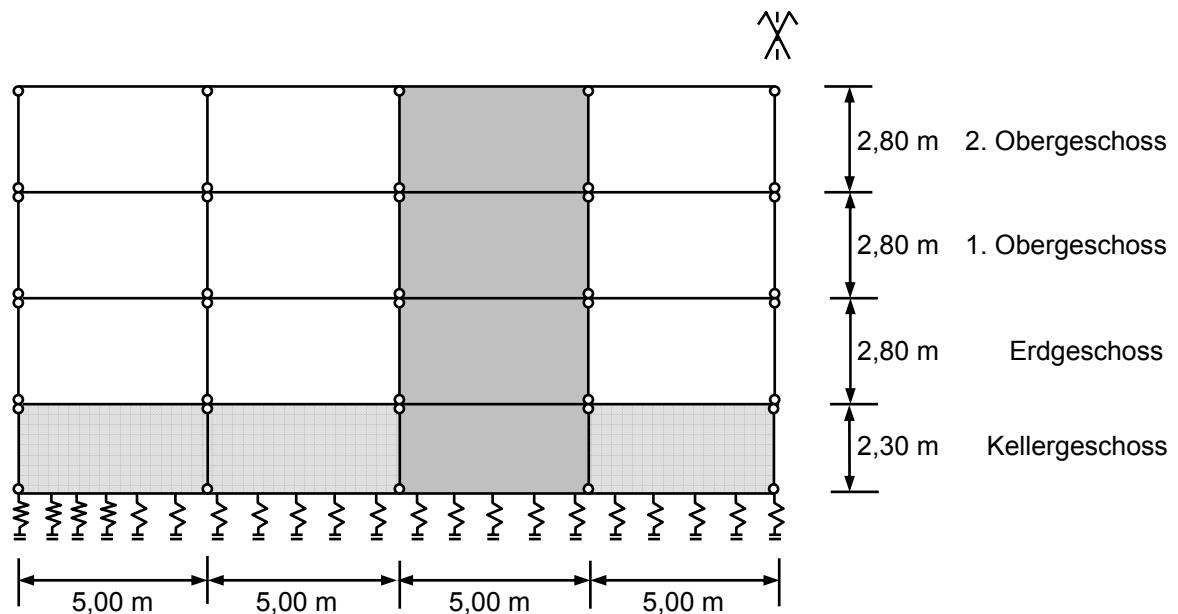


Bild 10.36: Statisches System

Für die Lasten sind die Belastungsannahmen in Tabelle 10.31 zusammengestellt, die betrachteten Gebäudeschnitte sind in Bild 10.39 definiert. Die entsprechenden Verschiebungsverläufe enthält Anhang B. Aufgrund der Symmetrie werden jeweils die halben Verläufe grafisch dargestellt. Weitere Angaben können ebenfalls der Auswertung im Anhang B entnommen werden.

Tabelle 10.31: Lastannahmen

Eigengewicht	Deckenaufbau Decke über KG bis Decke über 1.OG	$g_1 = 1,50 \text{ kN/m}^2$
	Dachgeschossdecke (extensive Begrünung incl. Aufbau)	$g_D = 3,00 \text{ kN/m}^2$
	Umlaufende Attika	$g = 1,50 \text{ kN/m}$
	Fassade	$g = 1,50 \text{ kN/m}$
Verkehrs-/ Nutzlasten	Decke über Kellergeschoss bis Decke über 1.OG (Büro)	$p = 2,00 \text{ kN/m}^2$
	Leichte Trennwände (Decke über KG bis Decke über 1. OG)	$p_1 = 0,80 \text{ kN/m}^2$
	Bodenplatte	$p = 5,00 \text{ kN/m}^2$
quasi-ständiger Kombinationsfaktor		$\Psi_2 = 0,30 [-]$

Nachfolgendes Bild 10.37 zeigt beispielhaft die absoluten, errechneten Verschiebungen der Decke über dem 2. Obergeschoss zum Zeitpunkt $t = \infty$. Die Verteilung des Bettungsmoduls im Bereich Bodenplatte wird entsprechend *Soumaya (2005)* angenommen. Sie ist am Viertelsystem in Bild 10.38 dargestellt.

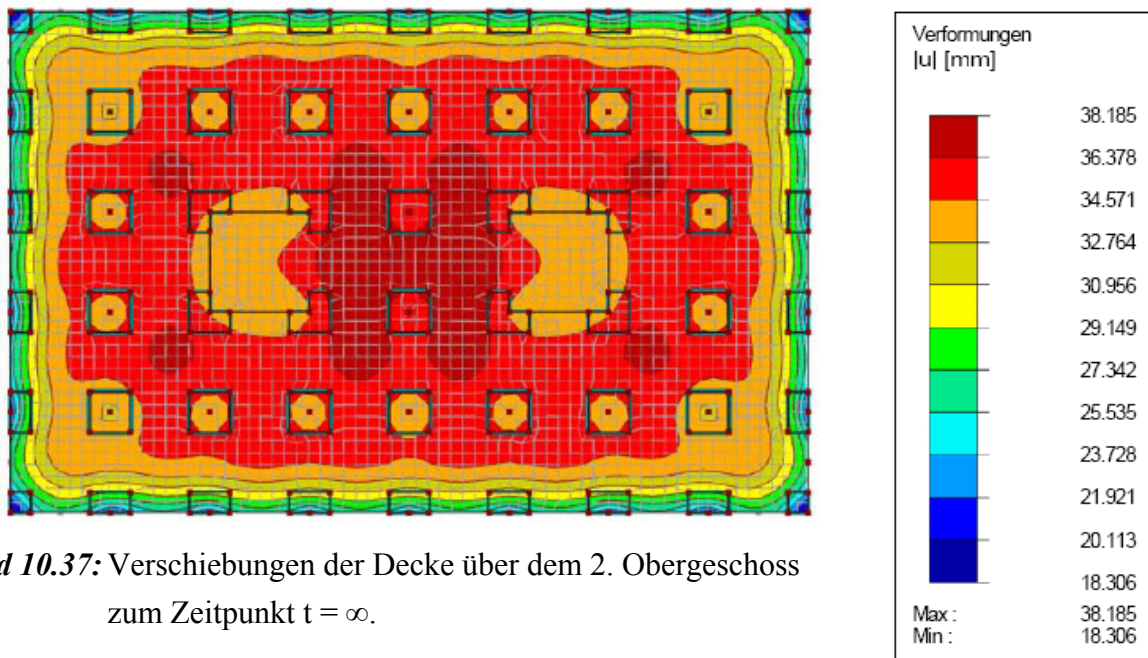


Bild 10.37: Verschiebungen der Decke über dem 2. Obergeschoss zum Zeitpunkt $t = \infty$.

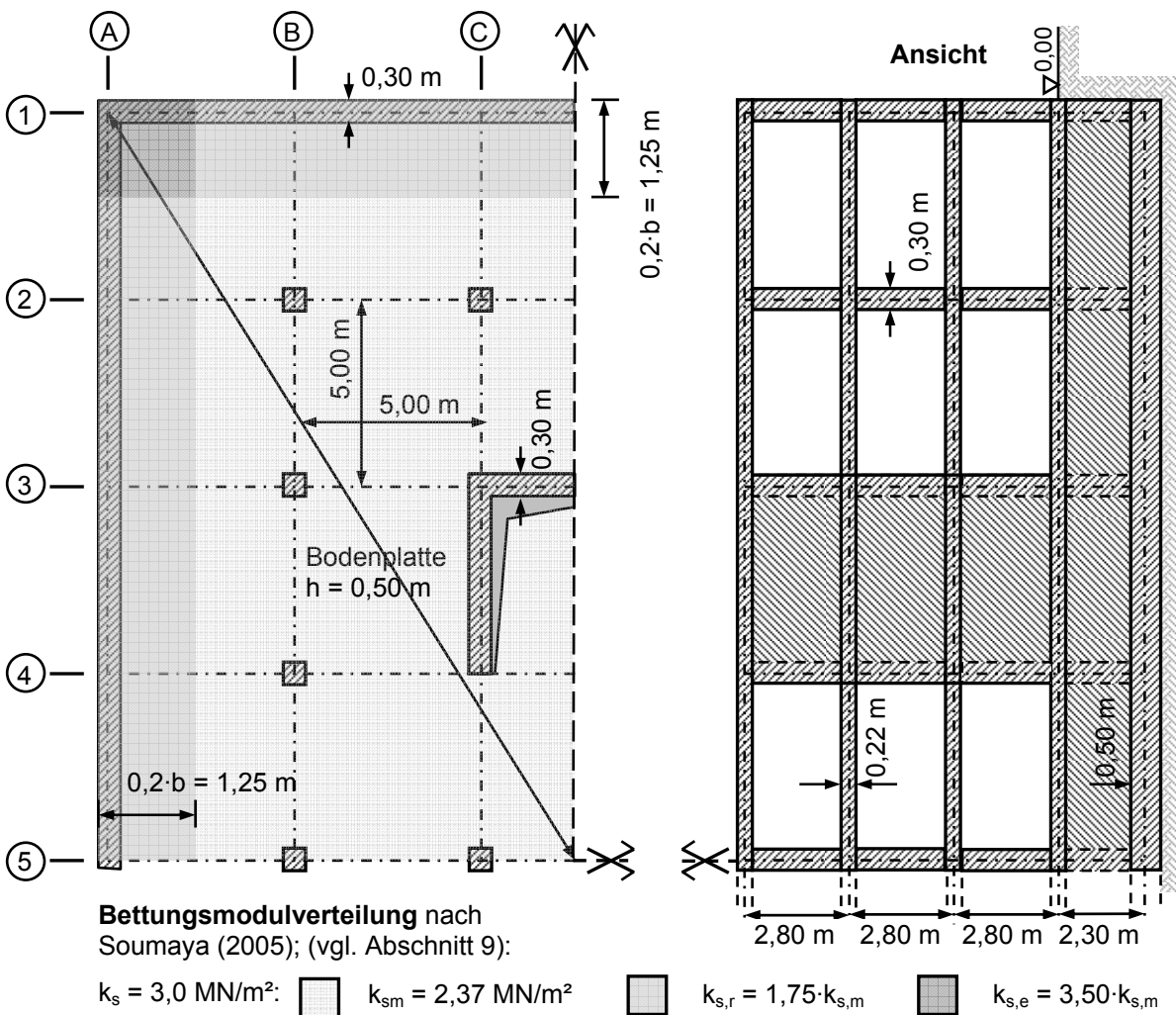


Bild 10.38: Gebäudeansicht und Bettungsmodulverteilung nach Soumaya (2005)

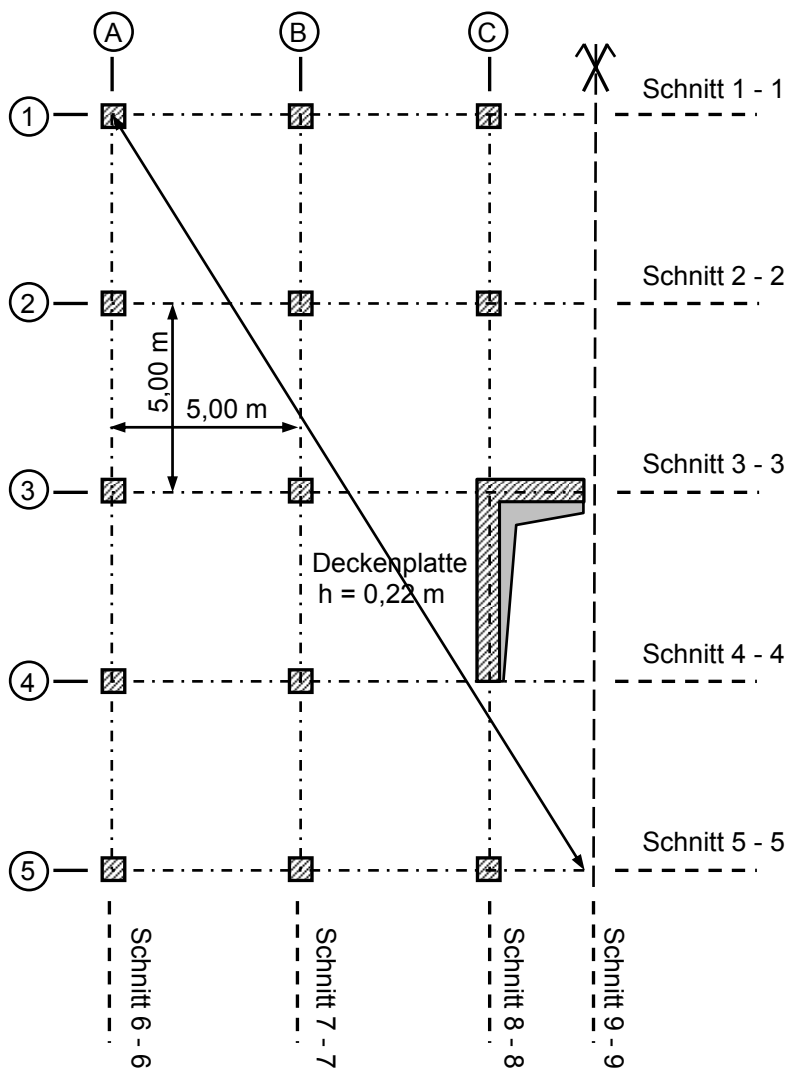


Bild 10.39: Definition der untersuchten Gebäudeschnitte

Die Betrachtungen werden unter folgenden Annahmen zu den Zeitpunkten $t = 0$ und $t = \infty$ durchgeführt, sodass sich für jeden Decken- bzw. Bodenplattenschnitt drei unterschiedliche Verschiebungsverläufe ergeben, Tabelle 10.32.

Die Auswertung erfolgt unter Berücksichtigung der gerissenen Querschnittsbereiche zu den Zeitpunkten $t = 0$ und $t = \infty$.

Tabelle 10.32: Annahmen zu den Zeitpunkten $t = 0$ und $t = \infty$

Zeitpunkt	Annahmen	Definition gerissener Deckenquerschnitte im Bereich der Stützen und Wandenden bzw. -ecken
$t = 0$	1.) ungerissene Querschnitte 2.) gerissene Deckenquerschnitte im Bereich der Stützen und Wandenden bzw. -ecken	<p>Einheit: [m]</p> <p>Gerissene Bereiche</p>
$t = \infty$	gerissene Deckenquerschnitte im Bereich der Stützen und Wandenden bzw. -ecken: 3.) Kriechen wird über einen effektiven Elastizitätsmodul berücksichtigt und Schwinden über eine gleichmäßige Temperaturbelastung	

Aus einer Vorlaufberechnung im Grenzzustand der Tragfähigkeit ergeben sich nachfolgend aufgeführte Bewehrungsgrade, Tabelle 10.33.

Tabelle 10.33: Ermittelte Bewehrungsgrade aus einer Vorlaufberechnung im Grenzzustand der Tragfähigkeit

Deckenkonstruktionen:	
Grundbewehrungsgrad (untere und obere Lage)	$\rho_x = \rho_y \approx 0,19 \%$
Innenstützen (obere Bewehrungslage)	$\rho_x = \rho_y \approx 1,04 \%$
Randstützen, Wandenden, Wandecken (obere Bewehrungslage)	$\rho_x = \rho_y \approx 0,62 \%$
Eckstützen (obere Bewehrungslage)	$\rho_x = \rho_y \approx 0,29 \%$
Bodenplatte:	
Grundbewehrungsgrad (untere und obere Lage)	$\rho_x = \rho_y \approx 0,26 \%$
Innenstützen (untere Bewehrungslage)	$\rho_x = \rho_y \approx 0,80 \%$
Rand- und Eckbereiche (obere Bewehrungslage)	$\rho \approx 0,27 \%$

Darüber hinaus werden für die Betrachtungen zum Zeitpunkt $t = \infty$ folgende Kriechbeiwerte berücksichtigt, Tabelle 10.34.

Tabelle 10.34: Berücksichtigung von Kriechen zum Zeitpunkt $t = \infty$

Relative Luftfeuchte (Annahme)	RH \approx 65 %
Kriechbeiwert (einheitlich für alle Querschnitte): berücksichtigt durch einen effektiven E-Modul $E_{c,eff}$:	$\varphi_{\infty} \approx 2,00$ [-] $E_{c,eff} = 10042$ MN/m ²
gerissene Decken- und Bodenplattenbereiche (einheitlich für Decken- und Bodenplattenquerschnitte): <u>Zeitpunkt $t = 0$:</u> Steifigkeit Zustand I / Zustand II berücksichtigt durch einen effektiven E-Modul $E_{c,eff}^0$:	$K^0 = K_1^0/K_2^0 \approx 0,3$ [-] $E_{c,eff}^0 \approx 8490$ MN/m ²
<u>Zeitpunkt $t = \infty$:</u> Steifigkeit Zustand I / Zustand II berücksichtigt durch einen effektiven E-Modul $E_{c,eff}^{\infty}$:	$K^{\infty} = K_1^{\infty}/K_2^{\infty} \approx 0,55$ [-] $E_{c,eff}^{\infty} \approx 5523$ MN/m ²

Das Schwinden kann näherungsweise durch äquivalente Temperaturbelastungen in der Berechnung berücksichtigt werden. Für die überwiegend durch Normalkraft beanspruchten, vertikal verlaufenden Bauteile (Wände, Stützen) wird angenommen, dass eine gleichmäßige Temperaturbelastung den Schwindvorgang zum Zeitpunkt $t = \infty$ ausreichend genau beschrieben werden kann. Aus der Bedingung, dass die Schwinddehnungen ε_{cs} den Temperaturdehnungen ε_T entsprechen,

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_T \tag{10.29a}$$

folgt mit $\varepsilon_T = \alpha_T \cdot T_S$ die Temperaturbelastung T_S zu

$$T_S = \frac{\varepsilon_{cs}}{\alpha_T} \text{ mit } \alpha_T = 1,0 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{1}{K} \tag{10.29b}$$

Für die überwiegend biegebeanspruchten horizontalen Bauteile (Decken, Bodenplatte) wird der Schwindvorgang näherungsweise durch eine Temperaturdifferenz $\Delta T = T_u - T_o$ berücksichtigt. Aus der Bedingung, dass die Krümmungen infolge Schwinden den Krümmungen infolge Temperaturdifferenz entsprechen

$$\kappa_{\Delta T} = \kappa_{cs}, \text{ bzw. } \frac{1}{r_{\Delta T}} = \frac{1}{r_{cs}} \tag{10.29c}$$

folgt mit

$$\frac{1}{r_{\Delta T}} = \frac{\alpha_T \cdot \Delta T}{h} \text{ und } \frac{1}{r_{cs}} = \varepsilon_{cs} \cdot \alpha_e \cdot \frac{S_i}{I_i} \tag{10.29d}$$

die Temperaturdifferenz

$$\Delta T = \varepsilon_{cs} \cdot \alpha_e \cdot \frac{S_i}{I_i} \cdot \frac{h}{\alpha_T} \tag{10.29e}$$

In Abhängigkeit der Bewehrungsgrade in Tabelle 10.35 ergeben sich die nachfolgend aufgeführten Werte. Näherungsweise werden nur die Bewehrungsgehalte im Zugbereich berücksichtigt.

Tabelle 10.35: Temperaturbeanspruchungen zur Berücksichtigung der Schwinddehnungen

Schwinddehnungen: (Mittelwert für alle Bauteile)			$\epsilon_{cs} = -0,5 \text{ ‰}$	
Verhältnis der E-Moduln: $\alpha_e = E_s / E_{c,eff}$			$\alpha_e \approx 20 [-]$	
Deckenkonstruktionen:				
Zustand	Bereich	Bewehrungsgrad	Verhältnis	Temperaturdifferenz $\Delta T = T_u - T_o$
Zustand I	Feld	$\rho_x = \rho_y \approx 0,19 \%$	$S_I/I_I = 0,02525 \text{ 1/m}$	$\Delta T_{cs} = -5,55 \text{ K}$
	Eckstütze	$\rho_x = \rho_y \approx 0,29 \%$	$S_I/I_I = 0,0373 \text{ 1/m}$	$\Delta T_{cs} = -8,21 \text{ K}$
Zustand II	Innenstütze	$\rho_x = \rho_y \approx 1,04 \%$	$S_{II}/I_{II} = 0,331 \text{ 1/m}$	$\Delta T_{cs} = -73,28 \text{ K}$
	Randstützen, Wandenden, Wandecken	$\rho_x = \rho_y \approx 0,62 \%$	$S_{II}/I_{II} = 0,321 \text{ 1/m}$	$\Delta T_{cs} = -70,62 \text{ K}$
Bodenplatte:				
Zustand I	Bereich	Bewehrungsgrad	Verhältnis	Temperaturdifferenz $\Delta T = T_u - T_o$
Zustand I	Feldbereich	$\rho_x = \rho_y \approx 0,26 \%$	$S_I/I_I = 0,020 \text{ 1/m}$	$\Delta T_{cs} = -10,0 \text{ K}$
	Randbereich Eckbereich	$\rho \approx 0,27 \%$	$S_I/I_I = 0,0205 \text{ 1/m}$	$\Delta T_{cs} = -10,0 \text{ K}$
Zustand II	Innenstütze	$\rho_x = \rho_y \approx 0,80 \%$	$S_{II}/I_{II} = 0,130 \text{ 1/m}$	$\Delta T_{cs} = -65,0 \text{ K}$
Wände, Stützen				$T_s = -50 \text{ K}$

Zur Ermittlung der Ersatzsteifigkeiten ergibt sich für punktgestützte Platten nach *Heft 240 DAfStb* eine mitwirkende Plattenbreite je Seite senkrecht zur betrachteten Tragrichtung von je $0,2 \cdot l$. Die Einteilung ist in nachfolgendem Bild 10.40 dargestellt. Dieser Wert ergibt sich etwa auch für die Feldbereiche nach *DIN 1045-1*. Tabelle 10.36 enthält die Ersatzsteifigkeiten für die betrachteten Schnitte.

Bild 10.41 stellt die absoluten Verschiebungen im Bereich der Bodenplatte zum Zeitpunkt $t = \infty$ dar.

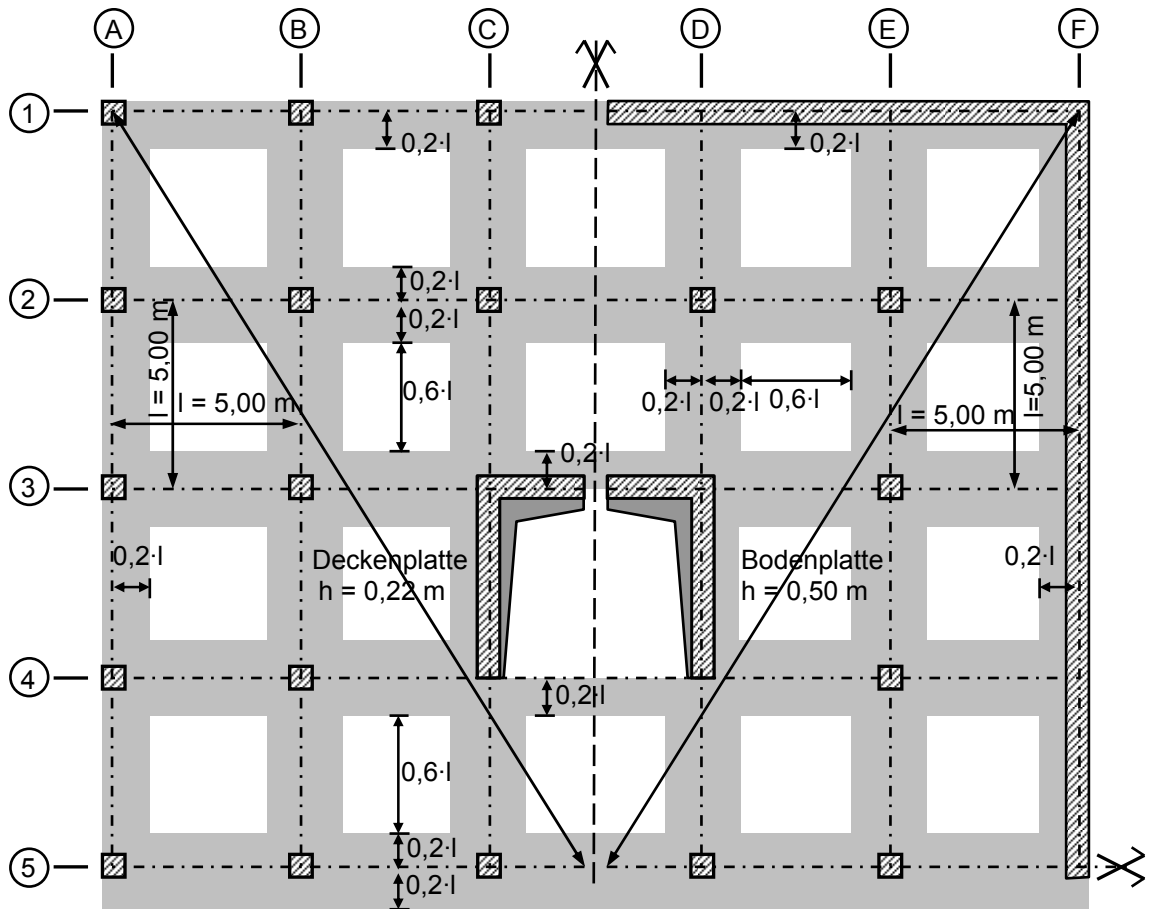


Bild 10.40: Mitwirkende Plattenbreite nach Heft 240 DAfStb.

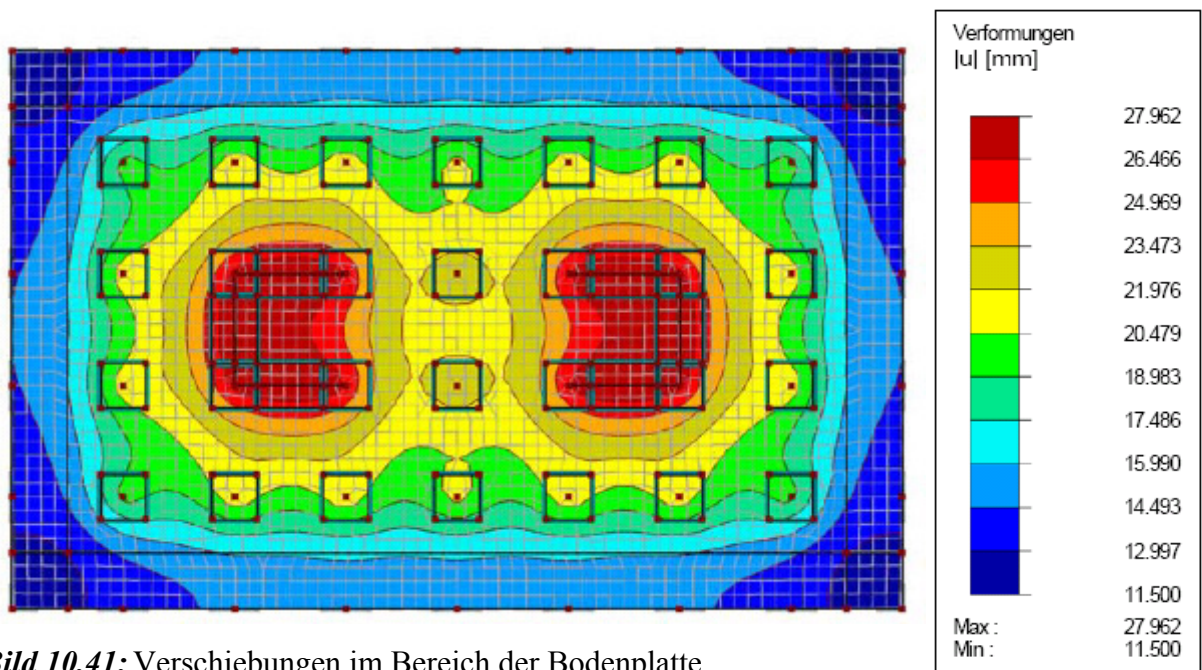
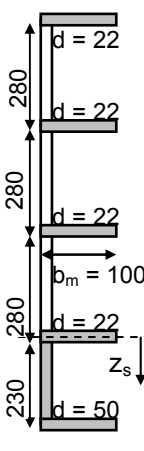
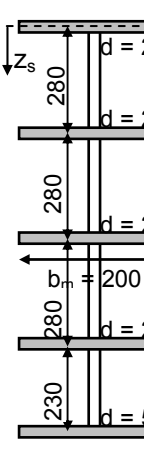
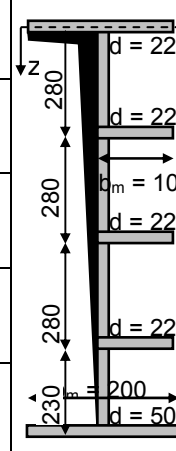


Bild 10.41: Verschiebungen im Bereich der Bodenplatte zum Zeitpunkt $t = \infty$.

Tabelle 10.36: Ersatzsteifigkeiten für die untersuchten Gebäudeschnitte

Schnitt 1, Schnitt 6	Schnitt 7, Schnitt 2, Schnitt 5, Schnitt 4 (näherungs- weise)	Schnitt 3, Schnitt 8 (Bereich Treppenhaus)
 <p> $I_y = 22 \cdot 100^3/12 = 88733 \text{ cm}^4$ $A = 2200 \text{ cm}^2$ $I_y = 88733 \text{ cm}^4$ $A = 2200 \text{ cm}^2$ $I_y = 88733 \text{ cm}^4$ $A = 2200 \text{ cm}^2$ $b_m = 100$ $I_y = 119351596 \text{ cm}^4$ $A = 14100 \text{ cm}^2$ $z_s = 137,8 \text{ cm}$ </p>	 <p> $I_y = 22 \cdot 200^3/12 = 177467 \text{ cm}^4$ $A = 4400 \text{ cm}^2$ $I_y = 177467 \text{ cm}^4$ $A = 4400 \text{ cm}^2$ $I_y = 177467 \text{ cm}^4$ $A = 4400 \text{ cm}^2$ $I_y = 177467 \text{ cm}^4$ $A = 4400 \text{ cm}^2$ $I_y = 50 \cdot 200^3/12 = 2083333 \text{ cm}^4$ $A = 10000 \text{ cm}^2$ $b_m = 200$ </p>	 <p> $z_s = 594,53 \text{ cm}$ $I_y = 72,34 \text{ m}^4$ $A = 53100 \text{ cm}^2 = 5,31 \text{ m}^2$ $b_m = 100$ $b = 200$ </p>
$\Sigma I_y \approx 119617795 \text{ cm}^4 = 1,20 \text{ m}^4$ $\Sigma A \approx 20700 \text{ cm}^2 = 2,07 \text{ m}^2$ $A_s \approx 5750 \text{ cm}^2 = 0,575 \text{ m}^2$	$\Sigma I_y \approx 2793201 \text{ cm}^4 = 0,028 \text{ m}^4$ $\Sigma A \approx 27600 \text{ cm}^2 = 2,76 \text{ m}^2$ $A_s \approx 23000 \text{ cm}^2 = 2,30 \text{ m}^2$	$\Sigma I_y \approx 72,34 \text{ m}^4$ $\Sigma A \approx 53100 \text{ cm}^2 = 5,31 \text{ m}^2$ $A_s \approx 26750 \text{ cm}^2 = 2,675 \text{ m}^2$
Bemerkung: Alle Maße in [cm]; A_s ...Schubfläche; I_y ...Flächenträgheitsmoment; A ...Fläche; z_s ...Schwerpunktsabstand von der Systemlinie der obersten Decke		

Aus der dreidimensionalen Berechnung ergibt sich insgesamt eine Muldenlagerung. Die einzelnen Grafiken der untersuchten Schnitte zeigen die Verläufe der Setzungsdifferenzen zu den Zeitpunkten $t = 0$ bzw. $t = \infty$. Die Gleichmaßsetzung ist bereits von der Gesamtsetzung subtrahiert. Für das setzungserzeugende Lastbild kann entsprechend dem Vergleich in Abschnitt 5 zwischen mehreren wirkenden Einzellasten und einer Gleichlast in guter Näherung von einem Gleichlastbild ausgegangen werden. Es gelten folgende Versagensbeziehungen:

$$\text{Biegeversagen:} \quad \frac{\Delta_{krit}}{l} = \frac{5}{48} \cdot \frac{l}{z} \cdot \varepsilon_{B,krit} \cdot \left(1 + \frac{48}{5} \cdot \frac{EI}{GA_s \cdot l^2} \right) \quad (10.30a)$$

$$\text{Schubversagen:} \quad \frac{\Delta_{krit}}{l} = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_{S,krit} \cdot \left(1 + \frac{5}{48} \cdot \frac{GA_s \cdot l^2}{EI} \right) \quad (10.30b)$$

Darüber hinaus zeigen die vereinfachten Verläufe zwischen den einzelnen Achsen auch Übergänge von einer lokalen Muldenlagerung in eine lokale Sattellagerung. Aus diesem Grund werden neben den ganzheitlichen Betrachtungen zur Muldenlagerung auch lokale Teilabschnitte näher untersucht. Weitere Erläuterungen – auch zu den setzungserzeugenden Teillastbildern – werden bei der Auswertung der einzelnen Schnitte gegeben.

Die kritische Zugdehnung ergibt sich unter dauernd wirkender Belastung entsprechend Abschnitt 10.3 zum Zeitpunkt $t = 0$

$$\varepsilon_{B,krit} = \frac{0,7 \cdot f_{ctm}}{E_{cm}} = \frac{0,7 \cdot 2,9 \text{ MN/m}^2}{28300 \text{ MN/m}^2} \approx 0,072 \text{ ‰} \quad (10.31a)$$

Die kritische Schubgleitung kann aus Bild 10.42 entnommen werden

$$\varepsilon_{S,krit} \approx 0,069 \text{ ‰} \quad (10.31b)$$

Vereinfachend wird auf eine Berücksichtigung der Bewehrung verzichtet.

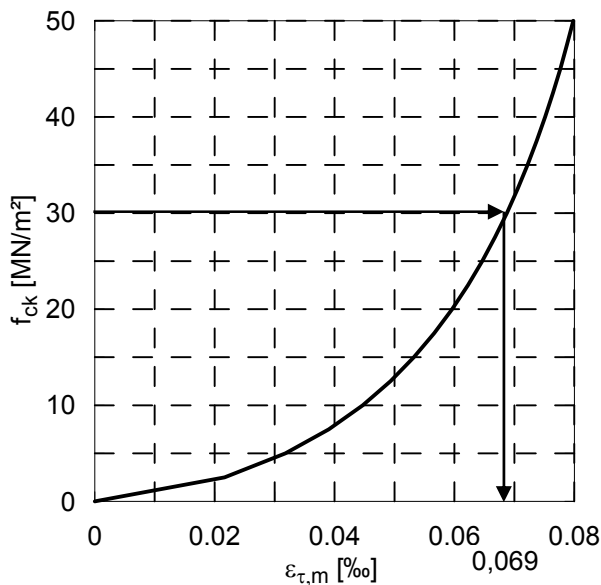


Bild 10.42:

Kritische Schubdehnung für unbewehrte Bauteile nach *DIN 1045-1*

Zunächst erfolgt die Auswertung der Muldenlage in den einzelnen Schnitten zu den Zeitpunkten $t = 0$ bzw. $t = \infty$ unter Berücksichtigung der maximalen Verschiebungen bezogen auf die gesamte Länge des jeweiligen Schnitts, bzw. entsprechend den im Grundbau üblichen Definition der minimalen angrenzenden Stützweite. Aufgrund des doppelt-symmetrischen Grundrisses entspricht die minimale angrenzende Stützweite der halben Schnittlänge. Ungünstig wird die im jeweiligen Schnitt maximal auftretende Setzungsdifferenz auf denjenigen Bauteilquerschnitt bezogen, der die kleinste zulässige Winkelverdrehung erbringt. In weiteren Betrachtungen werden die einzelnen Schnitte differenziert nach lokalen Mulden- und Sattellagerungen näher untersucht.

Die Auswertung für die unterschiedlichen Schnitte erfolgt überwiegend in tabellarischer Form. Sie sind in Anhang B zusammengestellt.

10.5.5.3 Zusammenfassung und Auswertung

Bei der Ermittlung der Verschiebungen am dreidimensionalen Gesamtsystem wurden gerissene Bauteilquerschnitte durch eine Steifigkeitsreduzierung näherungsweise berücksichtigt (vgl. Tabelle 10.32). Kriechen wurde durch einen effektiven Elastizitätsmodul (Tabelle 10.34) und Schwinden durch äquivalente Temperaturbelastungen (vgl. Tabelle 10.35) zum Zeitpunkt $t = \infty$ in die Berechnung eingeführt. Die in nachfolgender Tabelle zusammengestellten Ausnutzungsgrade in den untersuchten Schnitten wurden dabei überwiegend ohne Beachtung der vorhandenen Bewehrungsmenge und ohne Berücksichtigung einer definierten Rissweite ermittelt.

Tabelle 10.37: Ausnutzungsgrade der Auswertungen in den einzelnen Schnitten

Schnitt	Winkelverdrehung							
	Zeitpunkt $t = 0$				Zeitpunkt $t = \infty$			
		vorhanden	zulässig	Ausnutzung		vorhanden	zulässig	Ausnutzung
1 – 1	S	1/ 15000	1/ 6303	0,42	S	1/ 1143	1/ 1090	0,95
2 – 2	B	1/ 1953	1/ 666	0,34	B	1/ 1500	1/ 980	0,65
3 – 3	B	1/ 1506	1/ 658	0,44	B	1/ 969	1/ 219	0,23
4 – 4	B	1/ 1302	1/ 666	0,51	B	1/ 2000	1/ 980	0,49
5 – 5	B	1/ 1370	1/ 666	0,49	B	1/ 2000	1/ 980	0,49
6 – 6	B	1/ 11111	1/ 1948	0,18	B	1/ 4348	1/ 649	0,15
7 – 7	B	1/ 3257	1/ 417	0,13	B	1/ 1688	1/ 139	0,08
8 – 8	B	1/ 2300	1/ 417	0,18	B	1/ 1500	1/ 1135	0,77
9 – 9	B	1/ 3750	1/ 3438	0,92	B	1/ 641	1/ 633	0,99

Abkürzungen: B...Biegeversagen maßgebend; S...Schubversagen maßgebend

Dadurch, dass die kritischen Winkelverdrehungen im vorliegenden Berechnungsbeispiel nicht erreicht werden (Ausnutzungsgrad < 1) lässt sich zusammenfassend feststellen, dass wahrscheinlich keine Schäden aus Setzungsdifferenzen auftreten. Unter Beachtung einer definierten Rissweite können die Ausnutzungsgrade weiter reduziert werden. Wird beispielsweise für sämtliche Bauteile eine zulässige Rissweite von $w_k = 0,1$ mm angenommen, ergibt sich für einen Stabdurchmesser $d_s = 12$ mm die kritische Dehnung für Biegeversagen zu

$$\varepsilon_{B,krit} \approx 1,8 \cdot \sqrt{\frac{f_{cm}}{E_s} \cdot \frac{w_k}{d_s}} = 1,8 \cdot \sqrt{\frac{2,9 \text{ MN/m}^2}{200000 \text{ MN/m}^2} \cdot \frac{0,1 \text{ mm}}{12,0 \text{ mm}}} \approx 0,625 \text{ ‰}. \quad (10.32a)$$

Hieraus ergibt sich ein Faktor aus den kritischen Dehnungen für Biegeversagen im gerissenen zum ungerissenen Zustand mit

$$0,625 \text{ ‰} / 0,072 \text{ ‰} \approx 8,7 [-]. \quad (10.32b)$$

Die entsprechenden kritischen Winkelverdrehungen und Ausnutzungsgrade sind in nachfolgender Tabelle angegeben.

Tabelle 10.38: Ausnutzungsgrade unter Berücksichtigung des Erhöhungsfaktors in den untersuchten Bauteilschnitten

Schnitt	Winkelverdrehung							
	Zeitpunkt $t = 0$				Zeitpunkt $t = \infty$			
		vorhanden	zulässig	Ausnutzung		vorhanden	zulässig	Ausnutzung
1 – 1	S	1/ 15000	1/ 6303	0,42	S	1/ 1143	1/ 125	0,11
2 – 2	B	1/ 1953	1/ 77	0,039	B	1/ 1500	1/ 113	0,075
3 – 3	B	1/ 1506	1/ 76	0,05	B	1/ 969	1/ 25	0,026
4 – 4	B	1/ 1302	1/ 77	0,06	B	1/ 2000	1/ 113	0,056
5 – 5	B	1/ 1370	1/ 77	0,056	B	1/ 2000	1/ 113	0,056
6 – 6	B	1/ 11111	1/ 228	0,021	B	1/ 4348	1/ 75	0,017
7 – 7	B	1/ 3257	1/ 48	0,015	B	1/ 1688	1/ 16	0,01
8 – 8	B	1/ 2300	1/ 48	0,021	B	1/ 1500	1/ 130	0,09
9 – 9	B	1/ 3750	1/ 395	0,11	B	1/ 641	1/ 73	0,11

Abkürzungen: B...Biegeversagen maßgebend; S...Schubversagen maßgebend

Die durch den Erhöhungsfaktor aus einer Berücksichtigung der Rissbildung angegebenen Winkelverdrehungen und Ausnutzungsgrade stellen die Veränderung in Bezug auf die maßgebenden Winkelverdrehungen im ungerissenen Zustand dar. Die angegebenen zulässigen Winkelverdrehungen für Biegeversagen stellen daher nicht den maßgebenden zulässigen Fall dar. Hier wird nun i. d. R. Schubversagen maßgebend. Allerdings soll auf diese Darstellung nachfolgend verzichtet werden.

10.6 Zusammenfassende Darstellung von kritischen Dehnungen und Winkelverdrehungen

Tabelle 10.39 enthält einen zusammenfassenden Überblick über den Wertebereich der kritischen Winkelverdrehung für Stahlbetonbauteile nach dem abgeleiteten Verfahren. Grundlage für eine Mulden- und Sattellagerung ist sowohl eine Einzellastbelastung wie auch eine Gleichlastbelastung. Maßgebliche Eingangswerte sind dabei:

- Lagerung: Reine Mulden- und Sattellagerung
- Lastsituationen : Gleichlast und Einzellast
- Steifigkeitsverhältnisse: $E/G = 0,5 [-]$ ($k = 0,05$) schubstarr bzw.
 $E/G = 12,5 [-]$ ($k = 1,25$); schubweich
- Verhältnis Stützweite zu Höhe; Muldenlagerung: $l/h = 1 [-]$; $l/h = 10 [-]$
→ hieraus: Sattellagerung (halbe Stützweite): $l/h = 0,5 [-]$; $l/h = 5 [-]$
- Rissweite (Biegeversagen gerissener Querschnitt): $w_{cat} = 0,4 \text{ mm}$
- Langzeitzugfestigkeit: $f_{ct}^{0,7} = 0,7 \cdot f_{ctm}$
- Querschnittsbreite (Schubversagen gerissener Querschnitt): $b = 0,25 \text{ m}$ (Annahme)

Unter Beachtung der Randbedingungen und der Eingangswerte lässt sich aus der vergleichenden Betrachtung der kritischen Winkelverdrehungen ohne Berücksichtigung des zeitlichen Materialverhaltens für Stahlbeton unter Einzel- und Gleichlastbelastung in Tabelle 10.39 folgender Wertebereich ableiten:

Ungerissener Querschnitt:

- Muldenlage: ca. $\Delta/l_{min} = 1/3980$ bis ca. $\Delta/l_{min} = 1/31250$
- Sattellage: ca. $\Delta/l_k = 1/4970$ bis ca. $\Delta/l_k = 1/37040$

Gerissener Querschnitt:

- Muldenlage: ca. $\Delta/l_{min} = 1/220$ bis ca. $\Delta/l_{min} = 1/1700$
- Sattellage: ca. $\Delta/l_k = 1/270$ bis ca. $\Delta/l_k = 1/2020$

Tabelle 10.39: Wertebereich der kritischen Winkelverdrehung – exemplarische Betrachtung für Stahlbetonbauteile

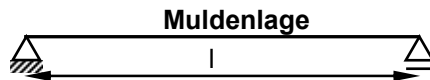

Systeme:	 Muldenlage			 Sattellage		
Verschiebung:	$\Delta = f \cdot \frac{M_{max}}{EI} \cdot l^2 + \frac{M_{max}}{GA_s} = M_{max} \cdot \left(f \cdot \frac{l^2}{EI} + \frac{1}{GA_s} \right)$					
Lastsituation:	Gleichlast			Einzellast		
Muldenlagerung:	$M_{max} = q \cdot l^2 / 8$	$Q_{max} = q \cdot l / 2$	$f = 5 / 48$	$M_{max} = P \cdot l / 4$	$Q_{max} = P / 2$	$f = 1 / 12$
Sattellagerung:	$M_{max} = q \cdot l_k^2 / 2$	$Q_{max} = q \cdot l_k$	$f = 1 / 4$	$M_{max} = P \cdot l_k$	$Q_{max} = P$	$f = 1 / 3$
Versagensformen (allgemeine Schreibweise)						
Biegeversagen:	$\Delta_B = \left(f \cdot \frac{l^2}{EI} + \frac{1}{GA_s} \right) \cdot \frac{EI \cdot \varepsilon_{B,krit}}{z} \rightarrow \Delta_B = \left(f + \frac{EI}{GA_s \cdot l^2} \right) \cdot \frac{\varepsilon_{B,krit}}{z} \cdot l^2$					
Schubversagen:	$\Delta_S = \frac{M_{max}}{Q_{max}} \cdot \left(f \cdot \frac{l^2}{EI} + \frac{1}{GA_s} \right) \cdot 2 \cdot GA_s \cdot \varepsilon_{S,krit} \rightarrow \Delta_S = \frac{M_{max}}{Q_{max}} \cdot \left(1 + f \cdot \frac{GA_s \cdot l^2}{EI} \right) \cdot 2 \cdot \varepsilon_{S,krit}$					
Steifigkeitsverhältnis	$\frac{EI}{GA_s \cdot l^2} = k \cdot \frac{h^2}{l^2}$		$\frac{GA_s \cdot l^2}{EI} = \frac{1}{k} \cdot \frac{l^2}{h^2}$		Wertebereich für k	k = 0,05 ($GA_s \gg EI$)
						k = 1,25 ($EI \gg GA_s$)
Winkelverdrehung – Muldenlage (bezogen auf die gesamte Stützweite l)						
		Gleichlast			Einzellast	
l/h = 1 [-]	k = 0,05	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{37}{240} \cdot \frac{\varepsilon_B \cdot l}{z}$	$\frac{\Delta_S}{l} = \frac{37}{24} \cdot \varepsilon_S$	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{2}{15} \cdot \frac{\varepsilon_B \cdot l}{z}$	$\frac{\Delta_S}{l} = \frac{8}{3} \cdot \varepsilon_S$	
	k = 1,25	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{65}{48} \cdot \frac{\varepsilon_B \cdot l}{z}$	$\frac{\Delta_S}{l} = \frac{13}{24} \cdot \varepsilon_S$	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{4}{3} \cdot \frac{\varepsilon_B \cdot l}{z}$	$\frac{\Delta_S}{l} = \frac{16}{15} \cdot \varepsilon_S$	
l/h = 10 [-]	k = 0,05	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{157}{1500} \cdot \frac{\varepsilon_B \cdot l}{z}$	$\frac{\Delta_S}{l} = \frac{314}{3} \cdot \varepsilon_S$	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{503}{1500} \cdot \frac{\varepsilon_B \cdot l}{z}$	$\frac{\Delta_S}{l} = \frac{503}{3} \cdot \varepsilon_S$	
	k = 1,25	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{7}{60} \cdot \frac{\varepsilon_B \cdot l}{z}$	$\frac{\Delta_S}{l} = \frac{14}{3} \cdot \varepsilon_S$	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{23}{240} \cdot \frac{\varepsilon_B \cdot l}{z}$	$\frac{\Delta_S}{l} = \frac{23}{3} \cdot \varepsilon_S$	
Winkelverdrehung - Sattellage						
		Gleichlast			Einzellast	
l/h = 0,5 [-]	k = 0,05	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{9}{20} \cdot \frac{\varepsilon_B \cdot l}{z}$	$\frac{\Delta_S}{l} = \frac{9}{4} \cdot \varepsilon_S$	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{8}{15} \cdot \frac{\varepsilon_B \cdot l}{z}$	$\frac{\Delta_S}{l} = \frac{16}{3} \cdot \varepsilon_S$	
	k = 1,25	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{21}{4} \cdot \frac{\varepsilon_B \cdot l}{z}$	$\frac{\Delta_S}{l} = \frac{21}{20} \cdot \varepsilon_S$	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{16}{3} \cdot \frac{\varepsilon_B \cdot l}{z}$	$\frac{\Delta_S}{l} = \frac{32}{15} \cdot \varepsilon_S$	
l/h = 5 [-]	k = 0,05	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{63}{250} \cdot \frac{\varepsilon_B \cdot l}{z}$	$\frac{\Delta_S}{l} = 126 \cdot \varepsilon_S$	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{503}{1500} \cdot \frac{\varepsilon_B \cdot l}{z}$	$\frac{\Delta_S}{l} = \frac{1006}{3} \cdot \varepsilon_S$	
	k = 1,25	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{3}{10} \cdot \frac{\varepsilon_B \cdot l}{z}$	$\frac{\Delta_S}{l} = 6 \cdot \varepsilon_S$	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{23}{60} \cdot \frac{\varepsilon_B \cdot l}{z}$	$\frac{\Delta_S}{l} = \frac{46}{3} \cdot \varepsilon_S$	

Tabelle 10.39: Wertebereich der kritischen Winkelverdrehung – exemplarische Betrachtung für Stahlbetonbauteile (Fortsetzung)

kritische Dehnung bzw. Gleitung							
ungerissener Querschnitt	kritische Dehnung	$\varepsilon_{B,krit} \approx \frac{0,7 \cdot f_{ctm}}{E_c} \approx 0,06 \text{ ‰}$		Elastizitätsmodul: $E_{cm} = 30000 \text{ MN/m}^2$ Zugfestigkeit: $f_{ctm} = 2,60 \text{ MN/m}^2$ Langzeitzugfestig.: $f_{ct}^{0,7} = 1,82 \text{ MN/m}^2$ Rissweite: $w_{cal} = 0,4 \text{ mm}$ Durchmesser Bewehrung: $\varnothing 14$ E-Modul Stahl: $E_s = 200000 \text{ MN/m}^2$ Querschnittsbreite: $b = 0,25 \text{ m}$ Mindestschubbewehrung: $\rho_{min} = 0,93 \text{ ‰}$ Schubbewehrung: $a_{sw} = 2,3 \text{ cm}^2/\text{m}$ (sin $\alpha = 1$) Neigung Druckstrebe: $\cot \theta = 1,2 [-]$ Verhältnis E-Modul: $\alpha_e = 7 [-]$			
	kritische Gleitung	$\varepsilon_{S,krit} \approx 0,68 \cdot \frac{f_{ctm}}{E_c} \approx 0,06 \text{ ‰}$					
	innerer Hebelarm	$z = h/2$					
gerissener Querschnitt	kritische Dehnung	$\varepsilon_{B,krit} \approx 1,8 \cdot \sqrt{\frac{f_{ctm} \cdot w_k}{E_s \cdot d_s}} \approx 1,1 \text{ ‰}$					
	kritische Gleitung	$\varepsilon_{S,krit} = \frac{f_{yk} \cdot \cot \theta \cdot \left(4 \cdot a_{sw} + \frac{b}{\alpha_e}\right)}{2 \cdot b \cdot E_{cm}} \approx 1,47 \text{ ‰}$					
	innerer Hebelarm	$z \approx 0,8 \cdot h$					
Muldenlage							
		Gleichlast		Einzellast			
l/h = 1 [-]	k = 0,05 (z ≈ 0,5·h)	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{1}{2948}; \left(\frac{1}{54045}\right)$	$\frac{\Delta_S}{l} = \frac{1}{441}; \left(\frac{1}{10811}\right)$	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{1}{3409}; \left(\frac{1}{62500}\right)$	$\frac{\Delta_S}{l} = \frac{1}{255}; \left(\frac{1}{6250}\right)$		
	k = 1,25 (z ≈ 0,8·h)	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{1}{537}; \left(\frac{1}{9846}\right)$	$\frac{\Delta_S}{l} = \frac{1}{1255}; \left(\frac{1}{30769}\right)$	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{1}{545}; \left(\frac{1}{10000}\right)$	$\frac{\Delta_S}{l} = \frac{1}{637}; \left(\frac{1}{15625}\right)$		
l/h = 10 [-]	k = 0,05 (z ≈ 0,5·h)	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{1}{434}; \left(\frac{1}{7962}\right)$	$\frac{\Delta_S}{l} = \frac{1}{6,5}; \left(\frac{1}{160}\right)$	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{1}{542}; \left(\frac{1}{9940}\right)$	$\frac{\Delta_S}{l} = \frac{1}{4}; \left(\frac{1}{99}\right)$		
	k = 1,25 (z ≈ 0,8·h)	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{1}{623}; \left(\frac{1}{11429}\right)$	$\frac{\Delta_S}{l} = \frac{1}{146}; \left(\frac{1}{3571}\right)$	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{1}{759}; \left(\frac{1}{13913}\right)$	$\frac{\Delta_S}{l} = \frac{1}{89}; \left(\frac{1}{2174}\right)$		
Sattellage							
		Gleichlast		Einzellast			
l/h = 0,5 [-]	k = 0,05 (z ≈ 0,5·h)	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{1}{2020}; \left(\frac{1}{37037}\right)$	$\frac{\Delta_S}{l} = \frac{1}{302}; \left(\frac{1}{7407}\right)$	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{1}{1705}; \left(\frac{1}{31250}\right)$	$\frac{\Delta_S}{l} = \frac{1}{128}; \left(\frac{1}{3125}\right)$		
	k = 1,25 (z ≈ 0,8·h)	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{1}{277}; \left(\frac{1}{5079}\right)$	$\frac{\Delta_S}{l} = \frac{1}{648}; \left(\frac{1}{15873}\right)$	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{1}{273}; \left(\frac{1}{5000}\right)$	$\frac{\Delta_S}{l} = \frac{1}{319}; \left(\frac{1}{7813}\right)$		
l/h = 5 [-]	k = 0,05 (z ≈ 0,5·h)	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{1}{361}; \left(\frac{1}{6614}\right)$	$\frac{\Delta_S}{l} = \frac{1}{5,4}; \left(\frac{1}{132}\right)$	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{1}{271}; \left(\frac{1}{4970}\right)$	$\frac{\Delta_S}{l} = \frac{1}{2}; \left(\frac{1}{50}\right)$		
	k = 1,25 (z ≈ 0,8·h)	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{1}{485}; \left(\frac{1}{8888}\right)$	$\frac{\Delta_S}{l} = \frac{1}{113}; \left(\frac{1}{2778}\right)$	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{1}{379}; \left(\frac{1}{6957}\right)$	$\frac{\Delta_S}{l} = \frac{1}{44}; \left(\frac{1}{1087}\right)$		

Bemerkung: Klammerwerte für einen ungerissenen Querschnitt

Tabelle 10.39: Wertebereich der kritischen Winkelverdrehung – exemplarische Betrachtung für Stahlbetonbauteile (Fortsetzung)

Auswertung					
Muldenlage					
kritische Winkelverdrehung		Gleichlast		Einzellast	
		bezogen auf die gesamte Stützweite l	bezogen auf die minimale, angrenzende Stützweite $l_{min} = l/2$	bezogen auf die gesamte Stützweite l	bezogen auf die minimale, angrenzende Stützweite $l_{min} = l/2$
l/h = 1 [-]	k = 0,05 (z ≈ 0,5·h)	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{1}{2948} ; \left(\frac{1}{54045}\right)$	$\frac{\Delta_B}{l_{min}} = \frac{1}{1474} ; \left(\frac{1}{27023}\right)$	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{1}{3409} ; \left(\frac{1}{62500}\right)$	$\frac{\Delta_B}{l_{min}} = \frac{1}{1705} ; \left(\frac{1}{31250}\right)$
	k = 1,25 (z ≈ 0,8·h)	$\frac{\Delta_S}{l} = \frac{1}{1255} ; \left(\frac{1}{30769}\right)$	$\frac{\Delta_S}{l_{min}} = \frac{1}{628} ; \left(\frac{1}{15385}\right)$	$\frac{\Delta_S}{l} = \frac{1}{637} ; \left(\frac{1}{15625}\right)$	$\frac{\Delta_S}{l_{min}} = \frac{1}{319} ; \left(\frac{1}{7813}\right)$
l/h = 10 [-]	k = 0,05 (z ≈ 0,5·h)	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{1}{434} ; \left(\frac{1}{7962}\right)$	$\frac{\Delta_B}{l_{min}} = \frac{1}{217} ; \left(\frac{1}{3981}\right)$	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{1}{542} ; \left(\frac{1}{9940}\right)$	$\frac{\Delta_B}{l_{min}} = \frac{1}{271} ; \left(\frac{1}{4970}\right)$
	k = 1,25 (z ≈ 0,8·h)	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{1}{623} ; \left(\frac{1}{11429}\right)$	$\frac{\Delta_B}{l_{min}} = \frac{1}{312} ; \left(\frac{1}{5715}\right)$	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{1}{759} ; \left(\frac{1}{13913}\right)$	$\frac{\Delta_B}{l_{min}} = \frac{1}{380} ; \left(\frac{1}{6957}\right)$
Sattellage					
kritische Winkelverdrehung		Gleichlast		Einzellast	
		bezogen auf die gesamte Stützweite l	bezogen auf die minimale, angrenzende Stützweite $l_{min} = l/2$	bezogen auf die gesamte Stützweite l	bezogen auf die minimale, angrenzende Stützweite $l_{min} = l/2$
l/h = 0,5 [-]	k = 0,05 (z ≈ 0,5·h)	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{1}{2020} ; \left(\frac{1}{37037}\right)$	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{1}{2020} ; \left(\frac{1}{37037}\right)$	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{1}{1705} ; \left(\frac{1}{31250}\right)$	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{1}{1705} ; \left(\frac{1}{31250}\right)$
	k = 1,25 (z ≈ 0,8·h)	$\frac{\Delta_S}{l} = \frac{1}{648} ; \left(\frac{1}{15873}\right)$	$\frac{\Delta_S}{l} = \frac{1}{648} ; \left(\frac{1}{15873}\right)$	$\frac{\Delta_S}{l} = \frac{1}{319} ; \left(\frac{1}{7813}\right)$	$\frac{\Delta_S}{l} = \frac{1}{319} ; \left(\frac{1}{7813}\right)$
l/h = 5 [-]	k = 0,05 (z ≈ 0,5·h)	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{1}{361} ; \left(\frac{1}{6614}\right)$	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{1}{361} ; \left(\frac{1}{6614}\right)$	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{1}{271} ; \left(\frac{1}{4970}\right)$	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{1}{271} ; \left(\frac{1}{4970}\right)$
	k = 1,25 (z ≈ 0,8·h)	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{1}{485} ; \left(\frac{1}{8888}\right)$	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{1}{485} ; \left(\frac{1}{8888}\right)$	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{1}{379} ; \left(\frac{1}{6957}\right)$	$\frac{\Delta_B}{l} = \frac{1}{379} ; \left(\frac{1}{6957}\right)$
Verhältnswert zwischen Mulden- und Sattellagerung					
		Gleichlast	Einzellast	Der Verhältnswert zwischen Mulden- und Sattellagerung liegt zwischen ≈ 1,0 [-] und ≈ 1,66 [-]; (vgl. Abschnitt 5)	
l/h = 0,5 [-]	k = 0,05 (z ≈ 0,5·h)	≈ 1,37 [-]	≈ 1,0 [-]		
	k = 1,25 (z ≈ 0,8·h)	≈ 1,03 [-]	≈ 1,0 [-]		
l/h = 5 [-]	k = 0,05 (z ≈ 0,5·h)	≈ 1,66 [-]	≈ 1,0 [-]		
	k = 1,25 (z ≈ 0,8·h)	≈ 1,55 [-]	≈ 1,0 [-]		

Für eine Muldenlagerung werden im Mittel für gerissene Querschnitte $((1/220 + 1/1700)/2 \approx 1/390)$ die zulässigen Winkelverdrehungen nach *Skempton/McDonald (1965)* $((1/300 + 1/500)/2 \approx 1/375)$ erreicht, allerdings ist der Wertebereich größer. Für eine Sattellagerung liegt der Mittelwert ($\Delta/l_{min} \approx 1/480$) oberhalb des Mittelwertes der halben Werte nach *Skepton/McDonald (1965)* ($\Delta/l_{min} \approx 1/750$). Für ungerissene Querschnitte sind die abgeleiteten Werte restriktiver.

Wird zusätzlich die Materialentwicklung, beispielsweise durch einen Kriechbeiwert von $\varphi_{\infty} \approx 2,0$ [-] berücksichtigt, ergibt sich ein Wertebereich für eine

- Muldenlage: unger. Querschnitt: ca. $\Delta/l_{min} = 1/1330$ bis ca. $\Delta/l_{min} = 1/1040$,
ger. Querschnitt: ca. $\Delta/l_{min} = 1/73$ bis ca. $\Delta/l_{min} = 1/570$, bzw eine
- Sattellage: unger. Querschnitt: ca. $\Delta/l_k = 1/1660$ bis ca. $\Delta/l_k = 1/1235$
ger. Querschnitt: ca. $\Delta/l_k = 1/90$ bis ca. $\Delta/l_k = 1/673$

und hieraus ein gesamter Wertebereich für den Zeitraum $0 < t < \infty$:

- Muldenlage: unger. Querschnitt: ca. $\Delta/l_{min} \approx 1/1300$ bis ca. $\Delta/l_{min} \approx 1/31250$
ger. Querschnitt: ca. $\Delta/l_{min} \approx 1/70$ bis ca. $\Delta/l_{min} \approx 1/1700$
- Sattellage: unger. Querschnitt: ca. $\Delta/l_k \approx 1/1660$ bis ca. $\Delta/l_k \approx 1/37000$
ger. Querschnitt: ca. $\Delta/l_k \approx 1/90$ bis ca. $\Delta/l_k \approx 1/2000$.

Der aufgezeigte Wertebereich weist eine sehr große Spannweite der kritischen Winkelverdrehungen auf, zeigt aber andererseits die Bandbreite, die mit dem abgeleiteten, vereinfachten Berechnungsverfahren abgedeckt werden kann. Wird die Auswertung in Tabelle 10.43 zugrunde gelegt haben folgende Faktoren Einfluss auf die kritische Winkelverdrehung mit abnehmender Intensität:

- kritische Dehnung bzw. Gleitung
(Faktor. $1,1 \text{ ‰} / 0,06 \text{ ‰} \approx 18,3$ [-] bzw. $1,47 \text{ ‰} / 0,06 \text{ ‰} \approx 24,5$ [-]),
- Abmessungsverhältnis l/h : (Faktor: $\approx 0,85$ [-] – $6,30$ [-]),
- Steifigkeitsverhältnis: (Faktor: $\approx 0,70$ [-] - $5,35$ [-]),
- zeitliche Materialentwicklung (Faktor: $\approx 3,0$ [-]),
- Last bzw. setzungserzeugende Lastsituation (Faktor $\approx 0,8$ [-] – $2,0$ [-]),
- Lagerungsart (Faktor Mulden- zu Sattellagerung: $\approx 1,0$ bis $1,66$),
- innerer Hebelarm z für Biegeversagen (Faktor ca. $\approx 1,60$),

wobei der Einfluss des Steifigkeitsverhältnisses und der Einfluss des Abmessungsverhältnisses als ähnlich zu bewerten ist. Vergleichsweise geringen Einfluss hat die Lastsituation. Aufgrund der aufgezeigten großen Bandbreite des Wertebereichs ist zur zutreffenden Prognostizierung der Schadensanfälligkeit eine wirklichkeitsnahe Erfassung sämtlicher Einflussfaktoren notwendig.

Im Übrigen ergibt sich der Verhältniswert zwischen Mulden- und Sattellagerung für eine Einzellast in Tabelle 10.39 zu 1,0 [-] (vgl. auch Abschnitt 5), wobei $(l/h)_{Mulde} = 2 \cdot (l/h)_{Sattel}$ gilt:

- Biegeversagen:

$$\frac{\frac{\Delta_B^{Mulde}}{l}}{\frac{\Delta_B^{Sattel}}{l_k}} = \frac{\left(f_{Mulde} + k \cdot \left(\frac{h}{l} \right)_{Mulde}^2 \right) \cdot \frac{\varepsilon_{B,krit}}{z} \cdot l}{\left(f_{Sattel} + k \cdot \left(\frac{h}{l_k} \right)_{Sattel}^2 \right) \cdot \frac{\varepsilon_{B,krit}}{z} \cdot l} = \frac{\left(f_{Mulde} + k \cdot \left(\frac{h}{l} \right)_{Mulde}^2 \right) \cdot \left(\frac{l}{h} \right)_{Mulde}}{\left(f_{Sattel} + k \cdot 4 \cdot \left(\frac{h}{l} \right)_{Mulde}^2 \right) \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{l}{h} \right)_{Mulde}} = \frac{1}{2} \quad (10.33)$$

- Schubversagen:

$$\frac{\frac{\Delta_S^{Mulde}}{l}}{\frac{\Delta_S^{Sattel}}{l_k}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \left(1 + f_{Mulde} \cdot \frac{1}{k} \cdot \left(\frac{l}{h} \right)_{Mulde}^2 \right) \cdot 2 \cdot \varepsilon_s}{\left(1 + f_{Sattel} \cdot \frac{1}{k} \cdot \left(\frac{l_k}{h} \right)_{Sattel}^2 \right) \cdot 2 \cdot \varepsilon_s} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \left(1 + f_{Mulde} \cdot \frac{1}{k} \cdot \left(\frac{l}{h} \right)_{Mulde}^2 \right)}{\left(1 + f_{Sattel} \cdot \frac{1}{k} \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{l}{h} \right)_{Mulde}^2 \right)} = \frac{1}{2} \quad (10.34)$$

hieraus mit $l_{min} = l/2$ für Muldenlagerung: $\frac{\frac{\Delta_B^{Mulde}}{l_{min}}}{\frac{\Delta_B^{Sattel}}{l_k}} = \frac{2}{2} = 1$ bzw. $\frac{\frac{\Delta_S^{Mulde}}{l_{min}}}{\frac{\Delta_S^{Sattel}}{l_k}} = \frac{2}{2} = 1$ (10.35)

Wie bereits erwähnt, ist aus dem abgeleiteten Wertebereich einerseits die große Spannweite der kritischen Winkelverdrehungen ersichtlich, andererseits beinhaltet die vereinfachte Vorgehensweise eine enorme Bandbreite die bei einer zutreffenden Erfassung der Einflussfaktoren abgedeckt werden kann.

10.7 Weitere Anwendungsmöglichkeiten des Verfahrens

Da die Koppelbedingung von Bauwerk und Baugrund darin besteht, dass die jeweilige Setzungslinie ausreichend genau durch die mathematischen Zusammenhänge der Biegelinie des Ersatzbalkens beschrieben werden kann, lässt sich das abgeleitete Verfahren unabhängig von der eigentlichen Fragestellung dieser Arbeit – der Boden-Bauwerks-Interaktion – auch auf andere Fragestellungen zur Gebrauchstauglichkeit im Allgemeinen konstruktiven Ingenieurbau anwenden. Dies können z. B. sein:

- unter Berücksichtigung anderer Querschnittsformen, beispielsweise
 - Brückenüberbauten
 - Rohrleitungen
- Wände, deren Lasten durch Deckenkonstruktionen abgefangen werden, insbesondere leichte Trennwände, deren Schadensanfälligkeit durch Einhaltung zulässiger Verformungen bzw. durch Begrenzung der Biegeschlankheit der Deckenkonstruktionen ohne explizite Betrachtung der Materialien der Trennwände begrenzt sind.
- Bauteile, die Temperaturschwankungen ausgesetzt sind
- Glassfassaden nach den *Technischen Richtlinien für liniengelagerte Verglasungen* (TRLV)
- neben Flachgründungen (vgl. Abschnitt 8) auch auf andere Gründungsformen, beispielsweise Pfahlgründungen oder Kombinierte Pfahl-Plattengründungen (KPP). Die Grundlagen zu Pfahlgründungen mit weiterführenden Literaturhinweisen sind in *Kempfert (2001)* zusammengestellt. Unter Berücksichtigung der Pfahl-Gruppen-Wirkung wird auf die Arbeit von *Rudolph (2006)* verwiesen.

Die aufgezeigte Vorgehensweise lässt sich auch auf andere Lagerungsbedingungen und Lastsituationen erweitern. Die grundlegenden Zusammenhänge sind dem Berechnungsgang im Abschnitt 5 enthalten.

11 Zusammenfassung und Ausblick

Die Boden-Bauwerks-Wechselwirkung wurde bislang durch überwiegend empirisch gewonnene Werte für Setzungsdifferenzen oder Winkelverdrehungen berücksichtigt. Eine allgemeine Übertragbarkeit aufgrund der zahlreichen Parameter, die die Wechselwirkung zwischen Bauwerk und Baugrund beeinflussen, ist nicht ohne Weiteres auf andere Bauwerksstrukturen möglich, da die i.d.R. aus Setzungsmessungen gewonnen, zulässigen Werte in Verbindung mit

- den Baugrundverhältnissen,
- der Bauwerksnutzung,
- den Materialeigenschaften und
- der Bauwerksgeometrie, etc

stehen. Darüber hinaus beziehen sich die aus der Literatur bekannten und in Abschnitt 2 zusammengestellten umfangreichen, empirischen zulässigen Werte i.d.R. auf Muldenlagerungen. Für Sattellagerungen werden hieraus zwar strengere, aber ebenfalls empirische, zulässige Werte abgeleitet.

Ziel dieser Arbeit ist es, einerseits dem geotechnischen Sachverständigen im Rahmen der Erstellung der geotechnischen Untersuchungs- und Entwurfsberichte (Baugrundgutachten), als auch im Rahmen der konstruktiven Projektbearbeitung durch den Tragwerksplaner, ein Verfahren zur einfachen Beurteilung der Schadensanfälligkeit von Bauwerken oder deren Teilstrukturen an die Hand zu geben.

Für die Ermittlung realistischer Setzungswerte von Bauwerksstrukturen ist die Kenntnis wirklichkeitsnaher setzungswirksamer Lasten und Beanspruchungen notwendig. Hinweise hierzu sind in Abschnitt 3 zusammengestellt. Diese auf der Grundlage des semiprobabilistischen Sicherheitskonzeptes abgeleiteten Belastungswerte sind in enger Verbindung mit den

- Steifigkeitswerten der Gesamtkonstruktion und den
- materialspezifischen, zeitlichen Veränderungen der Materialeigenschaften

zu sehen. Eine Zusammenstellung der Materialeigenschaften sowie der Einfluss der zeitlichen Veränderungen sind für die in dieser Arbeit vorherrschend betrachteten Materialien Beton bzw. Stahlbeton und Mauerwerk in Abschnitt 4 dargestellt.

Einen zusammenfassenden Überblick über die Einflussfaktoren auf die Boden-Bauwerks-Interaktion enthält Bild 11.1.

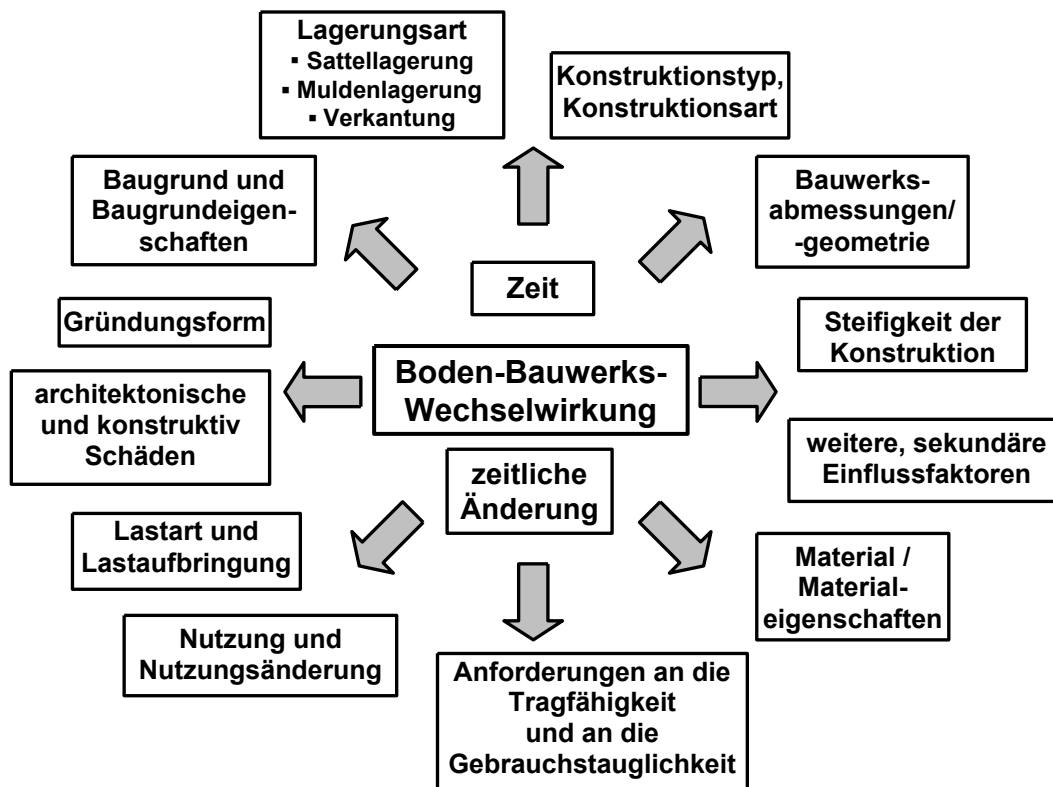


Bild 11.1: Einflussfaktoren auf die Boden-Bauwerks-Interaktion

Aus Bild 11.1 ist abzuleiten, dass eine sehr große Anzahl von Einflußparametern zur Fragestellung vorliegt. Damit sind für eine praktikable analytische Betrachtungsweise Idealisierungen erforderlich.

Da die Schadensanfälligkeit von Bauwerken und Bauwerksstrukturen bislang auf der Basis empirisch ermittelter zulässiger Werte beruht, wird in der vorliegenden Arbeit ein vereinfachtes Berechnungsverfahren abgeleitet, das eine weitergehende Berücksichtigung der Boden-Bauwerks-Wechselwirkung zulässt.

Ausgehend von einem durch eine Einzellast mittig belasteten Einfeldträger als Ersatzsystem einer Muldenlagerung nach *Burland (1977)*, werden beispielhaft in Abschnitt 5 weitere setzungserzeugende Lastsituationen (Gleichlast, Trapezlast, Dreieckslast, etc.) sowohl für eine

- Muldenlagerung, als auch für eine
- Sattellagerung

exemplarisch untersucht, mit dem Ziel, Zwangsbeanspruchungen infolge der Setzungsverläufe in Verbindung mit der tatsächlichen Belastungssituation und den geometrischen

Bauwerksverhältnissen wirklichkeitsnäher beschreiben zu können und Grenzwerte für eine zulässige Beanspruchbarkeit abzuleiten. Der vereinfachten Vorgehensweise liegt die Annahme zugrunde, dass die Setzungslinie einer Sattellagerung oder einer Muldenlagerung näherungsweise mit der Biegelinie eines Einfeld- bzw. Kragträgers übereinstimmt.

Zur Beschreibung der Wechselwirkung wird als vereinfachtes Ersatzsystem der bekannte

- Biegebalken nach *Bernoulli* mit der Schubverlängerung nach *Timoschenko*

herangezogen. Die Wahl einer zutreffenden Lastsituation hängt dabei von

- den aus einer Setzungsberechnung oder einer vor Ort durchgeführten Setzungsmessung ermittelten Setzungswerte, in Verbindung mit den
- bauwerksspezifischen Eigenschaften und den
- anstehenden Baugrundverhältnissen

ab. Weitere setzungserzeugende Lastsituationen sind unter Berücksichtigung der genannten Punkte denkbar.

Erheblichen Einfluss auf eine zutreffende Prognostizierung der Schadensanfälligkeit einer gesamten Gebäudestruktur oder ihrer Teilstrukturen haben neben der Bedingung, dass die Verschiebungslinie der Ersatzsysteme mit der Setzungslinie übereinstimmt, im Idealfall also deckungsgleich verläuft, die

- zutreffende Erfassung der Ersatzsteifigkeiten.

Hinweise hierzu enthält Abschnitt 9. *Burland* berücksichtigt schubweiche bzw. schubstarre Systeme durch unterschiedliche Verhältnisse von Elastizitäts- zu Schubmodul. Für schubweiche Systeme wird ein Verhältniswert von $E/G = 12,5$ [-] angegeben, für schubstarre Systeme wird ein Verhältniswert von $E/G = 0,5$ [-] genannt.

Dies stellt eine starke Vereinfachung auch im Hinblick auf die zeitlichen Änderungen der Steifigkeiten eines Bauwerks über seine Lebensdauer und unter Beachtung der Zwangsbeanspruchungen aus Kriechen und Schwinden dar. Eine realitätsnahe Erfassung der Ersatzsteifigkeiten auch unter Berücksichtigung von gerissenen und ungerissenen Querschnittsbereichen ist für eine zutreffenden Prognostizierung erforderlich.

Bislang konnten theoretisch abgeleitete kritische Beanspruchbarkeiten lediglich über die von *Burland* (1977) angegebenen Versagenskriterien auf der Grundlage des mittig belasteten Biegebalkens für eine Muldenlagerung verwendet werden. Durch Einführung weiterer Lastsituationen und unterschiedlichen Lagerungsbedingungen am Ersatzsystem ist eine differenziertere Beurteilung der Versagensanfälligkeit in Verbindung mit der zur Lastein-

leitung in den Baugrund gewählten Gründungsform möglich. Die Ableitung maßgebender Versagenskriterien beruht auf der Verknüpfung von Verschiebungs- und Schnittkraftverläufen, wobei das Verschiebungsmaximum des Ersatzsystems als Ausgangswert definiert ist. Je nach Versagensart (Biege- oder Schubversagen) dient die jeweils maximale Schnittgröße als Bezugswert. Diese allgemeine Vorgehensweise gilt sowohl für reine Mulden- und Sattellagerungen, als auch für Systeme, die sich aus beiden Lagerungsarten zusammensetzen. Durch die Berücksichtigung der Materialeigenschaften und der zeitlichen Entwicklung in Form der kritischen Dehnung bzw. Gleitung ε_{krit} können die von *Skempton/McDonald (1956)* empirisch gefundenen und in der Bodenmechanik weit verbreiteten Werte für die Beurteilung der Schadensanfälligkeit einer Konstruktion unter einer Muldenlagerung sowie die daraus abgeleiteten halben Werte für eine Sattellagerung nach Tabelle 11.1 mit der in Abschnitt 5 bzw. Abschnitt 10 gebräuchlichen Definitionen der Winkelverdrehung weiter präzisiert und für unterschiedliche Betrachtungszeitpunkte erweitert werden.

Tabelle 11.1: Gebräuchliche Versagenskriterien für Muldenlagerungen nach *Skempton/McDonald (1956)* sowie die halben Werte für Sattellagerungen

	Muldenlagerung	Sattellagerung
Risselfreiheit:	$\tan \beta \leq 1/500$	$\tan \beta \leq 1/1000$
Schönheitsrisse:	$\tan \beta \leq 1/300$	$\tan \beta \leq 1/600$

Da sich bekanntlich gerade bei gedrungenen Querschnittsabmessungen ein zweiachsiger Spannungszustand ausbildet, wird die gewählte Vorgehensweise durch Anwendung der Scheibentheorie in Abschnitt 6 verifiziert und untermauert. Durch die Berücksichtigung von Reibungskräften in der Sohlfuge (Abschnitt 7) ergeben sich dabei keine größeren zulässigen Beanspruchbarkeiten, so dass als Grundlage des vereinfachten Berechnungsverfahrens (Abschnitt 10) die ermittelten Gesetzmäßigkeiten durch Anwendung der Balkentheorie gelten. Als Eingangswerte dienen neben

- der Geometrie der Konstruktion,
- der setzungserzeugenden Lastsituation und
- den Lagerungsbedingungen des Ersatzsystems auch
- die Ersatzsteifigkeit des betrachteten Bauteils.

Die Schadensanfälligkeit einer Konstruktion wird im vorgestellten vereinfachten Berechnungsverfahren durch die kritischen Materialdehnungen bzw. -gleitungen ε_{krit} ausgedrückt, wobei zwischen Biege- und Schubversagen unterschieden wird. Die Grenzbean-

spruchbarkeit ergibt sich dabei als Minimum beider Teilversagensbeziehungen. Die kritischen Materialdehnungen bzw. -gleitungen werden im Gegensatz zu den pauschal formulierten Werten nach *Skempton/McDonald (1956)* (vgl. Tabelle 11.1) differenzierter in Abhängigkeit

- der Zwangsbeanspruchungen,
- des zeitlichen Materialenverhaltens,
- des Einflusses der Zwangsbeanspruchungen aus Kriechen und Schwinden,
- einer definierten Rissweite oder
- der Kenntnis der Bewehrungsgehalte

eingeführt. Bei Kenntnis der genannten Punkte ist damit eine stufenweise Beurteilung der Schadensanfälligkeit möglich. Da erfahrungsgemäß mit den kritischen Werten nach *Burland* auch ungefähr die in der Bodenmechanik üblicherweise verwendeten kritischen Winkelverdrehungen einer Muldenlagerung nach *Skempton/McDonald (1956)* erreicht werden (vgl. Tabelle 11.1) folgen aus den faktorisierten Beiwerten geringere zulässige Winkelverdrehungen $\tan \beta$. Die Verhältniswerte sind in Tabelle 11.2 angegeben, die daraus abgeleiteten kritischen Winkelverdrehungen für ungerissene Querschnitte enthält Tabelle 11.3.

Tabelle 11.2: Vergleich kritischer Dehnungs- bzw. Gleitungswerte nach *Burland* mit Werten auf der Grundlage der *DIN 1045-1* für ungerissene Querschnitte

kritische Dehnungen bzw. Gleitungen		Verhältniswerte für Stahlbeton (Werte „Burland“ bezogen auf Werte „DIN 1045-1“)
Burland (1974); Burland (1977)	vereinfachte Ermittlung für ungerissene Stahlbetonquerschnitte nach DIN 1045-1 (vgl. Abschnitt 10)	
Mauerwerk: $\epsilon_{krit} = 0,75 \text{ ‰}$	Zeitpunkt t = 0	
	Elastizitätsmodul	$E_c \approx 30000 \text{ MN/m}^2$
	Langzeit-zugfestigkeit	$f_{ct} = 0,7 f_{ctm}$ mit $f_{ctm} \approx 2,6 \text{ MN/m}^2$
	kritische Biegedehnung:	$\epsilon_{B,krit} \approx \frac{0,7 \cdot f_{ctm}}{E_c} \approx 0,06 \text{ ‰}$
	kritische Schubgleitung:	$\epsilon_{S,krit} \approx 0,68 \cdot \frac{f_{ctm}}{E_c} \approx 0,06 \text{ ‰}$
		0,3 ‰ / 0,06 ‰ = 5,0 [-] bzw.
Stahlbeton: $\epsilon_{krit} = 0,3 \text{ ‰ bis } 0,5 \text{ ‰}$	Zeitpunkt t = ∞	
Kriechbeiwert:	$\varphi_{\infty} \approx 2,0$ [-]	
effektiver Elastizitätsmodul	$E_{c,eff} = 10000 \text{ MN/m}^2$	0,3 ‰ / 0,18 ‰ = 1,67 [-] bzw.
kritische Biegedehnung bzw. Schubgleitung	$\epsilon_{B,krit} = \epsilon_{S,krit} = 0,18 \text{ ‰}$	0,5 ‰ / 0,18 ‰ = 2,8 [-]

Tabelle 11.3: Mittelwerte der zulässigen Winkelverdrehungen $\tan \beta$ am Beispiel von Beton oder Stahlbeton ohne Berücksichtigung einer Bewehrung oder einer definierten Rissweite w_{cal} zu den Zeitpunkten $t = 0$ bzw. $t = \infty$

<i>Skempton/ McDonald (1956)</i>	Schönheitsrisse ($\tan \beta \leq 1/300$)	Risselfreiheit ($\tan \beta \leq 1/500$)
Zeitpunkt $t = 0$ (Faktor 5,0 – 8,3)	$\tan \beta \leq 1/2500$ bis $\tan \beta \leq 1/1500$	$\tan \beta \leq 1/4150$ bis $\tan \beta \leq 1/2500$
Zeitpunkt $t = \infty$ (Faktor 1,67 – 2,8)	$\tan \beta \leq 1/810$ bis $\tan \beta \leq 1/510$	$\tan \beta \leq 1/850$ bis $\tan \beta \leq 1/1400$

Durch Berücksichtigung einer Bewehrung und einer definierten Rissweite ergeben sich stufenweise geringere zulässige Winkelverdrehungen. Wird beispielsweise einen für den Hochbau üblichen Rechteckquerschnitt mit einer Seitenlänge von 1,0 m und einer Höhe von 25 cm angenommen, können unter Berücksichtigung des Mindestbewehrungsgrads ρ_{min} nachfolgende Winkelverdrehungen in Tabelle 11.4 angegeben werden.

Tabelle 11.4: Mittelwerte der zulässigen Winkelverdrehungen $\tan \beta$ am Beispiel eines Quadratquerschnitts aus Stahlbeton mit Berücksichtigung einer Bewehrung und einer definierten Rissweite w_k zum Zeitpunkten $t = 0$

Verhältnis der E-Moduln α_e :	$\alpha_e = E_s / E_c \approx 7,0$ [-]	Bewehrung A_s gewählt	$A_s = 3,35 \text{ cm}^2$; ($= \varnothing 8 / 15 \text{ cm}$)	Bewehrungsgrad	$\rho_{min} = 1,34 \text{ ‰}$
kritische Dehnung (Gleichung 10.14k)	$\varepsilon_{B,krit} \approx 1,8 \cdot \sqrt{\frac{f_{ctm} \cdot w_k}{E_s \cdot d_s}}$	Stabdurchmesser d_s	$d_s = 8 \text{ mm}$	Zugfestigkeit t Beton	$f_{ctm} = 2,6 \text{ MN/m}^2$
Auswertung und Vergleich					
Rissweite w_k	kritische Dehnung $\varepsilon_{B,krit}$ [-] (Gl. 10.14f)	Faktor (bezogen auf die Angaben nach <i>Burland</i>)	Zeitpunkt $t = 0$		
			$\tan \beta \leq 1/300$	$\tan \beta \leq 1/500$	
$w_k = 0,05 \text{ mm}$	$\varepsilon_{B,krit} = 0,51 \text{ ‰}$	$0,3 \text{ ‰} / 0,51 \text{ ‰} = 0,59$ [-] $0,5 \text{ ‰} / 0,51 \text{ ‰} = 0,98$ [-]	1 / 294 – 1 / 177	1 / 490 – 1 / 295	
$w_k = 0,10 \text{ mm}$	$\varepsilon_{B,krit} = 0,73 \text{ ‰}$	$0,3 \text{ ‰} / 0,73 \text{ ‰} = 0,41$ [-] $0,5 \text{ ‰} / 0,73 \text{ ‰} = 0,69$ [-]	1 / 207 – 1 / 123	1 / 345 – 1 / 205	
$w_k = 0,20 \text{ mm}$	$\varepsilon_{B,krit} = 1,03 \text{ ‰}$	$0,3 \text{ ‰} / 1,03 \text{ ‰} = 0,29$ [-] $0,5 \text{ ‰} / 1,03 \text{ ‰} = 0,49$ [-]	1 / 147 – 1 / 87	1 / 245 – 1 / 145	
$w_k = 0,30 \text{ mm}$	$\varepsilon_{B,krit} = 1,26 \text{ ‰}$	$0,3 \text{ ‰} / 1,26 \text{ ‰} = 0,24$ [-] $0,5 \text{ ‰} / 1,26 \text{ ‰} = 0,40$ [-]	1 / 120 – 1 / 72	1 / 200 – 1 / 120	
$w_k = 0,40 \text{ mm}$	$\varepsilon_{B,krit} = 1,45 \text{ ‰}$	$0,3 \text{ ‰} / 1,45 \text{ ‰} = 0,21$ [-] $0,5 \text{ ‰} / 1,45 \text{ ‰} = 0,35$ [-]	1 / 105 – 1 / 63	1 / 175 – 1 / 105	

Aufgrund der unterschiedlichen Materialien aus denen ein Bauwerk besteht und aufgrund des zeitlichen Baufortschritts treten auch die last- und materialabhängigen Zwangsbeanspruchungen zu unterschiedlichen Zeitpunkten auf. Hieraus entstehen wiederum Zwangsbeanspruchungen die Einfluss auf die Schnittgrößenverteilung und auf die Steifigkeiten haben, die berücksichtigt werden können. Aus diesem Grund ist es i.d.R. notwendig die Versagenschnitte zu unterschiedlichen Zeitpunkten zu betrachten, nicht zuletzt auch deshalb, weil die Lastbeanspruchung des Baugrundes durch ein Bauwerk nicht plötzlich erfolgt, sondern in Abhängigkeit des Baufortschritts und der Nutzung zu sehen ist.

In Abschnitt 10.6 findet sich eine zusammenfassende Darstellung der abgeleiteten kritischen Dehnungen und Winkelverdrehungen.

Das entwickelte Berechnungsverfahren ist auf insgesamt 4 Beispiele (vgl. Abschnitt 10) angewendet. Aus den Ergebnissen lässt sich die Brauchbarkeit des Verfahrens belegen, wobei sich folgende zusammenfassende Bewertungen aus den Anwendungsergebnissen ergeben:

- Die aus der Literatur bekannten und in Abschnitt 2 zusammengestellten, meist aus Setzungsmessungen empirisch gewonnenen kritischen Setzungsdifferenzen bzw. kritischen Winkelverdrehungen können durch Anwendung des Berechnungsverfahrens präzisiert werden. Die empirisch ermittelten, kritischen Werte können dabei weiter zu einer vorab Klassifizierung herangezogen werden.
- Im Gegensatz zur Einteilung eines Bauwerkes oder seiner Teilstrukturen in Klassen der Beanspruchbarkeit durch Verwendung der Systemsteifigkeit, kann durch das Berechnungsverfahren eine wirklichkeitsnähere Aussage über die Schadensanfälligkeit getroffen werden, zumal sich auch die Systemsteifigkeit durch die zeitliche Veränderung der Materialeigenschaften ebenfalls verändert. Die Systemsteifigkeit kann weiterhin zu einer vorab groben Einteilung genutzt werden.
- Neben der Ermittlung kritischer Beanspruchbarkeiten für eine Muldenlagerung lässt das Berechnungsverfahren auch die Berücksichtigung von kritischen Beanspruchbarkeiten für Sattellagerungen zu.
- Das abgeleitete Verfahren lässt sich nicht nur auf reine Mulden- oder Sattellagerungen, sondern auch auf eine Mischung beider Lagerungssituationen anwenden. Darüber hinaus besteht die Möglichkeit, die aufgezeigte Vorgehensweise auch auf zweiachsige Systeme anzuwenden.
- Durch die Berücksichtigung unterschiedlicher Last- und Lagerungsbedingungen für eine Mulden- oder Sattellagerung lässt sich durch die Anwendung eine präzisere Aussage über die Schadensanfälligkeit einer Konstruktion treffen.

- Da das Verfahren für elastisches Materialverhalten abgeleitet ist, ist das Superpositionsprinzip gültig, so dass unterschiedliche setzungserzeugende Lastsituationen überlagert werden können.
- Darüber hinaus besteht die Möglichkeit, wirklichkeitsnahe kritische Materialeigenschaften unter Berücksichtigung der zeitlichen Entwicklung, beispielsweise auf der Basis der Normenregelungen, zu berücksichtigen.
- Das Verfahren lässt die vereinfachte Berücksichtigung realistischer Steifigkeitsverhältnisse und deren zeitlichen Entwicklung an unterschiedlichen Gebäudeschnitten in Abhängigkeit des Baufortschrittes zu.
- Die aufgezeigte Vorgehensweise lässt sich nicht nur auf die Fragestellung der Boden-Bauwerks-Wechselwirkung anwenden, sondern allgemein auf Probleme mit der Fragestellung der Schadensanfälligkeit durch Verformungszwang.

Insgesamt bietet die aufgezeigte Vorgehensweise also die Möglichkeit die Boden-Bauwerks-Wechselwirkung zwar vereinfacht, aber weitgehend zutreffend zu beschreiben.

Im Vergleich zu den im Grundbau gebräuchlichen Werten der kritischen Winkelverdrehungen für Muldenlagerungen bzw. den halben Werten für Sattellagerungen lassen sich folgende Vergleichswerte ableiten. Zum Vergleich werden einerseits die Gleichlast- sowie die mittige Einzellastsituation als setzungserzeugend herangezogen.

Um die beschriebene Vorgehensweise weiter zu festigen, ist es notwendig, die in Abschnitt 9 angegebenen Zusammenhänge zur Ermittlung von Ersatzsteifigkeiten nicht nur auf ausfachende Scheiben zu beschränken, sondern auch auf tragende Scheiben zu erweitern.

Das Berechnungsverfahren wurde im Hinblick auf Setzungen und Setzungszwang von Flachgründungen abgeleitet. Eine Anwendung auf andere Gründungsformen, wie beispielsweise Pfahlgründungen oder kombinierte Pfahl-Plattengründungen, ist - unter der Voraussetzung, dass die Biegelinie des Ersatzsystems näherungsweise mit der Form der Setzungsmulde oder des Setzungssattels übereinstimmt - aber ebenfalls möglich.

Unter Beachtung der jeweiligen Materialeigenschaften lässt sich die beschriebene Vorgehensweise auch auf andere Materialien übertragen und erweitern.

Herausgelöst von der Fragestellung der Boden-Bauwerks-Interaktion kann die Wechselwirkung allerdings globaler gefasst und auf jegliche Behandlung von Strukturen unter Verformungszwang zur Ermittlung kritischer Beanspruchbarkeiten übertragen werden. Daher besteht die Möglichkeit, das in dieser Arbeit abgeleitete vereinfachte Berechnungsverfahren auch auf Teilstrukturen eines Bauwerkes mit der allgemeinen Fragestellung der Schadensanfälligkeit durch Verformungszwang anzuwenden.

Wie bereits erläutert, stellt die in dieser Arbeit behandelte Fragestellung eine hohe Komplexität dar, daher kann die aufgezeigte Vorgehensweise nur ein erster Schritt sein, die experimentell zu verifizieren ist, was im Rahmen dieser Arbeit jedoch nicht zu leisten war, insofern besteht dazu noch weiterer Forschungsbedarf. Weiter sollten die Berechnungsansätze an den verschiedensten Bauwerken mit vorliegenden Setzungsmessungen und beobachteten Schadensbilder verifiziert werden.

12 Summary

The soil-structure interaction has been considered up to now by predominantly empirically obtained values for differential settlement or angular rotation. Especially large differential settlement can cause damages to buildings. To minimise or to avoid these damages, the settlements or the differences of settlement must be limited (figure 1).

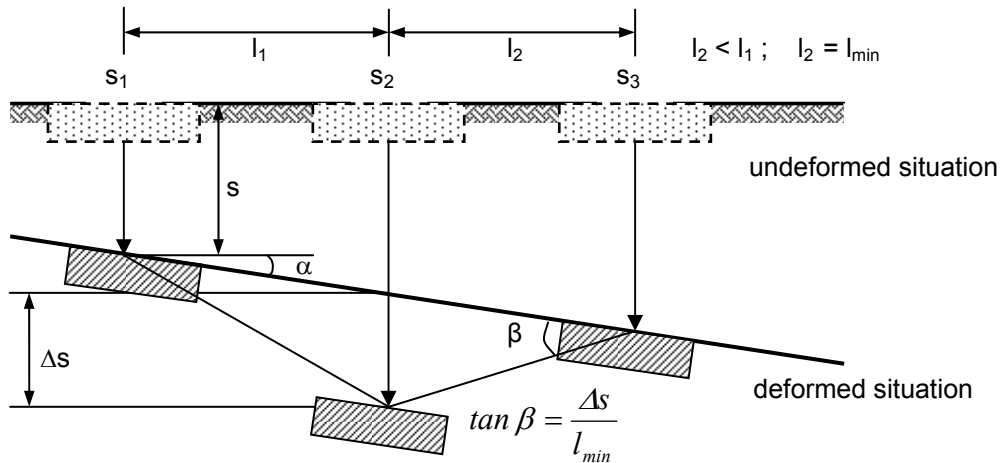


Figure 1: General representation of settlement and of differential settlement of foundations

In addition to the determination of settlement below the respective foundations and the angular rotation the determination of differential settlement between two points depends on the generally very scattering absolute settlement size s_i .

Usually the very extensive, empiric permissible values known from literature, refer to the sagging. From this stricter, but also empiric permissible values are derived for hogging. Common and well known in soil engineering are the limiting values of angular rotation for sagging given by *Skempton/McDonald (1956)*. From this half limited values have been derived for hogging (table 1).

Table 1: Common failure criteria for sagging by *Skempton/McDonald (1956)* as well as the half values of hogging

	Sagging	Hogging
Free of Cracks:	$\tan \beta \leq 1/500$	$\tan \beta \leq 1/1000$
Fine Cracks:	$\tan \beta \leq 1/300$	$\tan \beta \leq 1/600$

A general transferability to other building structures with regards to the numerous parameters of influence does not work so easily, because the received permissible values derived of settlement measurements are staying in close connection with (have to be seen in relation)

- the subsoil conditions,
- the use of building,
- the characteristics of material and
- the building geometry, etc.

The interaction between soil and structure does not have the character of a load effect, it is rather effected by the stiffness of the building structure and by the stiffness of subsoil. This is very often defeated by strong dispersions and uncertainties. That's why the interaction between building and structure is to be considered in the ultimate limit state (ULS) and in the serviceability limit state.

Figure 2 contains a general view about the large numbers concerning the factors of influence to the interaction between soil and structure.

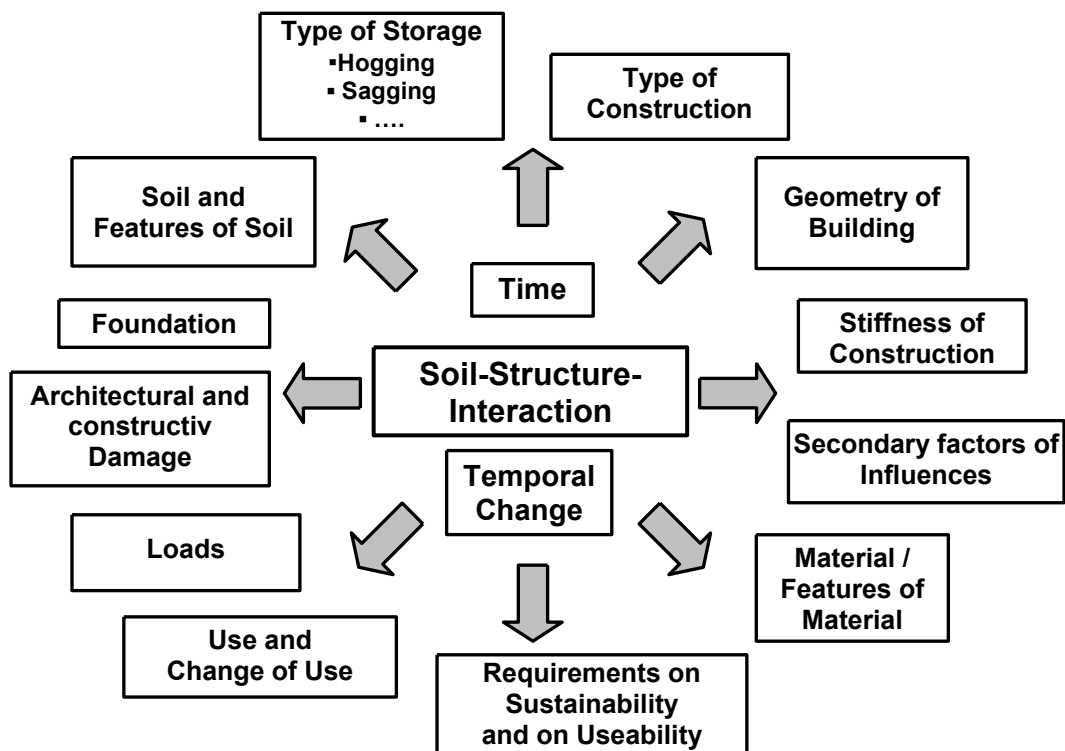


Figure 2: Factors of influence to the soil-structure interaction

Generally, it is of great importance for the stability of structures to predict building deflections as accurately as possible and to know limit values, which do not result in damages to the building from restraint and angular rotation. Some empiric bases are known, but they have to be completed and to be ensured furthermore.

For the determination of realistic settlement values of building structures, it is necessary to know effective values of settlement loads and strains.

The purpose of this work is to give a simple method to the geotechnical expert and to the planner of building structures who is leading to an easy evaluation of the damage susceptibility of buildings or their partial structures.

A modelling of the in general three-dimensional problem of the soil building interaction means not only an appropriate capture of the material behaviour of the construction and the subsoil. This has to be seen in connection with a very exact modelling of subsoil and the description of the static behaviour, but also a very realistic description of the contact behaviour of subsoil and structure itself. The temporal changes of the material behaviour has also to be considered beside the load history and the mostly non-linear material behaviour of the soil.

Up to now critical stress are given by the theoretically criteria of failure by *Burland (1977)* on the basis of the centric loaded simple supported beam as a spare system of a sagging. By introduction of further load situations in connection with different conditions of support it is possible to give a more differentiated evaluation of failure criteria in connection with the form of foundation which is selected to transmiss loads into the subsoil.

The derivation of other failure criteria is based on the linkage of deflection and internal forces. The deflection maximum is defined as an initial value. According to the different kinds of failure (bending or shear failure) serves the maximum internal forces at times the reference value. For input values of the derived, simplified procedure is besides

- the geometry of the construction,
- the settlement-generating load situation and
- the storage terms of the spare system and although
- the equivalent stiffness of the observed components.

On the basis of the assumption that the settlement line of a hogging or a sagging agrees approximately to the bending line of a simply supported beam or of an cantilever beam, a simplified equivalent system describes the interaction between building and structure by the simply supported beam by Bernoulli in accordance to the enlargement of sheer by *Timoshenko*.

Regarding the different load and storage conditions there are derived out theoretically critical action effects for a sagging as well as for a hogging under settlement restraint. This general procedure is valid for pure hollow and hogging, as well as for systems, who are composed in both storage kinds. By the consideration of the material qualities and the temporal development of the critical stain or sheer ε_{krit} the values pointed out by *Skempton/McDonald (1956)* are mostly found empirically and are widespread values in ground mechanics. These values, which are used for the evaluation of the damage susceptibility of a construction under a sagging as well as the half values for a hogging with the common definitions of the angular rotation, have to be extended and are to be specified further for different view times.

Besides, the border-strain results to a minimum of both partial failure relations. The critical material strains or material slip will be introduced more differentiated in contrast to the inclusively formulated values by Burland in dependence of the action effect of restraint, the temporal behaviour of material, a defined crack width or the knowledge of the reinforcement. In consideration to the above mentioned items, a gradual judgement of the damage is quite possible concerning the damage susceptibility.

A reduction of a building structure or partial structure on a replacement system with cross section dimensions of a beam assumes the knowledge of appropriate replacement stiffness of a building taking into account the qualities of material and their temporal development. Also, the present work contains moreover technical suggestions.

Indeed, the load and storage terms exemplarily examined within the scope of this work can only show a cutting, however, other load and storage terms can be integrated into the simplified procedure on the basis of the given approach. For investigations in the serviceability limit state there can be assumed linear elastic material behaviour of the building materials. The principle of superposition is valid, so that single load cases can be also overlaid. Besides, the purpose is to choose the settlement-generating load situations in connection with the building structure in such a way that the bending line of the spare system nearly collapse with the settlement line, ideally runs congruent.

Because of the different materials a building is constructed and on account to the temporal construction progress the restraints also appears at different times. Therefore restraints arise again who have influence to the distribution of internal forces and to the stiffness which also can be considered. For this reason it is necessary to consider action effects of loads at different times, however, these action effects of load demand of the development site does not occur suddenly, they have to be seen in connection with the construction progress and with the use of the building during the life span.

First of all the application of the developed analysis can be accomplished for the investigation on single component cuts of a building with the suitable replacement stiffness. To consider the replacement stiffness more realistic, it might be necessary to incorporate also the influence of the 3rd dimension.

The procedure has been derived in view of settlements and restraints of settlement from shallow foundations. Under the condition, that the bending line of the replacement system agrees approximately to the line of settlement, a use to other foundation forms is also possible, for example pile foundations. Under consideration of the respective material qualities the described approach can as well be transferred to other materials.

However, extracted by the question of the interaction between structure and soil the change effect can be caught more globally and can be transferred on any structures by the question of restraint to identify situations of action effects. Hence, it is possible to transfer the derived simplified calculation method on partial structures of a building of any general questions of damage susceptibility by deformation restraint.

The following table contains an overview of the large span of values of the critical angle rotation by the example of reinforced concrete member, which can be covered with the derived, simplified method. The input values are specified in section 10.6.

Table 2: Overview of the large span of values of the critical angle rotation

	Time	Sagging	Hogging
uncracked cross section	$t = t_0$	$\Delta/I_{min} \approx 1/3980$ to $\Delta/I_{min} \approx 1/31250$	$\Delta/I_k \approx 1/4970$ to $\Delta/I_k \approx 1/37040$
	$t = t_1$ ($t_1 > t_0$) Creep: $\varphi_\infty \approx 2,0$ [-]	$\Delta/I_{min} \approx 1/1330$ to $\Delta/I_{min} \approx 1/1040$	$\Delta/I_k \approx 1/1660$ to $\Delta/I_k \approx 1/1235$
cracked cross section	$t = t_0$	$\Delta/I_{min} \approx 1/220$ to $\Delta/I_{min} \approx 1/1700$	$\Delta/I_k \approx 1/270$ to $\Delta/I_k \approx 1/2020$
	$t = t_1$ ($t_1 > t_0$) Creep: $\varphi_\infty \approx 2,0$ [-]	$\Delta/I_{min} \approx 1/73$ to $\Delta/I_{min} \approx 1/570$	$\Delta/I_k \approx 1/90$ to $\Delta/I_k \approx 1/673$

As already explained, the handled question in this work shows a huge complexity, hence, the indicated approach can only be a first step by verifying experimentally. Therefore it exists the necessity for more research need. Hence, the calculation method should be verified by different buildings with settlement measurements and observed damage pictures.

13 Literatur

- Albrecht, G.; Kurita, A.; Rutner, M.; Ohyama, O. (2003):* The long term tension stiffening at composite bridge constructions. 5th Japanese-German Joint Symposium on Steel and Composite Bridges, Japan
- Albrecht, G.; Kurita, A.; Rutner, M.; Ohyama, O. (2004):* Modifikation des DIN-Fachberichts 104 hinsichtlich der Berechnung des Langzeit-Tension-Stiffening, Der Stahlbau 73, Heft 9, Seiten 648 bis 655, Verlag Wilhelm Ernst & Sohn
- Altes, J. (1976):* Die Grenztiefe bei Setzungsberechnungen, Der Bauingenieur 51, Seiten 93 bis 96, Springer Verlag, Berlin
- Andermann, F. (1968):* Statik der rechteckigen Scheiben, Werner-Verlag, Düsseldorf
- Avak, R.; Glaser, R. (2005):* Vereinfachtes Verfahren zur Vorhersage des Langzeitverhaltens von Holz-Beton-Berbundkonstruktionen. Bautechnik 82, Heft 4, Seiten 200 bis 211, Verlag Ernst & Sohn Berlin
- Baldauf, H. (1985):* Die Ergänzung der Winkler'schen Halbebene zum Näherungsmodell der elastischen Halbebene, Bautechnik 62, Heft 6, S.200 bis S 202, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- Barth, Ch., Markgraf, E. (2004):* Untersuchung verschiedener Bodenmodelle zur Berechnung von Fundamentplatten im Rahmen von FEM-Lösungen, Bautechnik 81, Heft 5, Seiten 337 bis 343, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- Bay, H. (1960):* wandartige Träger und Bogenscheibe, Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart
- Bay, H. (1964):* Die Schubkräfte in randversteiften wandartigen Trägern, Der Bauingenieur, Heft 10, Seiten 406 bis 408.
- Becker, G. (1977):* Beitrag zur Schnittgrößenberechnung der aussteifenden Bauteile von Hochhäusern bei Horizontalbelastungen unter besonderer Berücksichtigung der Bodenverformung. Dissertation, Technische Universität Berlin
- Beeby, A. W. (1999):* Serviceability limit state: Deformation, Deflection control in Structural Concrete, Volume 2, Textbook on Behaviour, Design and Performance
- Beisel, Th. (1985):* Beitrag zur Berechnung von Verbundkonstruktionen unter Verwendung normierter Eigenspannungszuständen; Dissertation Rhein-Westfälische Technische Hochschule Aachen
- Belloni, L; Garassino, A.; Jamiolkowski, M (1974):* Differential Settlements of petroleum Steel Tanks, Proceedings of the 9th international Conference on soil Mechanics and Foundation Engineering, Cambridge, Seiten 323 bis 328
- Bjerrum, L. (1963):* 3rd European conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Wiesbaden, Seiten 135 bis 137
- Blass, H. J.; Ehlbeck, J; Werner, H: (1992):* Grundlagen der Bemessung von Holztragwerken nach dem Eurocode 5 Teil 1. Beton-Kalender, Seiten 505 bis 595

- Böttger, W. (1979):* Praktische Berechnung der Grenztiefe bei Setzungsberechnungen. Die Bautechnik, Seiten 153 bis 158, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- Boussinesq, I. (1885):* Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastique, Paris, Gauthier-Villars
- Breth, H.; Arslan, A.; Stroh, D.; Rückel, H. (1976):* Zur Setzung von Flachgründung. Vorträge der Baugrundtagung in Nürnberg. Deutsche Gesellschaft für Erd- und Grundbau, Seiten 603 bis 638
- Breth, H.; Chambosse, G. (1974):* Settlement Behaviour of Buildings above Subway Tunnels in Frankfurt Clay, Proceedings of the 9th international Conference on soil Mechanics and Foundation Engineering, Cambridge, Seiten 329 bis 336
- Burland, J. B.; Broms, B.B.; De Mello (1977):* Behaviour of Foundation and Structures, Proceedings of the 9th international Conference on soil Mechanics and Foundation Engineering, Tokio, Seiten 495 bis 547
- Burland, J. B.; Wroth, C. (1974):* Settlement of Buildings and Associated Damage, Proceedings of the 9th international Conference on soil Mechanics and Foundation Engineering, Cambridge, Seiten 611 bis 654
- Butler, F. G. (1975):* Heavily over consolidated clays, COSOS: Settlement of Structures, Conference Cambridge, London, Pentech Press, Seiten 531 bis 578
- Comité Euro-International du Béton; CEB Bulletin d' Information m158-E (1985):* Manual on Cracking and Deformation, Lausanne
- Comité Euro-International du Béton; CEB Bulletin d' Information m159 (1983):* Simplified Methods of calculation short term Deflections of rein-forced concrete Slabs, Lausanne
- Comité Euro-International du Béton; CEB Bulletin d' Information m235 (1997):* Serviceability Models – Behaviour and modelling in serviceability limit states including repeated and sustained loads; Lausanne
- Cowper, G. (1966):* The Shear Coefficient in Timoshenko's Beam Theorie. Journal of Applied Mechanics, Seiten 335 bis 340
- Czerny, F. (1996):* Tafeln für Rechteckplatten. Beton-Kalender, Verlag Ernst & Sohn Berlin
- DeBeer, E.; Graßhoff, H.; Kany, M. (1966):* Die Berechnung elastischer Gründungsbalken auf nachgiebigem Untergrund, Westdeutscher Verlag Köln und Opladen
- DeBeer, Lousberg, (1964):* Le Calcul des poutres sur le sol, par la méthode de la repartition parabolique, ATPB 117, Seiten 129 bis 223
- Dilger, W. (1966):* Veränderlichkeit der Biege- und Schubsteifigkeit bei Stahlbetontragwerken und ihr Einfluss auf Schnittkraftverteilung und Traglast bei statisch unbestimmter Lagerung, Heft 179 DAfStb., Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin
- Dimitrov (1955):* Der Balken und die Platte als Gründungskörper, Habilitationsschrift der Technischen Hochschule Karlsruhe

- Donaubauer, U. (2002):* Rechnerische Untersuchung der Durchbiegung von Stahlbetonplatten unter Ansatz wirklichkeitsnaher Steifigkeiten und Lagerungsbedingungen und unter Berücksichtigung zeitabhängiger Verformungen. Dissertation, Technische Universität München
- Dörken, W.; Dehne, E. (1992):* Grundbau in Beispielen, Teil 2, Werner Verlag
- Dulácska, E. (1992):* The Structures, Soil Settlement Effects on Buildings, Developments in Geotechnical Engineering, 69, Elsevier, Amsterdam
- Dutulescu, E. (2006):* Zur Berechnung der Rissbreite. Beton- und Stahlbetonbau 101, Heft 11, Seiten 881 bis 886, Heft 12, Seiten 973 bis 984, Verlag Ernst & Sohn Berlin
- Eibl, J.; Gudehus, G. (2000):* Silobauwerke und ihre spezifischen Beanspruchungen. Ergebnisse des gleichnamigen Sonderforschungsbereich 219 an der Universität Karlsruhe, Deutsche Forschungsgesellschaft, Wiley-VCH Verlag
- El-Kadi, F. (1967):* Die statische Berechnung von Gründungsbalken und Gründungsplatten. Dissertation, Rhein-Westfälische Technische Hochschule Aachen
- Fadle, J. (1941):* Die Selbstspannungs-Eigenwertfunktionen der quadratischen Scheibe, Ingenieur Archiv, Band XI, Seiten 125 bis 149
- Fastabend, M. (2002):* Zur ingenieurmäßigen Bestimmung des Steifigkeitsabfalls von Stahlbeton im Zustand II. Beton- und Stahlbetonbau 97, Heft 8, Seiten 415 bis 420, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- Field, S. (1963):* Settlement damage to a concrete-framed Structure. Proceedings of the 3rd European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Wiesbaden, Section VI, Band 1, Seiten 391 bis 399
- Fischer, K. (1965):* Beispiele zur Bodenmechanik, Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, München
- Fingerloos, F. (2008):* Bauen im Bestand – Zuordnung historischer Betonfestigkeiten. Beton- und Stahlbetonbau 103, Heft 4, Verlag Ernst & Sohn, Seiten 214 bis 220
- Fjeld, S. (1963):* Settlement damage to a concrete framed structure, 3rd European conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Wiesbaden, Band 1, Sektion IV, Seiten 391 bis 399
- Franke, E (1980):* Überlegungen zu Bewertungskriterien für zulässige Setzungsdifferenzen, Geotechnik 3, Heft 2, Deutsche Gesellschaft für Erd- und Grundbau
- Frisch, H; Simon, A. B. (1974):* Beitrag zur Ermittlung der vertikalen und horizontalen Bettungsziffer, Die Bautechnik, Heft 8, Seiten 259 bis 262
- Fröhlich, O. K. (1934):* Druckverteilung im Baugrund, Verlag Julius Springer, Wien
- Gebreselassie, B.; Kempfert, H.-G. (2003):* Experimental, Analytical and Numerical Investigations of Excavations on Normally Consolidated Soft Soils. Schriftenreihe Geotechnik, Universität Kassel, Heft 14

- Gerstle, W. H., Partha, P. D., Prasad, N.N.V., Rahulkummar, P., Xie, M. (1992):* Crack Growth in Flexural Members, Fracture Mechanics Approach, ACI Structural Journal, V.89, No. 6
- Gibson, R. E. (1967):* Some results concerning displacements and stresses in a nonhomogeneous elastic half-space. Géotechnique 17, Seiten 58 bis 67
- Girkmann, K. (1963):* Flächentragwerke, 6. Auflage, Springer Verlag Wien
- Glock, Ch. (2004):* Traglast unbewehrter Beton- und Mauerwerkswände. Nichtlineares Berechnungsmodell und konsistentes Bemessungskonzept für schlanke Wände unter Druckbeanspruchung. Dissertation, Institut für Massivbau, Technische Universität Darmstadt, Heft 9
- Grant, R; Christian, J. T.; Vanmarcke, E. H. (1974):* Different Settlement of Buildings. Journal of the Geotechnical Engineering Division. Seiten 973 bis 991
- Grasser, E.; Thielen, G. (1991); (Heft 240 DAfStb.):* Hilfsmittel zur Berechnung der Schnittgrößen und Formänderungen von Stahlbetontragwerken, Beuth Verlag, Berlin
- Graßhoff, H (1955):* Setzungsberechnungen starrer Fundamente mit Hilfe des „kennzeichnenden Punktes“, Der Bauingenieur 30, Seiten 53 bis 54
- Graßhoff, H. (1951):* Ein einfaches Näherungsverfahren zur Berechnung elastisch gebetteter Balken. Bautechnik 28, Heft 7, S. 160 und Heft 8, S. 189
- Graßhoff, H. (1957):* Influence of Flexural Rigidity of Superstructure on the Distribution of Contact Pressure and Bending Moments of an elastic Combined Footing. Proceedings of the 4th European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, London, Division 3a, Seiten 300 bis 306
- Graßhoff, H. (1966):* Das steife Bauwerk auf nachgiebigem Untergrund. Berlin/München, Verlag W. Ernst & Sohn
- Graßhoff, H. (1978):* Einflusslinien für Flächengründungen, Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, München, Düsseldorf
- Graßhoff, H; Kany, M (1990):* Berechnung von Flachgründungen in Baugrundtaschenbuch 4. Auflage, Band 3, Kapitel 3.2, Seiten 63 bis 172, Wilhelm Ernst & Sohn Berlin
- Graßhoff, H; Kany, M.; deBeer, E (1966):* Die Berechnung elastischer Gründungsbalken auf nachgiebigem Untergrund, Westdeutscher Verlag Köln und Opladen
- Günther, G.; Mehlhorn, G. (1989):* Verbundverhalten zwischen Stahl und Beton. Dissertation Universität Kassel
- Haensel, J. (1975):* Praktische Berechnungsverfahren für Stahlträgerverbundkonstruktionen unter Berücksichtigung neuerer Erkenntnisse zum Betonzeitverhalten. Technisch wissenschaftliche Mitteilung Nr. 75-2, Institut für Konstruktiven Ingenieurbau, Ruhr Universität Bochum
- Hahn, J. (1981):* Durchlaufträger, Rahmen, Platten und Balken auf elastischer Bettung, Werner Verlag, 13. Auflage

- Hanhijärvi, A. (1995):* Modelling of creep deformation mechanisms in wood. Helsinki University of Technology. Technical Research Centre of Finland. VTT Publications. Espoo (SF), Dissertation
- Hanisch, J. et al. (2001):* Kombinierte Pfahl-Plattengründungen, Verlag W. Ernst & Sohn
- Hauschildt, M. (1996):* Die Berechnung des Trag- und Verformungsverhaltens von Stahlbetonbalken mit Hilfe einer zusätzlichen nichtlinearen Querkraft/Gleitungs-Beziehung. Dissertation, Technische Universität Hamburg-Harburg
- Heil, H. (1971):* Der Einfluss der Steifigkeit von Stahlbetonskelettbauten auf die Verformung und die Beanspruchung von Gründungsplatten auf Ton. Dissertation Technische Hochschule Darmstadt
- Hillerborg, A.; Modeér, M.; Petersson, P.-E. (1976):* Analysis of Crack Formation and Crack Growth in Concrete by means of Fracture Mechanics and Finite Elements; Cement and Concrete Research, Volume 6, Seiten 773-782
- Hilmer, K; Knappe, M., Englert, K. (2004):* Gründungsschäden. Schadenfreies Bauen, Band 34, Fraunhofer IRB Verlag, Stuttgart
- Hilsdorf, H. (1965):* Untersuchungen über die Grundlagen der Mauerwerksfestigkeit, Materialamt für das Prüfwesen TH München, Bericht Nr. 40
- Hirschfeld, K. (1965):* Baustatik, Theorie und Beispiele. 2. Auflage, Springer Verlag Berlin
- Hofmann, Th. J. (1992):* Beitrag zur verfeinerten Balkentheorie. Dissertation, Bericht Nr. 15, Institut für Baustatik der Universität Stuttgart
- Hofmann, Th. J. (1996):* Stabtragwerke. In: Der Ingenieurbau, Band 5, Baustatik, Baudynamik, Seiten 1 bis 343, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- Iliopoulos, A. (2005):* Zur rechnerischen Berücksichtigung des Kriechens und Schwindens des Betons bei Verbundträgern, Dissertation, Ruhr Universität Bochum
- Jaccoud, J.-P., Favre, R. (1982):* Flèche des structures en béton armé; vérification expérimentale d'une méthode de calcul, Annales du 1^{er} Institut Technique du Bâtiment et Travaux Publics
- Jäger, W.; Vassilev, T.; Baier, G.; Pflücke, T.; Morlack, F. (2002):* Knicksicherheit von Mauerwerk nach EC 6 – Untersuchungen zur Knicksicherheit von Mauerwerksbauteilen mit Berücksichtigung großer Exzentrizitäten und nichtlinearer Spannungs-Dehnungs-Beziehung nach ENV 1996-1-1. Forschungsbericht Technische Universität Dresden, Fakultät Architektur, Lehrstuhl Tragwerksplanung. IRB Verlag, Stuttgart
- Jaky, J. (1944):* The Coefficient of Earth pressure at Rest, Journal of the Hungarian Architects and Engineers, Vol. 78, Seiten 355 bis 358
- Jost, M.; Odenbreit, Cr. (2004):* Berechnung von Stahlverbundträgern. Der Stahlbau 73, Heft 7, Seiten 495 bis 504, Verlag Ernst & Sohn, Berlin

- Kany, M (1972):* Berechnung von Systemen starrer Fundamentplatten mit beliebigem Grundriss und ungleich geschichtetem Baugrund, Heft 16 Grundbauinstitut der LGA Bayern, Nürnberg
- Kany, M (1974):* Berechnung von Flächengründungen. 1. und 2. Auflage, Verlag W. Ernst & Sohn, Berlin/München/Düsseldorf
- Kany, M (1974):* Tabellen und Kurventafeln zur Berechnung der Spannungen und Setzungen unter den Eckpunkten gleichförmig belasteter Rechteckflächen, Heft 17, Eigenverlag der LGA Nürnberg
- Kany, M. (1959):* Berechnung von Flachgründungen. Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin
- Kany, M. (1963):* Sohl drücke und Setzungen starrer Sohlplatten auf waagrecht geschichtetem Baugrund, Sonderdruck aus Proceedings, Vol. I, Europäische Baugrundtagung Wiesbaden, Eigenverlag der LGA Nürnberg, Heft 5
- Kany, M. (1963):* Sohl drücke und Setzungen starrer Sohlplatten auf waagrecht geschichtetem Untergrund. Proceedings of the 3rd European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Wiesbaden, Section VI, Band 1, Seiten 401 bis 409
- Katzenbach, R. (2000):* Richtlinie für den Entwurf, die Bemessung und den Bau von kombinierten Pfahl-Plattengründungen, IRB-Verlag
- Kempfert, H.-G. (2001):* Pfahlgründungen, in Grundbautaschenbuch Teil 3, 6. Auflage, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, Seiten 87 bis 206
- Knittel, G. (1969):* Der elastisch gebettete gerade Stab mit veränderlicher Biegesteifigkeit bei beliebigem Verlauf der Bettungsziffer. Ein Verfahren zur numerischen Berechnung. Stahlbetonbau. Berichte aus der Bauforschung. Festschrift Hubert Rüschi. Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, München
- Kögler / Scheidig (1938):* Baugrund und Bauwerk, Freiburg
- König, G.; Marten, K. (1977):* Nutzlasten in Bürogebäuden. Beton- und Stahlbetonbau, Heft 7, Seiten 165 bis 170, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- König, G.; Tue, N. V. (1996):* Grundlagen und Bemessungshilfen für Rissbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton, Heft 466 DAfStb., Beuth Verlag, Berlin
- Kuhlmann, U.; Gerold, M.; Schänzlin, J. (2002):* Trag- und Verformungsverhalten von Brettstapel-Beton-Verbunddecken. Bauingenieur 77, Heft 1, Seiten 22 bis 34, Springer Verlag
- Kuhlmann, U.; Gerold, M.; Schänzlin, J. (2000):* Brettstapel-Beton-Verbund - Berücksichtigung von Kriechen und Schwinden. Bauingenieur 75, Heft 6, Seiten 281 bis 288, Springer Verlag
- Kunkel, K. (1978):* Zur Berechnung von Schnittgrößen und Setzungen infolge zeitabhängiger Tragwerks- und Bodenverformungen. Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt

- Kupfer, H. (1973):* Das Verhalten von Beton unter mehrachsiger Kurzzeitlast, DAfStb. Heft 229, Beuth Verlag, Berlin
- Laermann, K.-H. (1969):* Sohldruckverteilung unter elastischen Rahmentragwerken unter Berücksichtigung des Kriechens. Bautechnik, Heft 10, Seiten 340 bis 346, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- Laube, M. (1990):* Werkstoffmodell zur Berechnung von Temperaturspannungen in massigen Betonbauteilen im jungen Betonalter. Dissertation, Technische Universität Braunschweig
- Leonhardt, F. (1973):* Spannbeton für die Praxis. 3. Auflage, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, München, Düsseldorf
- Leonhardt, F. (1985):* Zur Behandlung von Rissen im Beton in den deutschen Vorschriften, Beton- und Stahlbetonbau, Heft 7, Seiten 179 bis 184 und 209 bis 215, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- Lerche, M. (1976):* Einfluss von Bauwerks- und Baugrundeigenschaften auf elastisch gelagerte Gründungskonstruktionen und ihre Berücksichtigung in einem Näherungsverfahren zur Berechnung von Flachgründungen. Dissertation Technische Universität München
- Leussink, H. (1963):* Ergebnisse von Setzungsmessungen an Hochbauten. Veröffentlichung des Institutes für Bodenmechanik und Grundbau der Technischen Hochschule Fridericiana Karlsruhe, Heft 13
- Leussink, H. (1963):* Interaction between Structure and Soil. General Report. Proceedings of the 3rd European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Wiesbaden, Section VI, Band 2, Seiten 102 bis 142
- Leussink, H. (1967):* Ergebnisse von Setzungsmessungen an Hochbauten. Veröffentlichungen des Institutes für Bodenmechanik und Grundbau, Technische Universität Fridericiana Karlsruhe, Heft 25
- Leussink, H.; Schweickert, K. (1964):* Über den Einfluss von Reibungskräften in der Sohlfuge eines starren Streifenfundamentes auf die Sohldruckverteilung. Veröffentlichung des Institutes für Bodenmechanik und Grundbau der Technischen Hochschule Fridericiana Karlsruhe, Heft 14
- Litzner, H.-U. (1994):* Grundlagen der Bemessung nach EC 2 – Vergleich mit DIN1045 und DIN 4227. Betonkalender Teil 1, S. 671 – 864, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- Litzner, H.-U. (2002):* Grundlagen der Bemessung nach DIN 1045-1 in Beispielen. Beton-Kalender, Seiten 435 bis 580
- Lousberg, E. (1957):* Calculation of the Distribution of Soil Reactions Underneath Eccentrically Loaded Footings. Proceedings of the 4th European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, London, Division 3a, Seiten 355 bis 359

- MacLeod, I. A.; Abu-El-Magd, S. A. (1980):* The Behaviour of Brick Walls under Conditions of Settlement, *Structural Engineer* 58, Nr. 9, Seiten 279 bis 286
- Mann, W. (1983):* Druckfestigkeit von Mauerwerk. *Mauerwerk Kalender* 1983. Seiten 687 bis 699, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- Mann, W. (1992):* Zug- und Biegezugfestigkeit von Mauerwerk – theoretische Grundlagen und Vergleich mit Versuchsergebnissen, *Mauerwerk Kalender* 1992, Seiten 601 bis 607, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- Mann, W. (1999):* Grundlagen der vereinfachten und genaueren Bemessung von Mauerwerk nach DIN 1053-1, Ausgabe November 1996, *Mauerwerk Kalender* 1999, Seiten 11 bis 38, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- Mann, W.; Bernhardt, G. (1984):* Rechnerischer Nachweis von ein- und zweiachsig gespannten gemauerten Wänden, insbesondere von Kellerwänden auf Erddruck; *Mauerwerk Kalender* 1984, Seiten 69 bis 84, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- Mann, W.; Müller, H. (1973):* Bruchkriterium von querkraftbeanspruchten Mauerwerk und ihre Anwendung auf gemauerte Wandscheiben. *Die Bautechnik*, Heft 12, 1973, Seiten 421 bis 425, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- Mann, W.; Müller, H. (1978):* Schubtragfähigkeit von Mauerwerk. *Mauerwerk Kalender* 1978, Seiten 35 bis 65, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- Mann, W.; Müller, H. (1985):* Schubtragfähigkeit von gemauerten Wänden und Voraussetzung für das entfallen von Windnachweisen, *Mauerwerk Kalender*, Seiten 95 bis 114, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- Mann, W.; Tonn, V. (1989):* Das Tragverhalten von zweiachsig gespannten gemauerten Wänden unter gleichzeitig wirkender horizontaler und vertikaler Belastung, *Mauerwerk Kalender* 1989, Seiten 489 bis 497, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- Maple:* Version 10/11; Maplesoft, Division of Waterloo Maple Inc.
- Mayer, H. (1967):* Die Berechnung der Durchbiegung von Stahlbetonbauteilen, *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton*, Heft 194, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- Mayer, H.; Rüsck, H. (1967):* Bauschäden als Folge der Durchbiegung von Stahlbetonbauteilen, *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton*, Heft 193, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- Meiswinkel, R.; Neubauer, R.; Ji, A. (1995):* Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen – Berechnung nach Eurocode 2. *Beton- und Stahlbetonbau* 90, Heft 10, Seiten 261 bis 265, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- Meyerhof, G. G. (1982):* Limit states design in geotechnical engineering, *Structural Safety* 1, Elsevier, Amsterdam
- Meyerhof, G. G. (1953):* Some Recent Foundation Research and its Application to Design, *The Structural Engineer* 31, S 151, Auszug in: *Der Bauingenieur*, 30, 1955, Seite 260

- Netzel, D. (1972):* Beitrag zur wirklichkeitsnahen Berechnung und Bemessung einachsiger ausgesteifter Gründungsplatten, Dissertation, Universität Stuttgart
- Netzel, D. (1975):* Beitrag zur wirklichkeitsnahen Berechnung und Bemessung einachsiger ausgesteifter schlanker Gründungsplatten, Bautechnik 52, (1975), Seite 209 bis 213 und Seiten 337 bis 343, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- Netzel, D. (1996):* Flächengründungen aus der Sicht des konstruktiven Ingenieurbaus, Bautechnik 73, Heft 9, Seiten 582 bis 594
- Ohde, J. (1942):* Die Berechnung der Sohldruckverteilung unter Gründungskörper, Der Bauingenieur 23, Heft 14/16, 1942, Seiten 99 bis 107 und 122 bis 127, enthalten in: Die Veröffentlichungen des Johann Ohdes, Mitteilungen Heft 1, Institut für Geotechnik, Technische Universität Dresden
- Ohde, J. (1992):* Die Veröffentlichungen des Johann Ohdes. Mitteilungen des Instituts für Geotechnik, Institut für Geotechnik, Technische Universität Dresden, Heft 1
- Pfefferkorn, W. (1994):* Risschäden an Mauerwerk, Reihe Schadenfreies Bauen, Band 7, IRB-Verlag, Stuttgart
- Pfeiffer, G. (1968):* Berechnung und Bemessung von wandartigen Trägern, Werner Verlag, Düsseldorf
- Pieper, K.; Martens, P. (1966, 1967):* Näherungsberechnung vierseitig gestützter durchlaufender Platten im Hochbau. Beton- und Stahlbeton, Heft 6, 1966; Heft 7
- Placzek, D. (1982):* Untersuchungen über das Schwindverhalten bindiger Böden bei der Trocknung unter natürlichen Randbedingungen, Mitteilungen aus dem Fachgebiet Grundbau und Bodenmechanik, Heft 3, Universität Essen
- Plaxis Manuell:* Plaxis BV, Kleidijk 35, 3161 EK Rhon, Niederlande
- Polshin, D. E.; Tokar, R. A. (1957):* Maximum allowable non-uniform Settlements of Structures; Proceedings of the 4th International Conference on soil Mechanics and Foundation Engineering, Seiten 402 bis 405
- Poulos, H. (2001):* Spannungen und Setzungen im Boden, Grundbautaschenbuch 6. Auflage 2001, Teil 1, Seiten 255 bis 305, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- Rackwitz, R. (1998):* Einwirkungen auf Bauwerke. In: Der Ingenieurbau; Band 8: Tragwerkszuverlässigkeit, Einwirkungen, Seiten 73 bis 416, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- Rackwitz, R. (1996):* Einwirkungen auf Tragwerke. In: Der Ingenieurbau, Band 9, Tragwerkszuverlässigkeit, Einwirkungen, Seiten 73 bis 408, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- Ramm, E. (1974):* Bericht über „Conference on Settlement of Structures“ in Cambridge, Vorträge Baugrundtagung Frankfurt, S. 215 bis 248, Deutsche Gesellschaft für Erd- und Grundbau, Essen
- Rausch, E. (1969):* in Betonkalender 1969, Band 2, Seite 129, Verlag Ernst & Sohn, Berlin

- Reinhardt, H.-W. (2002):* Beton; Betonkalender, Teil 1, Seiten 1 bis 152, Verlag Ernst & Sohn Berlin
- RFEM:* Finite-Element-Programm der Ing.-Software Dlubal GmbH
- Roik, K.; Bergmann, R.; Haensel, J.; Hanswille, G (1997):* Verbundkonstruktionen – Bemessung auf der Grundlage des Eurocode 4 Teil 1; Betonkalender, Seiten 551 bis 680
- Rudolf, M.; Kempfert, H.-G. (2006):* Beanspruchung und Verformung von Gründungskonstruktionen auf Pfahlrosten und Pfahlgruppen unter Berücksichtigung des Teilsicherheitskonzeptes. Dissertation, Schriftenreihe Geotechnik, Heft 16, Universität Kassel
- Ruile, A.-V. (1999):* Zur Interaktion von Boden und Mauerwerk. Dissertation, Technische Universität München, 1999
- Rutner, M (2003):* Long Term Tension Stiffening at Composite Construction, Dissertation, Beiträge aus dem konstruktiven Ingenieurbau der Technischen Universität München
- Rybicki, R. (1978):* Bauschäden an Tragwerken, Analyse und Sanierung, Teil 1, Mauerwerksbauten und Gründung, Werner Verlag, Düsseldorf
- Schänzlin, J. (2003):* Zum Langzeitverhalten von Brettstapel-Beton-Verbundkonstruktionen. Dissertation, Institut für Konstruktion und Entwurf der Universität Stuttgart
- Schenck, W.; Smolczyk, U.; Lächler, W. (1990):* Pfahlroste, Berechnung und Konstruktion. Grundbautaschenbuch 4. Auflage, Teil 3, Seiten 269 bis 331, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- Schießl, P. (1994):* Grundlagen der Neuregelung zur Beschränkung der Rissbreite. Heft 400 DAfStb., Seiten 159 bis 175, Beuth Verlag
- Schleeh, W. (1961):* Die Rechteckscheibe mit beliebiger Belastung der kurzen Ränder, Beton- und Stahlbeton, Heft 3, Seiten 72 bis 83
- Schleeh, W. (1963):* Die Spannungszustände am Auflager eines Spannbetonträgers, Beton- und Stahlbetonbau, Heft 7, Seiten 157 bis 171
- Schleeh, W. (1964):* Die streifenförmige Scheibe mit Randscherbelastung, Beton- und Stahlbetonbau, Heft 10 und Heft 11, Seiten 230 bis 238 und 256 bis 261
- Schleeh, W. (1964):* Ein einfaches Verfahren zur Lösung von Scheibenaufgaben, Beton- und Stahlbetonbau, Heft 3 bis Heft 5, Seiten 49 bis 56, 91 bis 94 und 111 bis 119
- Schleeh, W. (1965):* Die statisch unbestimmt gestützte durchlaufende Scheibe, Beton- und Stahlbeton, Heft 2, Seiten 25 bis 34
- Schleeh, W. (1966):* Die Kragsscheibe im Zustand I und das de Saint-Venant'sche Prinzip in der Balkenbiegelehre, Beton- und Stahlbeton, Heft 8, Seiten 193 bis 201
- Schleeh, W. (1966):* Die Randstörung in der technischen Biegelehre, Beton- und Stahlbetonbau, Heft 1, Seiten 10 bis 19

- Schleeh, W. (1974):* Technische Biegelehre oder Scheibentheorie beim Plattenbalken, Beton- und Stahlbeton, Heft 6, Seiten 134 bis 142
- Schleeh, W. (1983):* Bauteile mit zweiachsigem Spannungszustand (Scheiben), Beton-Kalender, Teil 2, Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, Seiten 713 bis 848
- Schneider, K. H.; Wiegand, E.; Jucht, K.-D. (1976):* Innerer Spannungszustand bei Mauerwerk mit nicht vermörtelten Stoßfugen; Bauforschungsbericht des Bundesministeriums für Raumordnung, Bauwesen und Städtebau F 1360, IRB Verlag, Stuttgart
- Schnell, J.; Loch, M. (2009):* Umrechnung historischer Baustoffkennwerte auf charakteristische Werte. Der Prüfenieur, April 2009, Seiten 50 bis 61
- Schobbe, W. (1982):* Konzept zur Definition und Kombination von Lasten im Rahmen der deutschen Sicherheitstheorie. Mitteilungen aus dem Institut für Massivbau der Technischen Hochschule Darmstadt, Heft 31, Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin
- Scholz, A. (2004):* Eigenspannungszustände an Verbundquerschnitten infolge von Dehnungsunterschieden – Anwendung eines neuen Rechenverfahrens auf einen bewährten Lösungsansatz. Die Bautechnik 81, Heft 3, Seiten 180 bis 188, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- Scholz, A. (2004):* Ein Beitrag zur Berechnung von Flächentragwerken aus Holz; Dissertation, Technische Universität München
- Schubert, P. (1996):* Vermeidung von schädlichen Rissen in Mauerwerkbauteilen, Seiten 621 bis 663, Mauerwerk Kalender, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- Schubert, P. (1997):* Eigenschaften von Mauerwerk, Mauersteinen und Mauermörtel; Seiten 55 bis 70, Mauerwerk Kalender, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- Schubert, P. (2005):* Eigenschaften von Mauerwerk, Mauersteinen und Mauermörtel. Mauerwerk Kalender, Seiten 127 bis 148, Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin
- Schubert, P., Schmidt, U. (2004):* Festigkeitseigenschaften von Mauerwerk, Teil 2, Biegezugfestigkeit, Mauerwerk Kalender, Seiten 31 bis 64, Verlag Ernst & Sohn, 2004, Berlin
- Schultz, E. (1958):* Die Verteilung der Sohlpressung unter Fundamenten. Theorie und Wirklichkeit, Mitteilungen aus dem Institut für Verkehrswesen, Grundbau und Bodenmechanik der TH Aachen, Heft 18, Aachen
- Schultze E. (1963):* Der Einfluss des Baugrundes auf die Bemessung von Gründungsbalken und –platten. Proceedings of the 3rd European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Wiesbaden, Section VI, Band 1, Seiten 435 bis 443
- Schultze, E. (1962):* Die wirkliche Sohldruckverteilung unter starren Gründungskörpern. Fünfte internationale Tagung für Bodenmechanik und Grundbau in Paris. Deutsche Fassung der von der Deutschen Gesellschaft für Erd- und Grundbau vorgelegten Aufsätze, Essen, Seiten 75 bis 85

- Schultze, E. (1964):* Zur Definition der Steifigkeit des Bauwerks und des Baugrunds sowie der Systemsteifigkeit bei der Berechnung von Gründungsbalken und -platten, *Der Bauingenieur* 39, Heft 6, Seiten 222 bis 227
- Schultze, E. (1970):* Die Kombination von Bettungszahl- und Steifezahlverfahren, *Mitteilungen aus dem Institut für Verkehrswasserbau, Grundbau und Bodenmechanik der Technischen Hochschule Aachen*, Heft 48
- Schultze, E. (1974):* Bericht über „Conference on Settlement of Structures“ in Cambridge, 1974, Vorträge Baugrundtagung Frankfurt, Seiten 215 bis 248, Deutsche Gesellschaft für Erd- und Grundbau, Essen
- Schultze, E.; Horn, A. (1990):* Setzungsberechnung. Grundbautaschenbuch 4. Auflage, Teil 1, Seiten 241 bis 270, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- Schulze, E. (1957):* Die zulässigen Setzungen von Bauwerken; *Der Bauingenieur* 32, Nr. 5, Seiten 176 bis 177
- Schulze, E.; Muhs, H. (1967):* Bodenuntersuchungen für Ingenieurbauten, Berlin, Springer-Verlag
- Sherif, G.; König, G. (1975):* Erfassung der wirklichen Verhältnisse bei der Berechnung von Gründungsplatten, *Der Bauingenieur* 50, Seiten 93 bis 100
- Sherif, G.; König, G. (1975):* Platten und Balken auf nachgiebigem Baugrund, Springer Verlag Berlin, Heidelberg, New York
- Sherif, G.; Schultze, E. (1973):* Setzungsmessungen an Industrie- und Hochbauten und ihre Auswertung. *Mitteilungen aus dem Institut für Verkehrswasserbau, Grundbau und Bodenmechanik, Technische Hochschule Aachen*, Heft 57
- Siemer, H. (1971):* Spannungen und Setzungen des Halbraums unter starren Gründungskörpern infolge waagerechter Beanspruchungen, *Bautechnik*, Heft 4, Seiten 118 bis 125, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- Sievering, W. (1979):* Die Zuverlässigkeit von Setzungsberechnungen, Dissertation Rhein-Westfälische Technische Hochschule Aachen
- Simon, E. (2002):* Schubtragverhalten von Mauerwerk aus großformatigen Steinen. Dissertation, Technische Universität Darmstadt
- Simons, H.-J. (1999):* Betonierabschnitte von Stahlbetonbodenplatten ohne Mindestbewehrung. *Beton- und Stahlbetonbau* 94, Heft 6, Seiten 254 bis 258, Verlag Ernst & Sohn
- Skempton, A. W.; McDonald, D. H. (1956):* The allowable settlement of buildings, *Proceedings. Institute of Civil Engineering*, Teil III, Band 5, Seiten 727 bis 768
- Smolczyk, U.; Netzel, D. (1990):* Flachgründungen (Fundamente, Plattengründungen). Grundbautaschenbuch 4. Auflage, Teil 3, Seiten 1 bis 61, Verlag Ernst & Sohn, Berlin

- Smoltczyk, U.; Netzel, D.; Kany, M. (2001):* Flachgründungen, Grundbautaschenbuch 6. Auflage 2001, Teil 3, Seiten 1 bis 85, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- Sommer, H. (1965):* Beitrag zur Berechnung von Gründungsbalken und einseitig ausgesteifte Gründungsplatten unter Einbeziehung der Steifigkeit von rahmenartigen Hochbauten, Dissertation Technische Hochschule Darmstadt
- Sommer, H. (1976):* Setzungen von Hochhäusern und benachbarten flachen Anbauten nach Theorie und Messung. Vorträge der Baugrundtagung in Nürnberg. Deutsche Gesellschaft für Erd- und Grundbau, Seiten 141 bis 169
- Sommer, H. (1978):* Neuere Erkenntnisse über zulässige Setzungsunterschiede von Bauwerken, Schadenskriterien. Vortrag der Baugrundtagung, Deutsche Gesellschaft für Erd- und Grundbau e. V., Berlin, 695 – 724
- Soumaya, B; Kempfert, H.-G. (2005):* Setzungsverhalten von Flachgründungen in normal konsolidierten bindigen Böden, Dissertation, Schriftenreihe Geotechnik, Heft 16, Universität Kassel
- Sowers, G. B., Sowers, G. F. (1961):* Introductory soil Mechanics and Foundations, New York, The Macmillan Comp., Seite 179
- Sowers, G. F. (1957):* in 4th international Conference on soil Mechanics and Foundation Engineering, Session 5, Seite 157 bis 175
- Speier, L.; Görtz, S. (2004):* Bemessung von Grundbauwerken aus Stahlbeton nach DIN 1054 (01.03). Beton- und Stahlbetonbau 99, Heft 5, Seiten 345 bis 355, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- Steinbrenner:* Tafeln zur Setzungsberechnung Straße 1 (1934), S 121 bis 124, und Schriftenreihe Straße 3, Seiten 75 bis 78
- Stenzel, G. (2005):* Beton-Bodenplatten für Hallen- und Freiflächen. Beton- und Stahlbetonbau 100, Seiten 277 bis 288, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- Stiegler (1979):* Baugrundlehre für Ingenieure, Werner Verlag, Düsseldorf
- Stiglat, K.; Wippel, H. (1983):* Platten. 3. Auflage, Verlag Ernst & Sohn Berlin
- Terzaghi, K. v. (1955):* Evaluation of Coefficient of Sub grade Reactions, Geotechnique, Vol.4, Seiten 297 bis 326
- Terzaghi, K. v., Peck, R.B. (1961):* Die Bodenmechanik in der Baupraxis, Springer-Verlag
- Theimer, F. O., Theimer, G. U. (1975):* Hilfstafeln zur Berechnung wandartiger Stahlbetonträger, Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, München, Düsseldorf
- Timoshenko, S. P., Woinowsky-Krieger, S. (1959):* Theorie of Plates and Shells, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, Toronto, London
- Timoshenko, S. P.; MacCullough, G. H. (1958):* Elements of Strength of Materials, D. van Nostrand Company, Inc., Toronto, London, New York, 3rd Edition, 14th printing

- Weißbach, A. (1991):* Diskussionsbeitrag zur Einführung des probabilistischen Sicherheitskonzeptes im Erd- und Grundbau. Die Bautechnik 68, Seiten 73 bis 83, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- Weißbach, A. (1998):* Umsetzung des Teilsicherheitskonzepts im Erd- und Grundbau, Die Bautechnik 75, Heft 9, Seiten 637 bis 651, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- Weißbach, A. (2002):* Gelbdruck DIN 1054 „Sicherheitsnachweise im Erd- und Grundbau“. Der Prüferingenieur, Seiten 17 bis 25
- Wigger, H. (2000):* Rissbildung infolge Setzungszwang in historischem Natursteinmauerwerk, Dissertation, Technische Universität Carolo Wilhelmina Braunschweig
- Winkler, B. J. (2001):* Traglastuntersuchungen von unbewehrten und bewehrten Betonstrukturen auf der Grundlage eines objektiven Werkstoffgesetzes für Stahlbeton. Dissertation, Universität Innsbruck
- Winkler, E. (1867):* Die Lehre von Elastizität und Festigkeit, Prag, Dominicus
- Worch, G. (1967):* Elastische Scheiben, Beton-Kalender, Teil 2, Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, Seiten 1 bis 128
- Xia, G. (1999):* Zur wirklichkeitsnahen Berechnung von Verbundkonstruktionen unter Berücksichtigung des zeitabhängigen Betonverhaltens. Dissertation, Schriftenreihe des Lehrstuhls für Stahl- und Verbundbau, Band 7, Ruhr Universität Bochum
- Xia, G.; Kindmann, R. (2000):* Erweiterung der Berechnungsverfahren für Verbundträger. Der Stahlbau 69, Heft 3, Seiten 170 bis 183,
- Zienkiewicz, O. C. / Taylor, R. L. (2000):* The Finite Element Method. Set. London. Butterward Heinemann, UK
- Zilch, K. (1993):* Verfahren für die Berechnung der Interaktion von Bauwerk und Baugrund. Der Prüferingenieur, Nr. 9, S 10 bis 21
- Zilch, K. (1998):* Boden-Bauwerk-Interaktion aus der Sicht des Massivbaus, Der Prüferingenieur, Seiten 16 bis 22
- Zilch, K.; Böckmann, A. (1993):* Baugrund – Tragwerk – Wechselwirkung, Sicherheitsbetrachtungen und Grundlagen zur Harmonisierung von EC 2 bis EC 6 mit EC 7, Abschlussbericht zum Forschungsvorhaben, BMBau, Aachen
- Zilch, K.; Rogge, A. (2002):* Bemessung von Stahlbeton und Spannbeton nach DIN 1045-1. Beton-Kalender, Seiten 215 bis 358
- Zilch, K.; Vismann, U. (1991):* Abschlussbericht zum Forschungsauftrag V 319, DAfStb., Bemessungsannahmen zur Boden-Bauwerks-Wechselwirkung aus der Sicht der Tragwerksplanung, IRB Verlag, T 2296
- Zimmermann, H. (1930):* Die Berechnung des Eisenbahnoberbaues, 2. Auflage, Verlag W. Ernst & Sohn, Berlin

Normen, Richtlinien und Empfehlungen

- DIN 1045 (1988)*: Beton und Stahlbeton, Bemessung und Ausführung, Beuth Verlag, Berlin
- DIN 1045-1 (2001)*: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton, Teil 1: Bemessung und Konstruktion, Beuth Verlag, Berlin
- DIN 1045-1 (2008)*: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton, Teil 1: Bemessung und Konstruktion, Beuth Verlag, Berlin
- DIN 1052 (1988)*: Holzbauwerke - Teil 1: Berechnung und Ausführung, Beuth Verlag, Berlin
- DIN 1052 (2008)*: Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken – allgemeine Bemessungsregeln und Bemessungsregeln für den Hochbau, Beuth Verlag, Berlin
- DIN 1053-1 (1996)*: Mauerwerk - Teil 1: Berechnung und Ausführung, Beuth Verlag, Berlin
- DIN 1055-3 (2006)*: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 3: Eigen- und Nutzlasten für Hochbauten, Beuth Verlag, Berlin
- DIN 1053-100 (2006)*: Mauerwerk – Teil 100: Berechnung auf der Grundlage des semi-probabilistischen Sicherheitskonzepts, Beuth Verlag, Berlin
- DIN 1054 (1976)*: Baugrund - Zulässige Belastungen des Baugrundes, Beuth Verlag, Berlin
- DIN 1054 (2005)*: Baugrund, Sicherheitsnachweise im Erd- und Grundbau, Beuth Verlag, Berlin
- DIN 1055-3 (2006)*: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 3: Eigen- und Nutzlasten für Hochbauten, Beuth Verlag, Berlin
- DIN 1055-6 (2005)*: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 6: Einwirkungen auf Silos und Flüssigkeitsbehälter, Beuth Verlag, Berlin
- DIN 1055 -100 (2001)*: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 100: Grundlagen der Tragwerksplanung – Sicherheitskonzept und Bemessungsregeln, Beuth Verlag, Berlin
- DIN 1056 (1984)*: Freistehende Schornsteine in Massivbauart; Berechnung und Ausführung, Beuth Verlag, Berlin
- DIN 4017 (1979)*: Grundbruchberechnungen von lotrecht belasteten Fundamenten, Teil 1 und Teil 2
- DIN V 4017-100 (1996)*: Berechnung des Grundbruchwiderstandes bei Flachgründungen, Beuth Verlag, Berlin
- DIN 4018 (1974)*: Berechnung der Sohldruckverteilung von Flächengründungen, Beuth Verlag, Berlin
- DIN 4019 (1981)*: Baugrund – Teil 2; Setzungsberechnungen bei schräg und bei außermittig wirkender Belastung, 1981, Beuth Verlag, Berlin
- DIN V 4019-100 (1996)*: Setzungsberechnungen, Beuth Verlag, Berlin

- DIN 4020 (1990):* Geotechnische Untersuchungen für bautechnische Zwecke, Beuth Verlag, Berlin
- DIN 4119 (1980):* Oberirdische zylindrische Flachboden-Tankbauwerke aus metallischen Werkstoffen; Berechnung, Teil 2
- DIN 4133 (1991):* Schornsteine aus Stahl, Beuth Verlag, Berlin
- DIN 4421 (1982):* Traggerüste, Berechnung Konstruktion und Ausführung, Beuth Verlag, Berlin
- DIN 4227 (1988):* Spannbeton – Teil 1: Bauteile aus Normalbeton mit beschränkter Vorspannung oder voller Vorspannung, Beuth Verlag, Berlin
- DIN 18800 (1990):* Teil 1: Stahlbauten; Bemessung und Konstruktion, Beuth Verlag, Berlin
- DIN V 18800-5 (2004):* Stahlbauten – Teil 5: Verbundtragwerke aus Stahl und Beton – Bemessung und Konstruktion, Beuth Verlag, Berlin
- DIN Fachbericht 101(2001):* Einwirkungen auf Brücken; Beuth Verlag, Berlin
- DIN Fachbericht 102 (2001):* Betonbrücken, Beuth Verlag, Berlin
- DIN Fachbericht 103 (2003):* Stahlbrücken, Beuth Verlag, Berlin
- DIN Fachbericht 104 (2003):* Verbundbrücken, Beuth Verlag, Berlin
- DIN Fachbericht 130 (2003):* Wechselwirkung Bauwerk/Baugrund bei Flachgründungen, Beuth Verlag, Berlin
- DIN V ENV 1992. Eurocode 2 -Teil 1-1 (1992):* Planung von Stahlbeton- und Spannbetonbauwerken, Teil 1: Grundlagen der Anwendungsregeln für den Hochbau, Deutsche Fassung, Beuth Verlag, Berlin
- DIN V ENV 1993-1-1. Eurocode 3 – Teil 1-1 (1992):* Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten
- DIN V ENV 1994-1-1. Eurocode 4 – Teil 1-1 (1992):* Bemessung und Konstruktion von Verbundtragwerken aus Stahl und Beton
- DIN V ENV 1995-1-1. Eurocode 5 – Teil 1-1 (1993):* Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken. Allgemeine Bemessungsregeln für den Hochbau
- DIN V ENV 1996-1-1. Eurocode 6 – Teil 1-1 (1996):* Bemessung und Konstruktion von Mauerwerksbauten. Allgemeine Regeln, Regeln für bewehrtes und unbewehrtes Mauerwerk
- DIN EN 1997-1. Eurocode 7 – Teil 1 (2008):* Entwurf, Berechnung und Bemessung in der Geotechnik. Teil 1: Allgemeine Regeln; Deutsche Fassung EN 1997-1, Beuth Verlag, Berlin
- TGL 11646, DDR-Standard, (1972):* Erdstatische Berechnungsverfahren, Setzungen
- TRLV (1998):* Technische Regeln für die Verwendung von liniengelagerten Verglasungen (TRAV), Fassung September 1998

- E-TRLV (2005)*: Technische Regeln für die Verwendung von liniengelagerten Verglasungen (TRAV), Entwurfsfassung September 2005
- Ril 805*: Tragsicherheit bestehender Eisenbahnbrücken, DB-Richtlinie
- Comité Euro-International du Béton (CEB): CEB-FIP Model Code 1990* – Final Draft. Lausanne: CEB-Bulletin d'Information N° 203 - N° 205
- EVB (1993)*: Empfehlungen "Verformungen des Baugrundes bei baulichen Anlagen" – EVB, Arbeitskreis "Berechnungsverfahren" der Deutschen Gesellschaft für Erd- und Grundbau e. V., Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- Merkblatt Industrieböden (2004)*: DBV-Merkblatt Industrieböden aus Beton für Frei- und Hallenflächen, Deutscher Beton und Bautechnikverein e. V.
- Wasserundurchlässige Bauwerke aus Beton, DAfStb-Richtlinie (2003)*, Beuth Verlag, Berlin
- Heft 525 DAfStb. (2003)*: Erläuterungen zur DIN 1045-1, Beuth Verlag, Berlin

Anhänge

- A Hilfwerte zur Erfassung von Ersatzsteifigkeiten**
(Anhang zu Abschnitt 4 und zu Abschnitt 9)
- B Weiteres Anwendungsbeispiel und exemplarische Betrachtungen**
(Anhang zu Abschnitt 10)
- C Liste häufig verwendeter Bezeichnungen und Symbole**

A Hinweise und Hilfswerte zur Erfassung von Ersatzsteifigkeiten (Anhang zu Abschnitt 4 und 9)

A1 Hinweise zur Berücksichtigung weiterer Einflußfaktoren auf die Bestimmung der Überbausteifigkeit

Stahlbetonbauteile können bekanntlich aufgrund von Geometrie, Belastung und Betonfestigkeit vom ungerissenen Zustand I in den gerissenen Zustand II übergehen, wobei das Rissmoment bzw. die Rissnormalkraft die Trennung beider Bereiche darstellt. Beispielhaft ist in Bild A1.1 der wirkliche Steifigkeitsverlauf entlang eines Endfeldes eines Durchlaufträgers und die vereinfachenden Zusammenhänge nach *Donaubauer (2002)* angegeben. M_{cr} bezeichnet dabei das Rissmoment, das näherungsweise in Abhängigkeit des reinen Betonquerschnitts ermittelt werden kann, genauer allerdings unter Berücksichtigung des Bewehrungsgehalts, der beispielsweise aus der Tragfähigkeitsbemessung bereits bestimmt und damit bekannt ist, oder aber auch abgeschätzt werden kann.

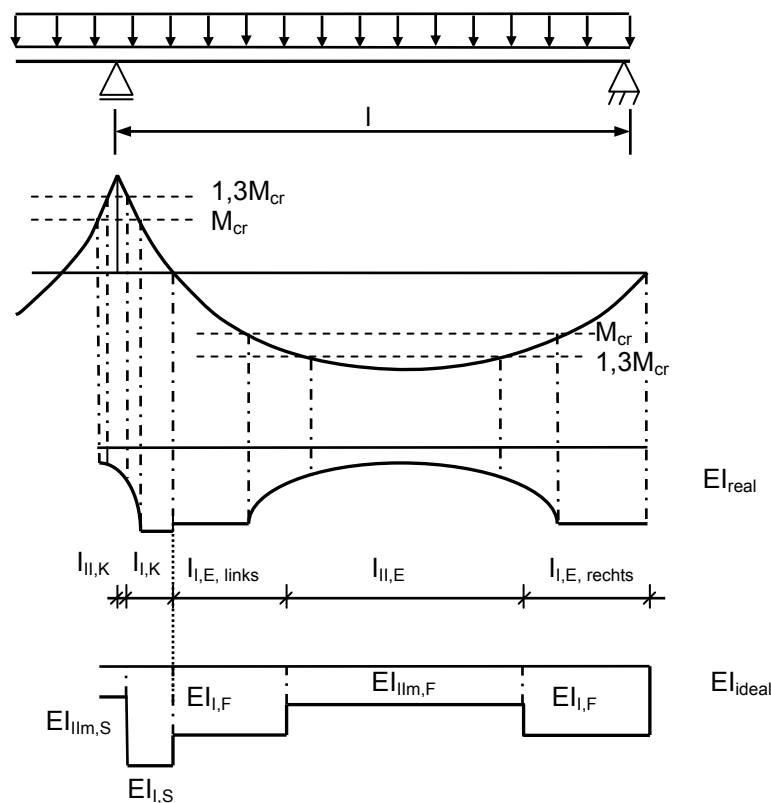
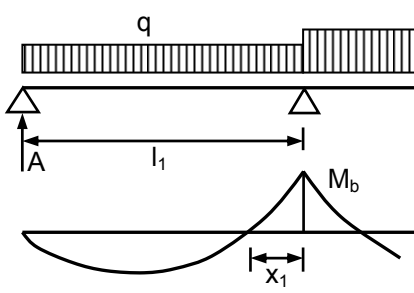
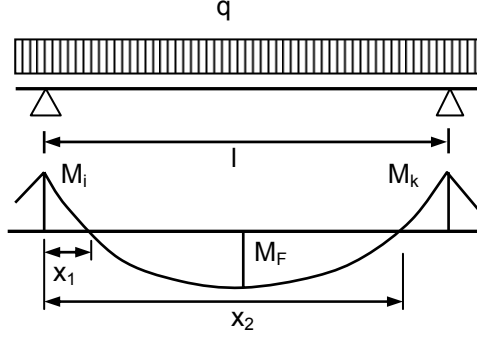


Bild A1.1: Realer und idealisierter Verlauf der Biegesteifigkeit für ein Endfeld eines Durchlaufträgers

Grundlage der nach *Donaubauer (2002)* angegebenen Zusammenhänge ist die trilineare Spannungs-Dehnungs-Beziehung für Stahlbeton unter Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen. Die entsprechenden Beziehungen sind in Abschnitt 4 zusammengestellt. Weiterführende Hinweise finden sich auch im *Heft 525 DAfStb*. Für die Bestimmung der Steifigkeitsverteilung entlang eines Trägers oder Deckenstreifen sind zunächst die Trägerbereiche die sich im gerissenen und im ungerissenen Zustand unter der maßgebenden Belastung, beispielsweise der quasi-ständigen Einwirkungskombination (vgl. Abschnitt 3), befinden, zu ermitteln. Die Lage der Momentennullpunkte eines unter Gleichlast belasteten Trägers kann anhand eines Stabwerksprogramms oder unter Zuhilfenahme der bekannten Formeln nachfolgender Tabelle A1.1 ermittelt werden:

Tabelle A1.1: Momentennullpunkte von Durchlaufträgern unter Gleichlast

System	
	
Bestimmungsgleichung	
$x_1 = l_1 - \frac{2A}{q_1} = -\frac{2M_b}{q_1 l_1} \quad (M_b < 0)$	$x_{1,2} = \frac{Q_i}{q} \pm \sqrt{\frac{2M_F}{q}} \quad \text{mit} \quad Q_i = \frac{M_k - M_i}{l} + \frac{ql}{2}$

Im realen Verlauf der Biegesteifigkeit ist kein schlagartiger Übergang vom ungerissenen Zustand zum gerissenen Zustand vorhanden. Dies wird näherungsweise durch den Bereich zwischen Rissmoment und abgeschlossener Rissbildung, also dem Bereich der Rissbildung berücksichtigt. Nach dem verwendeten Modell ist für Stahlspannungen $\sigma_s = 1,3 \sigma_{sr}$ der weitere Abfall der Steifigkeit nur noch gering. Die Abschnittslänge des jeweiligen Zustandes I wird ausgehend vom Momentennullpunkt bis zur Mitte zwischen der Stelle des Beginns der Rissbildung und der Stelle des Abschlusses der Rissbildung berücksichtigt. Die restlichen Trägerbereiche befinden sich im Zustand II. Für die Bestimmung der gerissenen und ungerissenen

Trägerbereiche kann nach *Donaubauer (2002)* von der Zerlegung eines Trägers in einen gelenkig gelagerten Einfeldträger und von Kragträgern ausgegangen werden.

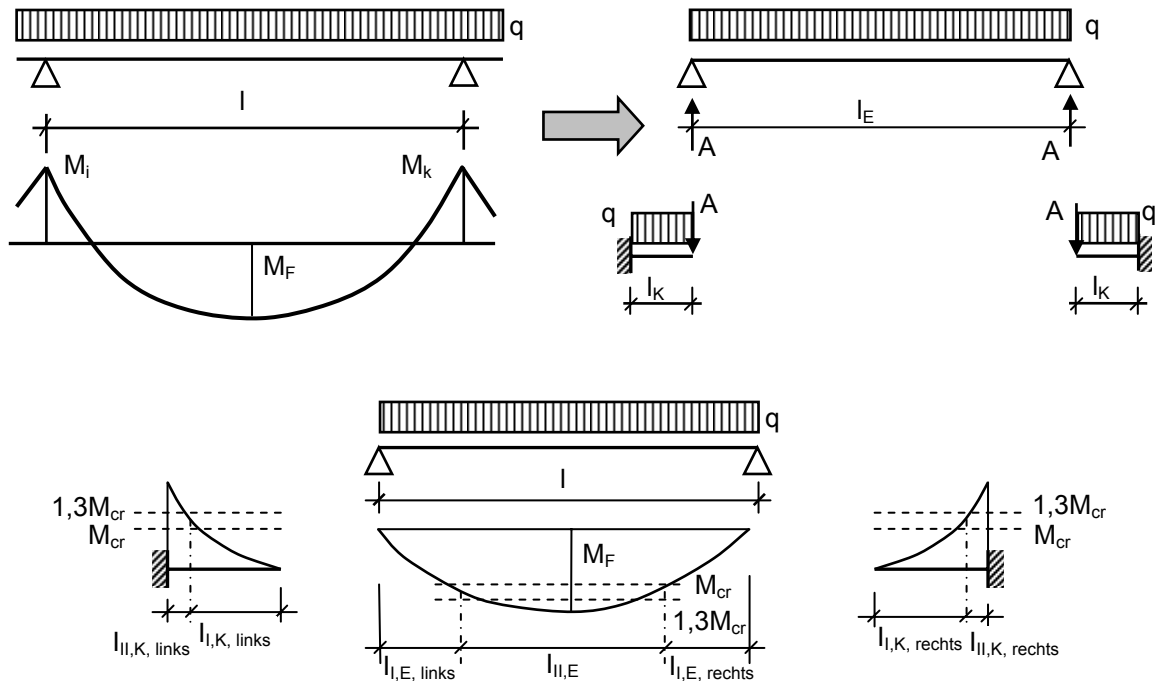
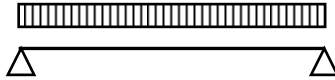
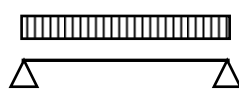
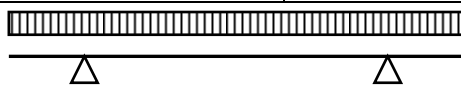
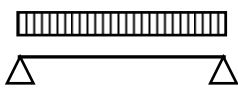
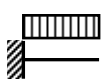


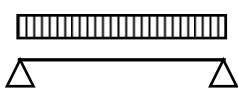
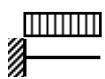


Bild A1.2: a) Zerlegung eines Innenfeldes eines Durchlaufträgers in einen Einfeldträger und in Kragträger
b) Definition der gerissenen und ungerissenen Bereiche

Für die einzelnen Abschnittslängen können die Berechnungsformeln aus Tabelle A1.2 entnommen werden. Um beispielsweise die Überbausteifigkeit nach *Meyerhof (1953)* unter Berücksichtigung gerissener Steifigkeiten anwenden zu können (vgl. Abschnitt 9), ist die Kenntnis von gemittelten Steifigkeiten in einem Gebäudeabschnitt notwendig. Unter der Bedingung, dass in der Regel eine gleichmäßige Flächenlast vorliegt, kann die in Abschnitt 5 beschriebene, bekannte Balkendifferentialgleichung abschnittsweise unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Steifigkeiten im Zustand I und im Zustand II gelöst werden. Aus der Bedingung der Verformungsgleichheit von Ersatzsystem und wirklichem System lassen sich die Ersatzsteifigkeiten ableiten. Der Momentennullpunkt liefert dabei die Abgrenzung zwischen Krag- und Einfeldsystem. Für die Bestimmung können die Beziehungen aus Tabelle A1.2 herangezogen werden. Die Grundlegenden Bezeichnungen sind in Bild A1.3 definiert, die Beziehungen für die Ersatzsteifigkeiten können Tabelle A1.3 entnommen werden. Für den gelenkig gelagerten Einfeldträger wird dabei von einer symmetrischen Steifigkeitsverteilung ausgegangen.

Tabelle A1.2: Abschnittslängen für gerissene und ungerissene Bereiche bei Durchlaufträger-systemen unter Gleichlast

Teilsysteme	System
Einfeldträger unter Gleichlast	
	$l_{I,E} = \frac{l}{2} - \frac{1}{2} \left(\sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 - \frac{2,0}{q} M_{cr}} + \sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 - \frac{2,6}{q} M_{cr}} \right)$
	$l_{II,E} = l - 2l_{I,E} \quad \quad \quad l_I = l_{I,E,links} = l_{I,E,rechts}$
Innenfeld eines Durchlaufträgers	
	$l_{I,E,links} = \frac{(\Delta x)}{2} - \frac{1}{2} \left(\sqrt{\left(\frac{\Delta x}{2}\right)^2 - \frac{2,0}{q} M_{cr}} + \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{2}\right)^2 - \frac{2,6}{q} M_{cr}} \right)$
	$l_{I,E,links} = l_{I,E,rechts}$
	$l_{II,E} = \Delta x - 2l_{I,E,links} \quad \quad \quad \Delta x = x_2 - x_1$
	$l_{I,K,links} = \frac{1}{2} \left(-\Delta x + \sqrt{\frac{(\Delta x)^2}{4} + \frac{2,0 M_{cr}}{q}} + \sqrt{\frac{(\Delta x)^2}{4} + \frac{2,6 M_{cr}}{q}} \right)$
	$l_{II,K,links} = x_1 - l_{I,K,links}$
	$l_{I,K,rechts} = \frac{1}{2} \left(x_2 - l + \sqrt{\frac{(l-x_2)^2}{4} + \frac{2,0 M_{cr}}{q}} + \sqrt{\frac{(l-x_2)^2}{4} + \frac{2,6 M_{cr}}{q}} \right)$
	$l_{II,K,rechts} = l - x_2 - l_{I,K,rechts}$
Endfeld eines Durchlaufträgers	
	$l_{I,E,links} = \frac{(l_1 - x_1)}{2} - \frac{1}{2} \left(\sqrt{\left(\frac{l_1 - x_1}{2}\right)^2 - \frac{2,0}{q} M_{cr}} + \sqrt{\left(\frac{l_1 - x_1}{2}\right)^2 - \frac{2,6}{q} M_{cr}} \right)$
	$l_{I,E,links} = l_{I,E,rechts}$
	$l_{II,E} = l_1 - x_1 - 2l_{I,E,links,rechts}$
	$l_{I,K} = \frac{1}{2} \left(x_1 - l_1 + \sqrt{\frac{(l_1 - x_1)^2}{4} + \frac{2,0 M_{cr}}{q}} + \sqrt{\frac{(l_1 - x_1)^2}{4} + \frac{2,6 M_{cr}}{q}} \right)$
	$l_{II,K} = x_1 - l_{I,K}$

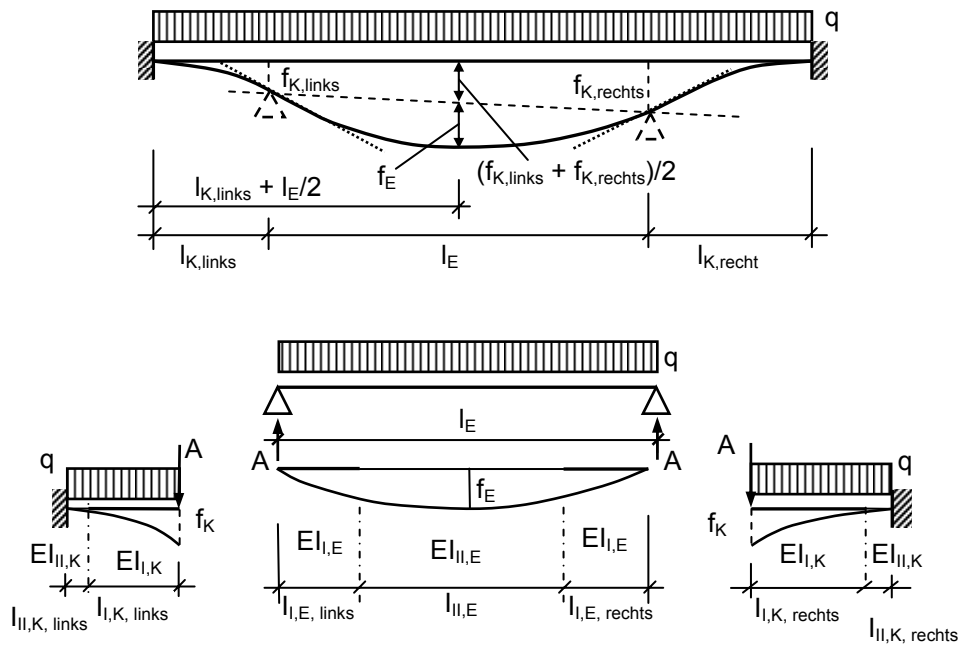


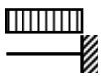
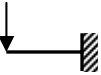


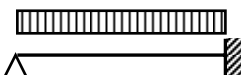
Bild A1.3: Steifigkeitsverteilung an einem Innenfeld eines Durchlaufträgers und Definition der geometrischen Abmessungen

Tabelle A1.3: Ersatzsteifigkeiten von Einzelsystemen eines Durchlaufträgers unter Gleichlast

Teilsystem	Ersatzsteifigkeit
	$EI_{K,ers} = \frac{EI_{K,I} \cdot EI_{K,II} \cdot l_K^4}{(EI_{K,II} - EI_{K,I}) \cdot l_{K,I}^4 + EI_{K,I} \cdot l_K^4}$
	$EI_{K,ers} = \frac{EI_{K,I} \cdot EI_{K,II} \cdot l_K^3}{(EI_{K,II} - EI_{K,I}) \cdot l_{K,I}^3 + EI_{K,I} \cdot l_K^3}$
	$EI_{E,ers} = \frac{5 \cdot EI_{E,I} \cdot EI_{E,II} \cdot l_E^4}{16 \cdot (EI_{E,I} - EI_{E,II}) \cdot (3 \cdot l_{E,I}^4 - 4 \cdot l_{E,I}^3 \cdot l_E) + 5 \cdot EI_{E,I} \cdot l_E^4}$
	$EI_{ers} = \frac{l_E \cdot \left(l_{K,links}^3 + l_{K,rechts}^3 + \frac{5}{32} \cdot l_E^3 \right) + \frac{3}{4} \cdot (l_{K,links}^4 + l_{K,rechts}^4)}{l_E \cdot \left(\frac{l_{K,links}^3}{EI_{K,ers}} + \frac{l_{K,rechts}^3}{EI_{K,ers}} + \frac{5}{32} \cdot \frac{l_E^3}{EI_{E,ers}} \right) + \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{l_{K,links}^4}{EI_{K,ers}} + \frac{l_{K,rechts}^4}{EI_{K,ers}} \right)}$
	$EI_{ers} = \frac{l_E \cdot \left(l_K^3 + \frac{5}{32} \cdot l_E^3 \right) + \frac{3}{4} \cdot l_K^4}{l_E \cdot \left(\frac{l_K^3}{EI_{K,ers}} + \frac{5}{32} \cdot \frac{l_E^3}{EI_{E,ers}} \right) + \frac{3}{4} \cdot \frac{l_K^4}{EI_{K,ers}}}$

Im Hinblick auf die in Abschnitt 5 verwendete Schubsteifigkeit zur Bestimmung von Versagenskriterien sind nachfolgend ebenfalls Ersatzschubsteifigkeiten für die einzelnen Gebäudeabschnitte abgeleitet. Sie können auf analoge Weise, wie die Ersatzsteifigkeiten aus Tabelle A1.3 bestimmt werden.

Tabelle A1.4: Ersatzschubsteifigkeiten von Einzelsystemen eines Durchlaufträgers unter Gleichlast

Teilsystem	Ersatzschubsteifigkeit
	$GA_{sK,ers} = \frac{GA_{sK,I} \cdot GA_{sK,II} \cdot l_K^2}{(GA_{sK,II} - GA_{sK,I}) \cdot l_{K,I}^2 + GA_{sK,I} \cdot l_K^2}$
	$GA_{sK,ers} = \frac{GA_{sK,I} \cdot GA_{sK,II} \cdot l_K}{(GA_{sK,II} - GA_{sK,I}) \cdot l_{K,I} + GA_{sK,I} \cdot l_K}$
	$GA_{sE,ers} = \frac{GA_{sE,I} \cdot GA_{sE,II} \cdot l_E^2}{4 \cdot l_{E,I} \cdot (GA_{sE,II} - GA_{sE,I}) \cdot (l_E - l_{E,I}) + GA_{sE,I} \cdot l_E^2}$
	$GA_{sers} = \frac{l_E \cdot \left(l_{K,links} + l_{K,rechts} + \frac{1}{2} \cdot l_E \right) + (l_{K,links}^2 + l_{K,rechts}^2)}{l_E \cdot \left(\frac{l_{K,links}}{GA_{sK,ers}^{links}} + \frac{l_{K,rechts}}{GA_{sK,ers}^{rechts}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{l_E}{GA_{sE,ers}} \right) + \left(\frac{l_{K,links}^2}{GA_{sK,ers}^{links}} + \frac{l_{K,rechts}^2}{GA_{sK,ers}^{rechts}} \right)}$
	$GA_{sers} = \frac{l_E \cdot \left(l_K + \frac{1}{2} \cdot l_E \right) + l_K^2}{l_E \cdot \left(\frac{l_K}{GA_{sK,ers}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{l_E}{GA_{sE,ers}} \right) + \frac{l_K^2}{GA_{sK,ers}}}$

Für die Einteilung einer Platte / eines Plattensystems in ungerissene und gerissene Bereiche ist neben der Plattendicke sowie der Stützweiten die Betongüte und der Bewehrungsquerschnitt in Verbindung mit der Belastung ausschlaggebend. Einen weiteren Einfluss auf die Steifigkeitsverteilung ist der Drillsteifigkeit der Platte zuzuweisen. Sind die Drillmomente einer zweiachsig gespannten Platte kleiner als das Rissmoment und treten auch in Feldmitte keine ausgeprägten Risse auf so kann die Platte als drillsteif betrachtet werden. Liegt jedoch das Drillmoment m_{xye} über dem Rissmoment m_{cr} , oder tritt in Feldmitte ein ausgeprägter Rissbereich auf, so kann davon ausgegangen werden, dass eine Rissbildung gemäß der Bruchlinientheorie auftritt und die Steifigkeit der Platte abfällt. Die sich für diesen Fall einstellenden Biegemomente liegen zwischen den Grenzfällen einer drillsteifen und einer

drillweichen Platte. Sie können unter Zuhilfenahme eines Beiwertes ζ_m , zur Berücksichtigung der Drillsteifigkeit, wie folgt nach *Donaubauer (2002)* ermittelt werden:

$$m_m = \zeta_m m_{DS} + (1 - \zeta_m) m_{DW} \quad (\text{A1.1})$$

Für ζ_m gelten dabei folgende Zusammenhänge:

$$\frac{m_{xye}}{m_{cr}} \leq 1: \quad \zeta_m = 1,0 \quad (\text{A1.2})$$

$$1,0 < \frac{m_{xye}}{m_{cr}} \leq 1,3: \quad \zeta_m = \frac{4}{3} - \frac{5}{6} \frac{m_{xye}}{m_{cr}} \quad (\text{A1.3})$$

$$\frac{m_{xye}}{m_{cr}} > 1,3: \quad \zeta_m = 0,25 \quad (\text{A1.4})$$

Der Anstieg der Feldmomente durch den Abfall der Drillsteifigkeit kann mittels Faktoren $\delta = m_{DW} / m_{DS}$ berücksichtigt werden. Entsprechende Faktoren können beispielsweise unter Zuhilfenahme von Tafelwerken abgeleitet werden, siehe z.B. *Stiglat/Wippel (1983)*, *Czerny (1996)*, *Pieper/Martens (1966, 1967)*. Die Schnittmomente können dabei wie folgt ermittelt werden:

$$m_m = m_{DS} \cdot (\zeta_m + \delta - \delta \zeta_m) \quad (\text{A1.5})$$

Dabei ist δ der Verhältniswert der Biegemomente m_{DS} einer drillsteifen Platte und der Biegemomente m_{DW} einer drillweichen Platte. Die Plattensteifigkeit B_i je Breitereinheit kann bekanntlich für den Zustand I für reine Momentenbeanspruchung nach

$$B_1 = \frac{E_{c,eff} \cdot I_1}{(1 - \nu^2)} \quad (\text{A1.6})$$

und für den reinen gerissenen Zustand gemäß

$$B_2 = \frac{E_{c,eff} \cdot I_2}{(1 - \nu^2)} \quad (\text{A1.7})$$

berechnet werden. Für den gerissenen Zustand selbst kann die mittlere Plattenbiegesteifigkeit $B_{m,2}$ unter Berücksichtigung des Betons auf Zug zwischen den Rissen durch Verteilungsfaktoren analog zu der in Abschnitt 4 dargestellten Vorgehensweise bestimmt werden.

$$B_{m,2} = \zeta \cdot \frac{1}{B_2} + (1 - \zeta) \cdot \frac{1}{B_1} \quad (\text{A1.8})$$

Zur Berechnung der Plattensteifigkeit kann von einem Mittelwert der beiden Biegesteifigkeiten aus den beiden Richtungen ausgegangen werden. Entsprechend der in Tabelle D1.2 angegebenen Ersatzstützweiten für gerissene und ungerissene Bereiche in Verbindung mit den in Tabelle A1.3 abgeleiteten Ersatzsystemen, lassen sich auch für zweiachsig gespannte Plattensysteme mittlere Biegesteifigkeiten für die Ermittlung von Überbausteifigkeiten ableiten. Weitere Hinweise finden sich in der Arbeit von *Donaubauer (2002)*.

A2 Querschnittswerte und Spannungen für Rechteckquerschnitte

Tabelle A2.1: Querschnittswerte, Spannungen und Dehnungen für Rechteckquerschnitte

	Zustand I		Zustand II	
	Momentenbeanspruchung			
	$\rho_{I,i} = \frac{A_{s,i}}{bh}, \quad x_1 = \xi_I \cdot h$		$\rho_{II,i} = \frac{A_{s,i}}{bd}, \quad x_2 = \xi_{II} \cdot d$	
	bezogene Druckzonenhöhe ξ und innerer Hebelarm z_i			
	$\xi_I = \frac{1}{2} \frac{h + 2\alpha_e(\rho_{I,1}d + \rho_{I,2}d_2)}{h(1 + \alpha_e(\rho_{I,1} + \rho_{I,2}))}$		$\xi_{II} = -\alpha_e(\rho_{II,1} + \rho_{II,2}) +$ $+\sqrt{\alpha_e^2(\rho_{II,1} + \rho_{II,2})^2 + \frac{2\alpha_e(\rho_{II,1}d + \rho_{II,2}d_2)}{d}}$	
	$z_{i(1)} = \frac{h + 2d \cdot (\alpha_e - 1) \cdot \left(\rho_{I,1} + \rho_{I,2} \frac{d_2}{d}\right)}{2 \cdot [1 + (\alpha_e - 1) \cdot (\rho_{I,1} + \rho_{I,2})]}$			
Querschnittswerte	Hilfswert k_I zur Bestimmung der Querschnittssteifigkeit unter Berücksichtigung der Bewehrung			
	$k_I = 1 + 12 \left[\frac{(0,5 - \xi_I)^2 + \alpha_e \times \rho_{I,1}}{\left(\frac{d}{h} - \xi_I\right)^2 + \frac{\rho_{I,2}}{\rho_{I,1}} \left(\xi_I - \frac{d_2}{h}\right)^2} \right]$		$k_{II} = 4\xi_{II}^3 + 12\alpha_e\rho_{II,1} \times$ $\times \left[(1 - \xi_{II})^2 + \frac{\rho_{II,2}}{\rho_{II,1}} \left(\xi_{II} - \frac{d_2}{d}\right)^2 \right]$	
	ideelle Steifigkeit I_i und ideales Widerstandsmoment $W_{i(1)}$			
	$I_{i,1} = k_I \cdot b \cdot h^3 / 12; \quad W_{i(1)} = I_{i,1} / (h - z_{i(1)})$		$I_{i,2} = k_{II} \cdot b \cdot d^3 / 12$	
	Spannungen und Dehnungen			
	$\sigma_{s,1} = M / I_{i,1} \cdot (d - h/2) \cdot \alpha_e$	$\varepsilon_{s,i} = \sigma_{s,i} / E_s$	$\sigma_{s,2} = M / (A_{s1} \cdot z_2)$	$z_2 = d - \frac{x_2}{3}$
	$\sigma_{sr,1} = M_{cr} / I_{i,1} \cdot (d - h/2) \cdot \alpha_e$	$M_{cr} = f_{ctm} \cdot W_{i(1)}$	$\sigma_{sr,2} = M_{cr} / (A_{s1} \cdot z_2)$	
	Zugbeanspruchung			
Quer-schnittswerte	$A_{i,1} = b \cdot h + (\alpha_e - 1) \cdot \sum A_{s,i}$		$A_{i,2} = (\alpha_e - 1) \cdot \sum A_{s,i}$	
	$\sigma_{s,1} = N / A_{i,1}$	$\varepsilon_{s,i} = \sigma_{s,i} / E_s$	$\sigma_{s,2} = N / A_{i,2}$	
	$\sigma_{sr,1} = N_{cr} / A_{i,1}$	$N_{cr} = f_{ctm} \cdot A_{i,1}$	$\sigma_{sr,2} = N_{cr} / A_{i,2}$	

A3 Steifigkeitsverhältnis von Zustand I zu Zustand II für Biegebeanspruchung ohne Berücksichtigung einer Druckbewehrung

Bild A3.1:

Steifigkeitsverhältnis für eine Betonfestigkeitsklasse $f_{ck} = 20 \text{ MN/m}^2$

Bild A3.2:

Steifigkeitsverhältnis für eine Betonfestigkeitsklasse $f_{ck} = 25 \text{ MN/m}^2$

Bild A3.3:

Steifigkeitsverhältnis für eine Betonfestigkeitsklasse $f_{ck} = 30 \text{ MN/m}^2$

Bild A3.4:

Steifigkeitsverhältnis für eine Betonfestigkeitsklasse $f_{ck} = 40 \text{ MN/m}^2$

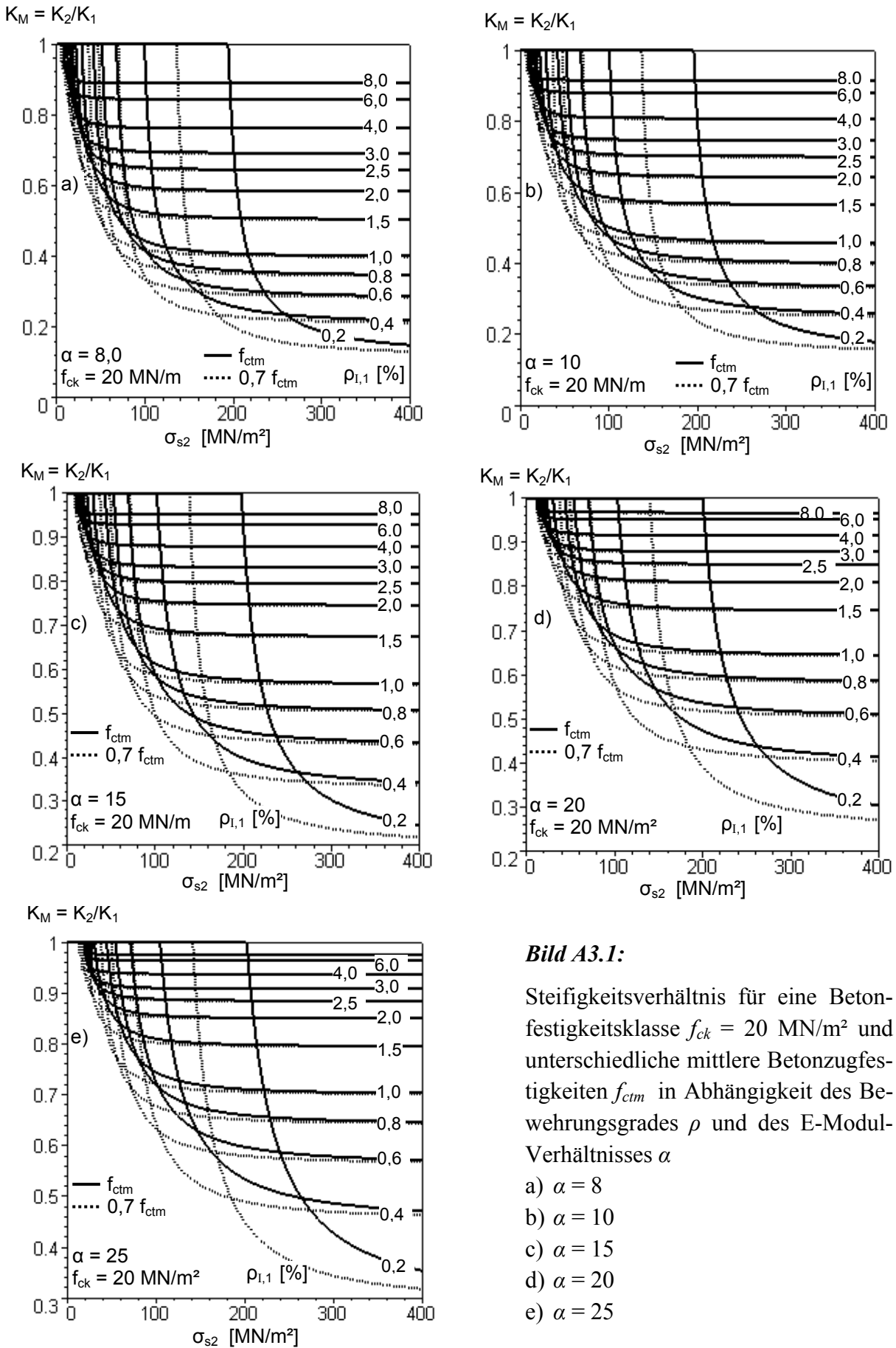


Bild A3.1:

Steifigkeitsverhältnis für eine Betonfestigkeitsklasse $f_{ck} = 20 \text{ MN/m}^2$ und unterschiedliche mittlere Betonzugfestigkeiten f_{ctm} in Abhängigkeit des Bewehrungsgrades ρ und des E-Modul-Verhältnisses α

- a) $\alpha = 8$
- b) $\alpha = 10$
- c) $\alpha = 15$
- d) $\alpha = 20$
- e) $\alpha = 25$

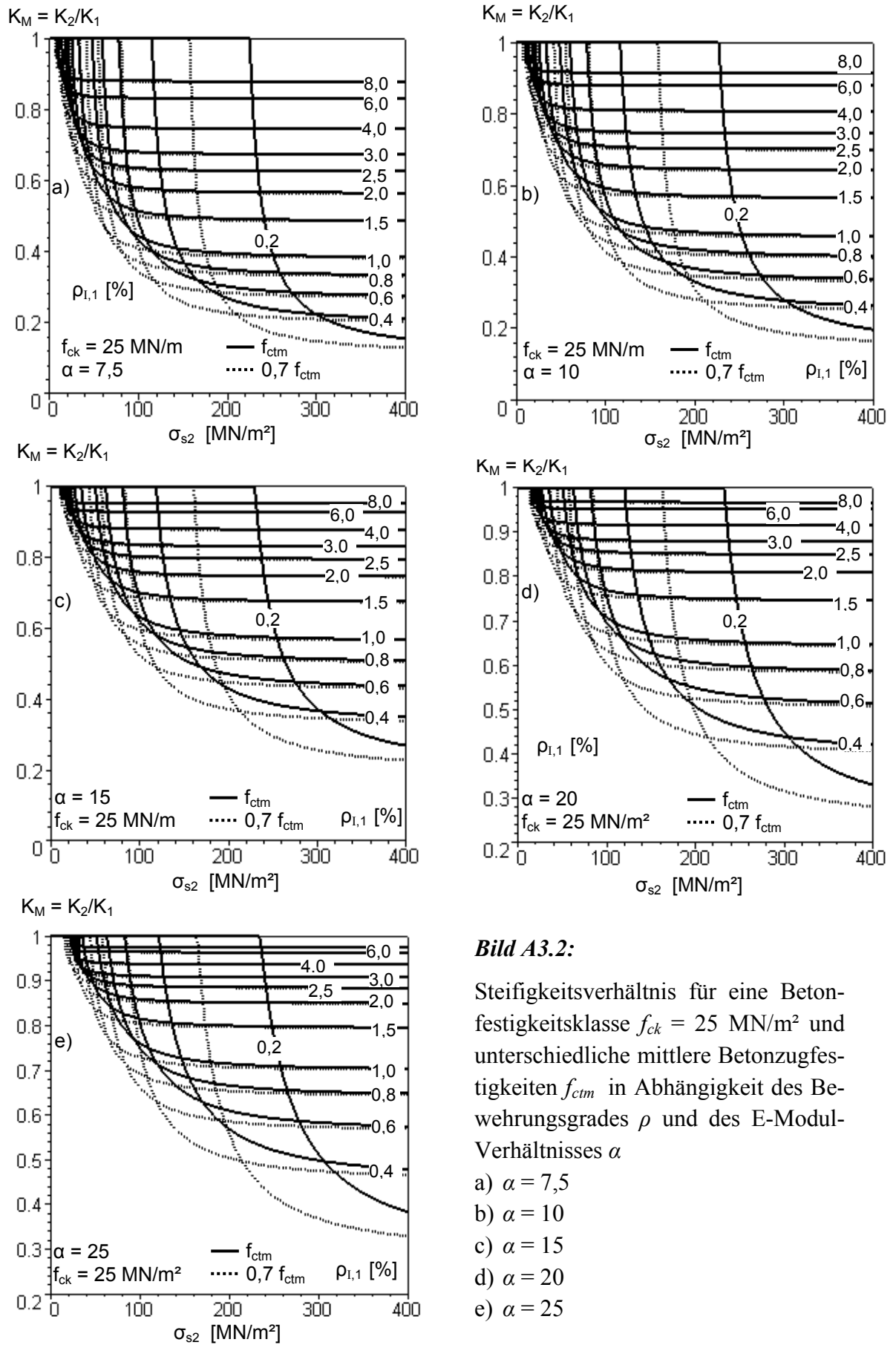


Bild A3.2:

Steifigkeitsverhältnis für eine Betonfestigkeitsklasse $f_{ck} = 25 \text{ MN/m}^2$ und unterschiedliche mittlere Betonzugfestigkeiten f_{ctm} in Abhängigkeit des Bewehrungsgrades ρ und des E-Modul-Verhältnisses α

- a) $\alpha = 7,5$
- b) $\alpha = 10$
- c) $\alpha = 15$
- d) $\alpha = 20$
- e) $\alpha = 25$

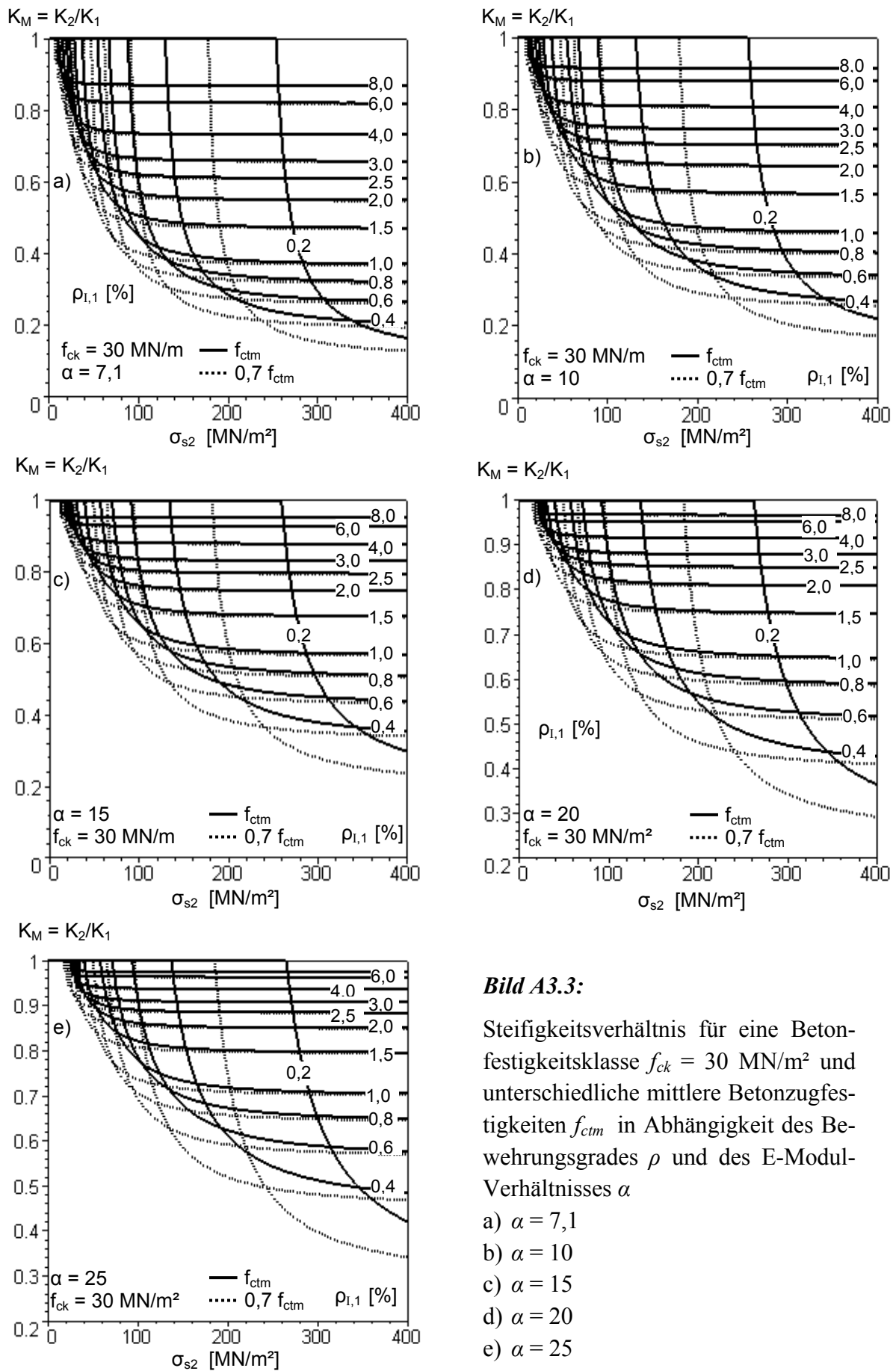


Bild A3.3:

Steifigkeitsverhältnis für eine Betonfestigkeitsklasse $f_{ck} = 30 \text{ MN/m}^2$ und unterschiedliche mittlere Betonzugfestigkeiten f_{ctm} in Abhängigkeit des Bewehrungsgrades ρ und des E-Modul-Verhältnisses α

- a) $\alpha = 7,1$
- b) $\alpha = 10$
- c) $\alpha = 15$
- d) $\alpha = 20$
- e) $\alpha = 25$

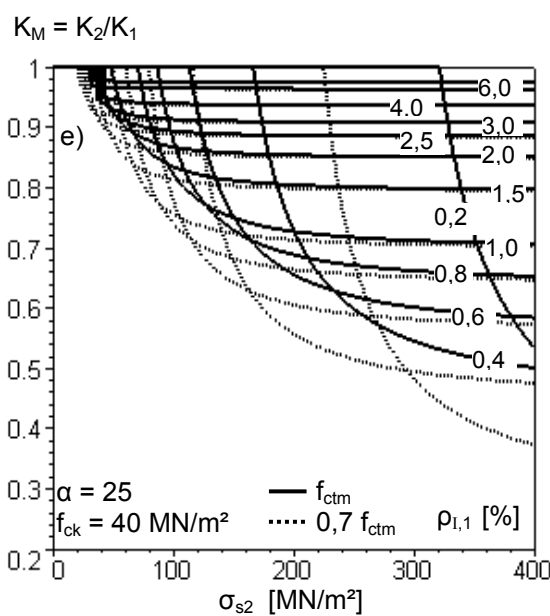
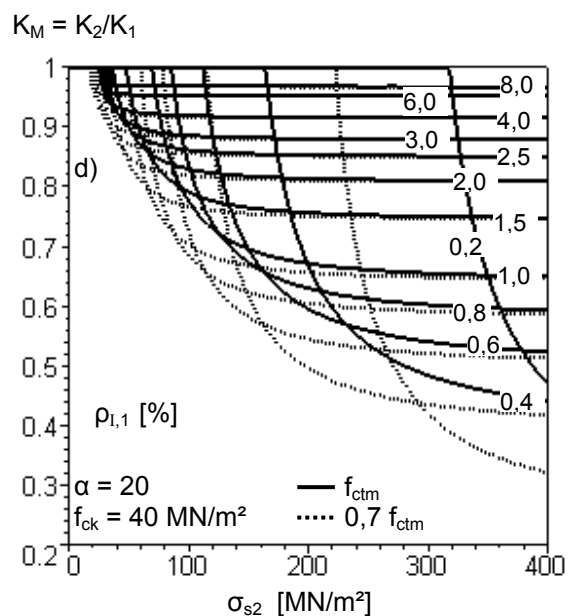
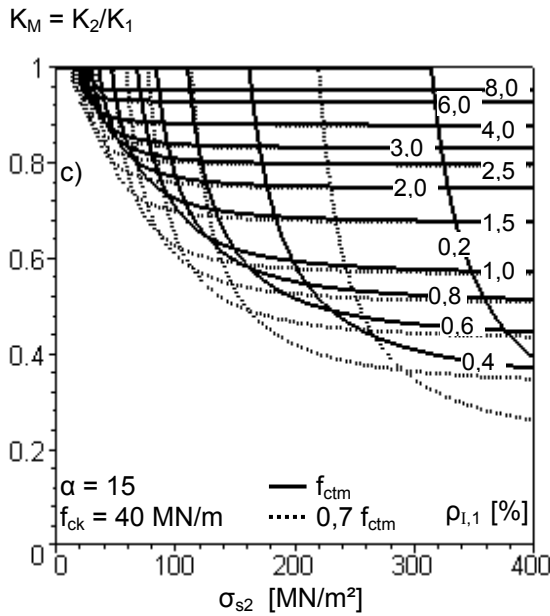
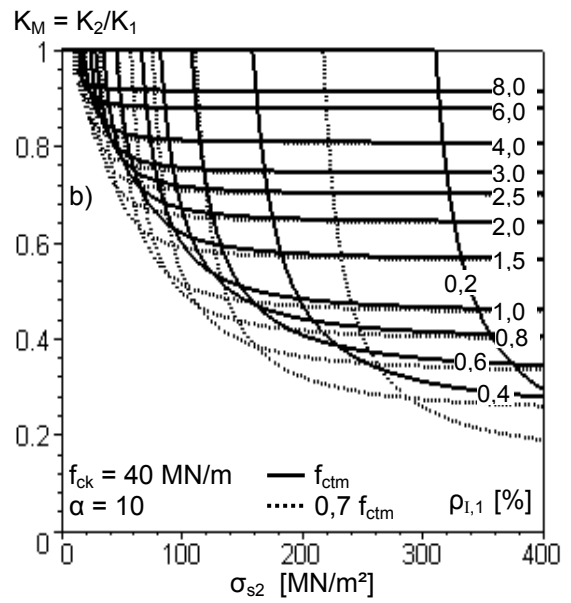
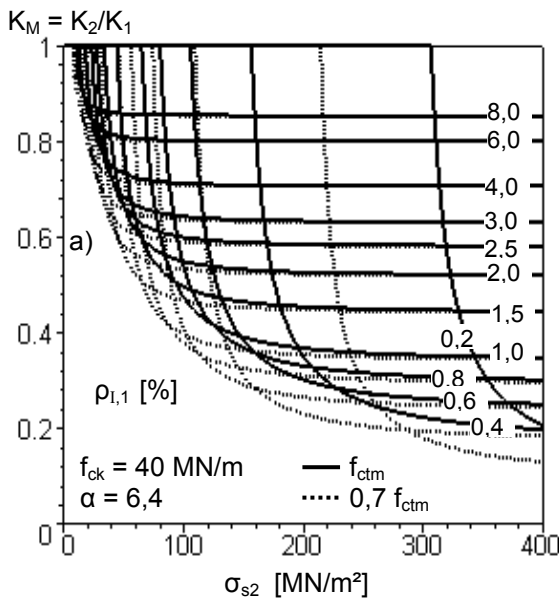


Bild A3.4:

Steifigkeitsverhältnis für eine Betonfestigkeitsklasse $f_{ck} = 40 \text{ MN/m}^2$ und unterschiedliche mittlere Betonzugfestigkeiten f_{ctm} in Abhängigkeit des Bewehrungsgrades ρ und des E-Modul-Verhältnisses α

- a) $\alpha = 7,1$
- b) $\alpha = 10$
- c) $\alpha = 15$
- d) $\alpha = 20$
- e) $\alpha = 25$

A4 Steifigkeitsverhältnis von Zustand I zu Zustand II für Biegebeanspruchung mit Berücksichtigung einer Druckbewehrung

Bild A4.1:

Steifigkeitsverhältnis für eine Betonfestigkeitsklasse $f_{ck} = 20 \text{ MN/m}^2$ und $d_2/h = 0,1$

Bild A4.2:

Steifigkeitsverhältnis für eine Betonfestigkeitsklasse $f_{ck} = 20 \text{ MN/m}^2$ und $d_2/h = 0,2$

Bild A4.3:

Steifigkeitsverhältnis für eine Betonfestigkeitsklasse $f_{ck} = 30 \text{ MN/m}^2$ und $d_2/h = 0,1$

Bild A4.4:

Steifigkeitsverhältnis für eine Betonfestigkeitsklasse $f_{ck} = 30 \text{ MN/m}^2$ und $d_2/h = 0,2$

Bild A4.5:

Steifigkeitsverhältnis für eine Betonfestigkeitsklasse $f_{ck} = 40 \text{ MN/m}^2$ und $d_2/h = 0,1$

Bild A4.6:

Steifigkeitsverhältnis für eine Betonfestigkeitsklasse $f_{ck} = 40 \text{ MN/m}^2$ und $d_2/h = 0,2$

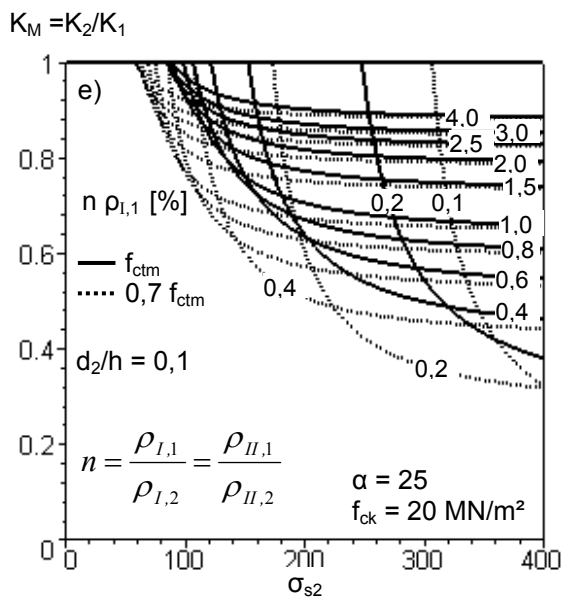
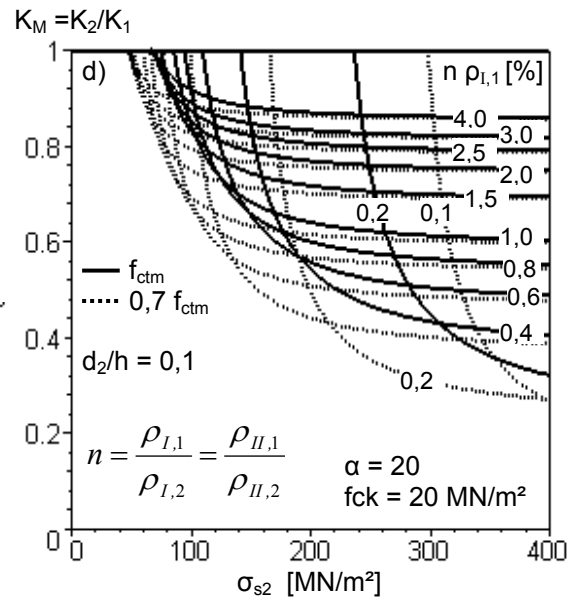
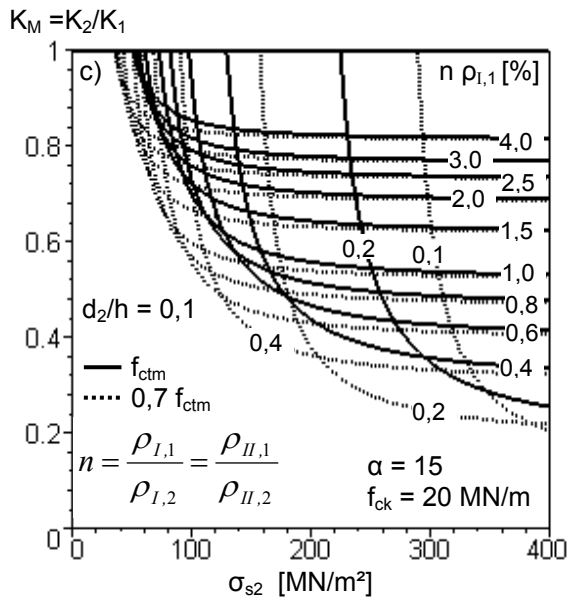
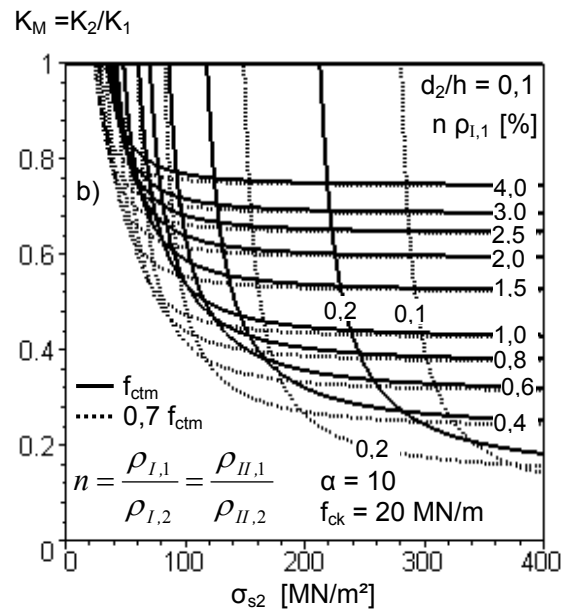
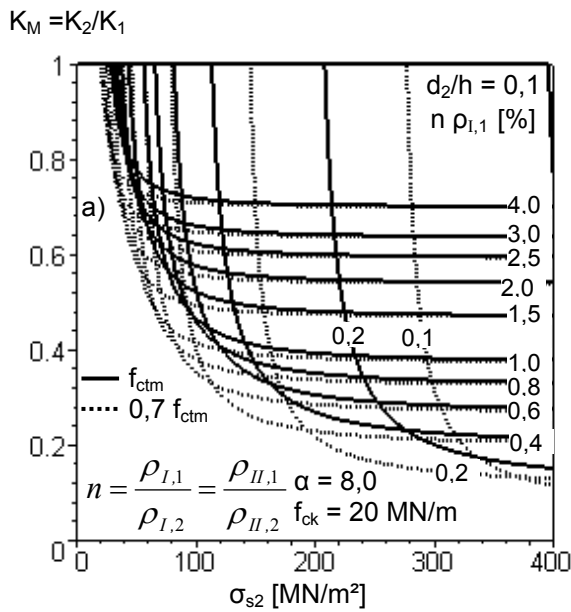


Bild A4.1:

Steifigkeitsverhältnis für eine Betonfestigkeitsklasse $f_{ck} = 20 \text{ MN/m}^2$ und unterschiedliche mittlere Betonzugfestigkeiten f_{ctm} in Abhängigkeit des Bewehrungsgrades ρ , des E-Modul-Verhältnisses α und der Bewehrungslage A_{s2} ($d_2/h = 0,1$)

- a) $\alpha = 8,0$
- b) $\alpha = 10$
- c) $\alpha = 15$
- d) $\alpha = 20$
- e) $\alpha = 25$

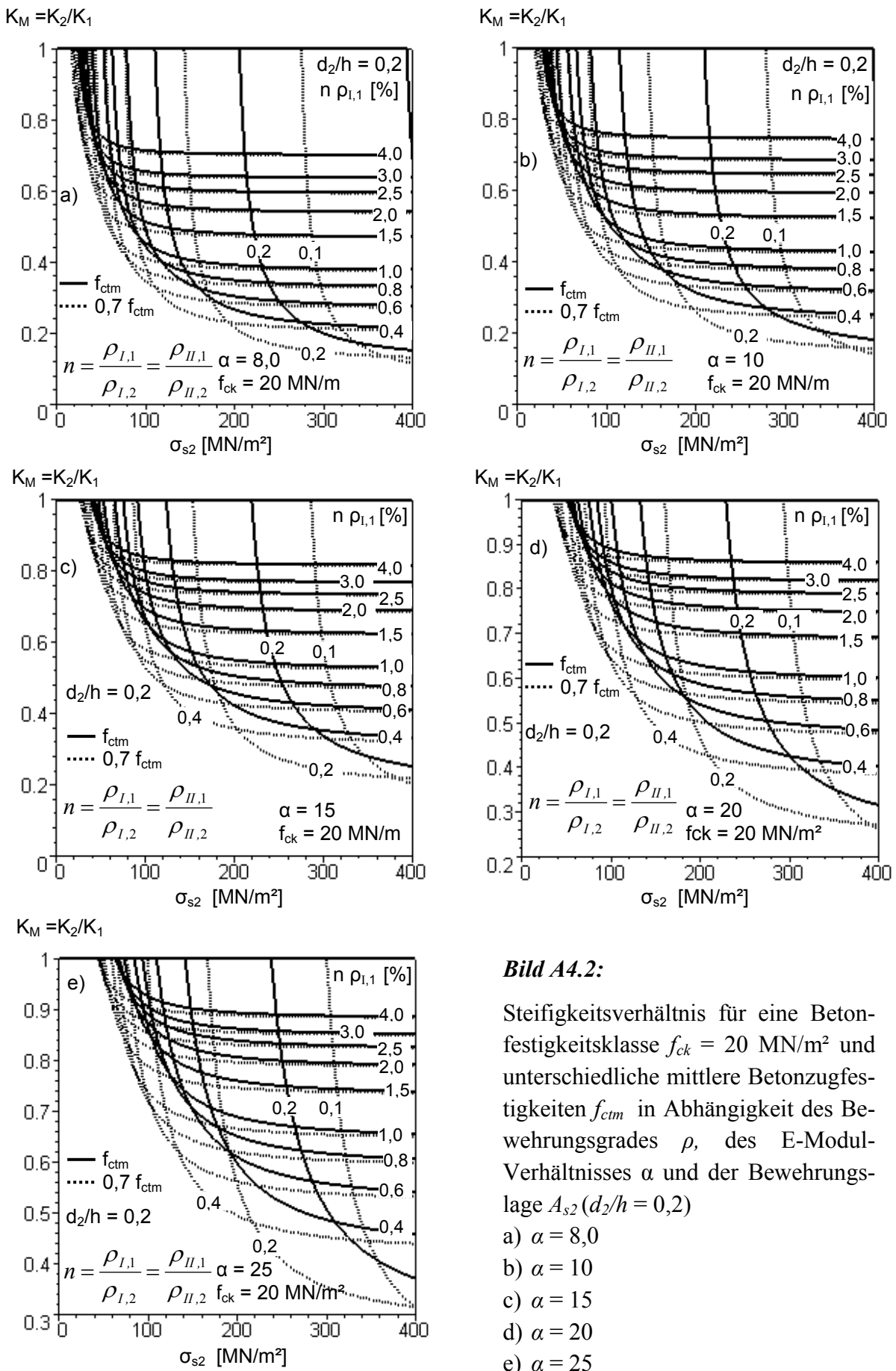


Bild A4.2:

Steifigkeitsverhältnis für eine Betonfestigkeitsklasse $f_{ck} = 20$ MN/m² und unterschiedliche mittlere Betonzugfestigkeiten f_{ctm} in Abhängigkeit des Bewehrungsgrades ρ , des E-Modul-Verhältnisses α und der Bewehrungslage A_{s2} ($d_2/h = 0,2$)

- a) $\alpha = 8,0$
- b) $\alpha = 10$
- c) $\alpha = 15$
- d) $\alpha = 20$
- e) $\alpha = 25$

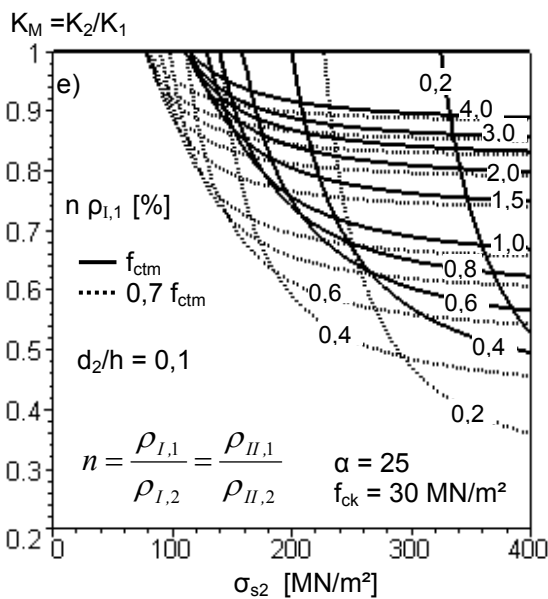
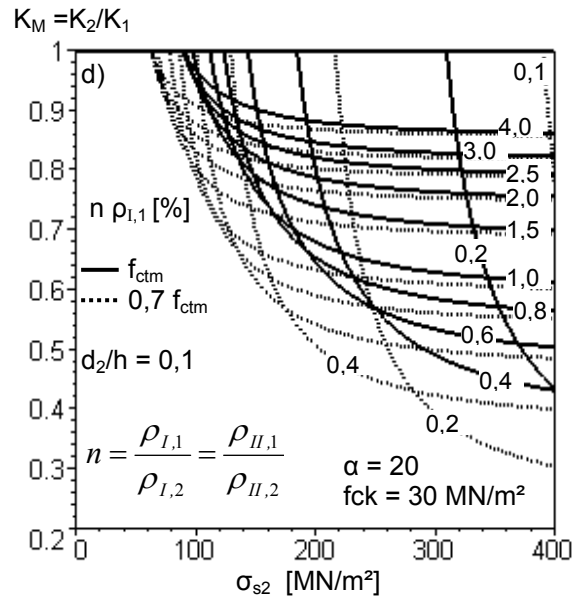
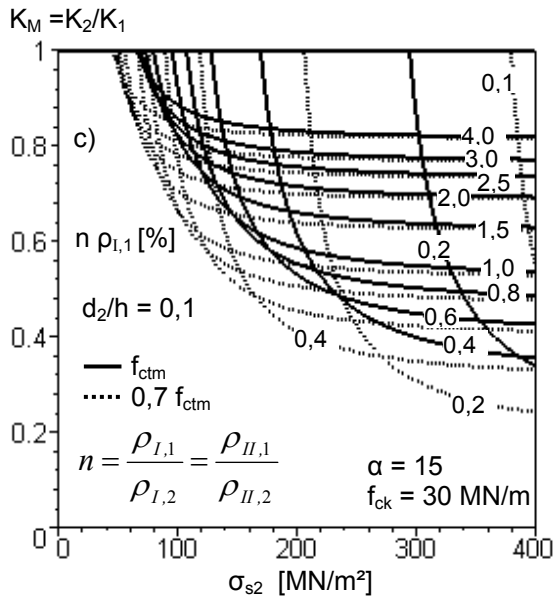
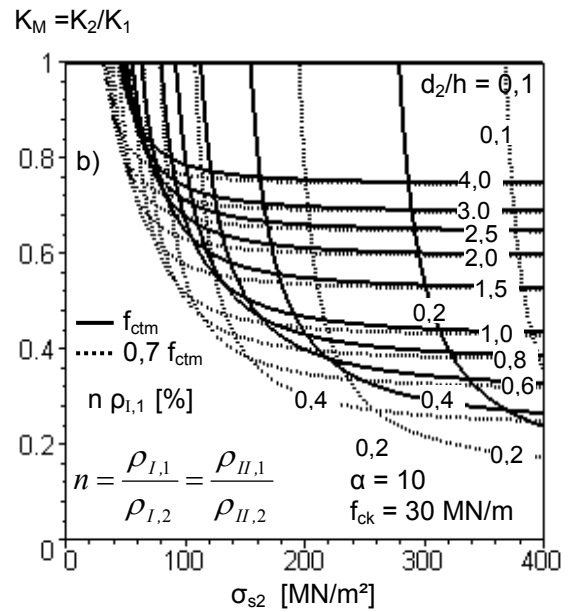
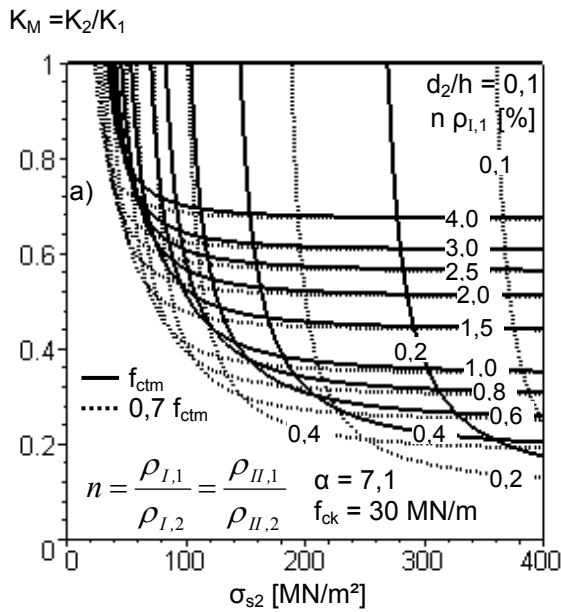


Bild A4.3:

Steifigkeitsverhältnis für eine Betonfestigkeitsklasse $f_{ck} = 30 \text{ MN/m}^2$ und unterschiedliche mittlere Betonzugfestigkeiten f_{ctm} in Abhängigkeit des Bewehrungsgrades ρ , des E-Modul-Verhältnisses α und der Bewehrungslage A_{s2} ($d_2/h = 0,1$)

- a) $\alpha = 7,1$
- b) $\alpha = 10$
- c) $\alpha = 15$
- d) $\alpha = 20$
- e) $\alpha = 25$

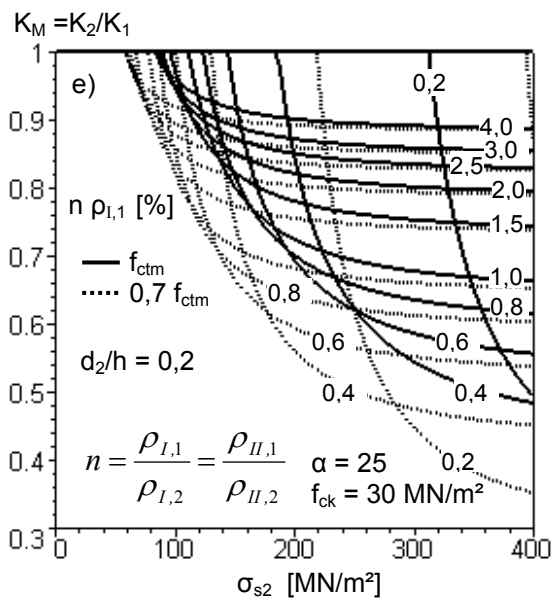
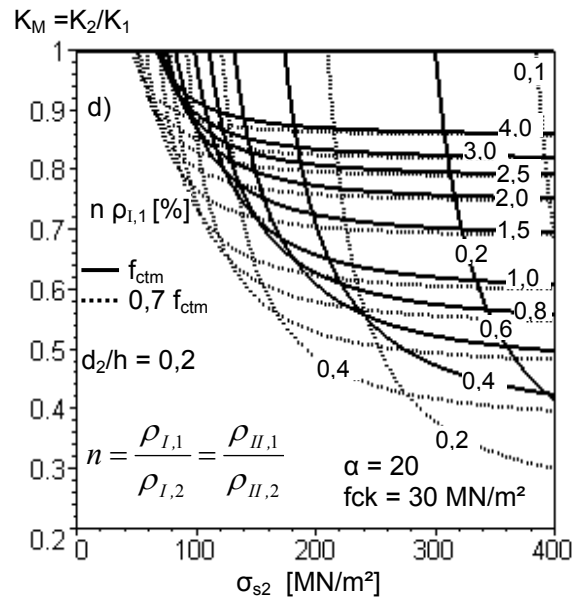
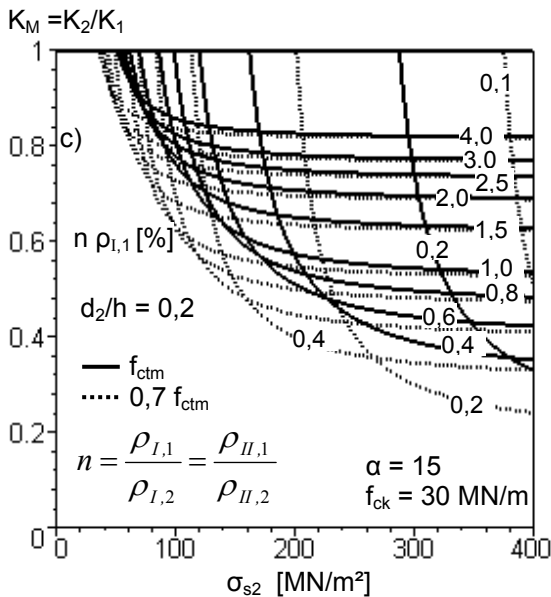
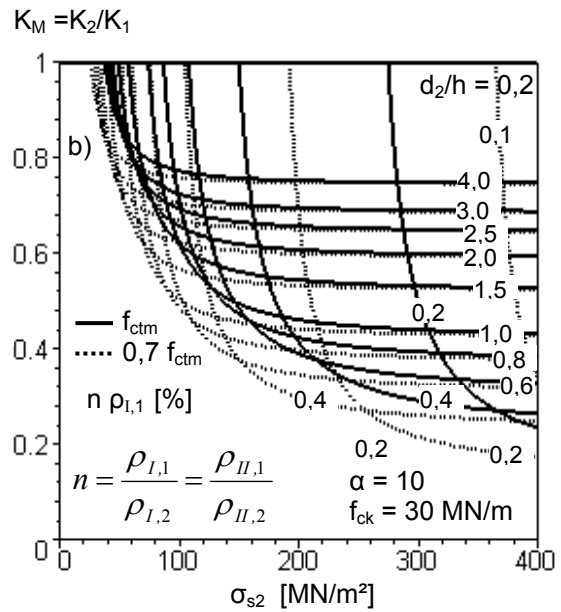
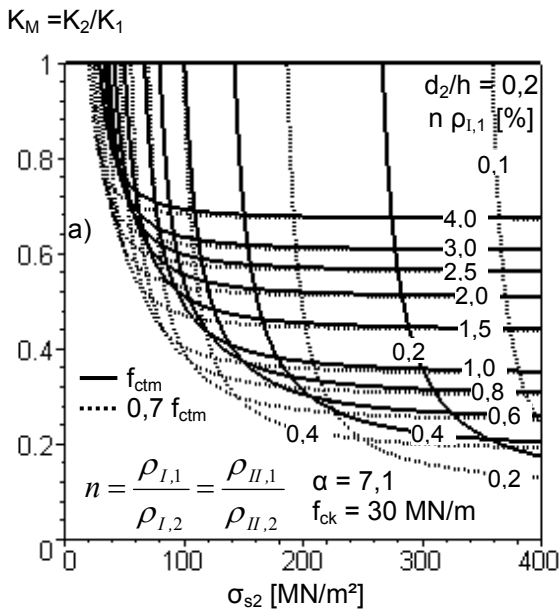


Bild A4.4:

Steifigkeitsverhältnis für eine Betonfestigkeitsklasse $f_{ck} = 30 \text{ MN/m}^2$ und unterschiedliche mittlere Betonzugfestigkeiten f_{ctm} in Abhängigkeit des Bewehrungsgrades ρ , des E-Modul-Verhältnisses α und der Bewehrungslage A_{s2} ($d_2/h = 0,2$)

- a) $\alpha = 7,1$
- b) $\alpha = 10$
- c) $\alpha = 15$
- d) $\alpha = 20$
- e) $\alpha = 25$

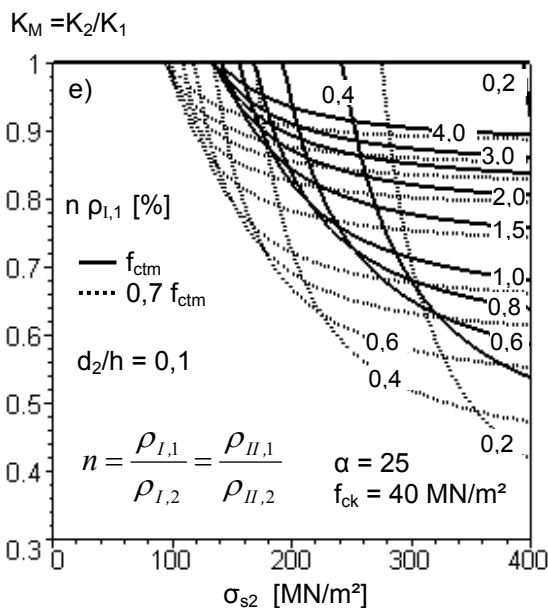
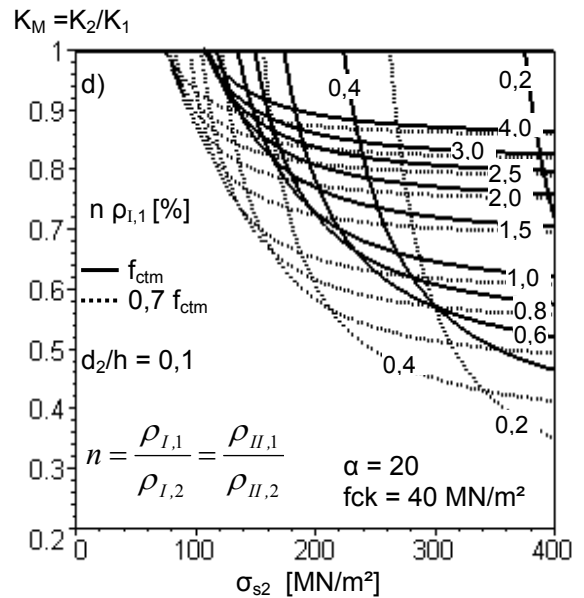
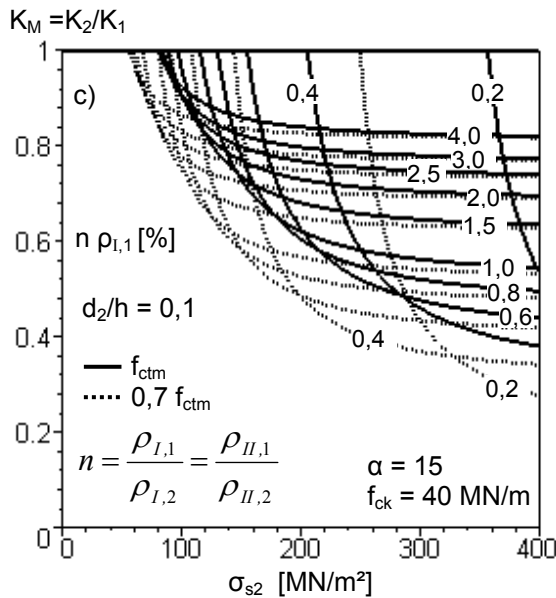
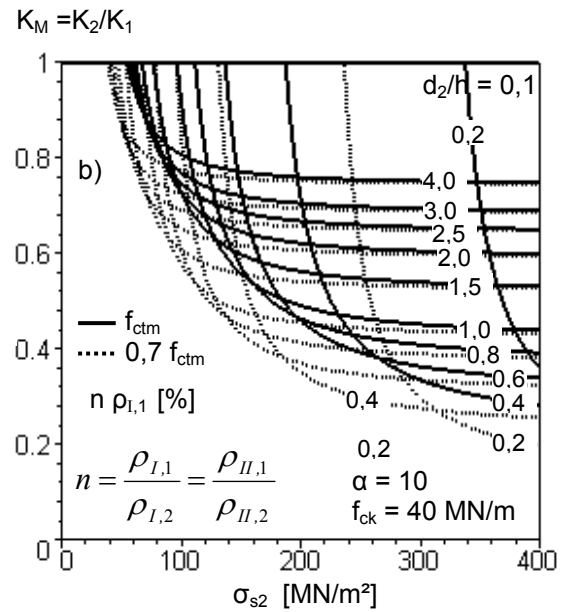
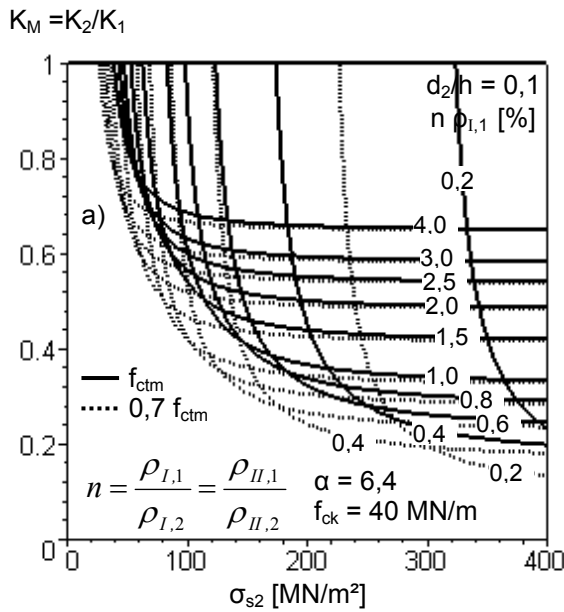


Bild A4.5:

Steifigkeitsverhältnis für eine Betonfestigkeitsklasse $f_{ck} = 30 \text{ MN/m}^2$ und unterschiedliche mittlere Betonzugfestigkeiten f_{ctm} in Abhängigkeit des Bewehrungsgrades ρ , des E-Modul-Verhältnisses α und der Bewehrungslage A_{s2} ($d_2/h = 0,1$)

- a) $\alpha = 6,4$
- b) $\alpha = 10$
- c) $\alpha = 15$
- d) $\alpha = 20$
- e) $\alpha = 25$

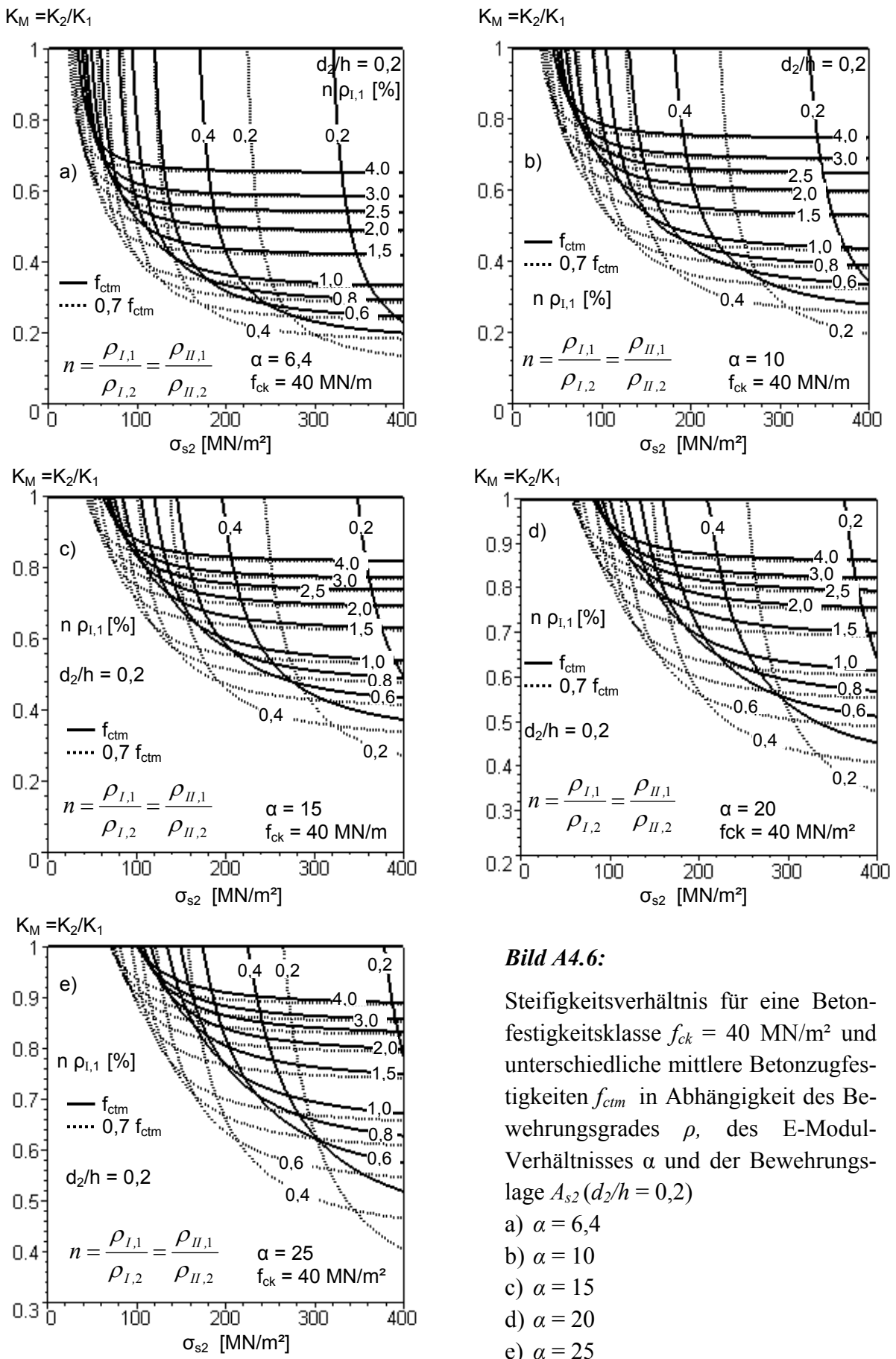


Bild A4.6:

Steifigkeitsverhältnis für eine Betonfestigkeitsklasse $f_{ck} = 40 \text{ MN/m}^2$ und unterschiedliche mittlere Betonzugfestigkeiten f_{ctm} in Abhängigkeit des Bewehrungsgrades ρ , des E-Modul-Verhältnisses α und der Bewehrungslage A_{s2} ($d_2/h = 0,2$)

- a) $\alpha = 6,4$
- b) $\alpha = 10$
- c) $\alpha = 15$
- d) $\alpha = 20$
- e) $\alpha = 25$

A5 Steifigkeitsverhältnis von Zustand I zu Zustand II für Zugbeanspruchung (symmetrisch bewehrter Querschnitt)***Bild A5.1:***

Steifigkeitsverhältnis für eine Betonfestigkeitsklasse $f_{ck} = 20 \text{ MN/m}^2$

Bild A5.2:

Steifigkeitsverhältnis für eine Betonfestigkeitsklasse $f_{ck} = 30 \text{ MN/m}^2$

Bild A5.3:

Steifigkeitsverhältnis für eine Betonfestigkeitsklasse $f_{ck} = 40 \text{ MN/m}^2$

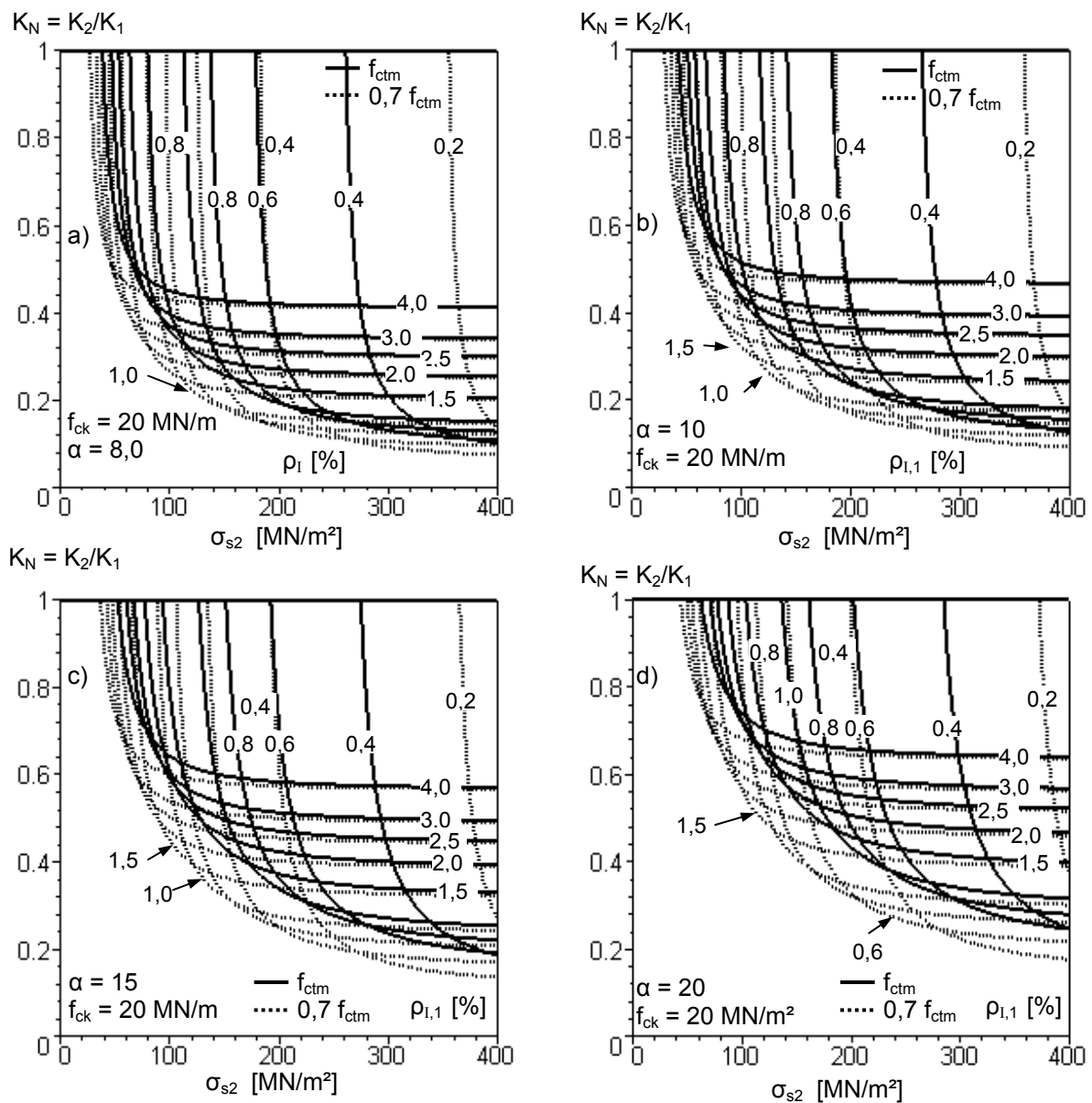


Bild A5.1: Steifigkeitsverhältnis unter Zugbeanspruchung für eine Betonfestigkeitsklasse $f_{ck} = 20 \text{ MN/m}^2$ und unterschiedliche mittlere Betonzugfestigkeiten f_{ctm} in Abhängigkeit des Bewehrungsgrades ρ , des E-Modul-Verhältnisses α

- a) $\alpha = 8,0$
- b) $\alpha = 10$
- c) $\alpha = 15$
- d) $\alpha = 20$

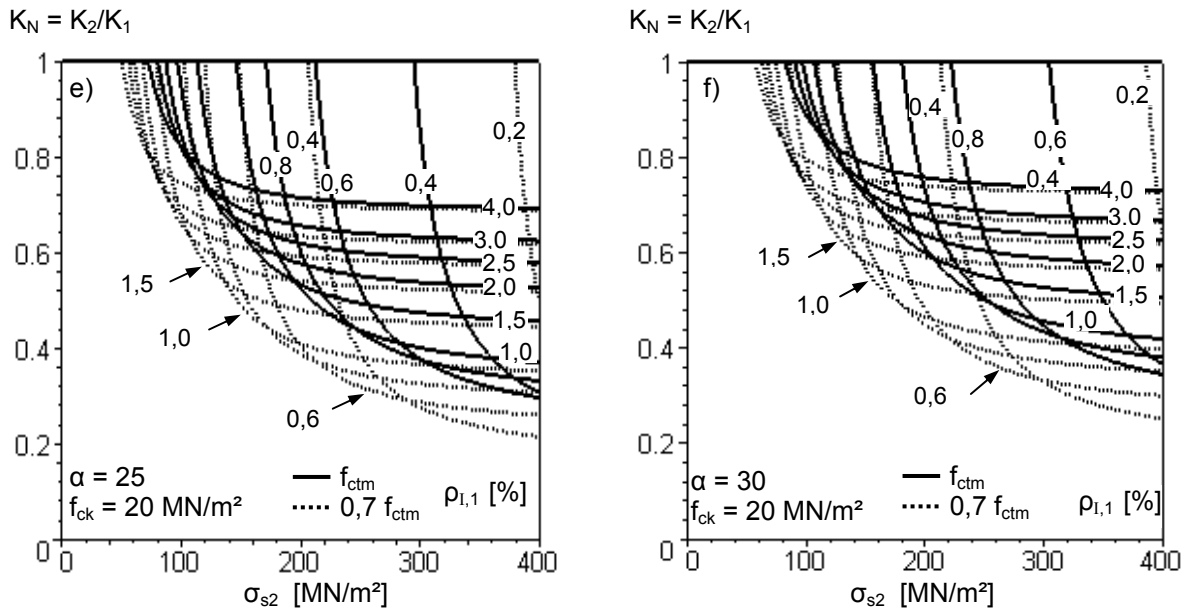


Bild A5.1: Steifigkeitsverhältnis unter Zugbeanspruchung für eine Betonfestigkeitsklasse $f_{ck} = 20 \text{ MN/m}^2$ und unterschiedliche mittlere Betonzugfestigkeiten f_{ctm} in Abhängigkeit des Bewehrungsgrades ρ , des E-Modul-Verhältnisses α (Foetsetzung)

e) $\alpha = 25$ f) $\alpha = 30$

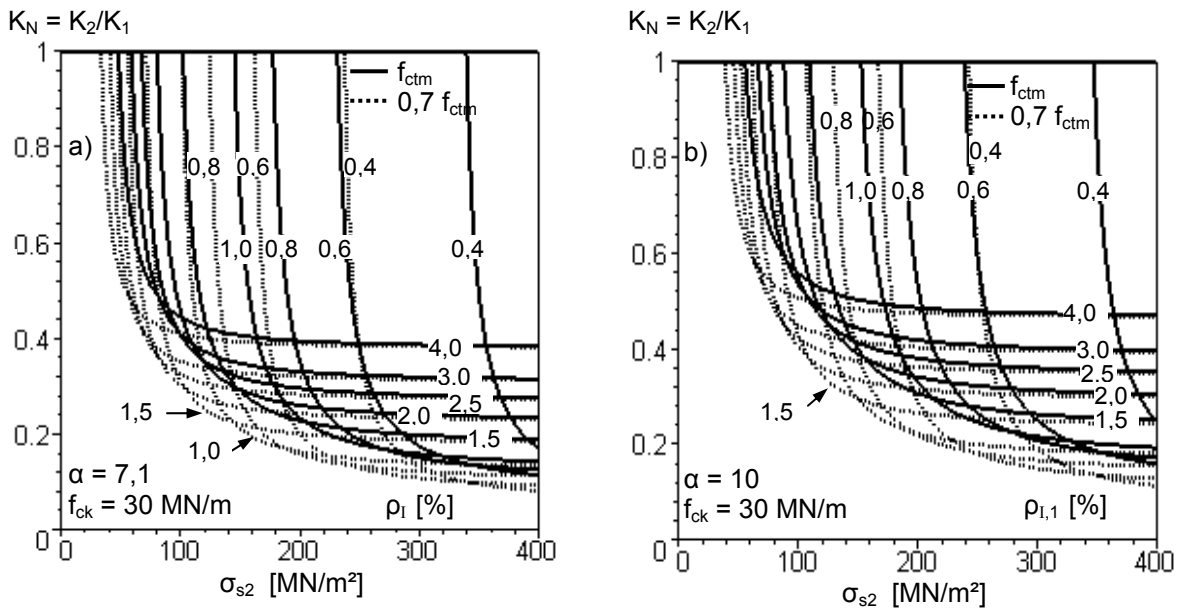


Bild A5.2: Steifigkeitsverhältnis unter Zugbeanspruchung für eine Betonfestigkeitsklasse $f_{ck} = 30 \text{ MN/m}^2$ und unterschiedliche mittlere Betonzugfestigkeiten f_{ctm} in Abhängigkeit des Bewehrungsgrades ρ , des E-Modul-Verhältnisses α

a) $\alpha = 7,1$ b) $\alpha = 10$

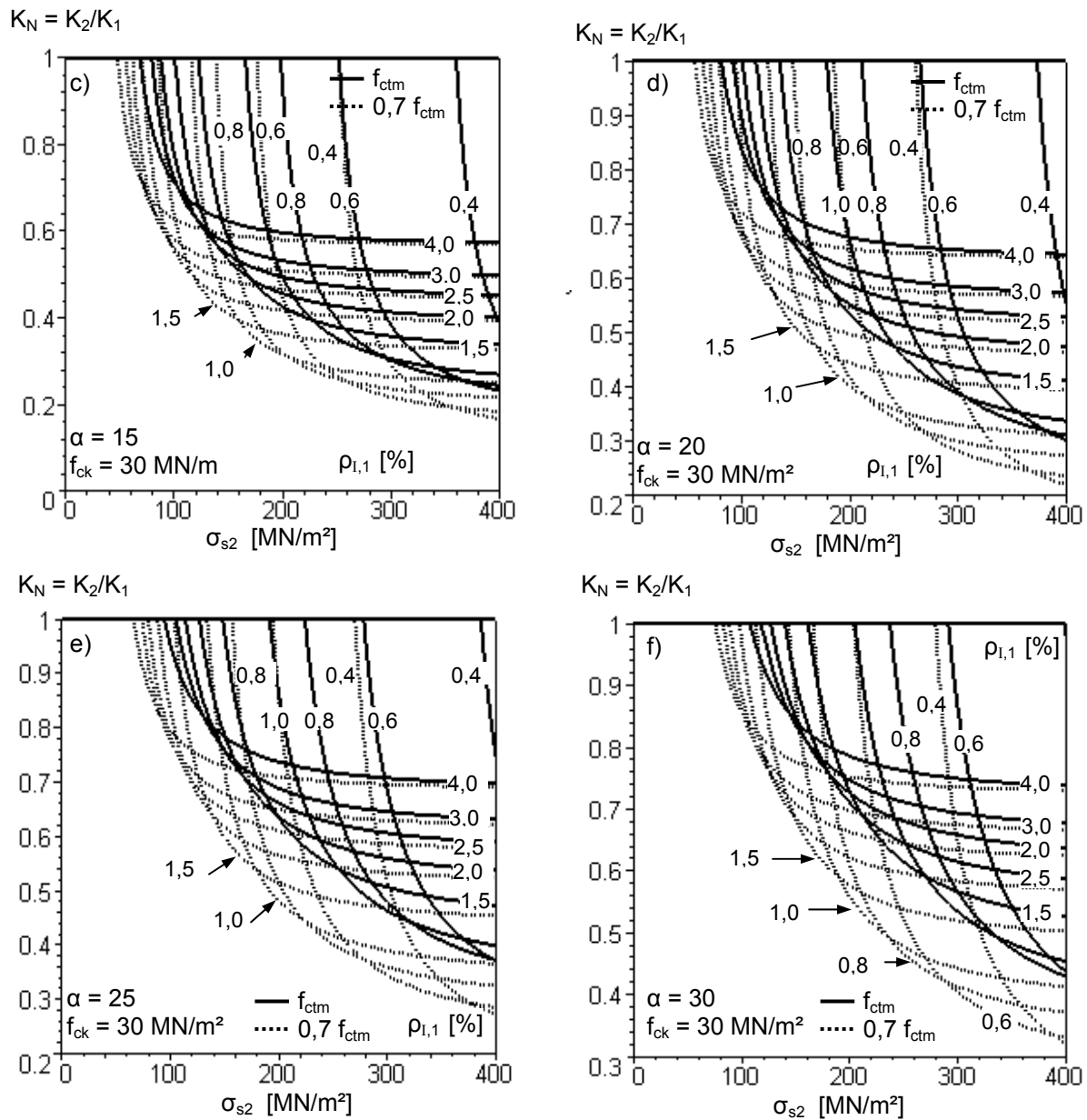


Bild A5.2: Steifigkeitsverhältnis unter Zugbeanspruchung für eine Betonfestigkeitsklasse $f_{ck} = 30$ MN/m² und unterschiedliche mittlere Betonzugfestigkeiten f_{ctm} in Abhängigkeit des Bewehrungsgrades ρ , des E-Modul-Verhältnisses α (Fortsetzung)

- c) $\alpha = 15$
- d) $\alpha = 20$
- e) $\alpha = 25$
- f) $\alpha = 30$

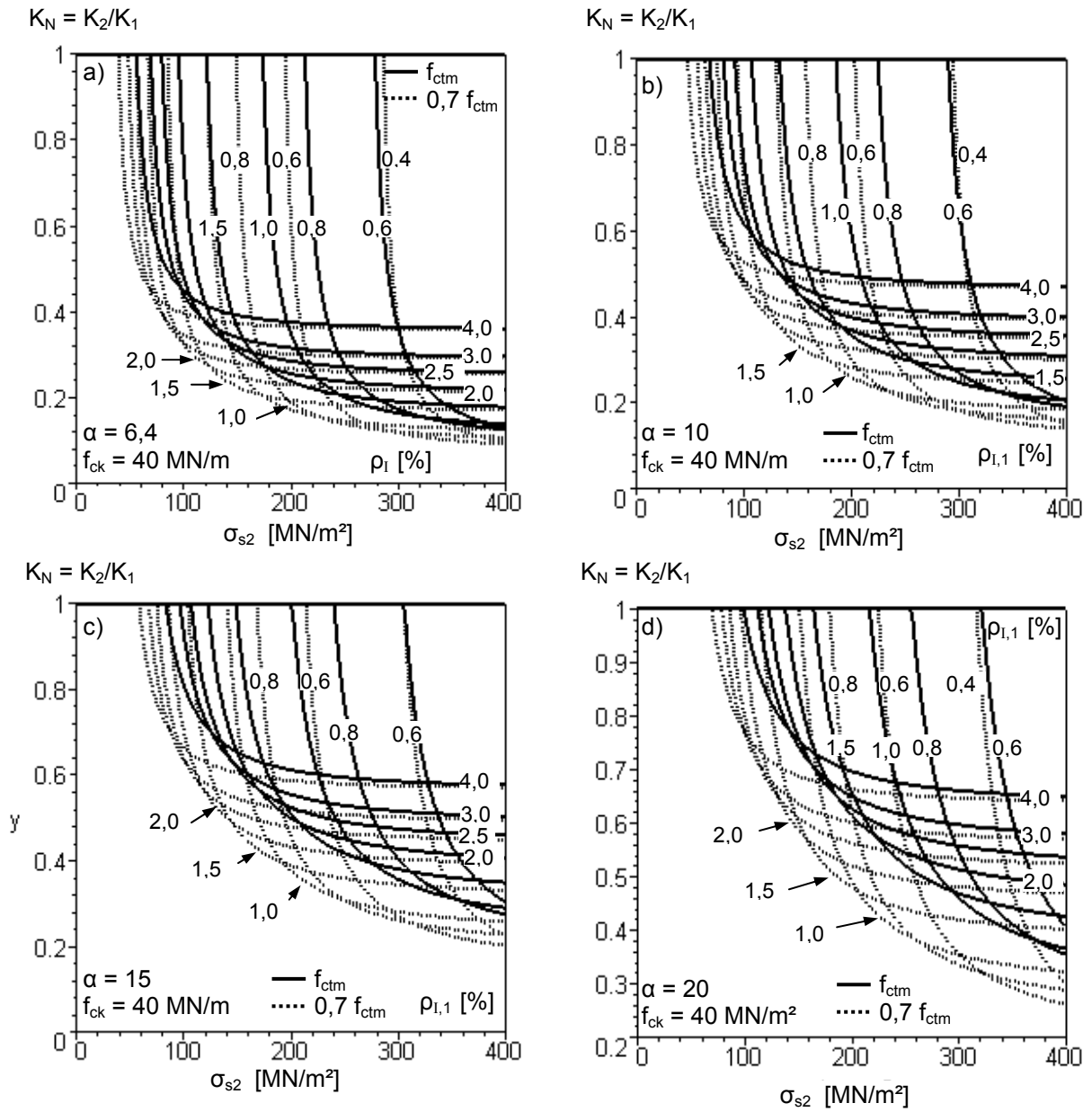


Bild A5.3: Steifigkeitsverhältnis unter Zugbeanspruchung für eine Betonfestigkeitsklasse $f_{ck} = 40 \text{ MN/m}^2$ und unterschiedliche mittlere Betonzugfestigkeiten f_{ctm} in Abhängigkeit des Bewehrungsgrades ρ , des E-Modul-Verhältnisses α

- a) $\alpha = 6,4$
- b) $\alpha = 10$
- c) $\alpha = 15$
- d) $\alpha = 20$

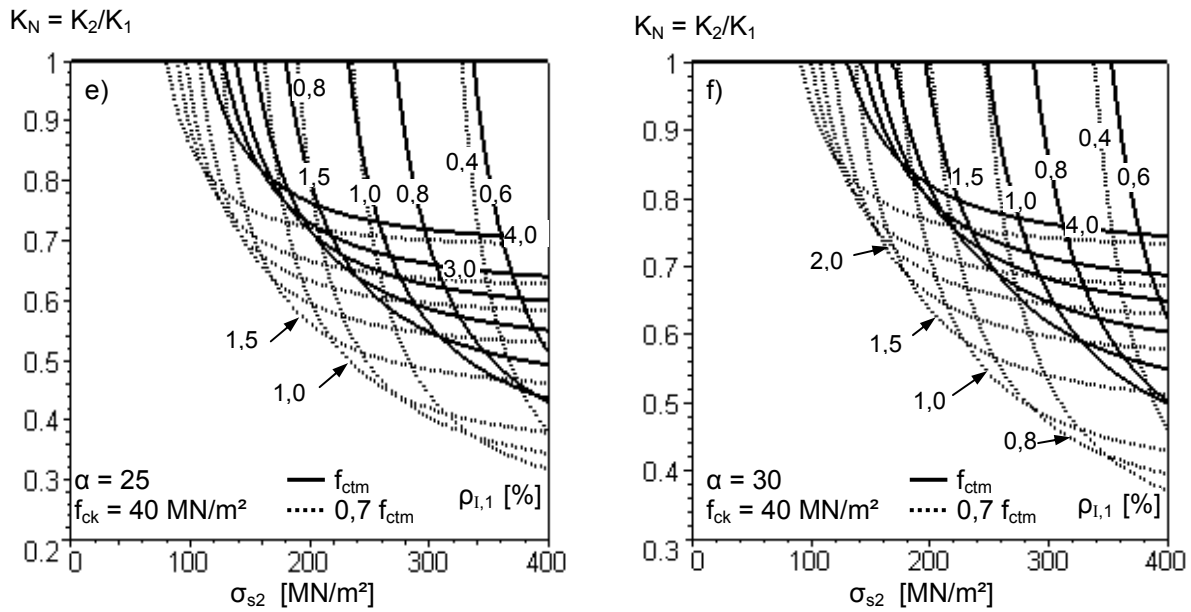


Bild A5.3: Steifigkeitsverhältnis unter Zugbeanspruchung für eine Betonfestigkeitsklasse $f_{ck} = 40$ MN/m² und unterschiedliche mittlere Betonzugfestigkeiten f_{ctm} in Abhängigkeit des Bewehrungsgrades ρ , des E-Modul-Verhältnisses α (Fortsetzung).

e) $\alpha = 25$

f) $\alpha = 30$

A6 Steifigkeitsverhältnis von Zustand I zu Zustand II für Biegebeanspruchung (Maple Berechnung)

```

> restart;with(linalg):with(plots):
>
Querschnittsgrößen Zustand I:
Hilfswerte nach Litzner:
> A1:=alpha*roh11*d/h*(1+As21*d2/(As11*d)):
> B1:=alpha*roh11*(1+As21/As11):
> kx1:=(0.5+A1)/(1+B1):
> As11:=roh11*b*h:
> As21:=roh21*b*h:
>
> k1:=simplify(1+12*(0.5-kx1)^2+12*alpha*roh11*(d/h-
kx1)^2+12*alpha*roh11*As21/As11*(kx1-d2/h)^2):
Druckzonenhöhe:
> x1:=kx1*h:
Steifigkeit:
> II1:=k1*b*h^3/12:
>
Querschnittsgrößen Zustand II:
Hilfswerte:
> A2:=alpha*roh12*(1+As22*d2/(As12*d)):
> B2:=alpha*roh12*(1+As22/As12):
> kx2:=-B2+sqrt(B2^2+2*A2):
> k2:=4*kx2^3+12*alpha*roh12*(1-
kx2)^2+12*alpha*roh12*As22/As12*(kx2-d2/d)^2:
> As12:=roh12*b*d:
> As22:=roh22*b*d:
>
innerer Hebelarm:
> z2:=d-x2/3:
Druckzonenhöhe:
> x2:=kx2*d:
Steifigkeit:
> II2:=k2*b*d^3/12:
Spannungen im Riss:
> sigmasr2:=Mcr/z2/As12:
> sigmasr1:=Mcr*(d-h/2)/II1*alpha:
Dehnungen:
> epsilons2:=sigmas2/Es:
> epsilonsr1:=sigmasr1/Es:
> epsilonsr2:=sigmasr2/Es:

ideelle Hilfswerte:
> Ai:=b*h+(alpha-1)*As12:

```

```
> dzi := (h/2-d2) * (alpha-1) * As12 / Ai :
```

```
> Mcr := fctm * III1 / (h/2-dzi) :
```

vereinfachtes Rissmoment:

```
> Mcr1 := fctm * b * h^2 / 6 :
```

Verfahren nach EC2:

Verteilungswert:

```
> beta1 := 1 :
```

```
> beta2 := 0.5 :
```

```
> xi_EC2 := 1 - beta1 * beta2 * (sigmasr2 / sigmas2) ^ 2 :
```

Verfahren nach Heft 525:

Verteilungswert:

```
> betat := 1/4 :
```

```
> xi1_DIN := 1 - (betat * (sigmas2 - sigmasr2) + (1.3 * sigmasr2 - sigmas2)) / (0.3 * sigmasr2) * (epsilonsr2 - epsilonsr1) / epsilons2 :
```

```
> xi2_DIN := 1 - betat * (epsilonsr2 - epsilonsr1) / epsilons2 :
```

Verfahren nach Model Code 90:

Verteilungswert:

```
> beta1_MC := 1 :
```

```
> beta2_MC := 0.8 :
```

```
> xi_MC := 1 - beta1_MC * beta2_MC * (sigmasr2 / sigmas2) ^ 2 :
```

Steifigkeitsverhältnis K(EC2)

```
> K_EC2 := (II2 / (xi_EC2 * III1 + (1 - xi_EC2) * II2)) :
```

Steifigkeitsverhältnis K(DIN)

```
> K_1DIN := (II2 / (xi1_DIN * III1 + (1 - xi1_DIN) * II2)) :
```

```
> K_2DIN := (II2 / (xi2_DIN * III1 + (1 - xi2_DIN) * II2)) :
```

Steifigkeitsverhältnis K(MC)

```
> K_MC := (II2 / (xi_MC * III1 + (1 - xi_MC) * II2)) :
```

Auswertung:

```
>
```

```
KEC22 := piecewise(xi_EC2 <= 0, 1, sigmas2 < sigmasr1, 1, sigmas2 > sigmasr1, K_EC2) :
```

```
>
```

```
KDIN := piecewise(xi1_DIN <= 0, 1, xi2_DIN <= 0, 1, sigmas2 < sigmasr1, 1, sigmas2 < 1.3 * sigmasr2, K_1DIN, sigmas2 < fy, K_2DIN) :
```

```
>
```

```
KMC := piecewise(xi_MC <= 0, 1, sigmas2 < sigmasr1, 1, sigmas2 > sigmasr1, K_MC) :
```

```
> KEC2:=KMC:
```

```
Materialkenngrößen / Geometrie
```

```
> fctm1:=0.3*fck^(2/3):
```

```
> fctm2:=0.7*fctm1:
```

```
> Ec0:=9500*(fck+8)^(1/3):
```

```
> alpha1:=min(1,0.8+0.2*(fck+8)/88):
```

```
> Ecm:=Ec0*alpha1:
```

```
> Es:=200000:
```

```
>
```

```
> d:=h*9/10:
```

```
> fy:=500:
```

```
Bewehrungsgrad As1
```

```
> roh21:=roh11/n:
```

```
Bewehrungsgrad As2
```

```
> roh22:=roh12/n:
```

```
> roh12:=roh11*h/d:
```

```
> d2:=0.2*h:
```

```
> n:=1:
```

```
>
```

```
>
```

```
> simplify(KEC2):
```

```
> fck:=25:
```

```
> alpha:=10:
```

```
>
```

```
plot([eval(KEC2,[roh11=0.001,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.002,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.004,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.006,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.008,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.01,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.015,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.02,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.025,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.03,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.04,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.001,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.002,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.004,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.006,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.008,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.01,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.015,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.02,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.025,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.03,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.04,fctm=fctm2])],sigmas2=0..400,y=0..1,style=line,linestyle=[SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT],symbol=cross,axes=box,color=black,thickness=2);
```

```
> alpha:=15:
```

```
>
```

```
plot([eval(KEC2,[roh11=0.001,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.002,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.004,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.006,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.008,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.01,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.015,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.02,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.025,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.03,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.04,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.001,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.002,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.004,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.006,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.008,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.01,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.015,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.02,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.025,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.03,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.04,fctm=fctm2])],sigmas2=0..400,y=0..1,style=line,linestyle=[SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT],symbol=cross,axes=box,color=black,thickness=2);
```

```
> alpha:=20:
```

```
>
```

```
plot([eval(KEC2,[roh11=0.001,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.002,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.004,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.006,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.008,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.01,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.015,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.02,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.025,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.03,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.04,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.001,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.002,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.004,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.006,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.008,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.01,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.015,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.02,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.025,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.03,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.04,fctm=fctm2])],sigmas2=0..400,y=0.2..1,style=line,linestyle=[SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT],symbol=cross,axes=box,color=black,thickness=2);
```


> alpha:=25:

>

```
plot([eval(KEC2,[roh11=0.001,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.002,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.004,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.006,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.008,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.01,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.015,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.02,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.025,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.03,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.04,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.001,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.002,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.004,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.006,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.008,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.01,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.015,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.02,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.025,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.03,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.04,fctm=fctm2])],sigmas2=0..400,y=0.3..1,style=line,linestyle=[SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT],symbol=cross,axes=box,color=black,thickness=2);
```

> alpha:=Es/Ecm:

>

```
plot([eval(KEC2,[roh11=0.001,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.002,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.004,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.006,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.008,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.01,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.015,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.02,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.025,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.03,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.04,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.001,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.002,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.004,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.006,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.008,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.01,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.015,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.02,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.025,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.03,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.04,fctm=fctm2])],sigmas2=0..400,y=0..1,style=line,linestyle=[SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT],symbol=cross,axes=box,color=black,thickness=2);
```

>

A7 Steifigkeitsverhältnis von Zustand I zu Zustand II bei reiner Zugbeanspruchung (Maple Berechnung)

```
> restart;with(linalg):
```

```
>
```

Querschnittswerte

Zustand I:

```
> Ai1:=b*h+(alpha-1)*(As11+As21):
```

Zustand II:

```
> Ai2:=(alpha)*(As12+As22):
```

Rissnormalkraft:

```
> Ncr:=fctm*Ai1:
```

Spannungen / Dehnungen:

```
> sigmasr2:=Ncr/(As12+As22):
```

```
> sigmasr1:=Ncr/Ai1:
```

```
> epsi-
```

```
lonsr1:=sigmasr1/Es:epsilonsr2:=sigmasr2/Es:epsilons2:=sigmas2/Es:
```

Verteilungsbeiwerte:

```
> xi_EC2:=1-beta1*beta2*(sigmasr2/sigmas2)^2:
```

```
> xi_1DIN:=1-(betat*(sigmas2-sigmasr2)+(1.3*sigmasr2-sigmas2))/(0.3*sigmasr2)*(epsilonsr2-epsilonsr1)/epsilons2:
```

```
> xi_2DIN:=1-betat*(epsilonsr2-epsilonsr1)/epsilons2:
```

```
> xi_MC:=1-beta1_MC*beta2_MC*(sigmasr2/sigmas2)^2:
```

```
> beta1:=1:beta2:=0.5:betat:=1/4:
```

```
> beta1_MC:=1:
```

```
> beta2_MC:=0.8:
```

Steifigkeitsverhältnis:

```
> K_EC:=Ai2/(Ai1*xi_EC2+Ai2*(1-xi_EC2)):
```

```
> K_1DIN:=Ai2/(Ai1*xi_1DIN+Ai2*(1-xi_1DIN)):
```

```
> K_2DIN:=Ai2/(Ai1*xi_2DIN+Ai2*(1-xi_2DIN)):
```

```
> K_MC:=Ai2/(Ai1*xi_MC+Ai2*(1-xi_MC)):
```

```
>
```

```
KMC:=piecewise(xi_MC<=0,1,sigmas2<sigmasr1,1,sigmas2>sigmasr1,K_MC):
```

```
>
```

```
KEC:=piecewise(xi_EC2<=0,1,sigmas2<sigmasr1,1,sigmas2>sigmasr1,K_EC):
```

```
>
KDIN:=piecewise(xi_1DIN<=0,1,xi_2DIN<=0,1,sigmas2<sigmasr1,1,s
igmas2<1.3*sigmasr2,K_1DIN,sigmas2<fy,K_2DIN):
```

Materialkennwerte / Geometrie:

```
> fctm1:=0.3*fck^(2/3):
> fctm2:=0.7*fctm1:
> Ec0:=9500*(fck+8)^(1/3):
> alpha1:=min(1,0.8+0.2*(fck+8)/88):
> Ecm:=Ec0*alpha1:
> Es:=200000:
>
> h:=d*10/9:
> fy:=500:
```

Bewehrungsgrad As1

```
> As11:=roh11*b*h:
> As21:=roh21*b*h:
> As12:=roh12*b*d:
> As22:=roh22*b*d:
> roh21:=roh11:
> roh22:=roh12:
> roh12:=roh11*h/d:
```

Bewehrungsgrad As2

```
>
> KEC2:=simplify(KMC):
```

Auswertung:

```
>
> fck:=25:
> alpha:=10:
>
plot([eval(KEC2,[roh11=0.002,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.0
04,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.006,fctm=fctm1]),eval(KEC2,
[roh11=0.008,fctm=fctm1]),e-
val(KEC2,[roh11=0.01,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.015,fctm=
fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.02,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.
025,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.03,fctm=fctm1]),eval(KEC2,
[roh11=0.04,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.002,fctm=fctm2]),e
val(KEC2,[roh11=0.004,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.006,fctm
=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.008,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=
0.01,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.015,fctm=fctm2]),eval(KEC
2,[roh11=0.02,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.025,fctm=fctm2])
,eval(KEC2,[roh11=0.03,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.04,fctm
=fctm2])],sigmas2=0..400,y=0..1,style=line,linestyle=[SOLID,SO
LID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,DOT,DOT,DO
```

```
T, DOT, DOT, DOT, DOT, DOT, DOT, DOT], symbol=cross, axes=box, color=black, thickness=2);
```

```
> alpha:=15:
```

```
>
```

```
plot([eval(KEC2, [roh11=0.002, fctm=fctm1]), eval(KEC2, [roh11=0.004, fctm=fctm1]), eval(KEC2, [roh11=0.006, fctm=fctm1]), eval(KEC2, [roh11=0.008, fctm=fctm1]), eval(KEC2, [roh11=0.01, fctm=fctm1]), eval(KEC2, [roh11=0.015, fctm=fctm1]), eval(KEC2, [roh11=0.02, fctm=fctm1]), eval(KEC2, [roh11=0.025, fctm=fctm1]), eval(KEC2, [roh11=0.03, fctm=fctm1]), eval(KEC2, [roh11=0.04, fctm=fctm1]), eval(KEC2, [roh11=0.002, fctm=fctm2]), eval(KEC2, [roh11=0.004, fctm=fctm2]), eval(KEC2, [roh11=0.006, fctm=fctm2]), eval(KEC2, [roh11=0.008, fctm=fctm2]), eval(KEC2, [roh11=0.01, fctm=fctm2]), eval(KEC2, [roh11=0.015, fctm=fctm2]), eval(KEC2, [roh11=0.02, fctm=fctm2]), eval(KEC2, [roh11=0.025, fctm=fctm2]), eval(KEC2, [roh11=0.03, fctm=fctm2]), eval(KEC2, [roh11=0.04, fctm=fctm2])], sigmas2=0..400, y=0..1, style=line, linestyle=[SOLID, SOLID, SOLID, SOLID, SOLID, SOLID, SOLID, SOLID, SOLID, SOLID, DOT, DOT, DOT, DOT, DOT, DOT, DOT, DOT], symbol=cross, axes=box, color=black, thickness=2);
```

```
> alpha:=20:
```

```
>
```

```
plot([eval(KEC2, [roh11=0.002, fctm=fctm1]), eval(KEC2, [roh11=0.004, fctm=fctm1]), eval(KEC2, [roh11=0.006, fctm=fctm1]), eval(KEC2, [roh11=0.008, fctm=fctm1]), eval(KEC2, [roh11=0.01, fctm=fctm1]), eval(KEC2, [roh11=0.015, fctm=fctm1]), eval(KEC2, [roh11=0.02, fctm=fctm1]), eval(KEC2, [roh11=0.025, fctm=fctm1]), eval(KEC2, [roh11=0.03, fctm=fctm1]), eval(KEC2, [roh11=0.04, fctm=fctm1]), eval(KEC2, [roh11=0.002, fctm=fctm2]), eval(KEC2, [roh11=0.004, fctm=fctm2]), eval(KEC2, [roh11=0.006, fctm=fctm2]), eval(KEC2, [roh11=0.008, fctm=fctm2]), eval(KEC2, [roh11=0.01, fctm=fctm2]), eval(KEC2, [roh11=0.015, fctm=fctm2]), eval(KEC2, [roh11=0.02, fctm=fctm2]), eval(KEC2, [roh11=0.025, fctm=fctm2]), eval(KEC2, [roh11=0.03, fctm=fctm2]), eval(KEC2, [roh11=0.04, fctm=fctm2])], sigmas2=0..400, y=0.2..1, style=line, linestyle=[SOLID, SOLID, SOLID, SOLID, SOLID, SOLID, SOLID, SOLID, SOLID, SOLID, DOT, DOT, DOT, DOT, DOT, DOT, DOT, DOT], symbol=cross, axes=box, color=black, thickness=2);
```

```
> alpha:=25:
```

```
>
```

```
plot([eval(KEC2,[roh11=0.002,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.004,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.006,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.008,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.01,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.015,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.02,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.025,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.03,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.04,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.002,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.004,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.006,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.008,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.01,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.015,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.02,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.025,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.03,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.04,fctm=fctm2])],sigmas2=0..400,y=0.2..1,style=line,linestyle=[SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT],symbol=cross,axes=box,color=black,thickness=2);
```

```
> alpha:=30:
```

```
>
```

```
plot([eval(KEC2,[roh11=0.002,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.004,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.006,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.008,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.01,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.015,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.02,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.025,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.03,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.04,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.002,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.004,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.006,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.008,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.01,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.015,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.02,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.025,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.03,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.04,fctm=fctm2])],sigmas2=0..400,y=0..1,style=line,linestyle=[SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT],symbol=cross,axes=box,color=black,thickness=2);
```

```
> alpha:=Es/Ecm:
> simplify(alpha):

plot([eval(KEC2,[roh11=0.002,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.0
04,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.006,fctm=fctm1]),eval(KEC2,
[roh11=0.008,fctm=fctm1]),e-
val(KEC2,[roh11=0.01,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.015,fctm=
fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.02,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.
025,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.03,fctm=fctm1]),eval(KEC2,
[roh11=0.04,fctm=fctm1]),eval(KEC2,[roh11=0.002,fctm=fctm2]),e
val(KEC2,[roh11=0.004,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.006,fctm
=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.008,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=
0.01,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.015,fctm=fctm2]),eval(KEC
2,[roh11=0.02,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.025,fctm=fctm2])
,eval(KEC2,[roh11=0.03,fctm=fctm2]),eval(KEC2,[roh11=0.04,fctm
=fctm2])],sigmas2=0..400,y=0..1,style=line,linestyle=[SOLID,SO
LID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,SOLID,DOT,DOT,DO
T,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT,DOT],symbol=cross,axes=box,color=bla
ck,thickness=2);
```

B Weiteres Anwendungsbeispiel (Anhang zu Abschnitt 10)

B1 Beispiel 4: Anwendung des allgemeinen Nomogrammverfahrens am Beispiel eines Stahlbetonskelettbau

B1.1 Allgemeines

Bei dem vorliegenden Beispiel handelt es sich um einen Stahlbetonskelettbau, das als Bürogebäude genutzt werden soll. Die Grundrissabmessungen betragen ca. $l \times b = 40,00 \text{ m} \times 25,00 \text{ m}$. Das Gebäude ist im Grundriss doppelt symmetrisch und besteht aus einem Kellergeschoss, aus einem Erdgeschoss sowie aus zwei Obergeschossen. Die Stahlbetonstützen (Stützenabmessungen $30 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$) sind in einem regelmäßigen Raster von $5,00 \text{ m} \times 5,00 \text{ m}$ angeordnet. Als Gründungselement dient eine elastisch gebettete Bodenplatte (Dicke $h = 50 \text{ cm}$). Die Aussteifung erfolgt durch zwei Treppenhaukerne. Bei dem anstehenden Baugrund handelt es sich um einen Seeton. Die Berechnung wurde am Gesamtsystem mit dem FE-Programm RFEM von Dlubal durchgeführt. Eine 3-dimensionale Darstellung des Gesamtsystems enthält nachfolgendes Bild.

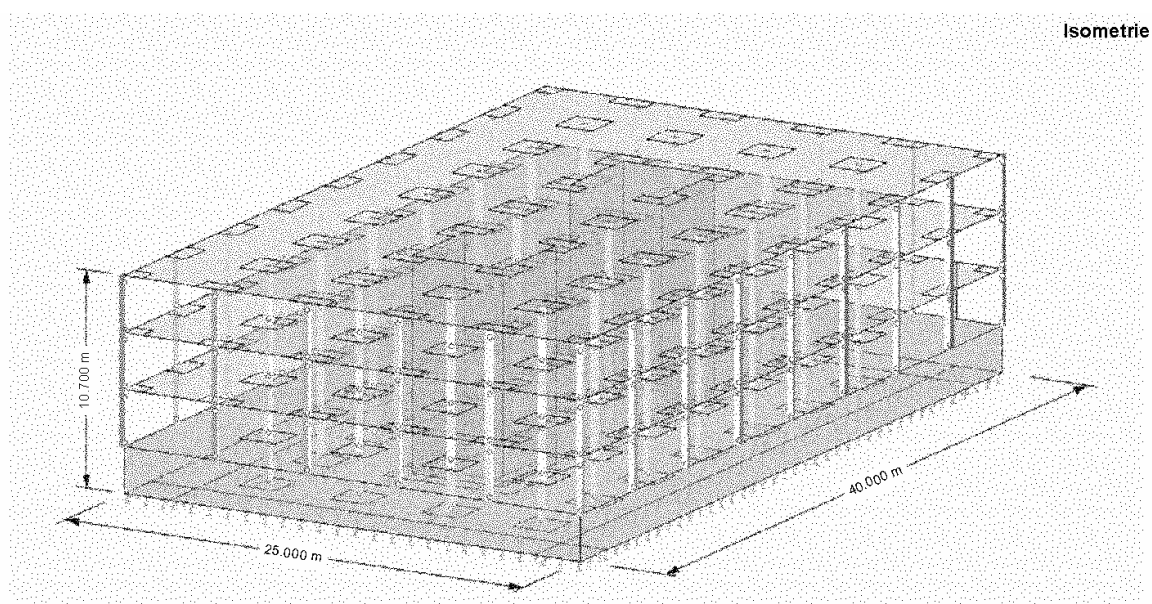


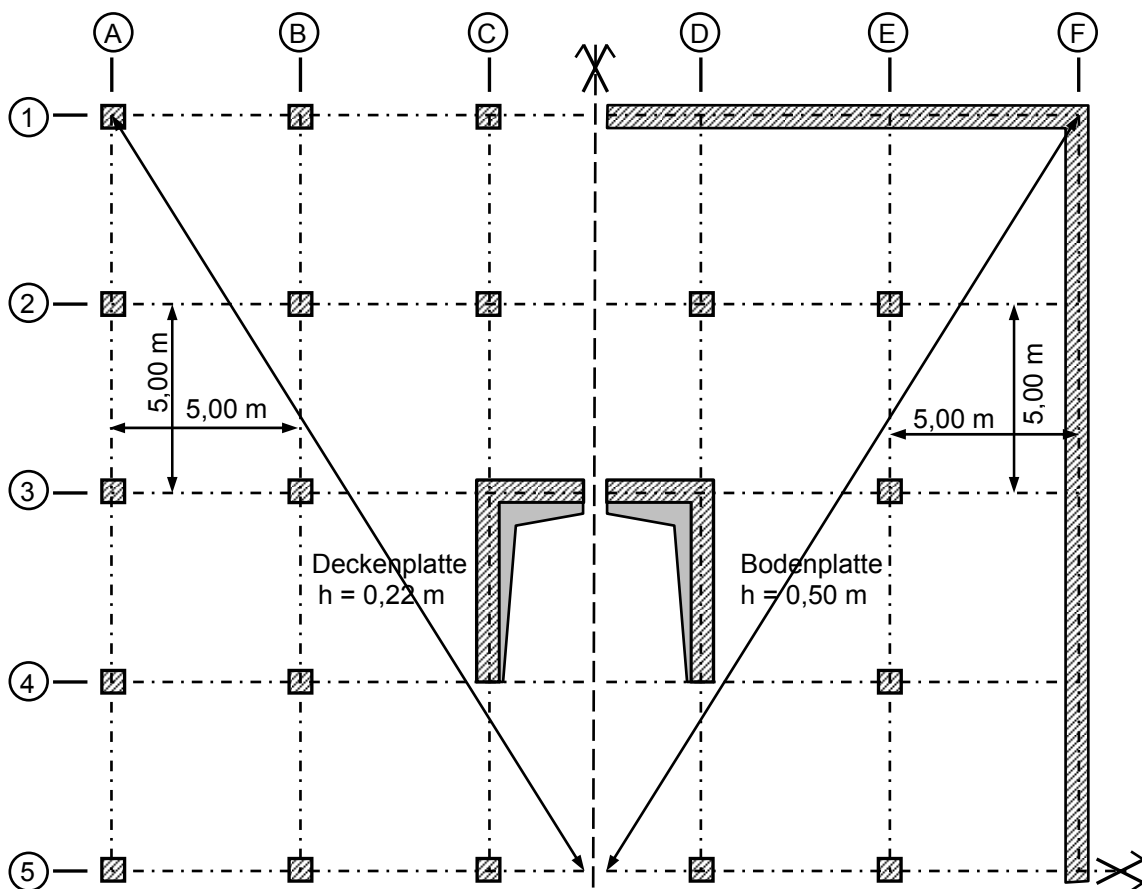
Bild B1: Dreidimensionale Darstellung des Gesamtsystems

B1.2 Voraussetzungen und Annahmen

Die Grundrissdarstellungen des Kellergeschosses sowie der Obergeschosse enthält Bild B2. Dargestellt ist jeweils ein Viertelsystem. Eine Ansicht des Gebäudes enthält Bild B4. Das statische System ist in Bild B3 dargestellt. Weitere Details sind in Tabelle 10.22 zusammengestellt.

Tabelle B1: Weitere Annahmen und Definitionen

Eingangswerte	
Nutzung	Bürogebäude
Grundrissabmessungen	$l \times b = 40,00 \text{ m} \times 25,00 \text{ m}$
Wanddicken	$h = 30 \text{ cm}$
Bodenplattendicke	$h = 50 \text{ cm}$
Deckendicken	$h = 22 \text{ cm}$
Geschosshöhen	Siehe Ansicht Bild B3
Betonfestigkeitsklasse aller Bauteile	C 30/37
Elastizitätsmodul	$E_{cm} = 28300 \text{ MN/m}^2$
Bewehrungsstahl	BSt 500/550 S,M (A)
Baugrund Seeton: Bettungsmodul	$k_s = 3,0 \text{ MN/m}^2$ (Annahme)
Bettungsmodulverteilung	nach Soumaya (2005); vgl. Abschnitt 8; siehe Bild B5
statisches System	Siehe Bild B4
untersuchte Schnitte	Siehe Bild B6

**Bild B2:** Grundrissdarstellung des Erdgeschosses, der Obergeschosse sowie des Kellergeschosses

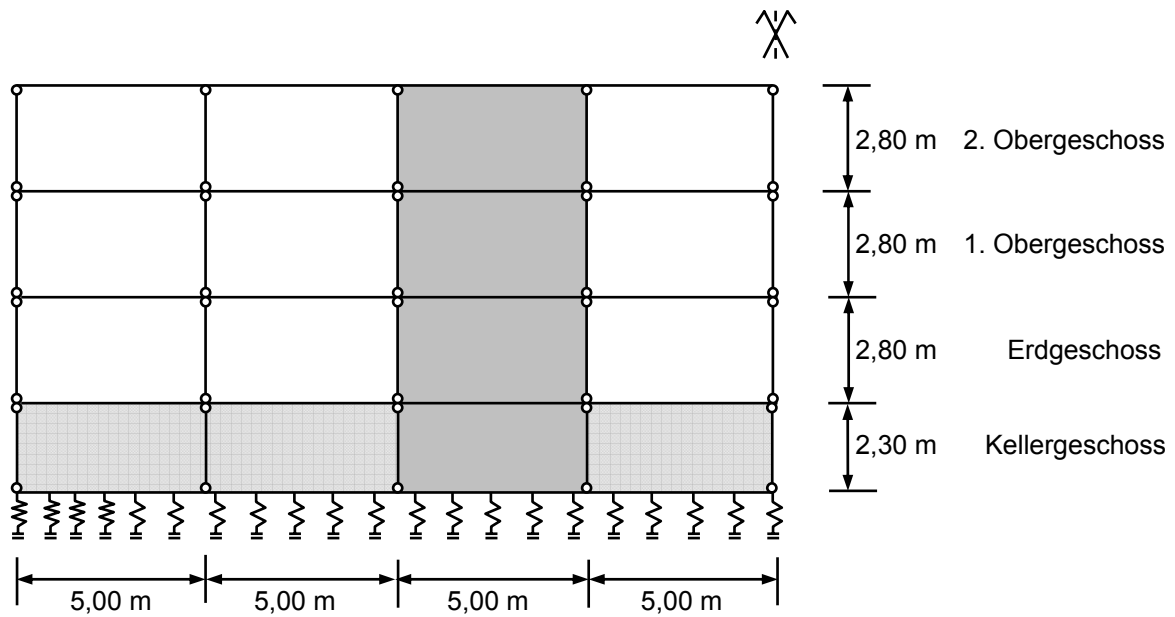


Bild B3: Statisches System

Für die Lasten sind die Belastungsannahmen in Tabelle B2 zusammengestellt, die betrachteten Gebäudeschnitte sind in Bild B6 definiert. Aufgrund der Symmetrie werden jeweils die halben Verläufe grafisch dargestellt.

Tabelle B2: Lastannahmen

Eigengewicht	Deckenaufbau Decke über KG bis Decke über 1.OG	$g_1 = 1,50 \text{ kN/m}^2$
	Dachgeschossdecke (extensive Begrünung incl. Aufbau)	$g_D = 3,00 \text{ kN/m}^2$
	Umlaufende Attika	$g = 1,50 \text{ kN/m}$
	Fassade	$g = 1,50 \text{ kN/m}$
Verkehrs-/ Nutzlasten	Decke über Kellergeschoss bis Decke über 1.OG (Büro)	$p = 2,00 \text{ kN/m}^2$
	Leichte Trennwände (Decke über KG bis Decke über 1. OG)	$p_1 = 0,80 \text{ kN/m}^2$
	Bodenplatte	$p = 5,00 \text{ kN/m}^2$
quasi-ständiger Kombinationsfaktor		$\Psi_2 = 0,30 [-]$

Nachfolgendes Bild B4 zeigt beispielhaft die absoluten, errechneten Verschiebungen der Decke über dem 2. Obergeschoss zum Zeitpunkt $t = \infty$.

Die Verteilung des Bettungsmoduls im Bereich Bodenplatte wird entsprechend *Soumaya (2005)* angenommen. Sie ist am Viertelsystem in Bild B5 dargestellt.

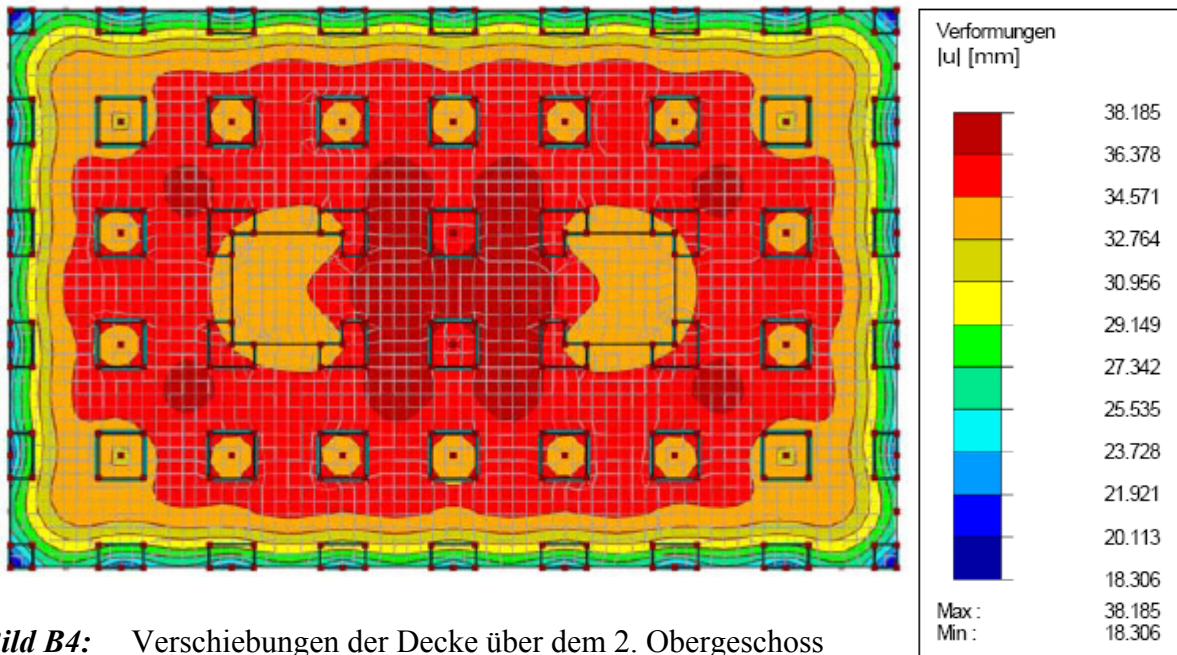
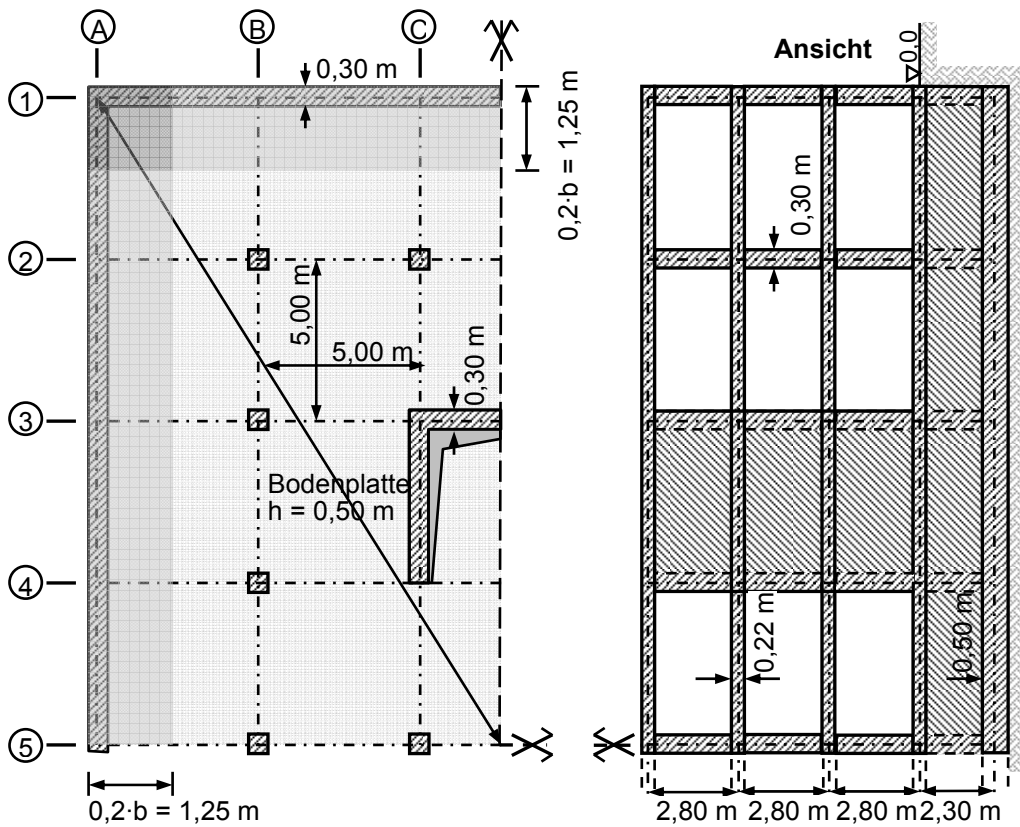


Bild B4: Verschiebungen der Decke über dem 2. Obergeschoss zum Zeitpunkt $t = \infty$.



Bettungsmodulverteilung nach Soumaya (2005); (vgl. Abschnitt 9):
 $k_s = 3,0 \text{ MN/m}^2$

- $k_{s,m} = 2,37 \text{ MN/m}^2$
- $k_{s,r} = 1,75 \cdot k_{s,m}$
- $k_{s,e} = 3,50 \cdot k_{s,m}$

Bild B5: Gebäudeansicht und Bettungsmodulverteilung nach Soumaya (2005)

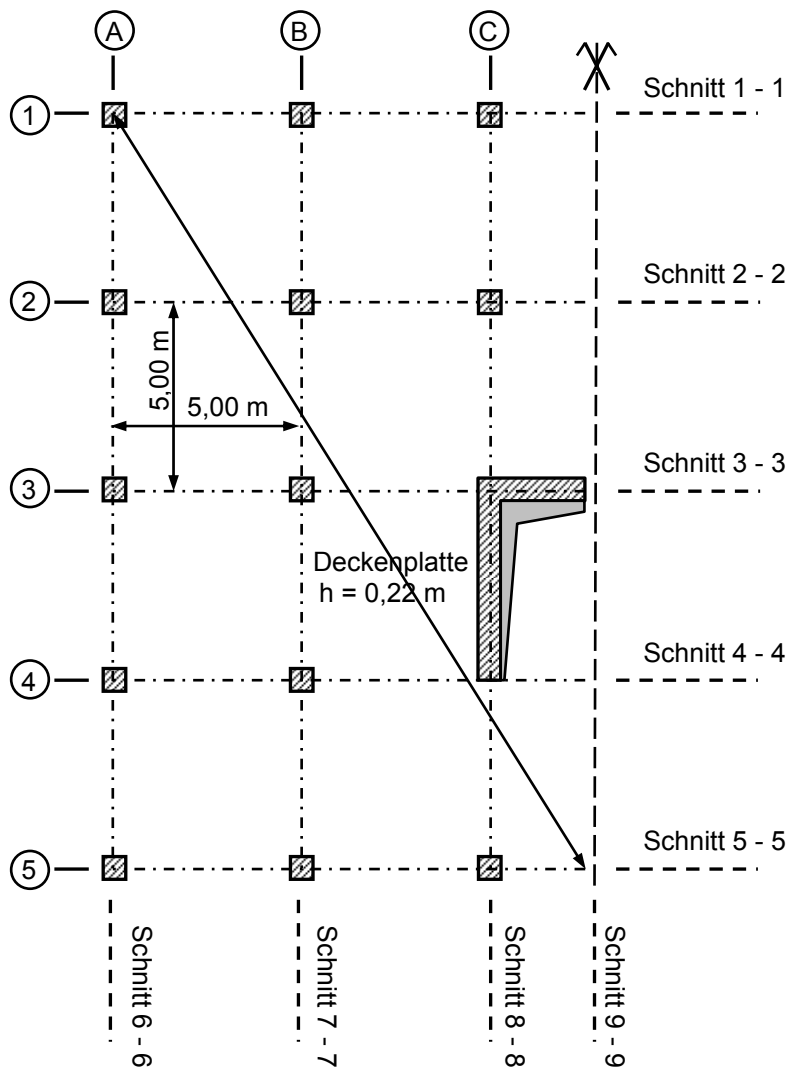


Bild B6: Definition der untersuchten Gebäudeschnitte

Die Betrachtungen werden unter folgenden Annahmen zu den Zeitpunkten $t = 0$ und $t = \infty$ durchgeführt, so dass sich für jeden Decken- bzw. Bodenplattenschnitt drei unterschiedliche Verschiebungsverläufe ergeben, Tabelle B3.

Die Auswertung erfolgt unter Berücksichtigung der gerissenen Querschnittsbereiche zu den Zeitpunkten $t = 0$ und $t = \infty$.

Tabelle B3: Annahmen zu den Zeitpunkten $t = 0$ und $t = \infty$

Zeitpunkt	Annahmen	Definition gerissener Deckenquerschnitte im Bereich der Stützen und Wandenden bzw. -ecken
$t = 0$	1.) ungerissene Querschnitte 2.) gerissene Deckenquerschnitte im Bereich der Stützen und Wandenden bzw. -ecken	<p>Einheit: [m]</p> <p>Gerissene Bereiche</p>
$t = \infty$	gerissene Deckenquerschnitte im Bereich der Stützen und Wandenden bzw. -ecken: 3.) Kriechen wird über einen effektiven Elastizitätsmodul berücksichtigt und Schwinden über eine gleichmäßige Temperaturbelastung	

Aus einer Vorlaufberechnung im Grenzzustand der Tragfähigkeit ergeben sich nachfolgend aufgeführte Bewehrungsgrade, Tabelle B4.

Tabelle B4: Ermittelte Bewehrungsgrade aus einer Vorlaufberechnung im Grenzzustand der Tragfähigkeit

Deckenkonstruktionen:	
Grundbewehrungsgrad (untere und obere Lage)	$\rho_x = \rho_y \approx 0,19 \%$
Innenstützen (obere Bewehrungslage)	$\rho_x = \rho_y \approx 1,04 \%$
Randstützen, Wandenden, Wandecken (obere Bewehrungslage)	$\rho_x = \rho_y \approx 0,62 \%$
Eckstützen (obere Bewehrungslage)	$\rho_x = \rho_y \approx 0,29 \%$
Bodenplatte:	
Grundbewehrungsgrad (untere und obere Lage)	$\rho_x = \rho_y \approx 0,26 \%$
Innenstützen (untere Bewehrungslage)	$\rho_x = \rho_y \approx 0,80 \%$
Rand- und Eckbereiche (obere Bewehrungslage)	$\rho \approx 0,27 \%$

Darüber hinaus werden für die Betrachtungen zum Zeitpunkt $t = \infty$ folgende Kriechbeiwerte berücksichtigt, Tabelle B5.

Tabelle B5: Berücksichtigung von Kriechen zum Zeitpunkt $t = \infty$

Relative Luftfeuchte (Annahme)	RH \approx 65 %
Kriechbeiwert (einheitlich für alle Querschnitte): berücksichtigt durch einen effektiven E-Modul $E_{c,eff}$:	$\varphi_{\infty} \approx 2,00$ [-] $E_{c,eff} = 10042$ MN/m ²
gerissene Decken- und Bodenplattenbereiche (einheitlich für Decken- und Bodenplattenquerschnitte): <u>Zeitpunkt $t = 0$:</u> Steifigkeit Zustand I / Zustand II berücksichtigt durch einen effektiven E-Modul $E_{c,eff}^0$:	$K^0 = K_1^0/K_2^0 \approx 0,3$ [-] $E_{c,eff}^0 \approx 8490$ MN/m ²
<u>Zeitpunkt $t = \infty$:</u> Steifigkeit Zustand I / Zustand II berücksichtigt durch einen effektiven E-Modul $E_{c,eff}^{\infty}$:	$K^{\infty} = K_1^{\infty}/K_2^{\infty} \approx 0,55$ [-] $E_{c,eff}^{\infty} \approx 5523$ MN/m ²

Das Schwinden kann näherungsweise durch äquivalente Temperaturbelastungen in der Berechnung berücksichtigt werden. Für die überwiegend durch Normalkraft beanspruchten, vertikal verlaufenden Bauteile (Wände, Stützen) wird angenommen, dass eine gleichmäßige Temperaturbelastung den Schwindvorgang zum Zeitpunkt $t = \infty$ ausreichend genau beschrieben werden kann. Aus der Bedingung, dass die Schwinddehnungen ε_{cs} den Temperaturdehnungen ε_T entsprechen,

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_T \quad (B1)$$

folgt mit $\varepsilon_T = \alpha_T \cdot T_S$ die Temperaturbelastung T_S zu

$$T_S = \frac{\varepsilon_{cs}}{\alpha_T} \quad \text{mit} \quad \alpha_T = 1,0 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{1}{K} \quad (B2)$$

Für die überwiegend biegebeanspruchten horizontalen Bauteile (Decken, Bodenplatte) wird der Schwindvorgang näherungsweise durch eine Temperaturdifferenz $\Delta T = T_u - T_o$ berücksichtigt. Aus der Bedingung, dass die Krümmungen infolge Schwinden den Krümmungen infolge Temperaturdifferenz entsprechen

$$\kappa_{\Delta T} = \kappa_{cs}, \quad \text{bzw.} \quad \frac{1}{r_{\Delta T}} = \frac{1}{r_{cs}} \quad (B3)$$

folgt mit

$$\frac{1}{r_{\Delta T}} = \frac{\alpha_T \cdot \Delta T}{h} \quad \text{und} \quad \frac{1}{r_{cs}} = \varepsilon_{cs} \cdot \alpha_e \cdot \frac{S_i}{I_i} \quad (B4)$$

die Temperaturdifferenz

$$\Delta T = \varepsilon_{cs} \cdot \alpha_e \cdot \frac{S_i}{I_i} \cdot \frac{h}{\alpha_T} \quad (B5)$$

In Abhängigkeit der Bewehrungsgrade in Tabelle B4 ergeben sich die nachfolgend aufgeführten Werte. Näherungsweise werden nur die Bewehrungsgehalte im Zugbereich berücksichtigt.

Tabelle B6: Temperaturbeanspruchungen zur Berücksichtigung der Schwinddehnungen

Schwinddehnungen: (Mittelwert für alle Bauteile)			$\epsilon_{cs} = -0,5 \text{ ‰}$	
Verhältnis der E-Moduln: $\alpha_e = E_s / E_{c,eff}$			$\alpha_e \approx 20 [-]$	
Deckenkonstruktionen:				
Zustand	Bereich	Bewehrungsgrad	Verhältnis	Temperaturdifferenz $\Delta T = T_u - T_o$
Zustand I	Feld	$\rho_x = \rho_y \approx 0,19 \%$	$S_I/I_I = 0,02525 \text{ 1/m}$	$\Delta T_{cs} = -5,55 \text{ K}$
	Eckstütze	$\rho_x = \rho_y \approx 0,29 \%$	$S_I/I_I = 0,0373 \text{ 1/m}$	$\Delta T_{cs} = -8,21 \text{ K}$
Zustand II	Innenstütze	$\rho_x = \rho_y \approx 1,04 \%$	$S_{II}/I_{II} = 0,331 \text{ 1/m}$	$\Delta T_{cs} = -73,28 \text{ K}$
	Randstützen, Wandenden, Wandecken	$\rho_x = \rho_y \approx 0,62 \%$	$S_{II}/I_{II} = 0,321 \text{ 1/m}$	$\Delta T_{cs} = -70,62 \text{ K}$
Bodenplatte:				
Zustand I	Bereich	Bewehrungsgrad	Verhältnis	Temperaturdifferenz $\Delta T = T_u - T_o$
Zustand I	Feldbereich	$\rho_x = \rho_y \approx 0,26 \%$	$S_I/I_I = 0,020 \text{ 1/m}$	$\Delta T_{cs} = -10,0 \text{ K}$
	Randbereich Eckbereich	$\rho \approx 0,27 \%$	$S_I/I_I = 0,0205 \text{ 1/m}$	$\Delta T_{cs} = -10,0 \text{ K}$
Zustand II	Innenstütze	$\rho_x = \rho_y \approx 0,80 \%$	$S_{II}/I_{II} = 0,130 \text{ 1/m}$	$\Delta T_{cs} = -65,0 \text{ K}$
Wände, Stützen				$T_s = -50 \text{ K}$

Zur Ermittlung der Ersatzsteifigkeiten ergibt sich für punktgestützte Platten nach *Heft 240 DAfStb* eine mitwirkende Plattenbreite je Seite senkrecht zur betrachteten Tragrichtung von je $0,2 \cdot l$. Die Einteilung ist in nachfolgendem Bild B7 dargestellt. Dieser Wert ergibt sich etwa auch für die Feldbereiche nach *DIN 1045-1*. Tabelle B7 enthält die Ersatzsteifigkeiten für die betrachteten Schnitte.

Bild B8 stellt die absoluten Verschiebungen im Bereich der Bodenplatte zum Zeitpunkt $t = \infty$ dar.

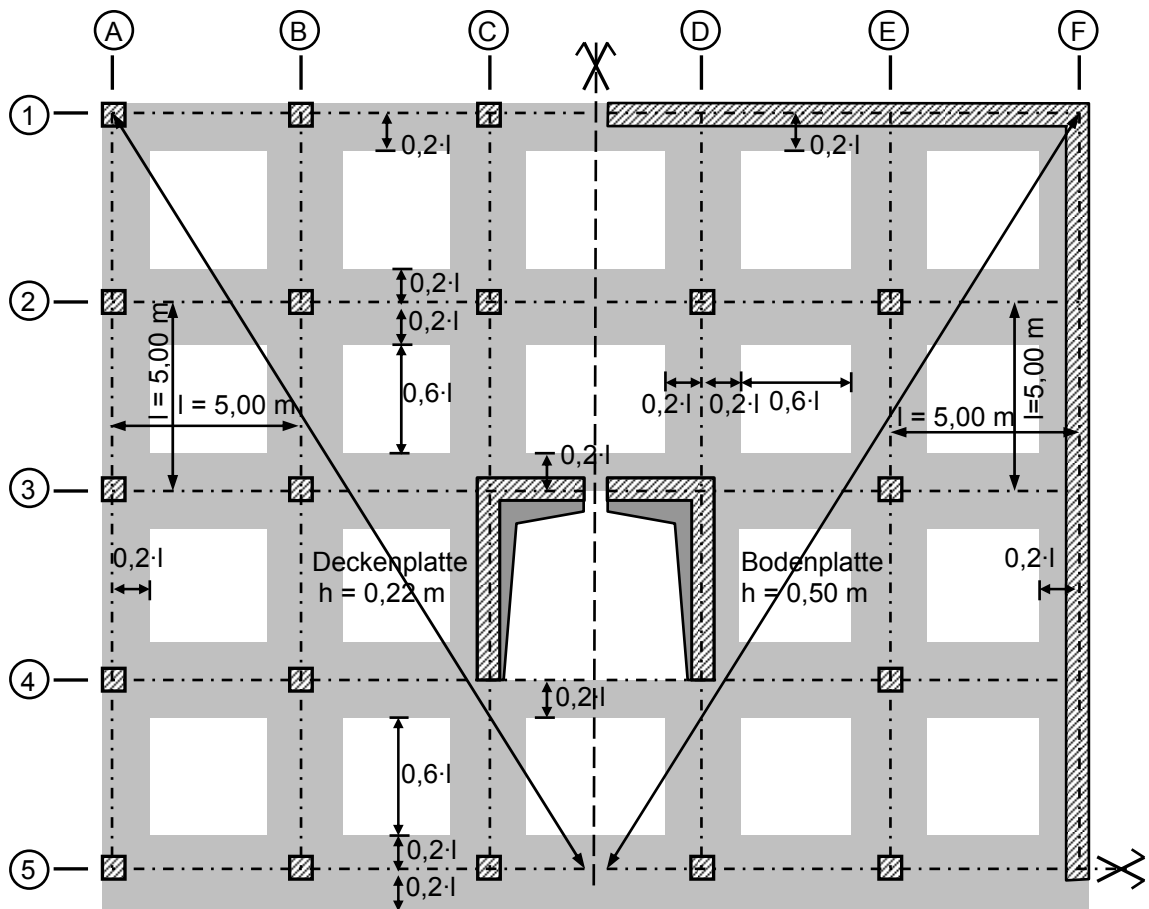


Bild B7: Mitwirkende Plattenbreite nach Heft 240 DAfStb.

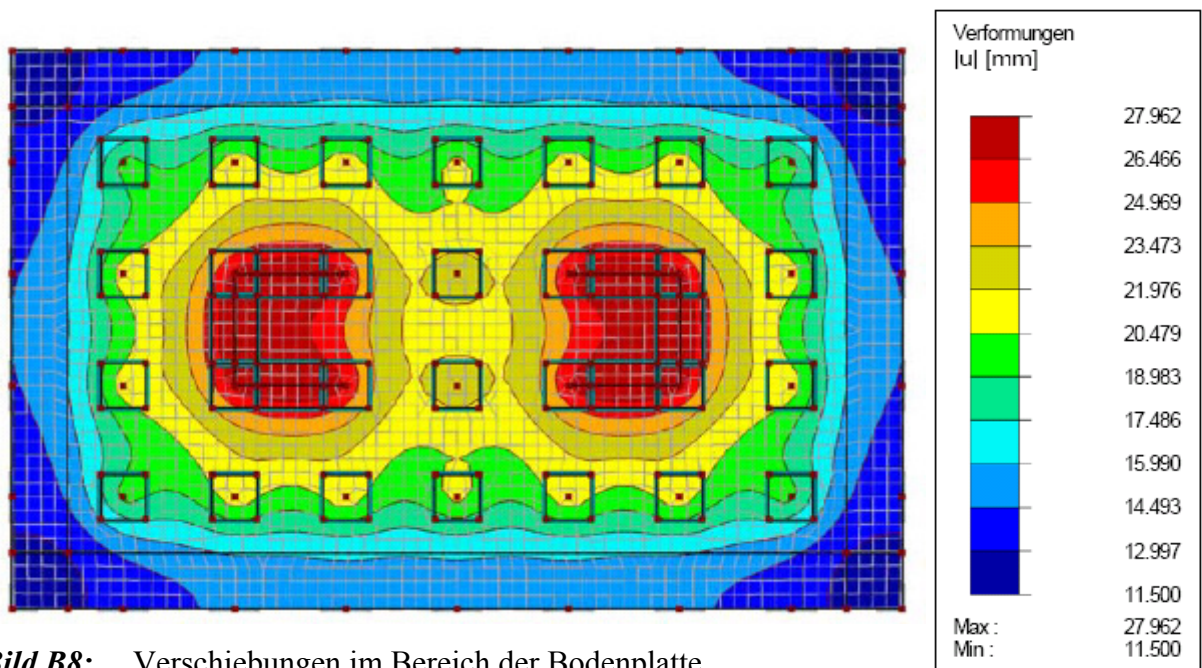
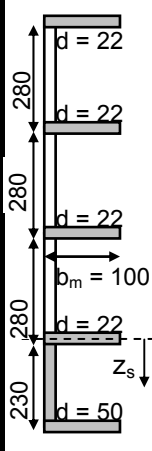
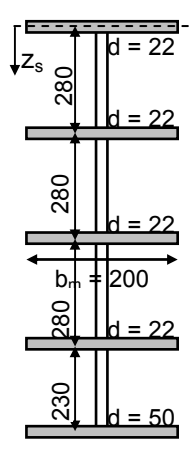
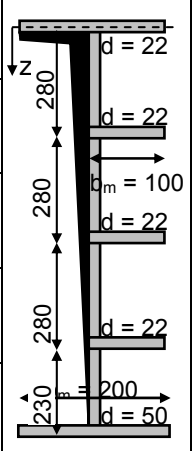


Bild B8: Verschiebungen im Bereich der Bodenplatte zum Zeitpunkt $t = \infty$.

Tabelle B7: Ersatzsteifigkeiten für die untersuchten Gebäudeschnitte

Schnitt 1, Schnitt 6	Schnitt 7, Schnitt 2, Schnitt 5, Schnitt 4 (näherungs- weise), Schnitt 9	Schnitt 3, Schnitt 8 (Bereich Treppenhaus)
 <p> $I_y = 22 \cdot 100^3/12 = 88733 \text{ cm}^4$ $A = 2200 \text{ cm}^2$ </p> <p> $I_y = 88733 \text{ cm}^4$ $A = 2200 \text{ cm}^2$ </p> <p> $I_y = 88733 \text{ cm}^4$ $A = 2200 \text{ cm}^2$ </p> <p> $b_m = 100$ $z_s = 137,8 \text{ cm}$ $I_y = 119351596 \text{ cm}^4$ $A = 14100 \text{ cm}^2$ </p>	 <p> $I_y = 22 \cdot 200^3/12 = 177467 \text{ cm}^4$ $A = 4400 \text{ cm}^2$ </p> <p> $I_y = 177467 \text{ cm}^4$ $A = 4400 \text{ cm}^2$ </p> <p> $I_y = 177467 \text{ cm}^4$ $A = 4400 \text{ cm}^2$ </p> <p> $I_y = 177467 \text{ cm}^4$ $A = 4400 \text{ cm}^2$ </p> <p> $I_y = 50 \cdot 200^3/12 = 2083333 \text{ cm}^4$ $A = 10000 \text{ cm}^2$ </p>	 <p> $z_s = 594,53 \text{ cm}$ $I_y = 72,34 \text{ m}^4$ $A = 53100 \text{ cm}^2 = 5,31 \text{ m}^4$ </p>
$\Sigma I_y \approx 119617795 \text{ cm}^4 = 1,20 \text{ m}^4$ $\Sigma A \approx 20700 \text{ cm}^2 = 2,07 \text{ m}^2$ $A_s \approx 5750 \text{ cm}^2 = 0,575 \text{ m}^2$	$\Sigma I_y \approx 2793201 \text{ cm}^4 = 0,028 \text{ m}^4$ $\Sigma A \approx 27600 \text{ cm}^2 = 2,76 \text{ m}^2$ $A_s \approx 23000 \text{ cm}^2 = 2,30 \text{ m}^2$	$\Sigma I_y \approx 72,34 \text{ m}^4$ $\Sigma A \approx 53100 \text{ cm}^2 = 5,31 \text{ m}^2$ $A_s \approx 26750 \text{ cm}^2 = 2,675 \text{ m}^2$
<p>Bemerkung: Alle Maße in [cm];</p> <p>A_s...Schubfläche;</p> <p>I_y...Flächenträgheitsmoment;</p> <p>A...Fläche;</p> <p>z_s...Schwerpunktsabstand von der Systemlinie der obersten Decke</p>		

B.1.3 Auswertung

Aus der dreidimensionalen Berechnung ergibt sich insgesamt eine Muldenlagerung. Die einzelnen Grafiken der untersuchten Schnitte zeigen die Verläufe der Setzungsdifferenzen zu den Zeitpunkten $t = 0$ bzw. $t = \infty$. Die Gleichmaßsetzung ist bereits von der Gesamtsetzung subtrahiert. Für das setzungserzeugende Lastbild kann entsprechend dem Vergleich in Abschnitt 5 zwischen mehreren wirkenden Einzellasten und einer Gleichlast in guter Näherung von einem Gleichlastbild ausgegangen werden. Es gelten folgende Versagensbeziehungen:

Biegeversagen:
$$\frac{\Delta}{l} = \frac{5}{48} \cdot \frac{l}{z} \cdot \varepsilon_B \cdot \left(1 + \frac{48}{5} \cdot \frac{EI}{GA_s \cdot l^2} \right) \tag{B6}$$

Schubversagen:
$$\frac{\Delta}{l} = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_S \cdot \left(1 + \frac{5}{48} \cdot \frac{GA_s \cdot l^2}{EI} \right) \tag{B7}$$

Darüber hinaus zeigen die vereinfachten Verläufe zwischen den einzelnen Achsen auch Übergänge von einer lokalen Muldenlagerung in eine lokale Sattellagerung. Aus diesem Grund werden neben den ganzheitlichen Betrachtungen zur Muldenlagerung auch lokale Teil-

abschnitte näher untersucht. Weitere Erläuterungen – auch zu den setzungserzeugenden Teillastbildern – werden bei der Auswertung der einzelnen Schnitte gegeben.

Die kritische Zugdehnung ergibt sich unter dauernd wirkender Belastung entsprechend Abschnitt 10.3 zum Zeitpunkt $t = 0$

$$\varepsilon_{B,krit} = \frac{0,7 \cdot f_{ctm}}{E_{cm}} = \frac{0,7 \cdot 2,9 \text{ MN/m}^2}{28300 \text{ MN/m}^2} \approx 0,072 \text{ ‰} \quad (\text{B8})$$

Die kritische Schubdehnung kann aus Bild entnommen werden

$$\varepsilon_{S,krit} \approx 0,069 \text{ ‰} \quad (\text{B9})$$

Vereinfachend wird auf eine Berücksichtigung der Bewehrung verzichtet.

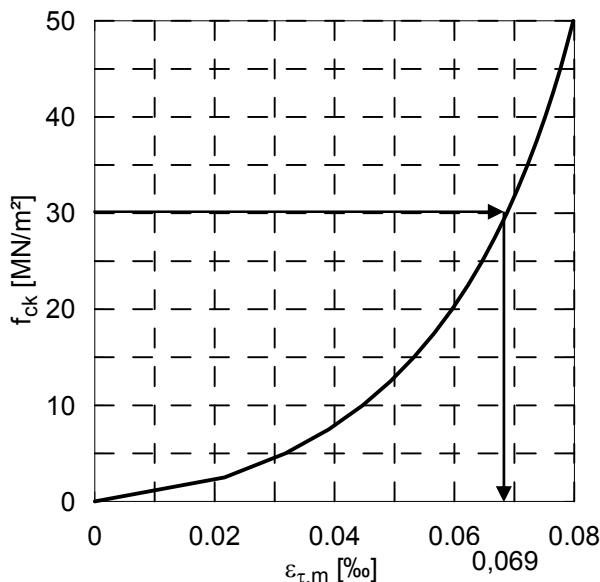


Bild B9:

Kritische Schubdehnung für unbewehrte Bauteile nach *DIN 1045-1*

Zunächst erfolgt die Auswertung der Muldenlage in den einzelnen Schnitten zu den Zeitpunkten $t = 0$ bzw. $t = \infty$ unter Berücksichtigung der maximalen Verschiebungen bezogen auf die gesamte Länge des jeweiligen Schnitts, bzw. entsprechend den im Grundbau üblichen Definition der minimalen angrenzenden Stützweite. Aufgrund des doppelt-symmetrischen Grundrisses entspricht die minimale angrenzende Stützweite der halben Schnittlänge. Ungünstig wird die im jeweiligen Schnitt maximal auftretende Setzungsdifferenz auf denjenigen Bauteilquerschnitt bezogen, der die kleinste zulässige Winkelverdrehung erbringt. In weiteren Betrachtungen werden die einzelnen Schnitte differenziert nach lokalen Mulden- und Sattellagerungen näher untersucht.

Die Auswertung für die unterschiedlichen Schnitte erfolgt überwiegend in tabellarischer Form.

Tabelle B8: Auswertung der Muldenlagerung im Schnitt 1-1, Achse 1

Schnitt 1-1, Achse 1			
Zeitpunkt t = 0		Zeitpunkt t = ∞	
Stützweite	l = 25,00 m		
Minimale Stützweite	l _{min} = 12,50 m		
maximale Verschiebung	$\Delta_{\max, t=0}^{2.OG}(x=12,5\text{ m}) = 1,1\text{ mm}$		$\Delta_{\max, t=\infty}^{2.OG}(x=12,5\text{ m}) = 7,3\text{ mm}$
vorhandene Winkelverdrehung	$\Delta/l_{\min}^0 = 1/11364$		$\Delta/l_{\min}^\infty = 1/1712$
Flächenträgheitsmoment	$I_y = 1,2\text{ m}^4$	Elastizitätsmodul:	$E_{cm} = 28300\text{ MN/m}^2$
Schubfläche	$A_s = 0,575\text{ m}^2$	Schubmodul:	$G = 11792\text{ MN/m}^2$
Schwerpunktabstände Z_{si} des Kellergeschossersatzquerschnitts	<p style="text-align: center;">Maße in [cm]</p>	Biegesteifigkeit:	$EI = 33960\text{ MNm}^2$
		Schubsteifigkeit:	$GA_s = 6780,4\text{ MN}$
		Schwerpunktabstand Zugseite	$Z_{su} = 1,172\text{ m}$
Zeitpunkt t = 0		Zeitpunkt t = ∞	
Biegeversagen:		Biegeversagen:	
$\Delta/l = 2,22 \cdot \epsilon_{B,krit} \cdot 1,077 = 2,39 \cdot 0,072\text{ ‰} = 1/5804$		$\Delta/l = 1/5804 \cdot (1+\varphi_\infty) = 1/1935$	
$\Delta/l_{\min} = 1/2902$		$\Delta/l_{\min} = 1/2902 \cdot (1+\varphi_\infty) = 1/967$	
Schubversagen:		Schubversagen:	
$\Delta/l = 7,0 \cdot \epsilon_{S,krit} = 7,0 \cdot 0,069\text{ ‰} = 1/2070,4$		$\Delta/l = 1/2070,4 \cdot (1+\varphi_\infty) = 1/690$	
$\Delta/l_{\min} = 1/1035,2$		$\Delta/l_{\min} = 1/1035,2 \cdot (1+\varphi_\infty) = 1/345$	
Ergebnis: (1/11364)/(1/2902) = 0,26 < 1		Ergebnis: (1/1712)/(1/967) = 0,57 < 1	

Tabelle B9: Auswertung Schnitt 1-1, Achse 1, Bodenplatte, Zeitpunkt t = 0 (Muldenlage)

Schnitt 1-1, Achse 1 - weitere Betrachtungen -			
Bodenplatte, Zeitpunkt t = 0 (Muldenlage)			
<p style="text-align: right;">Schnitt 1 t = 0</p>	zulässige Winkelverdrehung		
	Biegeversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l} = \frac{1}{32} \cdot \frac{l}{z} \cdot \varepsilon_{B,krit} \cdot \left(1 + \frac{48 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2} \right) = 0,0921 \cdot \frac{0,072}{1000}$ $= 1/15086$		
Schubversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l} = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_{S,krit} \cdot \left(1 + \frac{GA_s \cdot l^2}{48 \cdot EI} \right) = 1,8 \cdot \frac{0,069}{1000}$ $= 1/8052$			
vorhandene Setzungs-differenz:	$\Delta \approx 0,5 \text{ mm}$	zulässige Winkelverdrehung $\tan \beta$	
vorhandene Winkelver-drehung:	$\Delta/l_{\min} = 0,5 \text{ mm} / 12,5 \text{ m}$ $= 1/25000$	Biegeversagen:	Schubversagen:
zul. Winkelverdrehung für eine Gleichlast mit beid-seitiger Einspannung:	Lastbild / System: 	$\Delta/l_{\min} = 1/7543$	$\Delta/l_{\min} = 1/4026$
Schwerpunktabstände z_{si} des Kellergeschoss-ersatzquerschnitts	<p style="text-align: center;">Maße in [cm]</p>	Ergebnis: (1/25000)/(1/7543) = 0,30 < 1	

Tabelle B10: Auswertung Schnitt 1-1, Achse 1, Decke über 2. Obergeschoss, Zeitpunkt t = 0

Schnitt 1-1, Achse 1 - weitere Betrachtungen -			
Decke über 2. Obergeschoss, Zeitpunkt t = 0			
Muldenlage:		Sattellage:	
vorhandene Setzungs-differenz:	$\Delta \approx 0,2 \text{ mm}$	vorhandene Setzungs-differenz:	$\Delta \approx \Delta_s/2 \approx 0,1 \text{ mm}$
vorhandene Winkelver-drehung:	$\Delta/l_{\min} = 0,2 \text{ mm} / 3,5 \text{ m} = 1/17500$	vorhandene Winkelver-drehung:	$\Delta/l_{\min} = 0,1 \text{ mm} / 1,5 \text{ m} = 1/15000$
zul. Winkelverdrehung für eine Einzellast (Stützweite l = 8,50 m; a = 3,50 m)	Lastbild / System: 	zul. Winkelverdrehung für eine Einzellast (Stützweite l = 1,50 m)	Lastbild / System:
Schwerpunktabstände z _{si} des Deckenersatzquer-schnitts		Schwerpunktabstände z _{si} des Deckenersatzquer-schnitts	
Biegeversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l} = \frac{\sqrt{3}}{27} \cdot l \cdot \frac{\varepsilon_M}{z} \cdot \frac{\sqrt{l^2 - a^2 + 6 \cdot EI / GA_s}}{(l-a)}$ $\cdot \left(1 - \left(\frac{a}{l} \right)^2 + \frac{6 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2} \right) = 3,9 \cdot \frac{0,072}{1000} = \frac{1}{3562}$		Biegeversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l_k} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\varepsilon_B}{z} \cdot l_k \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2} \right) = 34,9 \cdot \frac{0,072}{1000}$ $= \frac{1}{398}$	
Schubversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l} = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{27} \cdot \frac{a \cdot l^2}{(l-a)} \cdot \varepsilon_Q \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{a}{l} \right)^2 + \frac{6 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2}}$ $\cdot \left(\frac{6}{l^2} + \left(1 - \left(\frac{a}{l} \right)^2 \right) \cdot \frac{GA_s}{EI} \right) = 1,8 \cdot \frac{0,069}{1000} = \frac{1}{8040}$		Schubversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l_k} = 2 \cdot \varepsilon_S \cdot \left(1 + \frac{GA_s \cdot l^2}{3 \cdot EI} \right) = 2,3 \cdot \frac{0,069}{1000} = \frac{1}{6303}$	
zulässige Winkelverdrehung tan β		zulässige Winkelverdrehung tan β	
Biegeversagen:	Schubversagen:	Biegeversagen:	Schubversagen:
$\Delta/l_{\min} = 1/1467$	$\Delta/l_{\min} = 1/3311$	$\Delta/l_k = 1/398$	$\Delta/l_k = 1/6303$
Ergebnis: (1/17500)/(1/3311) = 0,19 < 1		Ergebnis: (1/15000)/(1/6303) = 0,42 < 1	

Tabelle B11: Auswertung Schnitt 1-1, Achse 1, Decke über 2. Obergeschoss, Zeitpunkt $t = \infty$

Schnitt 1-1, Achse 1 - weitere Betrachtungen -			
Decke über 2. Obergeschoss, Zeitpunkt $t = \infty$			
Muldenlage:		Sattellage:	
vorhandene Setzungsdifferenz:	$\Delta \approx 1,0 \text{ mm}$	vorhandene Setzungsdifferenz:	$\Delta \approx \Delta_s/2 \approx 1,75 \text{ mm}$
vorhandene Winkelverdrehung:	$\Delta/l_{\min} = 1,0 \text{ mm} / 3,0 \text{ m} = 1/3000$	vorhandene Winkelverdrehung:	$\Delta/l_{\min} = 1,75 \text{ mm} / 2,0 \text{ m} = 1/1143$
zul. Winkelverdrehung für eine Einzellast (Stützweite $l = 8,00 \text{ m}$; $a = 3,50 \text{ m}$)	Lastbild / System: 	zul. Winkelverdrehung für eine Einzellast (Stützweite $l = 2,00 \text{ m}$)	Lastbild / System:
Schwerpunktabstände z_{si} des Deckenersatzquerschnitts		Schwerpunktabstände z_{si} des Deckenersatzquerschnitts	
Biegeversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l} = \frac{\sqrt{3}}{27} \cdot l \cdot \frac{\varepsilon_M}{z} \cdot \frac{\sqrt{l^2 - a^2 + 6 \cdot EI / GA_s}}{(l-a)}$ $\cdot \left(1 - \left(\frac{a}{l} \right)^2 + \frac{6 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2} \right) \cdot (1 + \varphi_\infty) =$ $= 11,43 \cdot \frac{0,072}{1000} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{1215} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{405}$		Biegeversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l_k} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\varepsilon_B}{z} \cdot l_k \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2} \right) =$ $= 11,75 \cdot \frac{0,072}{1000} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{1182} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{394}$	
Schubversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l} = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{27} \cdot \frac{a \cdot l^2}{(l-a)} \cdot \varepsilon_Q \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{a}{l} \right)^2 + \frac{6 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2}}$ $\cdot \left(\frac{6}{l^2} + \left(1 - \left(\frac{a}{l} \right)^2 \right) \cdot \frac{GA_s}{EI} \right) \cdot (1 + \varphi_\infty) =$ $= 3,03 \cdot \frac{0,069}{1000} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{4776} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{1592}$		kritische Schubdehnung u. Berücksichtigung d. Längsbewehrungsgrades bez. auf den ungerissenen Querschnitt: ($\rho_l = 0,62 \%$; $\eta_1 = 1 [-]$; $\kappa = 1 + (200/220)^{1/2} = 1,953 [-]$; $E_{c,eff} = 10042 \text{ MN/m}^2$) $\varepsilon_{S,krit} = \frac{V_{Rk,ct}}{2 \cdot GA_s} = \frac{0,14 \cdot \kappa \cdot \eta_1 \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot b \cdot d}{2 \cdot \alpha_s \cdot G \cdot A}$ $= 0,0935\%$	
zulässige Winkelverdrehung $\tan \beta$ Biegeversagen: $\Delta/l_{\min} = 1/405$		zulässige Winkelverdrehung $\tan \beta$ Schubversagen: $\Delta/l_k = 1/1090$	
Ergebnis: (1/ 3000)/ (1/ 1592) = 0,53 < 1		Ergebnis: (1/ 1143)/ (1/ 1090) = 0,95 < 1	

Tabelle B12: Auswertung der Muldenlagerung im Schnitt 2-2, Achse 2

Schnitt 2-2, Achse 2			
Zeitpunkt $t = 0$		Zeitpunkt $t = \infty$	
Stützweite	$l = 25,00 \text{ m}$		
Minimale Stützweite	$l_{\min} = 12,50 \text{ m}$		
maximale Verschiebung	$\Delta_{\max, t=0}^{2.OG}(x=12,5 \text{ m}) = 6,4 \text{ mm}$	$\Delta_{\max, t=\infty}^{2.OG}(x=12,5 \text{ m}) = 14,6 \text{ mm}$	
vorhandene Winkelverdrehung	$\Delta/l_{\min}^0 = 1/1953$	$\Delta/l_{\min}^\infty = 1/856$	
Flächenträgheitsmoment	$I_y = 0,028 \text{ m}^4$	Elastizitätsmodul:	$E_{cm} = 28300 \text{ MN/m}^2$
Schubfläche	$A_s = 2,30 \text{ m}^2$	Schubmodul:	$G = 11792 \text{ MN/m}^2$
Schwerpunktabstände z_{si} des Bodenplattenquerschnitts		Biegesteifigkeit:	$EI = 792,4 \text{ MNm}^2$
		Schubsteifigkeit:	$GA_s = 27121,6 \text{ MN}$
		Schwerpunktabstand Zugseite	$z_{su} = 0,25 \text{ m}$
Zeitpunkt $t = 0$		Zeitpunkt $t = \infty$	
Biegeversagen:		Biegeversagen:	
$\Delta/l = 10,42 \cdot \epsilon_{B,krit} \cdot 1,00045 =$ $= 10,42 \cdot 0,072 \text{ ‰} = 1/1332$		$\Delta/l = 1/1332 \cdot (1 + \varphi_\infty) = 1/444$	
$\Delta/l_{\min} = 1/666$		$\Delta/l_{\min} = 1/666 \cdot (1 + \varphi_\infty) = 1/222$	
Schubversagen: nicht maßgebend			
Ergebnis: $(1/1953)/(1/666) = 0,34 < 1$		Ergebnis: $(1/856)/(1/222) = 0,26 < 1$	

Tabelle B13: Auswertung Schnitt 2-2, Achse 2, Bodenplatte, Zeitpunkt $t = \infty$

Schnitt 2-2, Achse 2 - weitere Betrachtungen -			
Bodenplatte, Zeitpunkt $t = \infty$			
Muldenlage 1:		Muldenlage 2:	
vorhandene Setzungsdifferenz:	$\Delta \approx 2,0 \text{ mm}$	vorhandene Setzungsdifferenz:	$\Delta \approx 1,40 \text{ mm}$
vorhandene Winkelverdrehung:	$\Delta/l_{\min} = 2,0 \text{ mm} / 5,0 \text{ m} = 1/2500$	vorhandene Winkelverdrehung:	$\Delta/l_{\min} = 1,40 \text{ mm} / 1,5 \text{ m} = 1/1071$
zul. Winkelverdrehung für eine Einzellast (Stützweite $l = 10,00 \text{ m}$; $a = 5,00 \text{ m}$)	Lastbild / System: 	zul. Winkelverdrehung für eine Einzellast (Stützweite $l = 6,50 \text{ m}$; $a = 1,50 \text{ m}$)	Lastbild / System:
Schwerpunktabstände z_{si} des Bodenplattenersatzquerschnitts		Schwerpunktabstände z_{si} des Bodenplattenersatzquerschnitts	
Biegeversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l} = \frac{1}{12} \cdot l \cdot \frac{\varepsilon_M}{z} \cdot \left(1 + \frac{12 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2}\right) \cdot (1 + \varphi_\infty) =$ $= 3,35 \cdot \frac{0,072}{1000} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{4152} \cdot (1 + \varphi_\infty) =$ $= \frac{1}{1385}$		Biegeversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l} = \frac{\sqrt{3}}{27} \cdot l \cdot \frac{\varepsilon_M}{z} \cdot \frac{\sqrt{l^2 - a^2 + 6 \cdot EI / GA_s}}{(l - a)} \cdot$ $\cdot \left(1 - \left(\frac{a}{l}\right)^2 + \frac{6 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2}\right) \cdot (1 + \varphi_\infty) =$ $= 2,00 \cdot \frac{0,072}{1000} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{6944} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{2315}$	
Schubversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l} = \varepsilon_Q \cdot \left(1 + \frac{GA_s \cdot l^2}{12 \cdot EI}\right) \cdot (1 + \varphi_\infty) =$ $= 286 \cdot \frac{0,069}{1000} \cdot (1 + \varphi_\infty) =$ $= \frac{1}{51} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{17}$		Schubversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l} = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{27} \cdot \frac{a \cdot l^2}{(l - a)} \cdot \varepsilon_Q \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{a}{l}\right)^2 + \frac{6 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2}} \cdot$ $\cdot \left(\frac{6}{l^2} + \left(1 - \left(\frac{a}{l}\right)^2\right) \cdot \frac{GA_s}{EI}\right) \cdot (1 + \varphi_\infty) =$ $= 51,41 \cdot \frac{0,069}{1000} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{282} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{94}$	
zulässige Winkelverdrehung $\tan \beta$		zulässige Winkelverdrehung $\tan \beta$	
Biegeversagen:	Schubversagen:	Biegeversagen:	Schubversagen:
$\Delta/l_{\min} = 1/692$	$\Delta/l_{\min} = 1/17$	$\Delta/l_{\min} = 1/534$	$\Delta/l_{\min} = 1/21,7$
Ergebnis: $(1/2500)/(1/692) = 0,28 < 1$		Ergebnis: $(1/1071)/(1/534) = 0,50 < 1$	

Tabelle B14: Auswertung Schnitt 2-2, Achse 2, Decke über 2. Obergeschoss, Zeitpunkt $t = \infty$

Schnitt 2-2, Achse 2 - weitere Betrachtungen -			
Decke über 2. Obergeschoss, Zeitpunkt $t = \infty$			
Muldenlage:		Sattellage:	
vorhandene Setzungs-differenz:	$\Delta \approx 4,0 \text{ mm}$	vorhandene Setzungs-differenz:	$\Delta \approx \Delta_s/2 \approx 1,00 \text{ mm}$
vorhandene Winkelver-drehung:	$\Delta/l_{\min} = 4,0 \text{ mm} / 3,0 \text{ m} = 1/750$	vorhandene Winkelver-drehung:	$\Delta/l_{\min} = 1,00 \text{ mm} / 1,5 \text{ m} = 1/1500$
zul. Winkelverdrehung für eine Einzellast (Stützweite $l = 8,50 \text{ m}$; $a = 3,50 \text{ m}$)	Lastbild / System: 	zul. Winkelverdrehung für eine Einzellast (Stützweite $l = 1,50 \text{ m}$)	Lastbild / System:
Schwerpunktabstände z_{si} des Deckenersatzquer-schnitts		Schwerpunktabstände z_{si} des Deckenersatzquer-schnitts	
Biegeversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l} = \frac{\sqrt{3}}{27} \cdot l \cdot \frac{\varepsilon_M}{z} \cdot \frac{\sqrt{l^2 - a^2 + 6 \cdot EI / GA_s}}{(l-a)} \cdot \left(1 - \left(\frac{a}{l} \right)^2 + \frac{6 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2} \right) \cdot (1 + \varphi_\infty) =$ $= 6,41 \cdot \frac{0,072}{1000} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{2166} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{722}$		Biegeversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l_k} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\varepsilon_B}{z} \cdot l_k \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2} \right) =$ $= 4,72 \cdot \frac{0,072}{1000} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{2941} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{980}$	
Schubversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l} = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{27} \cdot \frac{a \cdot l^2}{(l-a)} \cdot \varepsilon_Q \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{a}{l} \right)^2 + \frac{6 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2}} \cdot \left(\frac{6}{l^2} + \left(1 - \left(\frac{a}{l} \right)^2 \right) \cdot \frac{GA_s}{EI} \right) \cdot (1 + \varphi_\infty) =$ $= 168,8 \cdot \frac{0,069}{1000} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{86} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{28,62}$		Schubversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l_k} = 2 \cdot \varepsilon_S \cdot \left(1 + \frac{GA_s \cdot l^2}{3 \cdot EI} \right) \cdot (1 + \varphi_\infty) =$ $= 53,35 \cdot \frac{0,069}{1000} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{272} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{91}$	
zulässige Winkelverdrehung $\tan \beta$		zulässige Winkelverdrehung $\tan \beta$	
Biegeversagen:	$\Delta/l_{\min} = 1/297$	Biegeversagen:	$\Delta/l_k = 1/980$
Schubversagen:	$\Delta/l_{\min} = 1/12$	Schubversagen:	$\Delta/l_k = 1/91$
Ergebnis: $(1/750) / (1/297) = 0,40 < 1$		Ergebnis: $(1/1500) / (1/980) = 0,65 < 1$	

Tabelle B15: Auswertung der Muldenlagerung im Schnitt 3-3, Achse 3

Schnitt 3-3			
Zeitpunkt t = 0		Zeitpunkt t = ∞	
Stützweite	l = 25,00 m		
Minimale Stützweite	l _{min} = 12,50 m		
maximale Verschiebung	$\Delta_{max, t=0}^{Bopla}(x=12,5\text{ m}) = 8,3\text{ mm}$		$\Delta_{max, t=\infty}^{Bopla}(x=12,5\text{ m}) = 12,9\text{ mm}$
vorhandene Winkelverdrehung	$\Delta/l_{min} = 1/1506$		$\Delta/l_{min} = 1/969$
Schwerpunktabstände Z_{si} des Bodenplattenquerschnitts Maße in [cm]		Ersatzsteifigkeiten (s.u.):	
		Biegesteifigkeit:	$EI = 21882\text{ MNm}^2$
		Schubsteifigkeit:	$GA_s = 27275\text{ MN}$
		Schwerpunktabstand Zugseite	$z_{su} = 0,25\text{ m}$
Zeitpunkt t = 0		Zeitpunkt t = ∞	
Biegeversagen:		Biegeversagen:	
$\Delta/l = 10,42 \cdot \epsilon_{B,krit} \cdot 1,023 =$ $= 10,55 \cdot 0,072\text{ ‰} = 1/1316$		$\Delta/l = 1/1316 \cdot (1 + \phi_\infty) = 1/439$	
$\Delta/l_{min} = 1/658$		$\Delta/l_{min} = 1/658 \cdot (1 + \phi_\infty) = 1/219$	
Schubversagen: nicht maßgebend			
Ergebnis: (1/1506) / (1/658) = 0,44 < 1		Ergebnis: (1/969) / (1/219) = 0,23 < 1	

Tabelle B16: Ermittlung der Ersatzsteifigkeit für den Schnitt 3-3, Achse 3

Ersatzsteifigkeiten:			
Werte:	$EI_I = 792,4 \text{ MNm}^2;$ $GA_{sI} = 27121,6 \text{ MN}$	$EI_{II} = 2047222 \text{ MNm}^2;$ $GA_{sII} = 31544 \text{ MN}$	$EI_{E,ers} = 21882 \text{ MNm}^2$ $GA_{sE,ers} = 27275 \text{ MN}$
Lastbild: (siehe Anhang D) 	$EI_{E,ers} = \frac{5 \cdot EI_{E,I} \cdot EI_{E,II} \cdot l_E^4}{16 \cdot (EI_{E,I} - EI_{E,II}) \cdot (3 \cdot l_{E,I}^4 - 4 \cdot l_{E,I}^3 \cdot l_E) + 5 \cdot EI_{E,I} \cdot l_E^4}$ $GA_{sE,ers} = \frac{GA_{sE,I} \cdot GA_{sE,II} \cdot l_E^2}{4 \cdot l_{E,I} \cdot (GA_{sE,II} - GA_{sE,I}) \cdot (l_E - l_{E,I}) + GA_{sE,I} \cdot l_E^2}$		

Tabelle B17: Auswertung der Muldenlagerung im Schnitt 4-4, Achse 4

Schnitt 4-4			
Zeitpunkt t = 0		Zeitpunkt t = ∞	
Stützweite	l = 25,00 m		
Minimale Stützweite	l _{min} = 12,50 m		
maximale Verschiebung	$\Delta_{\max, t=0}^{\text{Bopla}}(x=12,5 \text{ m}) = 9,6 \text{ mm}$	$\Delta_{\max, t=0}^{\text{KG}}(x=12,5 \text{ m}) = 13,5 \text{ mm}$	
vorhandene Winkelverdrehung	$\Delta/l_{\min} = 1/1302$		$\Delta/l_{\min} = 1/926$
Flächenträgheitsmoment	$I_y = 0,028 \text{ m}^4$	Elastizitätsmodul:	$E_{cm} = 28300 \text{ MN/m}^2$
Schubfläche	$A_s = 2,30 \text{ m}^2$	Schubmodul:	$G = 11792 \text{ MN/m}^2$
Schwerpunktabstände Z_{si} des Bodenplattenquerschnitts	<p style="text-align: center;">Maße in [cm]</p>	<u>Ersatzsteifigkeit:</u> (näherungsweise werden die Ersatzsteifigkeiten von Schnitt 2-2 über die gesamte Ersatzlänge angenommen)	
		Biegesteifigkeit:	$EI = 792,4 \text{ MNm}^2$
		Schubsteifigkeit:	$GA_s = 27121,6 \text{ MN}$
		Schwerpunktabstand Zugseite	$Z_{su} = 0,25 \text{ m}$
Zeitpunkt t = 0		Zeitpunkt t = ∞	
Biegeversagen:		Biegeversagen:	
$\Delta/l = 10,42 \cdot \varepsilon_{B,krit} \cdot 1,00045 =$ $= 10,42 \cdot 0,072 \text{ ‰} = 1/1332$		$\Delta/l = 1/1332 \cdot (1 + \varphi_\infty) = 1/444$	
$\Delta/l_{\min} = 1/666$		$\Delta/l_{\min} = 1/666 \cdot (1 + \varphi_\infty) = 1/222$	
Schubversagen: nicht maßgebend			
Ergebnis: (1/1302) / (1/666) = 0,51 < 1		Ergebnis: (1/926) / (1/222) = 0,24 < 1	

Tabelle B18: Auswertung Schnitt 4-4, Achse 4, Bodenplatte, Zeitpunkt $t = \infty$

Schnitt 4-4, Achse 4 - weitere Betrachtungen -	
Bodenplatte, Zeitpunkt $t = \infty$ (Muldenlage)	
<p>(aufgrund der geringen Differenzen wird auf Betrachtungen zur Sattellage verzichtet)</p> <p style="text-align: center;">← Muldenlage →</p>	<p style="text-align: center;">zulässige Winkelverdrehung</p> <p>Biegeversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.)</p> $\frac{\Delta}{l} = \frac{\sqrt{3}}{27} \cdot l \cdot \frac{\varepsilon_M}{z} \cdot \frac{\sqrt{l^2 - a^2 + 6 \cdot EI / GA_s}}{(l-a)}$ $\cdot \left(1 - \left(\frac{a}{l} \right)^2 + \frac{6 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2} \right) \cdot (1 + \varphi_\infty) =$ $= 3,32 \cdot \frac{0,072}{1000} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{4187} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{1396}$ <p>Schubversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.)</p> $\frac{\Delta}{l} = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{27} \cdot \frac{a \cdot l^2}{(l-a)} \cdot \varepsilon_Q \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{a}{l} \right)^2 + \frac{6 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2}}$ $\cdot \left(\frac{6}{l^2} + \left(1 - \left(\frac{a}{l} \right)^2 \right) \cdot \frac{GA_s}{EI} \right) \cdot (1 + \varphi_\infty) =$ $= 85,07 \cdot \frac{0,069}{1000} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{170,4} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{56,8}$
<p>vorhandene Setzungsdifferenz: $\Delta \approx 2,5 \text{ mm}$</p>	<p>zulässige Winkelverdrehung $\tan \beta$</p>
<p>vorhandene Winkelverdrehung: $\Delta/l_{\min} = 2,5 \text{ mm} / 1,5 \text{ m} = 1/600$</p>	<p>Biegeversagen: $\Delta/l_{\min} = 1/182$</p> <p>Schubversagen: $\Delta/l_{\min} = 1/7,4$</p>
<p>zul. Winkelverdrehung für eine Einzellast (Stützweite $l = 11,50 \text{ m}$; $a = 1,50 \text{ m}$)</p>	<p>Lastbild / System:</p>
<p>Schwerpunktabstände z_{si} des Bodenplattenersatzquerschnitts</p>	<p>Ergebnis: $(1/600) / (1/182) = 0,30 < 1$</p>

Tabelle B19: Auswertung Schnitt 4-4, Achse 4, Decke über 2. Obergeschoss, Zeitpunkt $t = \infty$

Schnitt 4-4, Achse 4 - weitere Betrachtungen -			
Decke über 2. Obergeschoss, Zeitpunkt $t = \infty$			
Muldenlage:		Sattellage:	
vorhandene Setzungsdifferenz:	$\Delta \approx 4,0 \text{ mm}$	vorhandene Setzungsdifferenz:	$\Delta \approx \Delta_s/2 \approx 0,75 \text{ mm}$
vorhandene Winkelverdrehung:	$\Delta/l_{\min} = 4,0 \text{ mm} / 3,5 \text{ m} = 1/875$	vorhandene Winkelverdrehung:	$\Delta/l_{\min} = 0,75 \text{ mm} / 1,5 \text{ m} = 1/2000$
zul. Winkelverdrehung für eine Einzellast (Stützweite $l = 8,50 \text{ m}$; $a = 3,50 \text{ m}$)	Lastbild / System: 	zul. Winkelverdrehung für eine Einzellast (Stützweite $l = 1,50 \text{ m}$)	Lastbild / System:
Schwerpunktabstände z_{si} des Deckenersatzquerschnitts	$z_{so} = 11$ $z_{su} = 11$	Schwerpunktabstände z_{si} des Deckenersatzquerschnitts	$z_{so} = 11$ $z_{su} = 11$
Biegeversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l} = \frac{\sqrt{3}}{27} \cdot l \cdot \frac{\varepsilon_M}{z} \cdot \frac{\sqrt{l^2 - a^2 + 6 \cdot EI / GA_s}}{(l-a)}$ $\cdot \left(1 - \left(\frac{a}{l} \right)^2 + \frac{6 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2} \right) \cdot (1 + \varphi_\infty) =$ $= 6,41 \cdot \frac{0,072}{1000} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{2166} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{722}$		Biegeversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l_k} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\varepsilon_B}{z} \cdot l_k \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2} \right) =$ $= 4,72 \cdot \frac{0,072}{1000} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{2941} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{980}$	
Schubversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l} = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{27} \cdot \frac{a \cdot l^2}{(l-a)} \cdot \varepsilon_Q \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{a}{l} \right)^2 + \frac{6 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2}}$ $\cdot \left(\frac{6}{l^2} + \left(1 - \left(\frac{a}{l} \right)^2 \right) \cdot \frac{GA_s}{EI} \right) \cdot (1 + \varphi_\infty) =$ $= 168,8 \cdot \frac{0,069}{1000} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{86} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{28,62}$		Schubversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l_k} = 2 \cdot \varepsilon_S \cdot \left(1 + \frac{GA_s \cdot l^2}{3 \cdot EI} \right) \cdot (1 + \varphi_\infty) =$ $= 53,35 \cdot \frac{0,069}{1000} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{272} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{91}$	
zulässige Winkelverdrehung $\tan \beta$		zulässige Winkelverdrehung $\tan \beta$	
Biegeversagen:	Schubversagen:	Biegeversagen:	Schubversagen:
$\Delta/l_{\min} = 1/297$	$\Delta/l_{\min} = 1/12$	$\Delta/l_k = 1/980$	$\Delta/l_k = 1/91$
Ergebnis: (1/875)/(1/297) = 0,34 < 1		Ergebnis: (1/2000)/(1/980) = 0,49 < 1	

Tabelle B20: Auswertung der Muldenlagerung im Schnitt 5-5, Achse 5

Schnitt 5-5			
Zeitpunkt $t = 0$		Zeitpunkt $t = \infty$	
Stützweite	$l = 25,00 \text{ m}$		
Minimale Stützweite	$l_{\min} = 12,50 \text{ m}$		
maximale Verschiebung	$\Delta_{\max, t=0}^{2.OG}(x=12,5 \text{ m}) = 9,13 \text{ mm}$		$\Delta_{\max, t=\infty}^{2.OG}(x=12,5 \text{ m}) = 14,6 \text{ mm}$
vorhandene Winkelverdrehung	$\Delta/l_{\min} = 1/1370$		$\Delta/l_{\min} = 1/865$
Flächenträgheitsmoment	$I_y = 0,028 \text{ m}^4$	Elastizitätsmodul:	$E_{cm} = 28300 \text{ MN/m}^2$
Schubfläche	$A_s = 2,30 \text{ m}^2$	Schubmodul:	$G = 11792 \text{ MN/m}^2$
Schwerpunktabstände Z_{si} des Bodenplattenquerschnitts		Biegesteifigkeit:	$EI = 792,4 \text{ MNm}^2$
		Schubsteifigkeit:	$GA_s = 27121,6 \text{ MN}$
		Schwerpunktabstand Zugseite	$z_{su} = 0,25 \text{ m}$
Zeitpunkt $t = 0$		Zeitpunkt $t = \infty$	
Biegeversagen:		Biegeversagen:	
$\Delta/l = 10,42 \cdot \epsilon_{B,krit} \cdot 1,00045 =$ $= 10,42 \cdot 0,072 \text{ ‰} = 1/1332$		$\Delta/l = 1/1332 \cdot (1 + \varphi_{\infty}) = 1/444$	
$\Delta/l_{\min} = 1/666$		$\Delta/l_{\min} = 1/666 \cdot (1 + \varphi_{\infty}) = 1/222$	
Schubversagen: nicht maßgebend			
Ergebnis: $(1/1370) / (1/666) = 0,49 < 1$		Ergebnis: $(1/865) / (1/222) = 0,26 < 1$	

Tabelle B21: Auswertung Schnitt 5-5, Achse 5, Bodenplatte, Zeitpunkt $t = \infty$

Schnitt 5-5, Achse 5 - weitere Betrachtungen -			
Bodenplatte, Zeitpunkt $t = \infty$ (Muldenlage)			
<p>(aufgrund der geringen Differenzen wird auf Betrachtungen zur Sattellage verzichtet)</p>		<p style="text-align: center;">zulässige Winkelverdrehung</p> <p>Biegeversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.)</p> $\frac{\Delta}{l} = \frac{\sqrt{3}}{27} \cdot l \cdot \frac{\varepsilon_M}{z} \cdot \frac{\sqrt{l^2 - a^2 + 6 \cdot EI / GA_s}}{(l-a)}$ $\cdot \left(1 - \left(\frac{a}{l} \right)^2 + \frac{6 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2} \right) \cdot (1 + \varphi_\infty) =$ $= 3,32 \cdot \frac{0,072}{1000} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{4187} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{1396}$ <p>Schubversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.)</p> $\frac{\Delta}{l} = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{27} \cdot \frac{a \cdot l^2}{(l-a)} \cdot \varepsilon_Q \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{a}{l} \right)^2 + \frac{6 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2}}$ $\cdot \left(\frac{6}{l^2} + \left(1 - \left(\frac{a}{l} \right)^2 \right) \cdot \frac{GA_s}{EI} \right) \cdot (1 + \varphi_\infty) =$ $= 85,07 \cdot \frac{0,069}{1000} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{170,4} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{56,8}$	
vorhandene Setzungsdifferenz:	$\Delta \approx 2,0 \text{ mm}$	zulässige Winkelverdrehung $\tan \beta$	
vorhandene Winkelverdrehung:	$\Delta/l_{\min} = 2,0 \text{ mm} / 1,5 \text{ m} = 1/750$	Biegeversagen:	Schubversagen:
zul. Winkelverdrehung für eine Einzellast (Stützweite $l = 11,50 \text{ m}$; $a = 1,50 \text{ m}$)	<p>Lastbild / System:</p>	$\Delta/l_{\min} = 1/182$	$\Delta/l_{\min} = 1/7,4$
Schwerpunktabstände z_{Si} des Bodenplattenersatzquerschnitts	<p>$z_{SO} = 25$ $z_{SU} = 25$</p>	Ergebnis: $(1/750) / (1/182) = 0,24 < 1$	

Tabelle B22: Auswertung Schnitt 5-5, Achse 5, Decke über 2. Obergeschoss, Zeitpunkt $t = \infty$

Schnitt 5-5, Achse 5 - weitere Betrachtungen -			
Decke über 2. Obergeschoss, Zeitpunkt $t = \infty$			
Muldenlage:		Sattellage:	
vorhandene Setzungs-differenz:	$\Delta \approx 3,5 \text{ mm}$	vorhandene Setzungs-differenz:	$\Delta \approx \Delta_s/2 \approx 0,75 \text{ mm}$
vorhandene Winkelver-drehung:	$\Delta/l_{\min} = 4,0 \text{ mm} / 3,5 \text{ m} = 1/1000$	vorhandene Winkelver-drehung:	$\Delta/l_{\min} = 0,75 \text{ mm} / 1,5 \text{ m} = 1/2000$
zul. Winkelverdrehung für eine Einzellast (Stützweite $l = 8,50 \text{ m}$; $a = 3,50 \text{ m}$)	Lastbild / System: 	zul. Winkelverdrehung für eine Einzellast (Stützweite $l = 1,50 \text{ m}$)	Lastbild / System:
Schwerpunktabstände z_{si} des Deckenersatzquer-schnitts		Schwerpunktabstände z_{si} des Deckenersatzquer-schnitts	
Biegeversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l} = \frac{\sqrt{3}}{27} \cdot l \cdot \frac{\varepsilon_M}{z} \cdot \frac{\sqrt{l^2 - a^2 + 6 \cdot EI / GA_s}}{(l-a)} \cdot \left(1 - \left(\frac{a}{l} \right)^2 + \frac{6 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2} \right) \cdot (1 + \varphi_\infty) =$ $= 6,41 \cdot \frac{0,072}{1000} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{2166} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{722}$		Biegeversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l_k} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\varepsilon_B}{z} \cdot l_k \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2} \right) =$ $= 4,72 \cdot \frac{0,072}{1000} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{2941} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{980}$	
Schubversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l} = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{27} \cdot \frac{a \cdot l^2}{(l-a)} \cdot \varepsilon_Q \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{a}{l} \right)^2 + \frac{6 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2}} \cdot \left(\frac{6}{l^2} + \left(1 - \left(\frac{a}{l} \right)^2 \right) \cdot \frac{GA_s}{EI} \right) \cdot (1 + \varphi_\infty) =$ $= 168,8 \cdot \frac{0,069}{1000} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{86} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{28,62}$		Schubversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l_k} = 2 \cdot \varepsilon_S \cdot \left(1 + \frac{GA_s \cdot l^2}{3 \cdot EI} \right) \cdot (1 + \varphi_\infty) =$ $= 53,35 \cdot \frac{0,069}{1000} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{272} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{91}$	
zulässige Winkelverdrehung $\tan \beta$		zulässige Winkelverdrehung $\tan \beta$	
Biegeversagen:	Schubversagen:	Biegeversagen:	Schubversagen:
$\Delta/l_{\min} = 1/297$	$\Delta/l_{\min} = 1/12$	$\Delta/l_k = 1/980$	$\Delta/l_k = 1/91$
Ergebnis: $(1/1000)/(1/297) = 0,30 < 1$		Ergebnis: $(1/2000)/(1/980) = 0,49 < 1$	

Tabelle B23: Auswertung der Muldenlagerung im Schnitt 6-6, Achse A

Schnitt 6-6			
Zeitpunkt $t = 0$		Zeitpunkt $t = \infty$	
Stützweite	l = 40,00 m		
Minimale Stützweite	$l_{\min} = 20,00$ m		
maximale Verschiebung	$\Delta_{\max, t=0}^{2.OG}(x=20,0 \text{ m}) = 1,8$ mm	$\Delta_{\max, t=0}^{2.OG}(x=20,0 \text{ m}) = 4,6$ mm	
vorhandene Winkelverdrehung	$\Delta/l_{\min} = 1/11111$		$\Delta/l_{\min} = 1/4348$
Flächenträgheitsmoment	$I_y = 1,2 \text{ m}^4$	Elastizitätsmodul:	$E_{cm} = 28300 \text{ MN/m}^2$
Schubfläche	$A_s = 0,575 \text{ m}^2$	Schubmodul:	$G = 11792 \text{ MN/m}^2$
Schwerpunktabstände Z_{si} des Kellergeschossersatzquerschnitts		Biegesteifigkeit:	$EI = 33960 \text{ MNm}^2$
		Schubsteifigkeit:	$GA_s = 6780,4 \text{ MN}$
Zeitpunkt $t = 0$		Zeitpunkt $t = \infty$	
Biegeversagen:		Biegeversagen:	
$\Delta/l = 3,56 \cdot \epsilon_{B,krit} \cdot 1,003 = 3,56 \cdot 0,072 \text{ ‰} = 1/3895$		$\Delta/l = 1/3895 \cdot (1+\varphi_{\infty}) = 1/1298$	
$\Delta/l_{\min} = 1/1948$		$\Delta/l_{\min} = 1/1948 \cdot (1+\varphi_{\infty}) = 1/649$	
Schubversagen:		Schubversagen:	
$\Delta/l = 17,1 \cdot \epsilon_{S,krit} = 17,1 \cdot 0,069 \text{ ‰} = 1/846$		$\Delta/l = 1/846 \cdot (1+\varphi_{\infty}) = 1/282$	
$\Delta/l_{\min} = 1/423$		$\Delta/l_{\min} = 1/423 \cdot (1+\varphi_{\infty}) = 1/141$	
Ergebnis: $(1/11111)/(1/1948) = 0,18 < 1$		Ergebnis: $(1/4348)/(1/649) = 0,15 < 1$	

Auf weitere Betrachtungen zum Schnitt 6 – 6 wird verzichtet.

Tabelle B24: Auswertung der Muldenlagerung im Schnitt 7-7, Achse B

Schnitt 7-7			
Zeitpunkt t = 0		Zeitpunkt t = ∞	
Stützweite	l = 40,00 m		
Minimale Stützweite	l _{min} = 20,00 m		
maximale Verschiebung	Δ _{max, t=0} ^{2.OG} (x=20,0 m) = 6,14 mm		Δ _{max, t=∞} ^{2.OG} (x=20,0 m) = 11,85 mm
vorhandene Winkelverdrehung	Δ/l _{min} = 1/ 3257		Δ/l _{min} = 1/ 1688
Flächenträgheitsmoment	I _y = 0,028 m ⁴	Elastizitätsmodul:	E _{cm} = 28300 MN/m ²
Schubfläche	A _s = 2,30 m ²	Schubmodul:	G = 11792 MN/m ²
Schwerpunktabstände Z _{si} des Bodenplattenquerschnitts		Biegesteifigkeit:	EI = 792,4 MNm ²
		Schubsteifigkeit:	GA _s = 27121,6 MN
		Schwerpunktabstand Zugseite	z _{su} = 0,25 m
Zeitpunkt t = 0		Zeitpunkt t = ∞	
Biegeversagen:		Biegeversagen:	
Δ/l = 16,67 · ε _{B,krit} · 1,0002 = = 10,67 · 0,072 ‰ = 1/ 833		Δ/l = 1/ 833 · (1+φ _∞) = 1/ 278	
Δ/l_{min} = 1/ 417		Δ/l_{min} = 1/ 417 · (1+φ_∞) = 1/ 139	
Schubversagen: nicht maßgebend			
Ergebnis: (1/ 3257) / (1/ 417) = 0,13 < 1		Ergebnis: (1/ 1688) / (1/ 139) = 0,08 < 1	

Auf weitere Betrachtungen zum Schnitt 7 – 7 wird verzichtet.

Tabelle B25: Auswertung der Muldenlagerung im Schnitt 8-8, Achse C

Schnitt 8-8			
Zeitpunkt t = 0		Zeitpunkt t = ∞	
Stützweite	l = 40,00 m		
Minimale Stützweite	l _{min} = 20,00 m		
maximale Verschiebung	Δ _{max, t=0} ^{2.OG} (x=20,0 m) = 8,7 mm		Δ _{max, t=∞} ^{2.OG} (x=20,0 m) = 13,00 mm
vorhandene Winkelverdrehung	Δ/l _{min} = 1/ 2300		Δ/l _{min} = 1/ 1539
Flächenträgheitsmoment	I _y = 0,028 m ⁴	Elastizitätsmodul:	E _{cm} = 28300 MN/m ²
Schubfläche	A _s = 2,30 m ²	Schubmodul:	G = 11792 MN/m ²
Schwerpunktabstände z _{si} des Bodenplattenquerschnitts Maße in [cm]		Ersatzsteifigkeiten: (s.u.)	
		Biegesteifigkeit:	EI = 1633 MNm ²
		Schubsteifigkeit:	GA _s = 27361 MN
		Schwerpunktabstand Zugseite	z _{su} = 0,25 m
Zeitpunkt t = 0		Zeitpunkt t = ∞	
Biegeversagen:		Biegeversagen:	
$\Delta/l = 16,67 \cdot \epsilon_{B,krit} \cdot 1,00036 =$ $= 16,67 \cdot 0,072 \text{ ‰} = 1/ 833$		$\Delta/l = 1/ 833 \cdot (1 + \varphi_\infty) = 1/ 278$	
Δ/l_{min} = 1/ 417		Δ/l_{min} = 1/ 417 · (1 + φ_∞) = 1/ 139	
Schubversagen: nicht maßgebend			
Ergebnis: (1/ 2300)/ (1/ 417) = 0,18 < 1		Ergebnis: (1/ 1539)/ (1/ 139) = 0,09 < 1	

Tabelle B26: Ermittlung der Ersatzsteifigkeit für den Schnitt 8-8, Achse C

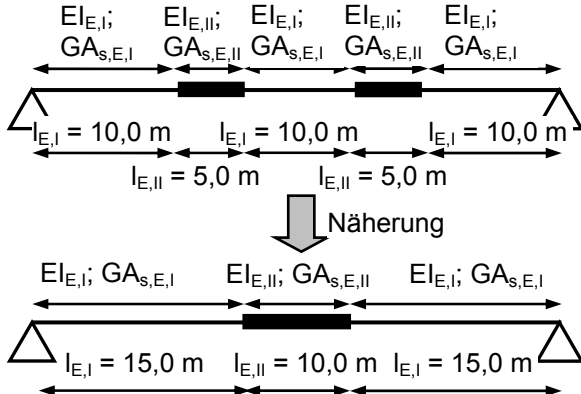

<p>Ersatzsteifigkeiten</p>			
<p>Werte:</p>	$EI_I = 792,4 \text{ MNm}^2;$ $GA_{sI} = 27121,6 \text{ MN}$	$EI_{II} = 2047222 \text{ MNm}^2;$ $GA_{sII} = 31544 \text{ MN}$	$EI_{E,ers} = 21882 \text{ MNm}^2$ $GA_{sE,ers} = 27275 \text{ MN}$
<p>Lastbild: (siehe Anhang D)</p> 	$EI_{E,ers} = \frac{5 \cdot EI_{E,I} \cdot EI_{E,II} \cdot l_E^4}{16 \cdot (EI_{E,I} - EI_{E,II}) \cdot (3 \cdot l_{E,I}^4 - 4 \cdot l_{E,I}^3 \cdot l_E) + 5 \cdot EI_{E,I} \cdot l_E^4}$ $GA_{sE,ers} = \frac{GA_{sE,I} \cdot GA_{sE,II} \cdot l_E^2}{4 \cdot l_{E,I} \cdot (GA_{sE,II} - GA_{sE,I}) \cdot (l_E - l_{E,I}) + GA_{sE,I} \cdot l_E^2}$		

Tabelle B27: Auswertung Schnitt 8-8, Achse C, Bodenplatte, Zeitpunkt $t = \infty$

Schnitt 8-8, Achse C - weitere Betrachtungen -			
Bodenplatte, Zeitpunkt $t = \infty$			
Muldenlage:		Sattellage:	
vorhandene Setzungsdifferenz:	$\Delta \approx 6,5 \text{ mm}$	vorhandene Setzungsdifferenz:	$\Delta_s \approx 2,00 \text{ mm}$
vorhandene Winkelverdrehung:	$\Delta/l_{\min} = 6,5 \text{ mm} / 7,0 \text{ m} = 1/1077$	vorhandene Winkelverdrehung:	$\Delta/l_{\min} = 2,00 \text{ mm} / 3,0 \text{ m} = 1/1500$
zul. Winkelverdrehung für eine Einzellast (Stützweite $l = 8,50 \text{ m}$; $a = 3,50 \text{ m}$)	Lastbild / System: 	zul. Winkelverdrehung für eine Einzellast (Stützweite $l = 1,50 \text{ m}$)	Lastbild / System:
Schwerpunktabstände z_{si} des Bodenplattenersatzquerschnitts		Schwerpunktabstände z_{si} des Bodenplattenersatzquerschnitts	
Biegeversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l} = \frac{\sqrt{3}}{27} \cdot l \cdot \frac{\varepsilon_M}{z} \cdot \frac{\sqrt{l^2 - a^2 + 6 \cdot EI / GA_s}}{(l-a)}$ $\cdot \left(1 - \left(\frac{a}{l} \right)^2 + \frac{6 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2} \right) \cdot (1 + \varphi_\infty) =$ $= 5,63 \cdot \frac{0,072}{1000} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{2470} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{823}$		Biegeversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l_k} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\varepsilon_B}{z} \cdot l_k \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2} \right) =$ $= 4,08 \cdot \frac{0,072}{1000} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{3404} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{1135}$	
Schubversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l} = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{27} \cdot \frac{a \cdot l^2}{(l-a)} \cdot \varepsilon_Q \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{a}{l} \right)^2 + \frac{6 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2}}$ $\cdot \left(\frac{6}{l^2} + \left(1 - \left(\frac{a}{l} \right)^2 \right) \cdot \frac{GA_s}{EI} \right) \cdot (1 + \varphi_\infty) =$ $= 330 \cdot \frac{0,069}{1000} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{44} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{14,65}$		Schubversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l_k} = 2 \cdot \varepsilon_S \cdot \left(1 + \frac{GA_s \cdot l^2}{3 \cdot EI} \right) \cdot (1 + \varphi_\infty) =$ $= 102,53 \cdot \frac{0,069}{1000} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{141} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{47}$	
zulässige Winkelverdrehung $\tan \beta$		zulässige Winkelverdrehung $\tan \beta$	
Biegeversagen:	Schubversagen:	Biegeversagen:	Schubversagen:
$\Delta/l_{\min} = 1/339$	$\Delta/l_{\min} = 1/14,65$	$\Delta/l_k = 1/1135$	$\Delta/l_k = 1/47$
Ergebnis: $(1/1077)/(1/339) = 0,32 < 1$		Ergebnis: $(1/1500)/(1/1135) = 0,77 < 1$	

Tabelle B28: Auswertung der Muldenlagerung im Schnitt 9-9

Schnitt 9-9			
Zeitpunkt t = 0		Zeitpunkt t = ∞	
Stützweite	l = 40,00 m		
Minimale Stützweite	l _{min} = 20,00 m		
maximale Verschiebung	Δ _{max, t=0} ^{KG} (x=20,0 m) = 9,8 mm		Δ _{max, t=0} ^{KG} (x=20,0 m) = 13,00 mm
vorhandene Winkelverdrehung	Δ/l _{min} = 1/ 2041		Δ/l _{min} = 1/ 1539
Flächenträgheitsmoment	I _y = 0,028 m ⁴	Elastizitätsmodul:	E _{cm} = 28300 MN/m ²
Schubfläche	A _s = 2,30 m ²	Schubmodul:	G = 11792 MN/m ²
Schwerpunktabstände Z _{si} des Bodenplattenquerschnitts		Biegesteifigkeit:	EI = 792,4 MNm ²
		Schubsteifigkeit:	GA _s = 27121,6 MN
		Schwerpunktabstand Zugseite	z _{su} = 0,25 m
Zeitpunkt t = 0		Zeitpunkt t = ∞	
Biegeversagen:		Biegeversagen:	
$\Delta/l = 16,67 \cdot \epsilon_{B,krit} \cdot 1,0002 =$ $= 16,67 \cdot 0,072 \text{ ‰} = 1/ 833$		$\Delta/l = 1/ 833 \cdot (1 + \varphi_{\infty}) = 1/ 278$	
Δ/l_{min} = 1/ 417		Δ/l_{min} = 1/ 417 · (1 + φ_∞) = 1/ 139	
Schubversagen: nicht maßgebend			
Ergebnis: (1/ 2014)/ (1/ 417) = 0,21 < 1		Ergebnis: (1/ 1539)/ (1/ 139) = 0,09 < 1	

Tabelle B29: Auswertung Schnitt 9-9, Bodenplatte, Zeitpunkt t = 0

Schnitt 9-9 - weitere Betrachtungen -			
Bodenplatte, Zeitpunkt t = 0			
auf Betrachtungen zur Sattellage 1 wird verzichtet			
Muldenlage:		Sattellage 2:	
vorhandene Setzungsdifferenz:	$\Delta \approx 2,2 \text{ mm}$	vorhandene Setzungsdifferenz:	$\Delta_s \approx 0,80 \text{ mm}$
vorhandene Winkelverdrehung:	$\Delta/l_{\min} = 2,2 \text{ mm} / 2,25 \text{ m} = 1/1022$	vorhandene Winkelverdrehung:	$\Delta/l_{\min} = 0,80 \text{ mm} / 3,0 \text{ m} = 1/3750$
zul. Winkelverdrehung für eine Einzellast (Stützweite l = 8,50 m; a = 3,50 m)	Lastbild / System: 	zul. Winkelverdrehung für eine Einzellast (Stützweite l = 1,50 m)	Lastbild / System:
Schwerpunktabstände z_{si} des Bodenplattenersatzquerschnitts		Schwerpunktabstände z_{si} des Bodenplattenersatzquerschnitts	
Biegeversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l} = \frac{\sqrt{3}}{27} \cdot l \cdot \frac{\varepsilon_M}{z} \cdot \frac{\sqrt{l^2 - a^2 + 6 \cdot EI / GA_s}}{(l - a)}$ $\cdot \left(1 - \left(\frac{a}{l} \right)^2 + \frac{6 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2} \right) = 2,9 \cdot \frac{0,54}{1000} = \frac{1}{638}$ $\rho = 0,8\%$ (Tabelle B4); $A_{\text{ceff}} = 1500 \text{ cm}^2$; $d_s = 16 \text{ mm}$ Rissweite: $w = 0,1 \text{ mm}$; $f_{\text{ctm}} = 2,9 \text{ MN/m}^2$; $\varepsilon_{\text{krit}} = 1,8 \cdot (2,9 \cdot 0,1 / 200000 / 16)^{0,5} = 0,54\text{‰}$		Biegeversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l_k} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\varepsilon_B}{z} \cdot l_k \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2} \right) =$ $= 4,04 \cdot \frac{0,072}{1000} = \frac{1}{3438}$	
Schubversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l} = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{27} \cdot \frac{a \cdot l^2}{(l - a)} \cdot \varepsilon_Q \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{a}{l} \right)^2 + \frac{6 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2}}$ $\cdot \left(\frac{6}{l^2} + \left(1 - \left(\frac{a}{l} \right)^2 \right) \cdot \frac{GA_s}{EI} \right) =$ $= 121 \cdot \frac{0,069}{1000} = \frac{1}{120}$		Schubversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l_k} = 2 \cdot \varepsilon_S \cdot \left(1 + \frac{GA_s \cdot l^2}{3 \cdot EI} \right) =$ $= 207 \cdot \frac{0,069}{1000} = \frac{1}{70}$	
zulässige Winkelverdrehung $\tan \beta$		zulässige Winkelverdrehung $\tan \beta$	
Biegeversagen:	Schubversagen:	Biegeversagen:	Schubversagen:
$\Delta/l_{\min} = 1/156$	$\Delta/l_{\min} = 1/26,4$	$\Delta/l_k = 1/980$	$\Delta/l_k = 1/70$
Ergebnis: (1/1022)/(1/156) = 0,15 < 1		Ergebnis: (1/3750)/(1/3438) = 0,92 < 1	

Tabelle B30: Auswertung Schnitt 9-9, Bodenplatte, Zeitpunkt $t = \infty$

Schnitt 9-9 - weitere Betrachtungen -			
Bodenplatte, Zeitpunkt $t = \infty$			
auf Betrachtungen zur Sattellage 1 wird verzichtet			
Muldenlage:		Sattellage 2:	
vorhandene Setzungsdifferenz:	$\Delta \approx 3,9 \text{ mm}$	vorhandene Setzungsdifferenz:	$\Delta_s \approx 3,00 \text{ mm}$
vorhandene Winkelverdrehung:	$\Delta/l_{\min} = 3,9 \text{ mm} / 2,50 \text{ m} = 1/641$	vorhandene Winkelverdrehung:	$\Delta/l_{\min} = 3,00 \text{ mm} / 5,0 \text{ m} = 1/1667$
zul. Winkelverdrehung für eine Einzellast (Stützweite $l = 8,50 \text{ m}$; $a = 3,50 \text{ m}$)	Lastbild / System: 	zul. Winkelverdrehung für eine Einzellast (Stützweite $l = 1,50 \text{ m}$)	Lastbild / System:
Schwerpunktabstände z_{si} des Bodenplattenersatzquerschnitts	$z_{so} = 25$ $z_{su} = 25$	Schwerpunktabstände z_{si} des Bodenplattenersatzquerschnitts	$z_{so} = 25$ $z_{su} = 25$
Biegeversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l} = \frac{\sqrt{3}}{27} \cdot l \cdot \frac{\varepsilon_M}{z} \cdot \frac{\sqrt{l^2 - a^2 + 6 \cdot EI / GA_s}}{(l - a)}$ $\cdot \left(1 - \left(\frac{a}{l} \right)^2 + \frac{6 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2} \right) = 2,44 \cdot \frac{0,072}{1000} \cdot (1 + \varphi_\infty) =$ $= \frac{1}{5703} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{1901}$	Biegeversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l_k} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\varepsilon_B}{z} \cdot l_k \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2} \right) \cdot (1 + \varphi_\infty) =$ $= 6,7 \cdot \frac{0,072}{1000} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{2076} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{692}$		
Schubversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l} = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{27} \cdot \frac{a \cdot l^2}{(l - a)} \cdot \varepsilon_Q \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{a}{l} \right)^2 + \frac{6 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2}}$ $\cdot \left(\frac{6}{l^2} + \left(1 - \left(\frac{a}{l} \right)^2 \right) \cdot \frac{GA_s}{EI} \right) \cdot (1 + \varphi_\infty) =$ $= 104 \cdot \frac{0,069}{1000} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{140} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{46,5}$	Schubversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l_k} = 2 \cdot \varepsilon_S \cdot \left(1 + \frac{GA_s \cdot l^2}{3 \cdot EI} \right) \cdot (1 + \varphi_\infty) =$ $= 572 \cdot \frac{0,069}{1000} = \frac{1}{25} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{8,4}$		
zulässige Winkelverdrehung $\tan \beta$		zulässige Winkelverdrehung $\tan \beta$	
Biegeversagen:	Schubversagen:	Biegeversagen:	Schubversagen:
$\Delta/l_{\min} = 1/633$	$\Delta/l_{\min} = 1/15,5$	$\Delta/l_k = 1/692$	$\Delta/l_k = 1/8,4$
Ergebnis: $(1/641) / (1/633) = 0,99 < 1$		Ergebnis: $(1/1667) / (1/692) = 0,42 < 1$	

Tabelle B31: Auswertung Schnitt 9-9, Decke über 2. Obergeschoss, Zeitpunkt $t = \infty$

Schnitt 9-9 - weitere Betrachtungen -			
Decke über dem 2. Obergeschoss, Zeitpunkt $t = \infty$			
Muldenlage 1:		Sattellage:	
vorhandene Setzungsdifferenz:	$\Delta \approx 3,5 \text{ mm}$	vorhandene Setzungsdifferenz:	$\Delta_s \approx 1,30 \text{ mm}$
vorhandene Winkelverdrehung:	$\Delta/l_{\min} = 3,5 \text{ mm} / 2,00 \text{ m} = 1/571$	vorhandene Winkelverdrehung:	$\Delta/l_{\min} = 1,30 \text{ mm} / 3,0 \text{ m} = 1/2308$
zul. Winkelverdrehung für eine Einzellast (Stützweite $l = 8,50 \text{ m}$; $a = 3,50 \text{ m}$)	Lastbild / System: 	zul. Winkelverdrehung für eine Einzellast (Stützweite $l = 1,50 \text{ m}$)	Lastbild / System:
Schwerpunktabstände z_{Si} des Deckenersatzquerschnitts		Schwerpunktabstände z_{Si} des Bodenplattenersatzquerschnitts	
Biegeversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l} = \frac{\sqrt{3}}{27} \cdot l \cdot \frac{\varepsilon_M}{z} \cdot \frac{\sqrt{l^2 - a^2 + 6 \cdot EI / GA_s}}{(l - a)}$ $\cdot \left(1 - \left(\frac{a}{l} \right)^2 + \frac{6 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2} \right) = 5,06 \cdot \frac{0,072}{1000} \cdot (1 + \varphi_\infty) =$ $= \frac{1}{2745} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{915}$		Biegeversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l_k} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\varepsilon_B}{z} \cdot l_k \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2} \right) \cdot (1 + \varphi_\infty) =$ $= 9,18 \cdot \frac{0,072}{1000} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{1513} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{504}$	
Muldenlage 2: Biegeversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\Delta/l_{\min} = 3,0 \text{ mm} / 7,00 \text{ m} = 1/2333$ $\frac{\Delta}{l} = \frac{1}{12} \cdot l \cdot \frac{\varepsilon_M}{z} \cdot \left(1 + \frac{12 \cdot EI}{GA_s \cdot l^2} \right) \cdot (1 + \varphi_\infty) =$ $= 10,6 \cdot \frac{0,072}{1000} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{1307} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{436}$		Schubversagen: (Biege- und Schubsteifigkeit s.o.) $\frac{\Delta}{l_k} = 2 \cdot \varepsilon_S \cdot \left(1 + \frac{GA_s \cdot l^2}{3 \cdot EI} \right) \cdot (1 + \varphi_\infty) =$ $= 207 \cdot \frac{0,069}{1000} = \frac{1}{70} \cdot (1 + \varphi_\infty) = \frac{1}{23,3}$	
zulässige Winkelverdrehung $\tan \beta$		zulässige Winkelverdrehung $\tan \beta$	
Biegeversagen:	Schubversagen:	Biegeversagen:	Schubversagen:
$\Delta/l_{\min} = 1/261$	nicht maßgebend	$\Delta/l_k = 1/504$	$\Delta/l_k = 1/23,3$
Ergebnis: (1/ 571)/ (1/ 269) = 0,47 < 1		Ergebnis: (1/ 1667)/ (1/ 2308) = 0,22 < 1	

B2 Zusammenfassung und Auswertung

Bei der Ermittlung der Verschiebungen am dreidimensionalen Gesamtsystem wurden gerissene Bauteilquerschnitte durch eine Steifigkeitsreduzierung näherungsweise berücksichtigt. Kriechen wurde durch einen effektiven Elastizitätsmodul und Schwinden durch äquivalente Temperaturbelastungen zum Zeitpunkt $t = \infty$ in die Berechnung eingeführt. Die in nachfolgender Tabelle zusammengestellten Ausnutzungsgrade in den untersuchten Schnitten wurden dabei überwiegend ohne Beachtung der vorhandenen Bewehrungsmenge und ohne Berücksichtigung einer definierten Rissweite ermittelt.

Tabelle B32: Ausnutzungsgrade der Auswertungen in den einzelnen Schnitten

Schnitt	Winkelverdrehung					
	Zeitpunkt $t = 0$			Zeitpunkt $t = \infty$		
	vorhanden	zulässig	Ausnutzung	vorhanden	zulässig	Ausnutzung
1 – 1	1/ 15000	1/ 6303	0,42	1/ 1143	1/ 1090	0,95
2 – 2	1/ 1953	1/ 666	0,34	1/ 1500	1/ 980	0,65
3 – 3	1/ 1506	1/ 658	0,44	1/ 969	1/ 219	0,23
4 – 4	1/ 1302	1/ 666	0,51	1/ 2000	1/ 980	0,49
5 – 5	1/ 1370	1/ 666	0,49	1/ 2000	1/ 980	0,49
6 – 6	1/ 11111	1/ 1948	0,18	1/4348	1/ 649	0,15
7 – 7	1/ 3257	1/ 417	0,13	1/ 1688	1/ 139	0,08
8 – 8	1/ 2300	1/ 417	0,18	1/ 1500	1/ 1135	0,77
9 – 9	1/ 3750	1/3438	0,92	1/641	1/ 633	0,99

Dadurch, dass die kritischen Winkelverdrehungen im vorliegenden Berechnungsbeispiel nicht erreicht werden (Ausnutzungsgrad < 1) lässt sich zusammenfassend feststellen, dass wahrscheinlich keine Schäden aus Setzungsdifferenzen auftreten. Unter Beachtung einer definierten Rissweite können die Ausnutzungsgrade weiter reduziert werden.

Nachfolgend sind die gesamten Verschiebungsverläufe aus der FE-Berechnung dargestellt, die als Grundlage der vorstehenden Auswertungen und Untersuchungen dienen.

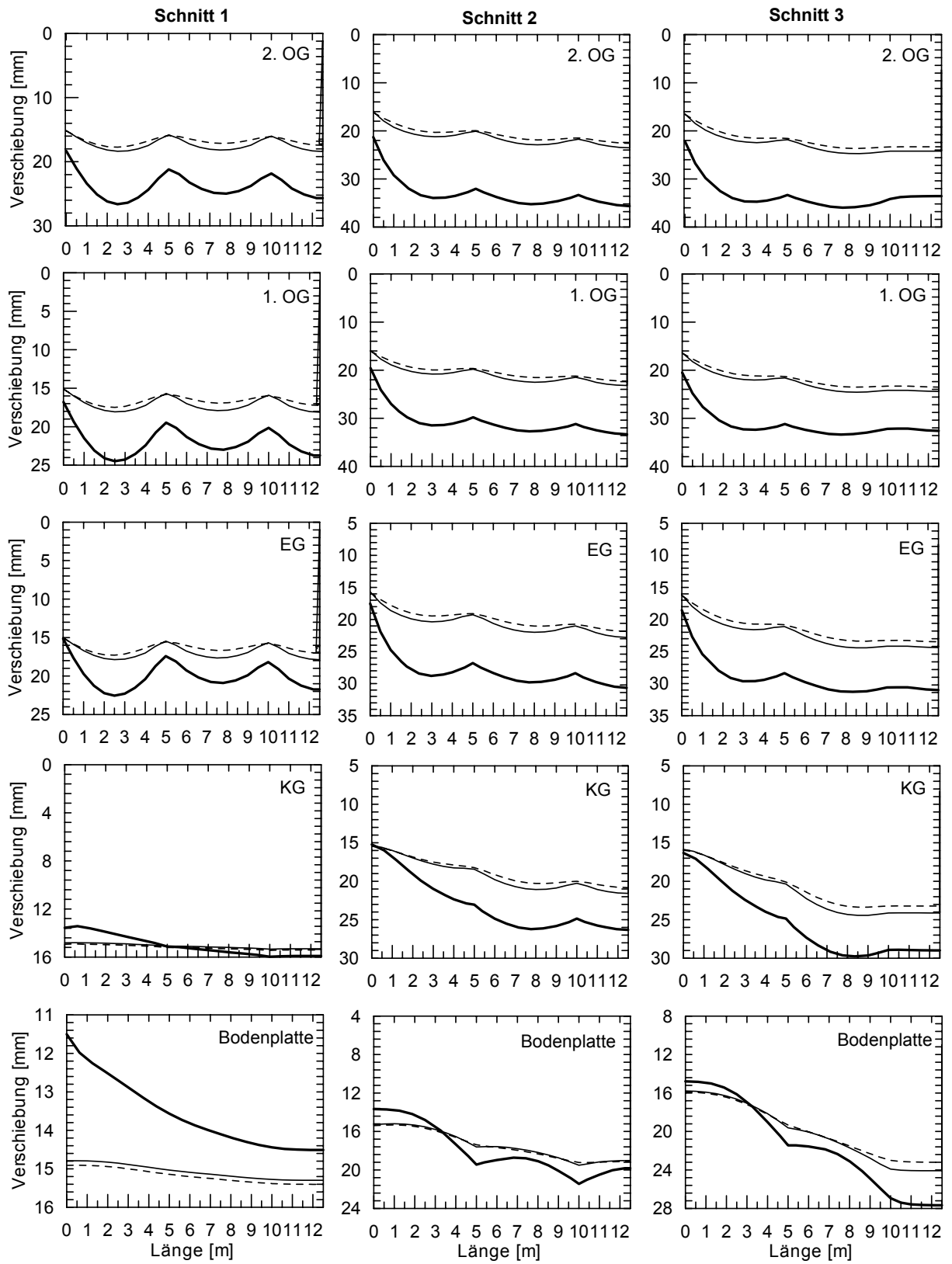


Bild B10: Verschiebungsverläufe aus der FE-Berechnung, Schnitt 1 – 1, Schnitt 2 – 2, Schnitt 3 – 3

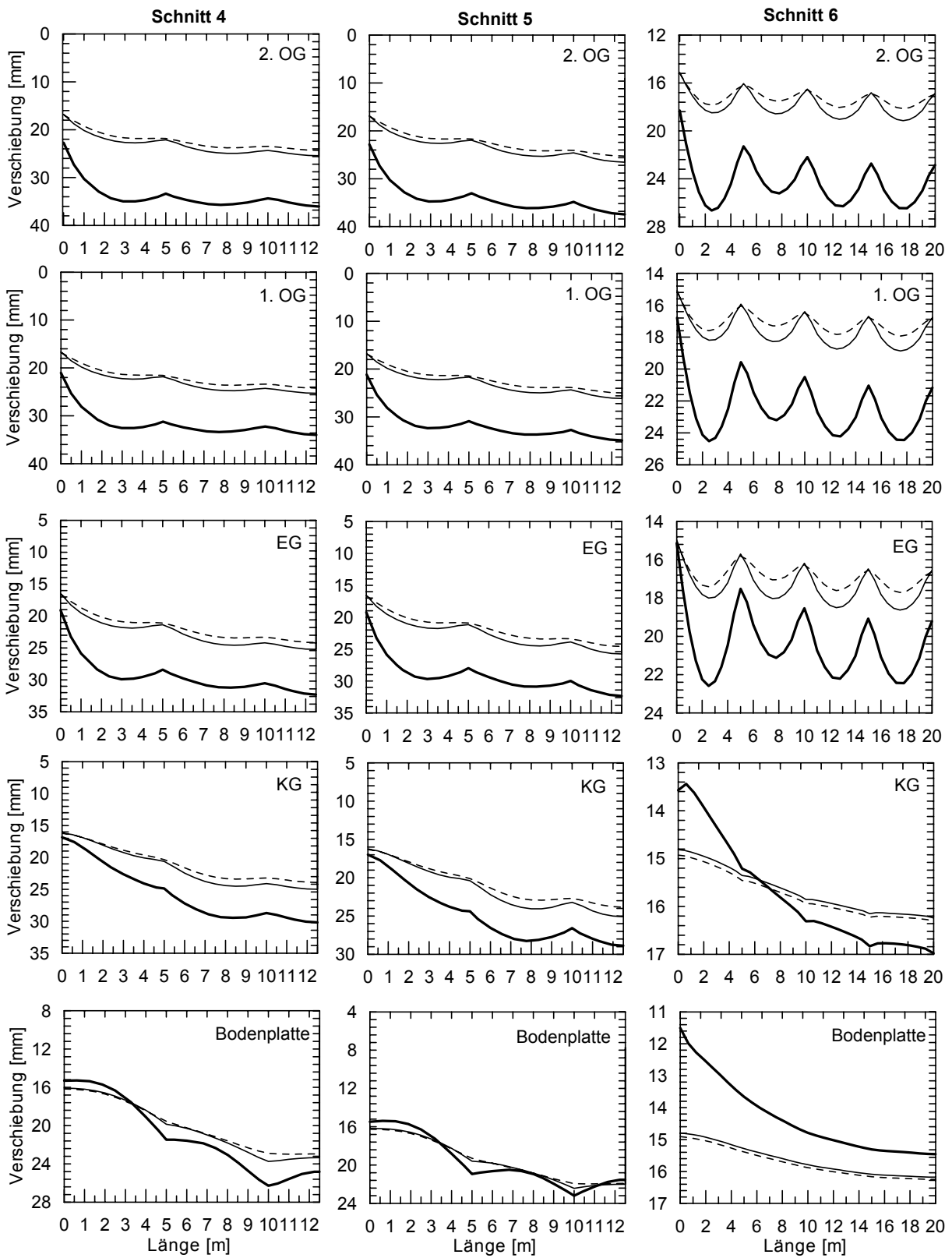


Bild B10: Verschiebungsverläufe aus der FE-Berechnung, (Fortsetzung)
 Schnitt 4 – 4, Schnitt 5 – 5, Schnitt 6 – 6

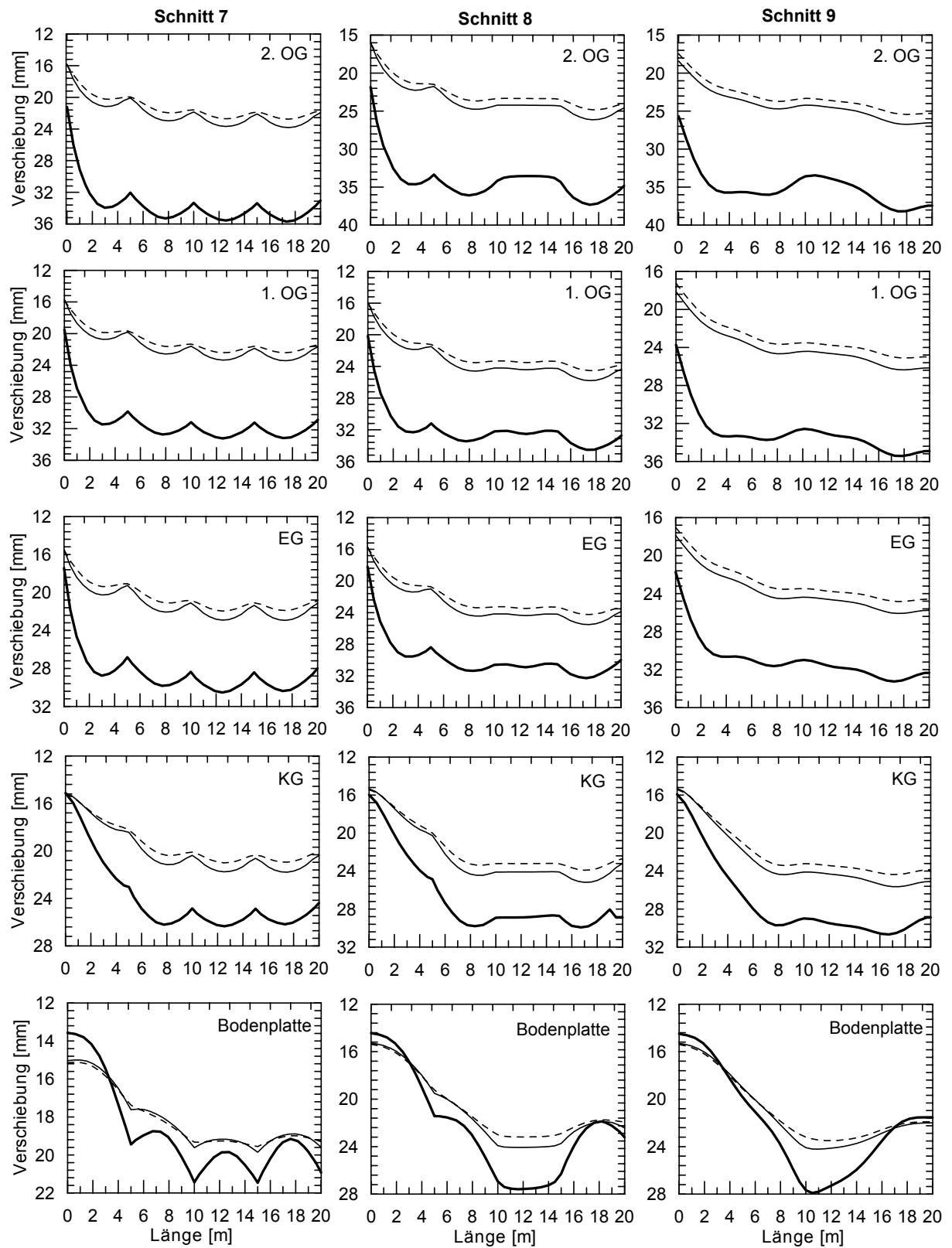


Bild B10: Verschiebungsverläufe aus der FE-Berechnung, (Fortsetzung)

Schnitt 7 – 7, Schnitt 8 – 8, Schnitt 9 – 9

Dadurch, dass die kritischen Winkelverdrehungen im vorliegenden Berechnungsbeispiel nicht erreicht werden (Ausnutzungsgrad < 1) lässt sich zusammenfassend feststellen, dass wahrscheinlich keine Schäden aus Setzungsdifferenzen auftreten. Unter Beachtung einer definierten Rissweite können die Ausnutzungsgrade weiter reduziert werden. Wird beispielsweise für sämtliche Bauteile eine zulässige Rissweite von $w_k = 0,1 \text{ mm}$ angenommen, ergibt sich für einen Stabdurchmesser $d_s = 12 \text{ mm}$ die kritische Dehnung für Biegeversagen zu

$$\varepsilon_{B,krit} \approx 1,8 \cdot \sqrt{\frac{f_{ctm} \cdot w_k}{E_s \cdot d_s}} = 1,8 \cdot \sqrt{\frac{2,9 \text{ MN/m}^2 \cdot 0,1 \text{ mm}}{200000 \text{ MN/m}^2 \cdot 12,0 \text{ mm}}} \approx 0,625 \text{ ‰}. \quad (\text{B.10})$$

Hieraus ergibt sich ein Faktor aus den kritischen Dehnungen für Biegeversagen im gerissenen zum ungerissenen Zustand mit

$$0,625 \text{ ‰} / 0,072 \text{ ‰} \approx 8,7 [-]. \quad (\text{B.11})$$

Die entsprechenden kritischen Winkelverdrehungen und Ausnutzungsgrade sind in nachfolgender Tabelle B.33 angegeben.

Tabelle B.33: Ausnutzungsgrade unter Berücksichtigung des Erhöhungsfaktors in den untersuchten Bauteilschnitten

Schnitt	Winkelverdrehung							
	Zeitpunkt t = 0				Zeitpunkt t = ∞			
		vorhanden	zulässig	Ausnutzung		vorhanden	zulässig	Ausnutzung
1 – 1	S	1/ 15000	1/ 6303	0,42	S	1/ 1143	1/ 125	0,11
2 – 2	B	1/ 1953	1/ 77	0,039	B	1/ 1500	1/ 113	0,075
3 – 3	B	1/ 1506	1/ 76	0,05	B	1/ 969	1/ 25	0,026
4 – 4	B	1/ 1302	1/ 77	0,06	B	1/ 2000	1/ 113	0,056
5 – 5	B	1/ 1370	1/ 77	0,056	B	1/ 2000	1/ 113	0,056
6 – 6	B	1/ 11111	1/ 228	0,021	B	1/ 4348	1/ 75	0,017
7 – 7	B	1/ 3257	1/ 48	0,015	B	1/ 1688	1/ 16	0,01
8 – 8	B	1/ 2300	1/ 48	0,021	B	1/ 1500	1/ 130	0,09
9 – 9	B	1/ 3750	1/ 395	0,11	B	1/ 641	1/ 73	0,11

Abkürzungen: B...Biegeversagen maßgebend; S...Schubversagen maßgebend

Die durch den Erhöhungsfaktor aus einer Berücksichtigung der Rissbildung angegebenen Winkelverdrehungen und Ausnutzungsgrade stellen die Veränderung in Bezug auf die maßgebenden Winkelverdrehungen im ungerissenen Zustand dar. Die angegebenen zulässigen

Winkelverdrehungen für Biegeversagen stellen daher nicht den maßgebenden zulässigen Fall dar. Hier wird nun i.d.R. Schubversagen maßgebend. Allerdings soll auf diese Darstellung nachfolgend verzichtet werden.

C Häufig verwendete Bezeichnungen und Symbole

Δs	[m], [cm]	Setzungsdifferenz
s_{max}	[m], [cm]	zulässige, maximale Setzung
E_s	[MN/m ²]	Steifemodul des Baugrundes
k_s	[MN/m ³]	Bettungsmodul
s	[m], [cm]	Setzung
$\tan \beta$	[rad]	Winkelverdrehung
R	[km]	Krümmungsradius
φ'_k	[°]	Reibungswinkel
r	[MN/m]	Reibungskraft
ε_{krit}	[-]	kritische Dehnung
EI	[MNm ²]	Biegesteifigkeit
GA_s	[MN]	Schubsteifigkeit
α_s	[-]	Schubkorrekturfaktor
A_s	[m ²]	Schubfläche
A	[m ²]	Querschnittsfläche
EA	[MN]	Dehnsteifigkeit
S	[m ³]	statisches Moment (Flächenmoment 1. Ordnung)
I	[m ⁴]	Flächenträgheitsmoment (Flächenmoment 2. Ordnung)
E_{eff}	[MN/m ²]	effektiver Elastizitätsmodul
ν	[-]	Querdehnzahl
κ	[1/m]	Krümmung
γ	[-]	Gleitung
φ	[-]	Kriechzahl
α_e	[-]	Verhältnis der E-Moduln
f_{ct}	[MN/m ²]	Betonzugfestigkeit
f_c	[MN/m ²]	Betondruckfestigkeit
σ_s	[MN/m ²]	Stahlspannung
σ_c	[MN/m ²]	Betondruckspannung
ρ	[-]	Bewehrungsgrad
A_s	[cm ²]	Bewehrung

ε_{cs}	[-]	Schwinddehnung, Schwindmaß
M_{cr}	[MNm]	Rissmoment
N_{cr}	[MN]	Rissnormalkraft
ζ	[-]	Verteilungsbeiwert
β_i	[-]	Beiwert zur Beschreibung des Verbundverhaltens zwischen Beton und Stahl, bzw. der Lastdauer
K_i	[-]	Steifigkeitsverhältnis, Systemsteifigkeit
d	[m]	statische Querschnittshöhe
$f_{m,i}$	[MN/m ²]	Druckfestigkeit von Mauerwerk
f_{bt}	[MN/m ²]	Steinzugfestigkeit
l_{min}	[m]	minimale angrenzende Stützweite
η	[-]	Versagensschnitt
ψ_2	[-]	quasi-ständiger Kombinationsbeiwert
P	[MN]	allgemeine Abkürzung für eine Belastung im vereinfachten Berechnungsverfahren
q	[MN/m]	allgemeine Abkürzung für eine Belastung im vereinfachten Berechnungsverfahren
n	[-]	Verhältniswert Trapezlast
ξ	[-]	Wirkungsort einer Einzellast
φ_i	[-]	Winkelverdrehung
x, \bar{x}	[-]	Laufvariable
a, b	[m]	Trägerabschnittslänge
z	[m]	Abstand neutrale Faser zum Querschnittsrand
EI_{ers}	[MNm ²]	Ersatzsteifigkeit
$w(x)$		Verformungsverlauf
$w'(x)$		Verdrehungsverlauf
$M(x)$		Momentenverlauf
$Q(x)$		Querkraftverlauf

Einige Symbole und Bezeichnungen sind mehrfach verwendet. Im Sinne der üblichen Bezeichnungen in der Bodenmechanik und im konstruktiven Ingenieurbau wurden die Symbole allerdings beibehalten. Sie sind in den entsprechenden Abschnitten näher definiert.

Mitteilungen des Fachgebietes Grundbau, Boden- und Felsmechanik der Universität Kassel

Herausgeber: Prof. Dr.-Ing. H. Sommer

- Heft 1** **Buczek, H., 1991:**
Beitrag zur Berechnung der horizontalen Belastung auf steife Elemente zur Stabilisierung von Rutschungen in Tonhängen.
- Heft 2** **Böckmann, F.-J., 1991:**
Modellversuche zur Grenzlastermittlung von Pfahlgruppen, Vertikalpfähle unter Vertikallast in symmetrischer Anordnung.
- Heft 3** **Meyer-Kraul, N., 1991:**
Geomechanische Eigenschaften von Röttonsteinen, Scherfestigkeit bei schichtenparalleler Beanspruchung.
- Heft 4** **Müllner, B., 1991:**
Beitrag zur Untersuchung der Erosionssicherheit bindiger Mischböden bei vertikaler Durchströmung.

Schriftenreihe Geotechnik der Universität Kassel

Herausgeber: Prof. Dr.-Ing. H.-G. Kempfert

- Heft 5** **Voß, T., 1996:**
Beitrag zur Festigkeitsentwicklung von Klärschlämmen in Monodeponien
- Heft 6** **Raithel, M., 1999:**
Zum Trag- und Verformungsverhalten von geokunststoffummantelten Sandsäulen
- Heft 7** **Jaup, A., 1999:**
Anwendung von 1g Modellversuchen auf das Setzungsverhalten im Hinterfüllungsbereich von Brückenwiderlagern
- Heft 8** **Hu, Y., 2000:**
Zum Verformungsverhalten von wassergesättigten bindigen Böden unter zyklischer Belastung
- Heft 9** **Sammelveröffentlichung, 2001:**
Beiträge aus der Umweltgeotechnik

- Heft 10** **Zaeske, D., 2001:**
Zur Wirkungsweise von unbewehrten und bewehrten mineralischen Tragschichten über pfahlartigen Gründungselementen
- Heft 11** **Ott, E., 2001:**
Zum bodenmechanischen Verhalten von Abfallrostaschen
- Heft 12** **Gotschol, A., 2002:**
Veränderlich elastisches und plastisches Verhalten nichtbindiger Böden und Schotter unter zyklisch-dynamischer Beanspruchung
- Heft 13** **Stöcker, T., 2002:**
Zur Modellierung von granularen Materialien bei nichtruhenden Lasteinwirkungen
- Heft 14** **Berhane Gebreselassie, 2003:**
Experimental, analytical and numerical investigations of excavations in normally consolidated soft soils
- Heft 15** **Witzel, M., 2004:**
Zur Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit von vorgefertigten Verdrängungspfählen in bindigen und nichtbindigen Böden
- Heft 16** **Soumaya, B., 2005:**
Setzungsverhalten von Flachgründungen in normalkonsolidierten bindigen Böden
- Heft 17** **Rudolf, M., 2005:**
Beanspruchung und Verformung von Gründungskonstruktionen über Pfahlrosten und Pfahlgruppen unter Berücksichtigung des Teilsicherheitskonzeptes
- Heft 18** **Hg: Raithel, M.; Rudolf, M., 2005**
Festschrift zum 60. Geburtstag von Professor Dr.-Ing. Hans-Georg Kempfert, Symposium Geotechnik – Verkehrswegebau und Tiefgründungen – am 26. September 2005 in Kassel
- Heft 19** **Heitz, C., 2006:**
Bodengewölbe unter ruhender und nichtruhender Belastung bei Berücksichtigung von Bewehrungseinlagen aus Geogittern
- Heft 20** **Gourge Samir Fahmi Farag, 2008:**
Lateral spreading in basal reinforced embankments supported by pile-like elements
- Heft 21** **Fischer, D., 2009:**
Interaktion zwischen Baugrund und Bauwerk – Zulässige Setzungsdifferenzen sowie Beanspruchungen von Bauwerk und Gründung –

