

# **Klassifizierung von Brettschichtholzbalken**

## **mit Hilfe der Parameteridentifikation**

Dissertation  
zur Erlangung des akademischen Grades eines  
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)  
im Fachbereich Bauingenieurwesen  
der Universität Gesamthochschule Kassel

vorgelegt von  
**Dipl.-Ing. Michael Siemers**  
aus Breitenfelde

Kassel 1998

Die Deutsche Bibliothek - CIP-Einheitsaufnahme

**Michael Siemers**

Klassifizierung von Brettschichtholzbalken mit Hilfe der Parameteridentifikation

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsschutzgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

ISBN 3- 933146-15-1

© Kassel University Press GmbH, 1998

Referent:

Prof. Dr.-Ing. M. Link

Korreferent:

Prof. Dr.-Ing. F. Thiele

Tag der Einreichung:

22. Juni 1998

Tag der mündlichen Prüfung:

06. August 1998

## **Vorwort**

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Mechanik/Holzbau des Fachbereichs Bauingenieurwesen der Universität Gesamthochschule Kassel.

An dieser Stelle danke ich herzlich meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr.-Ing. Michael Link, der aufgrund seiner langjährigen Erfahrung auf dem Gebiet der Strukturmechanik und der Systemidentifikation sowie seiner Bereitschaft zu kritischen Diskussionen einen entscheidenden Beitrag zum gelingen dieser Arbeit geleistet hat.

Herrn Professor Dr.-Ing. Frieder Thiele danke ich für seine hilfreichen Anregungen und die Übernahme der Korreferates.

Ganz besonders bedanke ich mich auch bei dem Leiter des Fachgebietes Mechanik/Holzbau Herrn Prof. Dipl.-Ing. Reinhold Höhmann, der mir durch sein großes Engagement insbesondere in der Lehre die nötigen Freiräume für meine Arbeit eingeräumt hat.

Weiterhin gilt mein Dank allen Kollegen, Freunden und meiner Familie, die mir mit fachlichen Diskussionen und mit der kritischen Durchsicht des Manuskriptes hilfreich zur Seite standen.

Kassel, im September 1998

# Inhaltsverzeichnis

Verzeichnis der Symbole und Abkürzungen.....	III
1 Einleitung.....	1
2 Aufbau und Herstellung von Brettschichtholz (BSH) .....	3
2.1 Gütesortierung von Brettschichtholzlamellen.....	5
3 Mechanische Eigenschaften des Brettschichtholzes .....	9
3.1 Verformungsverhalten des Holzes .....	10
3.1.1 Elastizitätsmodul.....	13
3.2 Festigkeit des Holzes .....	15
3.3 Einfluß der Laminierung.....	20
3.4 Einfluß der Keilzinkungen .....	20
4 Voruntersuchungen an Brettlamellen.....	23
4.1 Prüfkörper .....	23
4.2 Versuchsdurchführung .....	26
4.2.1 Biegeversuche .....	26
4.2.2 Zugversuche .....	26
4.3 Versuchsauswertung .....	27
4.4 Versuchsergebnisse .....	28
4.5 Erkenntnisse für die Parameteridentifikation.....	33
5 Parameteridentifikation an Brettschichtholzbalken .....	35
5.1 Finite-Element-Modell für Brettschichtholzbalken .....	36
5.2 Gegenüberstellung von Rechen- und Testmodell .....	39
5.3 Modellkorrektur zur Parameteridentifikation .....	40
5.4 Sensitivitätsanalyse der Parameter.....	46
5.5 Überprüfung des Modell- und Korrekturansatzes mit Hilfe simulierter Testdaten .....	49

6 Traglastuntersuchungen .....	57
6.1 Traglastmodell .....	57
6.2 Überprüfung des Traglastmodells .....	63
6.3 Einfluß ausgewählter Parameter auf das Tragverhalten von Brettschichtholzträgern ....	67
6.3.1 Einfluß der Lamellen-E-Moduln.....	67
6.3.2 Einfluß der Rohdichte .....	70
7 Anwendung am Brettschichtholzbalken .....	73
7.1 Schwingungstest .....	73
7.2 Identifikation der Steifigkeitsparameter.....	78
7.3 Berechnung und experimentelle Ermittlung der Traglast .....	84
7.4 Gegenüberstellung der Berechnungs- und Versuchsergebnisse.....	89
8 Zusammenfassung und Ausblick .....	93
9 Literaturverzeichnis .....	97

## Verzeichnis der Symbole und Abkürzungen

A	Ästigkeit
A	Querschnittsfläche
b	Breite
B	Biegesteifigkeit
BSH	Brettschichtholz
C	Elastizitätsmatrix
C	Koppelsteifigkeit
$c_s$	Entwicklungs koeffizient
d	Dicke
D	Dehnsteifigkeit
E	Elastizitätsmodul
$E_B$	Biege- Elastizitätsmodul
$E_k$	Elastizitätsmodul der k- ten Lamelle
$E_z$	Zug- Elastizitätsmodul
$E_{\parallel}$	Elastizitätsmodul parallel zur Faser
$E_{\perp}$	Elastizitätsmodul senkrecht zur Faser
$e_z$	Exzentrizität in z- Richtung
F	Kraft
$\mathbf{F}^{\Delta}$	Lastvektor nach Erreichen der Druckfestigkeit
$\mathbf{F}^0$	Anfangslastvektor
$f_D$	Druckfestigkeit des Holzes
$f_{D\perp}$	Druckfestigkeit des Holzes senkrecht zur Faser

$f_{D\parallel}$	Druckfestigkeit des Holzes parallel zur Faser
$f_{DP}$	Proportionalitätsgrenze des Holzes bei Druckbeanspruchung
$F_{\max}$	maximale Kraft
$f_{S\parallel}$	Scherfestigkeit des Holzes parallel zur Faser
$F_U$	Bruchlast
$f_Z$	Zugfestigkeit des Holzes
$f_{Z\perp}$	Zugfestigkeit des Holzes senkrecht zur Faser
$f_{Z\parallel}$	Zugfestigkeit des Holzes parallel zur Faser
$f_{ZP}$	Proportionalitätsgrenze des Holzes bei Zugbeanspruchung
$G$	Schubmodul
$\mathbf{G}$	Gradientenmatrix (Sensitivitätsmatrix)
$\mathbf{G}_\lambda$	Gradientenmatrix bezüglich der Eigenwerte
$\mathbf{G}_\phi$	Gradientenmatrix bezüglich der Eigenformen
$G_k$	Schubmodul der $k$ -ten Lamelle
$h$	Balkenhöhe
$h_k$	Lamellenhöhe
$I$	Einheitsmatrix
$J$	Zielfunktional
$\mathbf{K}$	Steifigkeitsmatrix
$\mathbf{K}^\Delta$	Steifigkeitsmatrix nach Erreichen der Druckfestigkeit
$\mathbf{K}_A$	Steifigkeitsmatrix des Ausgangsmodells
$\mathbf{K}_B$	Biegesteifigkeitsmatrix
$\mathbf{K}_C$	Koppelsteifigkeitsmatrix

<b>K<sub>D</sub></b>	Dehnsteifigkeitsmatrix
<b>KZV</b>	Keilzinkenverbindung
<b>L</b>	Länge
<i>l</i>	Elementlänge
<i>l</i> <sub>0</sub>	Ausgangslänge
<b>L<sub>St</sub></b>	Stützweite
<b>M</b>	Massenmatrix
<b>MAC</b>	Maß für die Abweichung zwischen zwei Vektoren (Modal Assurance Criterion)
<b>MSF</b>	modaler Skalierungsfaktor
<b>n</b>	Anzahl der Probekörper
<b>N</b>	Anzahl der Lamellen im Brettschichtholzbalken
<b>R</b>	Korrelationskoeffizient
<b>r<sub>a</sub></b>	Residualvektor im Linearisierungspunkt
<b>S<sub>r</sub></b>	Reststreuung
<b>s</b>	Standardabweichung der Reststreuung
<b>S</b>	Schubsteifigkeit
<b>u</b>	Holzfeuchtigkeit
<b>u</b>	Verschiebung in x- Richtung
<b>U<sup>Δ</sup></b>	Verschiebungsvektor nach Erreichen der Druckfestigkeit
<b>U<sup>0</sup></b>	Anfangsverschiebungsvektor
<b>v(α)</b>	Vektor mit den Größen des Rechenmodells
<b>v<sub>a</sub></b>	Modellvektor im Linearisierungspunkt
<b>v<sub>T</sub></b>	Vektor mit gemessenen Größen (Test)

<b>W</b>	Wichtungsmatrix
w	Verschiebung in z- Richtung (Durchbiegung)
x	Koordinate in x- Richtung
y	Koordinate in y- Richtung
z	Koordinate in z- Richtung
$\alpha$	Korrekturparameter
$\Delta\alpha_i$	Parameteränderung
$\varepsilon$	Verzerrung
$\varepsilon_\lambda$	Eigenwertresiduum
$\varepsilon_\phi$	Eigenformresiduum
$\varepsilon_r$	Residualvektor
$\varepsilon_w$	gewichteter Residualvektor
$\gamma$	Gleitung
$\lambda$	Eigenwert
$\lambda_T$	Eigenwert aus Test
$\sigma$	Normalspannung
$\sigma^\Delta$	Spannungsmatrix nach Erreichen der Druckfestigkeit
$\sigma^0$	Spannungsvektor im Ausgangszustand
$\tau$	Schubspannung
$\nu$	Querkontraktionszahl
$\rho$	Rohdichte
$\kappa$	Schubflächenkoeffizient
$\varphi$	Schubverformungsparameter

$\Delta F$	Kraftdifferenz
$\Delta f$	Frequenzabweichung
$\Delta l$	Längenänderung
$\Phi$	Eigenvektor
$\Phi_R$	Eigenvektor des Rechenmodells
$\Phi_T$	Eigenvektor aus Test
$\Delta w$	Durchbiegungsänderung

## 1 Einleitung

Holz weist aufgrund seiner natürlich gewachsenen Struktur Unregelmäßigkeiten und große Streuungen der steifigkeits- und festigkeitsrelevanten Parameter (Elastizitätsmodul, Rohdichte, Äste, Kraft- Faserverlauf) auf, die den wirtschaftlichen Einsatz von Brettschichtholz stark einschränken. Die Klassifizierung von Brettschichtholz erfolgt derzeit überwiegend durch eine manuelle Gütesortierung der einzelnen Brettlamellen nach visuellen Kriterien. Bei dieser Vorgehensweise können allerdings nur die Ästigkeit und die Wuchseigenschaften beurteilt werden, deshalb gewinnen Verfahren zur Messung des E-Moduls und der Rohdichte immer mehr an Bedeutung.

Nachdem eine Korrelation zwischen dem Elastizitätsmodul und der Festigkeit von Holz nachgewiesen wurde [Glos, 1978], [Heimeshoff, 1982], ergab sich die Möglichkeit, durch Messung der Steifigkeit auf die Festigkeit zu schließen. Daraufhin wurden für die Sortierung von Brettschichtholzlamellen Verfahren entwickelt, bei denen der Elastizitätsmodul mit Hilfe von Durchbiegungsmessungen oder über Messungen der Longitudinalschwingungen berechnet wird. Der Nachteil des Durchbiegungsprinzips liegt darin, daß nur einzelne Brettlamellen untersucht werden können und keine Betrachtung des gesamten Brettschichtholzträgers vorgenommen werden kann. Durch die Messung der Schwingungszeit von Längsschwingungen, wie sie bisher angewendet wird, ist es nicht möglich unterschiedliche Elastizitätsmoduln über die Brettlänge zu erfassen.

Diese Nachteile können beim Einsatz von Parameteridentifikationsverfahren vermieden werden. Hierbei handelt es sich um Verfahren zur Korrektur ausgewählter Parameter eines Rechenmodells auf der Grundlage von Messungen an einer Struktur. Die Messungen liefern Verformungen, Spannungen oder Eigenschwingungsgrößen, die den berechneten Größen des Rechenmodells gegenüber gestellt werden. Anschließend werden die Modellparameter solange korrigiert bis berechnete und gemessene Größen übereinstimmen. Werden als Meßdaten Biegeeigenschwingungen verwendet, so kann die Steifigkeit von Brettern oder Balken mit beliebigen Querschnittsabmessungen auch abschnittsweise bestimmt werden.

Ziel dieser Arbeit ist es, die Möglichkeiten des Parameteridentifikationsverfahrens zur Ermittlung der Elastizitätsmoduln einzelner Brettlamellen im gefertigten Brettschichtholzträger zu untersuchen, um eine Endkontrolle bei der Produktion von Brettschichtholz zu ermöglichen.

Auf der Grundlage der Parameteridentifikation wurde unter anderem eine Methode zur Ermittlung der Elastizitätsmoduln und der Schubmoduln von geschichteten Faserverbundplatten entwickelt [Zou, 1996]. Hierfür wurde ein Plattenmodell nach der Laminattheorie benutzt, die auch zur Beschreibung von Brettschichtholzbalken herangezogen werden kann.

Im Rahmen dieser Arbeit soll ein Laminat-Balkenelement mit den zu bestimmenden Parametern (Biegesteifigkeit, Schubsteifigkeit und Lamellen-E-Moduln) und ein geeig-

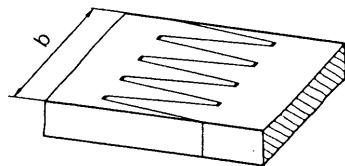
neter Korrekturansatz entwickelt werden. Die Parameter des Rechenmodells sollen dabei an gemessene Eigenschwingungsgrößen angepaßt werden.

Um die Möglichkeiten der Parameteridentifikation zur Beurteilung des Tragverhaltens von Brettschichtholzträgern untersuchen zu können, soll ein Traglastmodell unter Verwendung des Laminat-Balkenelements entwickelt werden. Bei diesem Modell muß neben den identifizierten Steifigkeitsparametern auch die Festigkeit der Brettlamellen und der Keilzinkenverbindungen berücksichtigt werden.

Mit der Kombination aus Modellkorrektur und Traglastberechnung kann für einen gefertigten Brettschichtholzträger die vorhandene Steifigkeit und die rechnerische Traglast bestimmt und so die Qualität des fertigen Brettschichtholzes abschließend überprüft werden. Darüber hinaus kann das Verfahren der Parameteridentifikation für die maschinelle Sortierung von Brettlamellen eingesetzt werden.

## 2 Aufbau und Herstellung von Brettschichtholz (BSH)

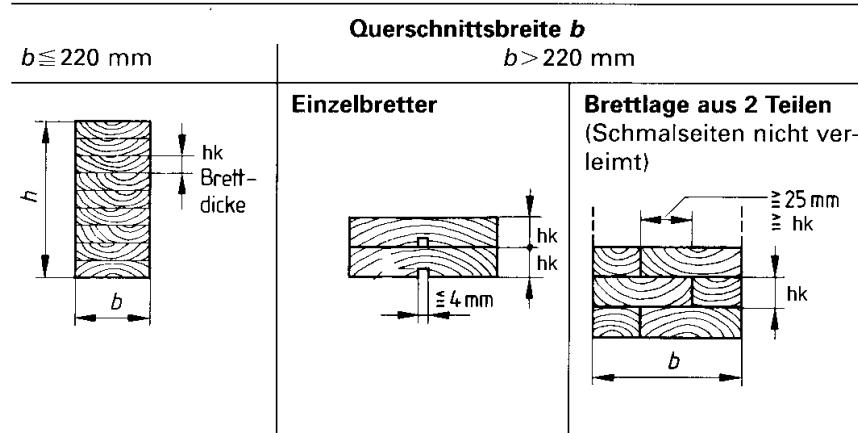
In Mitteleuropa kommt bei der Herstellung von Brettschichtholz überwiegend Fichtenholz zum Einsatz. Brettschichtholz besteht aus schichtverleimten Brettlamellen, die aus "Endlosbrettern" herausgeschnitten werden. Diese "Endlosbretter" werden hergestellt, indem einzelne, gütesortierte Bretter (Kapitel 2.1) durch Längsstöße mittels Keilzinkenverleimung (Abbildung 2.1) aneinander gefügt werden. Die Höhe  $h_k$  einzelner Brettlamellen liegt zwischen 6 und 42 mm, die Breite  $b$  in der Regel bei maximal 220 mm. Brettlamellen mit einer Breite von mehr als 220 mm müssen zur Reduzierung von Querzugsspannungen infolge Schwinden mit Entlastungsnuten in Brettlängsrichtung versehen oder aus mehreren, nebeneinanderliegenden Teilen hergestellt werden (Abbildung 2.2).



**Abbildung 2.1: Keilzinkenverbindung**  
[Neuhaus, 1994]

Aus den Brettlamellen können Brettschichtholzträger mit einer Konstruktionshöhe von bis zu 2,30 m und einer Länge von bis zu 40,0 m hergestellt werden. Die begrenzenden Faktoren sind dabei die Arbeitsbreiten der zur Verfügung stehenden Hobelmaschinen und die Transportmöglichkeiten.

Die Anforderungen an die Herstellung und den Aufbau von Brettschichtholzbauteilen sind in DIN 1052-1/A1 (04.88) mit der Änderung A1 (10.96) (Holzbauwerke; Berechnung und Ausführung) und dem Nationalen Anwendungsdokument zum Eurocode EC 5 NAD geregelt.



**Abbildung 2.2: Aufbau von Brettschichtholz [Neuhaus, 1994]**

Durch die Ergänzung der Norm für die Sortierung von Nadelholz, DIN 4074-1 (09.89) und der DIN 1052-1/A1 besteht die Möglichkeit, Brettlamellen zur Herstellung von Brettschichtholzträgern auch maschinell nach dem Elastizitätsmodul oder der Rohdichte (Masse bezogen auf das Stoffvolumen aus Holzfasern und Porenraum) zu sortieren. In DIN 1052-1/A1 sind vier Brettschichtholzklassen (Tabelle 2.1) angegeben; die Bezeichnung BS steht dabei für Brettschichtholz und der Zahlenwert gibt die zugehörige zulässige Biegespannung (in  $\text{N/mm}^2$ ) an. Bei den Sortierklassen wird zwischen visuell (S) und maschinell (MS) sortierten Brettern unterschieden. Anhand der Angaben in Tabelle 2.1 wird deutlich, daß eine gute Holzqualität und somit eine hohe zulässige Beanspruchung nur mit Hilfe der maschinellen Sortierung erreicht werden kann.

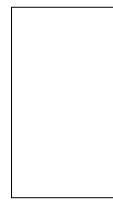
	BS 11	BS 14	BS 16	BS 18
Sortierklasse der Lamellen nach DIN 4074	S 10 / MS 10	S 13	MS 13	MS 17

**Tabelle 2.1: Brettschichtholzklassen nach DIN 1052-1/A1**

Bei Biegeträgern muß nicht der gesamte Querschnitt aus den in Tabelle 2.1 angegebenen Lamellenklassen aufgebaut sein, sondern im inneren, weniger beanspruchten Trägerbereich dürfen Lamellen der nächst niedrigeren Klasse verwendet werden. Daraus ergeben sich die nachfolgend gezeigten Querschnittstypen:

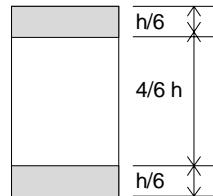
**Typ 1- Homogener Querschnitt:**

Der Querschnitt setzt sich zusammen aus Lamellen einer Sortierklasse, die Lamellen weisen somit annähernd den gleichen E-Modul auf.



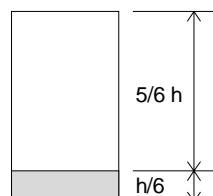
**Typ 2- Kombinierter Querschnitt - symmetrisch:**

Die Lamellen im inneren, weniger beanspruchten Querschnittsbereich bestehen aus der nächst niedrigeren Sortierklasse gegenüber den Lamellen im äußeren Zug- und Druckbereich. Die äußeren Bereiche müssen mindestens  $1/6$  der Querschnittshöhe betragen oder mindestens aus 2 Lamellen bestehen.



**Typ 3- Kombinierter Querschnitt - asymmetrisch:**

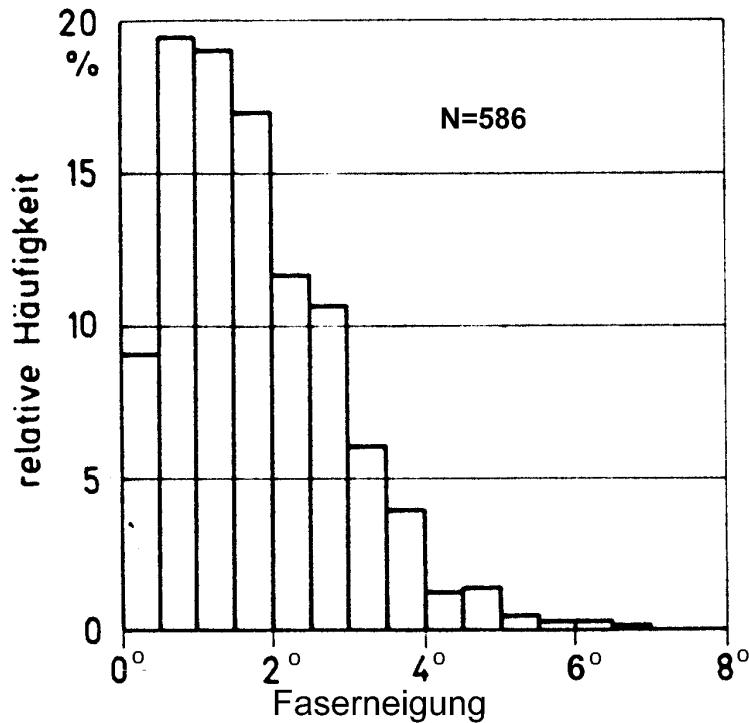
Wie Typ 2, jedoch bestehen hier nur die Zuglamellen im äußeren Bereich aus einer besseren Sortierklasse.



Auch die Verwendung von Lamellen aus mehr als zwei Sortierklassen innerhalb eines Brettschichtholzträgers ist in DIN 1052-1/A1 ausdrücklich erlaubt, jedoch muß dann ein genauerer Nachweis unter Berücksichtigung der unterschiedlichen E-Moduln des Trägers erfolgen.

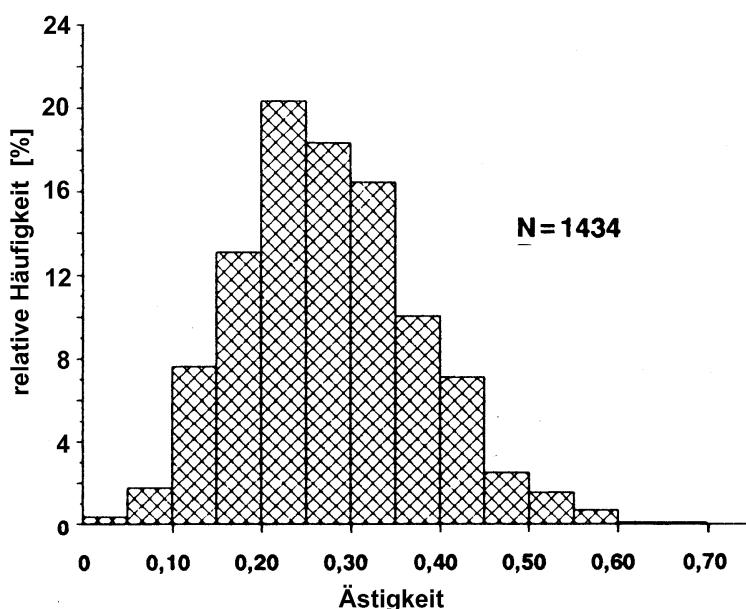
## 2.1 Gütesortierung von Brettschichtholzlamellen

Die Klassifizierung von Brettschichtholzbalken erfolgt ausschließlich über die Gütesortierung der einzelnen Brettlamellen, aus denen die Träger zusammengebaut werden. Die Brettlamellen werden nach DIN 4074-1 überwiegend manuell sortiert. Sortierparameter sind hierbei nur die visuell erfaßbaren Größen wie Äste, Jahrringbreite und Faserverlauf, so daß durch diese Sortierung insbesondere hinsichtlich der Äste und der Faserneigung eine hohe Holzqualität erzielt wird. Dies belegen statistische Untersuchungen von Heimeshoff und Glos, sowie von Colling und Görlacher an Brettlamellen aus deutschen Leimbaubetrieben. Danach stellt sich die relative Häufigkeit der festgestellten Faserneigungen und der Ästigkeiten bei Brettschichtholzlamellen wie folgt dar:



**Abbildung 2.3: Relative Häufigkeit der Faserneigung bei BSH- Lamellen [Heimeshoff, 1980]**

Die Faserneigung wird als Winkel zwischen Faserrichtung und Brettlangsachse definiert. Lokale Störungen des Faserverlaufs im Bereich von Ästen werden dem Parameter „Ästigkeit“ zugeordnet und nicht als Faserabweichung erfaßt.



Die Ästigkeit stellt das Verhältnis zwischen der auf den Brettquerschnitt projizierten Summe der Astflächen  $A_i$  innerhalb eines 15 cm langen Brettabschnittes und der Querschnittsfläche dar. Sie berechnet sich aus der Beziehung:

$$A = \frac{\sum A_i}{b h_k} \quad (2.1)$$

Die manuelle Sortierung der Brettlamellen hat jedoch den Nachteil der Subjektivität und der begrenzten Präzision. Daher kann mit Hilfe der visuell erfaßbaren Parameter keine gesicherte Korrelation zur Holzfestigkeit hergestellt werden, woraus geringe zulässige Beanspruchungen resultieren. Zudem haben weitere Untersuchungen gezeigt, daß visuell nicht zu erfassende Einflußgrößen wie der Elastizitätsmodul und die Rohdichte eine hohe Korrelation zur Festigkeit von Brettlamellen aufweisen (Kapitel 3). Aus diesem Grund sind maschinelle Sortierverfahren entwickelt worden, bei denen auch der E-Modul als Sortierparameter für die Klassifizierung der Brettlamellen berücksichtigt werden kann. In Nordamerika und Mitteleuropa sind derzeit Anlagen im Einsatz, die den Elastizitätsmodul anhand der Durchbiegung ermitteln [Becker, 1993]. Für jede in Deutschland eingesetzte Sortiermaschine muß eine Registrierung gemäß DIN 4074 T3 erfolgen. Eine Genehmigung zur Sortierung von Brettschichtholzlamellen wurde bisher erst für einen Maschinentyp erteilt, der bei zwei Brettschichtholzbetrieben eingesetzt wird. Das Arbeitsprinzip dieser Maschine zeigt Abbildung 2.5.

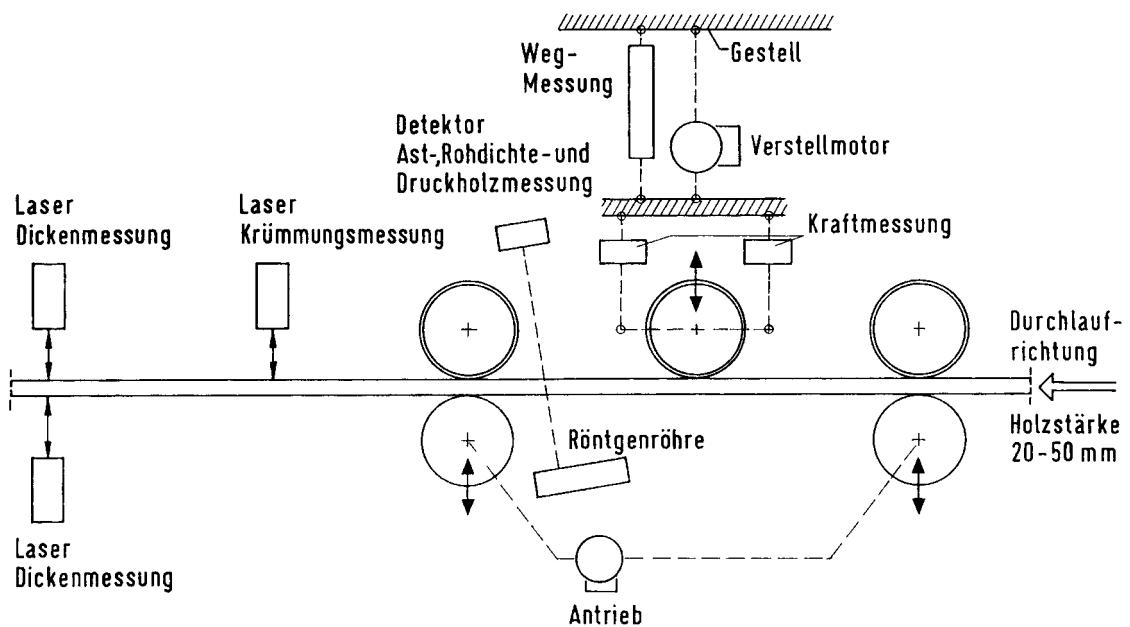


Abbildung 2.5: Prinzip der Sortiermaschine [Glos, 1994/1]

Die Parameter Ästigkeit und Rohdichte werden bei diesem Gerät indirekt mit Hilfe der Röntgentechnik ermittelt, während der Elastizitätsmodul aus der gemessenen Biegever-

formung bei einer Stützweite von 70 cm berechnet wird. Die Anwendung der Sortiermaschine ist auf Brettdicken  $h_k$  von 18 bis 55 mm beschränkt.

Görlacher untersuchte die Möglichkeit der Klassifizierung von Brettschichtholzlamellen durch Messung von Longitudinalschwingungen [Görlacher, 1990]. Hierbei wird mit Hilfe der gemessenen Schwingungszeit, der Brettänge und der Rohdichte der mittlere E-Modul der Brettlamellen berechnet. Hinsichtlich der Querschnittsabmessungen bestehen bei der Schwingungsmessung keine Beschränkungen. Für eine Sortiermaschine, die nach diesem Verfahren arbeitet, läuft derzeit das Zulassungsverfahren. Die Holzabmessungen und die Ästigkeit werden bei diesem Gerät mit Scannern und die Rohdichte durch Wägung erfaßt.

### 3 Mechanische Eigenschaften des Brettschichtholzes

Die Eigenschaften des Brettschichtholzes ergeben sich aus der Beschaffenheit der einzelnen Brettlamellen, deren mechanische Eigenschaften durch die Wuchsrichtungen im Baumstamm bestimmt werden. Der Aufbau des Holzes kann vereinfacht als eine Röhrenstruktur dargestellt werden (Abbildung 3.1), dessen Röhrenbündel stammparallel verlaufen.

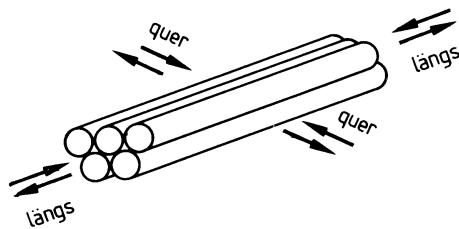


Abbildung 3.1: Röhrenbündel [Neuhaus, 1994]

Die Röhrenbündel weisen in Längsrichtung und in Querrichtung unterschiedliche Verformungs- und Festigkeitseigenschaften auf. Ein solches richtungsabhängiges Verhalten wird anisotrop genannt. Wird Quer zur Stammachse zwischen radialer und tangentialer Richtung unterschieden, ergeben sich drei anatomische Richtungen, denen näherungsweise drei aufeinander senkrecht stehende Achsen zugeordnet werden können. Dieser Sonderfall der Anisotropie wird als orthogonale Anisotropie oder auch als Orthotropie bezeichnet.

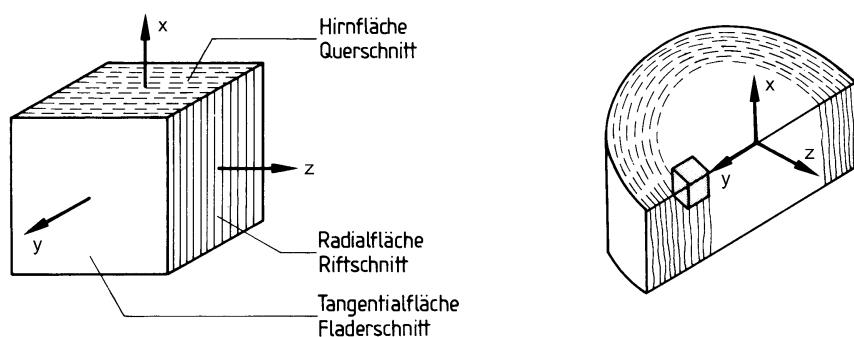


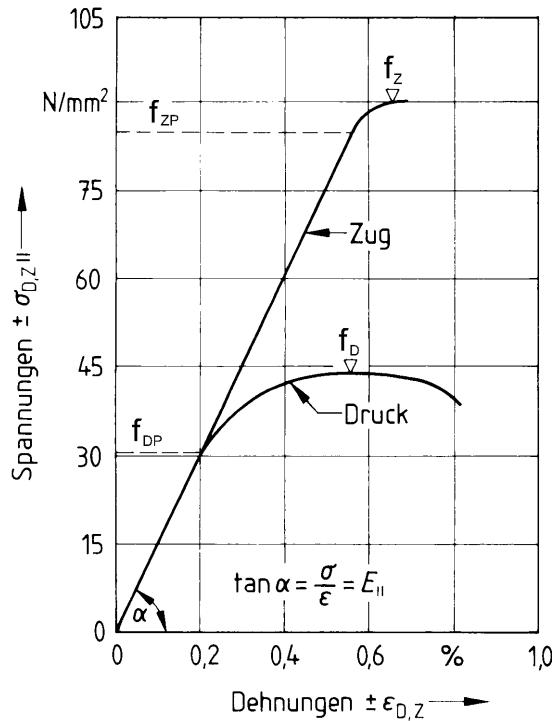
Abbildung 3.2: Holzwürfel im Koordinatensystem [Neuhaus, 1994]

Gemäß Abbildung 3.2 ergibt sich folgende Zuordnung:

- |          |  |
|----------|--|
| x-Achse: | in Faserrichtung (längs zur Faser)                                 |
| y-Achse: | in Radialrichtung (quer zur Faser, senkrecht zu den Jahrringen)    |
| z-Achse: | in Tangentialrichtung (quer zur Faser, parallel zu den Jahrringen) |

### 3.1 Verformungsverhalten des Holzes

Der Werkstoff Holz weist bis zu einem bestimmten Belastungsniveau ein nahezu linear-elastisches Last-Verformungsverhalten auf. Die Spannungs- Dehnungsbeziehung für fehlerfreies Nadelholz bei Zug- und Druckbeanspruchung parallel zur Faser ist beispielhaft in Abbildung 3.3 dargestellt.



**Abbildung 3.3: Spannungs- Dehnungsbeziehung für Nadelholz bei Zug- und Druckbeanspruchung parallel zur Faserrichtung [Möhler, 1980]**

Danach stellt sich unter Zugbeanspruchung ein lineares Verformungsverhalten fast bis zum Bruch ein, wogegen bei Druckbeanspruchung die Proportionalitätsgrenze  $f_{DP}$  bei etwa 65 bis 85 % der Druckfestigkeit  $f_D$  liegt.

Die allgemeine Spannungs- Verzerrungsbeziehung für anisotrope Werkstoffe lautet

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

oder in Matrixschreibweise

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{C} \boldsymbol{\sigma} \quad (3.2)$$

Für den reziproken Zusammenhang erhält man

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E} \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.3 \text{ a})$$

mit der Elastizitätsmatrix

$$\mathbf{E} = \mathbf{C}^{-1} \quad (3.3 \text{ b})$$

Unter der Annahme eines elastischen Werkstoffverhaltens erhält man eine symmetrische Werkstoffmatrix  $\mathbf{C}$  mit den Koeffizienten  $C_{ij} = C_{ji}$  [Jones, 1975]. Damit reduziert sich die Anzahl der unabhängigen Konstanten von 36 auf 21.

Darüber hinaus sind durch die orthogonalen Eigenschaften des Holzes (Abbildung 3.2) die Normalspannungen und Dehnungen von den Schubspannungen und Gleitungen entkoppelt. Außerdem erzeugen Schubspannungen nur Gleitungen in ihrer eigenen Wirkungsebene. Bei einem solchen orthotropen Werkstoff schreibt sich die Spannungs-Verzerrungsbeziehung zu

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ \gamma_{xy} & & & C_{44} & 0 & 0 \\ \gamma_{yz} & \text{sym.} & & & C_{55} & 0 \\ \gamma_{zx} & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Die Anzahl der unabhängigen Werkstoffkonstanten reduziert sich somit auf neun. Die Koeffizienten der Matrix  $\mathbf{C}$  können durch die Werkstoffkenngrößen Elastizitätsmoduln, Gleitmoduln und Querdehnzahlen ausgedrückt werden.

$$C = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{v_{xy}}{E_y} & -\frac{v_{xz}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{v_{yx}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & -\frac{v_{yz}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{v_{zx}}{E_x} & -\frac{v_{zy}}{E_y} & \frac{1}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{zx}} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Mit den Querdehnungszahlen

$$v_{ij} = -\frac{\epsilon_i}{\epsilon_j} \quad (3.6)$$

Aus der symmetrischen Eigenschaft  $C_{ij} = C_{ji}$  ergibt sich die Beziehung

$$\frac{v_{ij}}{E_j} = \frac{v_{ji}}{E_i} \quad (3.7)$$

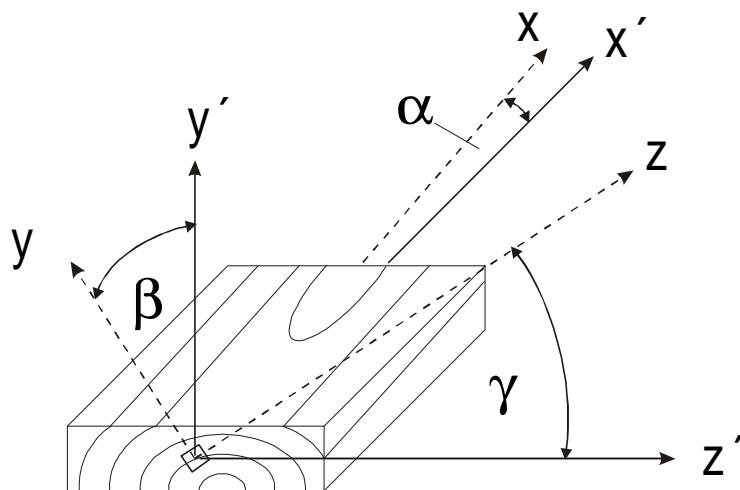
In zahlreichen Untersuchungen sind Messungen an fehlerfreien Kleinproben aus Fichtenholz zur Bestimmung der Werkstoffparameter durchgeführt worden. Eine Zusammenstellung der Versuchsergebnisse [Lischke, 1984] zeigt, daß die Angaben zum Teil erheblich voneinander abweichen. Dies liegt unter anderem an der natürlichen Streuung im Holzgefüge, sowie an unterschiedlichen Probekörpern und Meßverfahren. Beispielsweise sind die Elastizitätsmoduln, Schubmoduln und Querdehnzahlen von Fichtenholz angegeben, wie sie von Neuhaus ermittelt wurden [Neuhaus, 1994].

Elastizitätsmoduln [N/mm <sup>2</sup> ]		Schubmoduln [N/mm <sup>2</sup> ]		Querdehnungsfaktoren				
Längsrichtung:	$E_x$	12050	$G_{xy}$	623	$v_{xy}$	0,056	$v_{yx}$	0,41
Radialrichtung:	$E_y$	818	$G_{yz}$	42	$v_{yz}$	0,31	$v_{zy}$	0,60
Tangentialrichtung:	$E_z$	420	$G_{zx}$	743	$v_{zx}$	0,55	$v_{xz}$	0,035

**Tabelle 3.1: Elastizitäts-, Schubmoduln und Querdehnungsfaktoren von Fichtenholz [Neuhaus, 1994]**

Die Elastizitätstheoretische Forderung  $C_{ij} = C_{ji}$  konnte durch die Messungen von Neuhauß nicht eindeutig nachgewiesen werden.

Eine Übertragung der Versuchsergebnisse auf baupraktische Verhältnisse ist nur bedingt möglich, da bei den Untersuchungen an fehlerfreien Kleinproben vorhandene Inhomogenitäten (Äste) im Holz nicht erfaßt wurden und die anatomischen Richtungen ( $x, y, z$ ) den Beanspruchungsrichtungen ( $x', y', z'$ ) bei baupraktischen Holzbauteilen im allgemeinen nicht eindeutig zugeordnet werden können. In Abbildung 3.4 ist ein Brettelelement mit beliebiger Orientierung der Beanspruchungsrichtungen zu den anatomischen Achsen dargestellt.



$$\begin{aligned}\alpha &= \text{beliebig} \\ \beta &= \text{beliebig} \\ \gamma &= \arccos(\cos\alpha \cos\beta)\end{aligned}$$

Abbildung 3.4: Orientierung der anatomischen Achsen  $x, y, z$  bezüglich der Beanspruchungsrichtungen  $x', y', z'$

### 3.1.1 Elastizitätsmodul

Wie die Angaben in Tabelle 3.1 zeigen, ist der Elastizitätsmodul stark von der Beanspruchungsrichtung abhängig. Der E-Modul senkrecht zur Faser ist wesentlich geringer als in Faserrichtung. Für baupraktische Belange kann wegen des nicht eindeutig zu erfassenden Verlaufes der Jahrringe im Holzquerschnitt eine Unterscheidung zwischen radialer und tangentialer Beanspruchungsrichtung nicht vorgenommen werden (Abbildung 3.4). Die Beschreibung des Werkstoffverhaltens lässt sich jedoch mit hinreichender Genauigkeit auf ein zweidimensionales Problem reduzieren. Für den E-Modul

senkrecht zur Faserrichtung wird der kleinere Wert in tangentialer Richtung verwendet. Das Verhältnis zwischen dem E-Modul parallel und senkrecht zur Faserrichtung liegt damit bei etwa  $E_{\parallel}/E_{\perp} \approx 30$ .

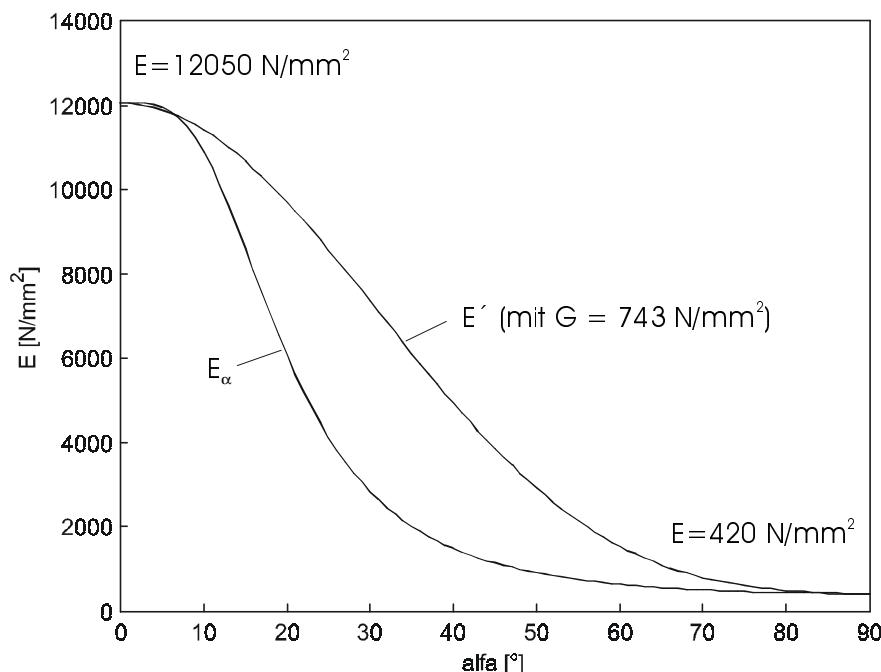
Die Abhängigkeit des E-Moduls vom Kraft-Faserwinkel  $\alpha$  (Abbildung 3.4) kann über die Transformation der Elastizitätsmatrix  $\mathbf{E}$  hergeleitet werden [Link, 1989]. In dem um den Winkel  $\alpha$  gedrehten Koordinatensystem ergibt sich für den zweidimensionalen Fall der Elastizitätsmodul  $E'$  zu:

$$E' = E_{\parallel} \cos^4 \alpha + 2 (E_{12} + 2G) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + E_{\perp} \sin^4 \alpha \quad (3.8)$$

Wegen der besseren Übereinstimmung mit Meßergebnissen wird in der Fachliteratur jedoch folgende empirische Beziehung angegeben [Möhler, 1980]:

$$E_{\alpha} = \frac{E_{\parallel} E_{\perp}}{E_{\perp} \cos^3 \alpha + E_{\parallel} \sin^3 \alpha} \quad (3.9)$$

Mit den Werten nach Tabelle 3.1 und den Gleichungen (3.8) und (3.9) ergeben sich die in Abbildung 3.5 dargestellte funktionalen Zusammenhänge zwischen Elastizitätsmodul und Kraft-Faserwinkel.



**Abbildung 3.5: E-Modul von Fichtenholz in Abhängigkeit vom Kraft-Faserwinkel  $\alpha$**

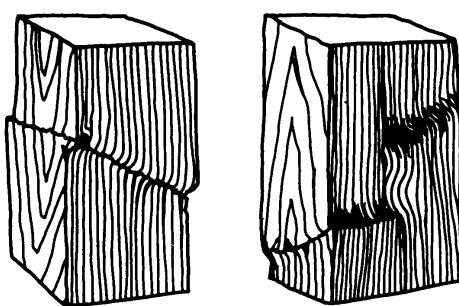
Aus Abbildung 3.5 wird deutlich, daß sich erst ab einem Winkel  $\alpha$  von etwa  $5^\circ$  eine nennenswerte Abhängigkeit des Elastizitätsmoduls vom Kraft- Faserwinkel zeigt.

Der Einfluß von Inhomogenitäten in Form von Ästen auf den Elastizitätsmodul von Holz kann mit Hilfe elastizitätstheoretischer Ansätze nur mit großem Aufwand beschreiben werden. Aus verschiedenen Untersuchungen geht hervor, daß der Elastizitätsmodul mit zunehmender Ästigkeit kleiner wird [Kollmann, 1951], [Glos, 1978]. Dieser Sachverhalt wird im wesentlichen durch den störenden Einfluß der Äste auf den Kraft-Faserwinkel verursacht. Die Fasern verlaufen wie bei einer Strömung um die Äste herum, wodurch sich je nach Größe und Lage der Äste ein relativ großer Kraft-Faserwinkel ergibt. Der Einfluß von Ästen auf den Elastizitätsmodul ist somit eine Kombination aus der Beschaffenheit der Äste und des Kraft-Faserwinkels im Bereich von Ästen.

In einigen Veröffentlichungen wird bei Angaben zum Elastizitätsmodul hinsichtlich der Beanspruchungsart (Druck, Zug oder Biegung) unterschieden. Ob der E-Modul des Holzes von der Art der Beanspruchung abhängt oder sich unterschiedliche Werte im E-Modul lediglich aus Unterschieden in den Meßverfahren ergeben, ist nicht eindeutig geklärt. Um zur Klärung dieser Fragestellung beizutragen, wurden im Rahmen dieser Arbeit Versuche an Fichten-Brettlamellen durchgeführt (Kapitel 4).

## 3.2 Festigkeit des Holzes

Die Festigkeit des Holzes hängt ebenso wie das Verformungsverhalten in starkem Maße von den Wuchseigenschaften des Holzes ab. In Faserlängsrichtung weist Holz wesentliche Unterschiede bei Zug- und Druckbeanspruchung auf. Bei Druckbeanspruchung parallel zur Faser tritt der Bruch durch Ausknicken der Zellwandungen und dadurch seitliches Gleiten schräg zur Faser, zum Teil mit einer zusätzlichen Aufspaltung auf. Typische Bruchbilder von Druckproben zeigt Abbildung 3.6.



**Abbildung 3.6: Bruchbilder nach Druckbelastung**  
 [Wesche, 1988]

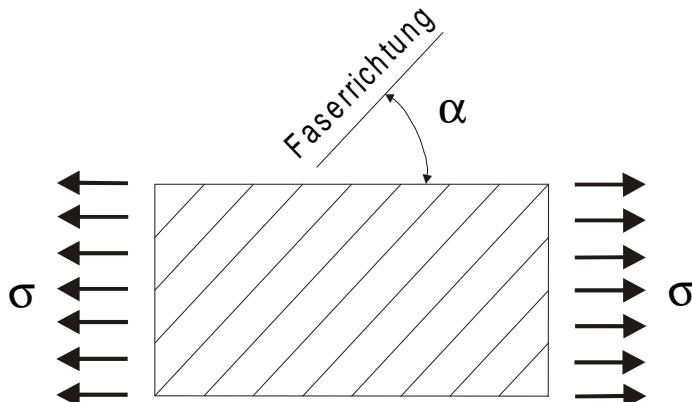
Bei Zugbeanspruchung zeigt Holz ein sprödes Verhalten. Wie aus der Spannungs-Dehnungsbeziehung in Abbildung 3.3 deutlich wird, ist die Zugfestigkeit bei fehlerfreiem Holz im Mittel etwa doppelt so groß wie die Druckfestigkeit. Die geringsten Festigkeiten ergeben sich jedoch bei einer Zugbeanspruchung senkrecht zur Faser. In Tabelle 3.2 sind die jeweiligen Mittelwerte der Festigkeiten in Abhängigkeit der Beanspruchungsart und der Beanspruchungsrichtung angegeben, wie sie sich aus Versuchen an fehlerfreien Kleinproben ergaben.

Zugfestigkeit		Druckfestigkeit		Scherfestigkeit
$f_{Z\parallel}$	$f_{Z\perp}$	$f_{D\parallel}$	$f_{D\perp}^*$	$f_{S\parallel}$
80 N/mm <sup>2</sup>	3,7 N/mm <sup>2</sup>	40 N/mm <sup>2</sup>	4,2 N/mm <sup>2</sup>	7,5 N/mm <sup>2</sup>

\*) aufnehmbare Spannung bei einer Stauchung von 1 %

**Tabelle 3.2: Mittlere Festigkeiten von Fichtenholz [Kollmann, 1951], [Wesche, 1988]**

Zur Beschreibung der Holzfestigkeit bei einer Beanspruchung unter einem Winkel  $\alpha$  zur Faserrichtung erweist sich die empirische Formel nach Hankinson (3.10) als geeignet. In Abbildung 3.7 ist beispielhaft eine Zugbeanspruchung unter einem Winkel  $\alpha$  dargestellt.

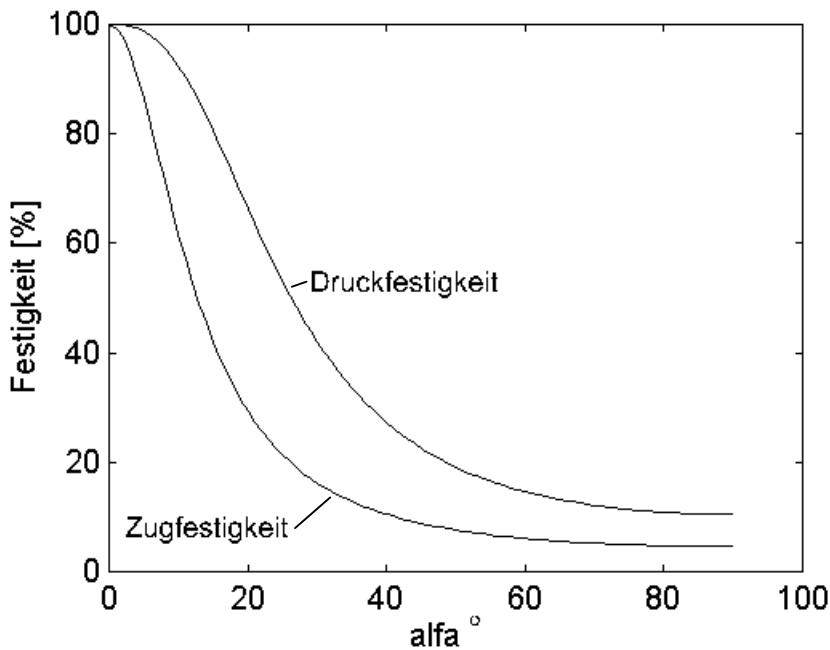


**Abbildung 3.7: Beanspruchung unter einem Winkel  $\alpha$**

$$f_\alpha = \frac{f_{D,Z\parallel} f_{D,Z\perp}}{f_{D,Z\parallel} \sin^2 \alpha + f_{D,Z\perp} \cos^2 \alpha} \quad (3.10)$$

Vergleiche mit Versuchsergebnissen ergaben sowohl bei der Zugfestigkeit, als auch bei der Druckfestigkeit gute Übereinstimmungen [Edlund, 1982]. Abweichend zu Hankinson gibt Kollmann die Exponenten für die Winkelfunktionen in Gleichung (3.10) für Druckbeanspruchung mit 2,5 an.

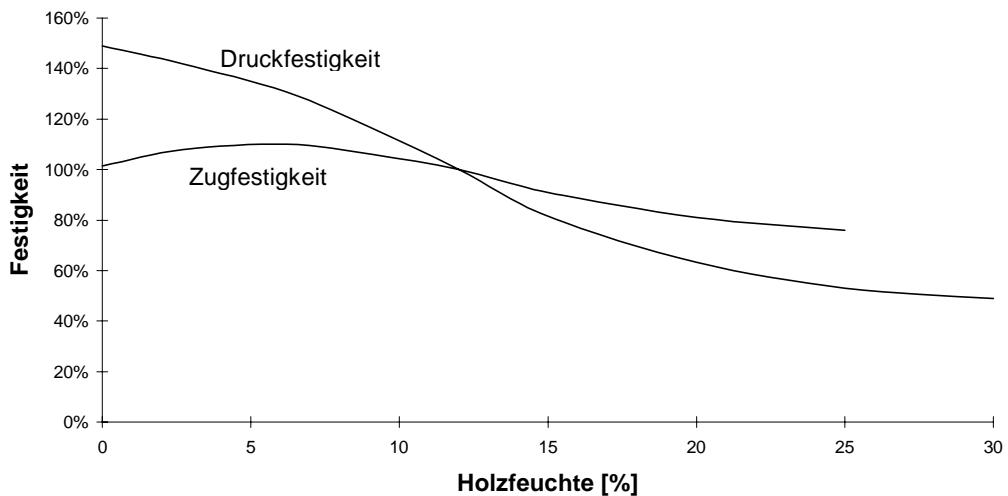
Die sich daraus ergebende Abnahme der mittleren Festigkeit bei Zug- und Druckbeanspruchung in Abhängigkeit des Kraft- Faserwinkels ist in Abbildung 3.8 dargestellt.



**Abbildung 3.8: Festigkeit von Fichtenholz bei Druck- und Zugbeanspruchung in Abhängigkeit der Beanspruchungsrichtung**

Bei der Festigkeit zeigt sich erst ab Werten von etwa  $3^\circ$  bis  $5^\circ$  eine nennenswerte Abhängigkeit zum Kraft- Faserwinkel. Dieser Sachverhalt ist insbesondere für Brettschichtholz von Bedeutung. Aus Abbildung 2.3 ist zu ersehen, daß Brettschichtholzlamellen nur eine geringe Faserneigung aufweisen, so daß bei Lamellen in Brettschichtholzträgern von einem nahezu parallelen Faserverlauf in Brettlängsrichtung ausgegangen werden kann.

Neben dem Kraft- Faserwinkel wirkt sich auch der Feuchtigkeitsgehalt auf die Festigkeit des Holzes aus. In Abbildung 3.9 sind die Ausgleichskurven der Druck- und Zugfestigkeit in Abhängigkeit der Holzfeuchte, bezogen auf einen Feuchtigkeitsgehalt von  $u = 12\%$ , aufgetragen. Danach ist besonders bei Druckbeanspruchung mit einer starken Abnahme der Festigkeit mit zunehmender Holzfeuchte zu rechnen. Der Einfluß der Holzfeuchte auf die Zugfestigkeit ist wesentlich geringer.



**Abbildung 3.9: Festigkeit in Abhängigkeit der Holzfeuchte [Kollmann, 1951], [Kufner, 1978]**

Einen weiteren wesentlichen Einflußfaktor auf die Festigkeit des Holzes stellen Äste dar. Durch sie wird der Faserverlauf im Holz gestört, so daß im Bereich von Ästen sehr große Kraft- Faserwinkel auftreten können. Die Äste werden überwiegend senkrecht zur Faserrichtung Beansprucht, so daß Äste zwar Druckkräfte , jedoch so gut wie keine Zugkräfte aufnehmen können. Die Zugfestigkeit wird somit durch Äste weitaus stärker beeinträchtigt als die Druckfestigkeit.

Im Gegensatz zu Versuchen an fehlerfreien Kleinproben zeigte sich, daß die Zugfestigkeit bei Proben mit Ästen im Mittel nicht größer ist als die Druckfestigkeit [Glos, 1981]. Die Angaben der Holzfestigkeit in Tabelle 3.2 sind daher auf Hölzer mit Ästen nicht übertragbar. Da die Einflüsse von Ästen nicht eindeutig erfaßt werden können, wurde dazu übergegangen, mit Hilfe von Meßergebnissen einen funktionalen Zusammenhang zwischen der Ästigkeit und dem Festigkeitsverhalten von Holz herzustellen.

Neben dem seit langem bekannten Einfluß der Rohdichte auf die Festigkeit wurde eine hohe Korrelation zwischen dem Elastizitätsmodul und der Zugfestigkeit nachgewiesen. In Tabelle 3.3 sind die Korrelationskoeffizienten R zwischen verschiedenen Holzeigenschaften und der Zug- und Druckfestigkeit angegeben. Die Definition für R lautet:

$$R = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}} \quad (3.11)$$

mit:  $s_{xy}$  = Kovarianz  
 $s_x, s_y$  = Standardabweichung  
 $x_i, y_i$  = Meßwerte  
 $\bar{x}, \bar{y}$  = Mittelwerte

Parameter	Korrelationskoeffizient - R	
	Zugfestigkeit	Druckfestigkeit
Holzfeuchtigkeit	-	-0,60
Ästigkeit <sup>1</sup>	-0,65	-0,36
Rohdichte	0,54	0,56
Elastizitätsmodul <sup>2</sup>	0,83	-

<sup>1</sup>) nach Gleichung (2.1); <sup>2</sup>) aus Zugversuchen ermittelt

**Tabelle 3.3: Korrelation zwischen den Holzeigenschaften und der Druck- und Zugfestigkeit [Glos,1978], [Heimeshoff, 1980] [Glos, 1982]**

Heimeshoff und Glos konnten durch Messungen nachweisen, daß die Zugfestigkeit ausschließlich über die Parameter Ästigkeit und E-Modul beschrieben werden kann [Heimeshoff, 1980]. Die gleichzeitige Berücksichtigung von E-Modul und Rohdichte liefert keine höhere Korrelation auf die Festigkeit. Darüber hinaus konnte bei üblichen Holzfeuchten der Brettlamellen von 8 bis 15 % kein Einfluß der Feuchtigkeit auf den Zusammenhang zwischen Elastizitätsmodul und Zugfestigkeit festgestellt werden.

Bei Druckbeanspruchung ergaben die Parameter Rohdichte und Ästigkeit die größte Korrelation zur Festigkeit. Hier ist zudem noch die Holzfeuchtigkeit zu berücksichtigen [Glos, 1978].

Die Versuchsergebnisse über den Zusammenhang zwischen den Holzeigenschaften und der Festigkeit von Fichten-Brettlamellen bei Druck- und Zugbeanspruchung sind in Tabelle 3.4 angegeben.

Festigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]	Regressionsgleichung
Druckfestigkeit	$\ln(f_D) = 3,23 + 2,8 \cdot \rho - 0,825 \cdot A - 5,37 \cdot u + Sr(0,s)$ ( $s = 0,088$ )
Zugfestigkeit	$\ln(f_Z) = -4,22 + 0,876 \cdot \ln(E) - 0,093 \cdot A \cdot \ln(E) + Sr(0,s)$ ( $s = 0,187$ )

mit:  $A$  = Ästigkeit [-]  $u$  = Feuchtigkeitsgehalt [-]  $E$  = Elastizitätsmodul [N/mm<sup>2</sup>]

$\rho$  = Rohdichte [g/cm<sup>3</sup>]  $Sr$  = Reststreuung  $s$  = Standardabweichung der Reststreuung von  $\ln(f_{D,Z})$

**Tabelle 3.4: Regressionsgleichungen [Glos, 1978],[Glos, 1982]**

### 3.3 Einfluß der Laminierung

Durch das Verleimen der Brettlamellen untereinander werden auch deren mechanische Eigenschaften beeinflußt. Messungen haben gezeigt, daß sowohl die Steifigkeit als auch die Festigkeit von Brettschichtholz größer ist als von vergleichbaren einzelnen Brettern [Ehlbeck, 1984]. Dieser Sachverhalt wird mit dem Laminierungseffekt erklärt.

Als eine mögliche Ursache für den Laminierungseffekt nennt Larsen folgende Begründung [Larsen, 1982]:

Im Bereich von Ästen treten größere Verformungen auf als im ungestörten Holz. Liegen die Äste am Brettrand, so entstehen auch bei einer reinen Zugbeanspruchung durch Kraftumlagerungen Biegemomente, die zu einer seitlichen Durchbiegung führen. Im Brettschichtholz werden größere Dehnungen im Bereich von Ästen und auch seitliches Ausweichen durch benachbarte Bretter behindert.

### 3.4 Einfluß der Keilzinkungen

Die mechanischen Eigenschaften von Brettlamellen werden auch von den Keilzinkenverbindungen (Abbildung 2.1) wesentlich beeinflußt. Im Rahmen von Versuchen wurden die Steifigkeits- und Festigkeitseigenschaften von Keilzinkenverbindungen untersucht. Hierzu wurden repräsentative Stichproben von Keilzinkungen deutscher Brettschichtholzhersteller verwendet. Aus diesen Versuchen zur Druck- und Zugfestigkeit keilgezinkter Brettlamellen ergaben sich geringere mittlere Bruchspannungen als bei nicht keilgezinkten Brettern. Die mittlere Druckfestigkeit von Keilzinkenverbindungen liegt um etwa 15 % unter der mittleren Holzfestigkeit [Glos, 1978]. Die Regressionsgleichungen zur Beschreibung des Festigkeitsverhaltens bei Druck- und Zugbeanspruchung sind in Tabelle 3.5 angegeben.

Festigkeit [N/mm <sup>2</sup> ] Druckfestigkeit keilgezinkter Lamellen	Regressionsgleichung $\ln(f_{D,KZV}) = -3,05 + 0,816 \cdot \ln(E) + 68,4 \cdot \rho \cdot u^2 - 1,3 \cdot u \cdot \ln(E) + Sr(0,s)$ (s = 0,116)
Zugfestigkeit keilgezinkter Lamellen	$\ln(f_{Z,KZV}) = 2,716 + 5,905 \cdot 10^{-5} \cdot E + Sr(0,s)$ (s = 0,231)

mit: A = Ästigkeit [-] u = Feuchtigkeitsgehalt [-] E = Elastizitätsmodul [N/mm<sup>2</sup>]  
 $\rho$  = Rohdichte [g/cm<sup>3</sup>] Sr = Reststreuung s = Standardabweichung der Reststreuung von  $\ln(f_{D,Z,KZV})$

**Tabelle 3.5: Regressionsgleichungen keilgezinkter Lamellen [Ehlbeck, 1984]**

Ein signifikanter Einfluß der Keilzinkenverbindung auf den Elastizitätsmodul von Brettlamellen konnte nicht festgestellt werden.



## 4 Voruntersuchungen an Brettlamellen

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Traglastuntersuchungen durchgeführt (Kapitel 6), bei denen die Bruchlast der Brettschichtholzträger über die Druck- und Zugfestigkeit der Brettlamellen berechnet wurden. In die Berechnungen fließen unter anderem der Elastizitätsmodul und die Ästigkeit der einzelnen Brettlamellen ein. Da die Elastizitätsmoduln der Brettlamellen bei der Parameteridentifikation durch eine Betrachtung des gesamten Trägers bestimmt werden, stellt sich die Frage, ob dadurch der in Kapitel 3.3 beschriebenen Laminierungseffekt berücksichtigt wird und somit eine höhere Korrelation zwischen dem identifizierten E-Modul und der Zugfestigkeit erzielt werden kann. Im Rahmen dieser Arbeit erfolgte die Identifikation der Lamellen-Elastizitätsmoduln (Kapitel 5) über Biegeschwingungen, wogegen die Elastizitätsmoduln in den Regressionsgleichungen nach Kapitel 3 mit Hilfe von Zugversuchen bestimmt wurden. Daher wurde auch der Frage nachgegangen, welchen Einfluß die Art der Messung des E-Moduls auf die Korrelation zwischen E-Modul und Zugfestigkeit aufweist. Zur Klärung dieser Fragen wurden Untersuchungen an Fichtenbrettern durchgeführt.

### 4.1 Prüfkörper

Der Laminierungseffekt wird mit der Lage von Ästen im Brett erklärt (Kapitel 3.3). Um den Einfluß von Ästen auf die Steifigkeit und die Festigkeit von Brettlamellen untersuchen zu können, mußten Prüfkörper mit Ästen in Brettmittle, mit Ästen in den Randbereichen der Proben und fehlerfreie Proben hergestellt werden. Es wurden insgesamt 23 Prüfkörperrohlinge aus drei Fichtenbohlen herausgeschnitten. Bei der Auswahl der Proben war darauf zu achten, daß die Ästigkeit der untersuchten Prüfkörper etwa im Bereich der, in Abbildung 2.4 dargestellten, Häufigkeitsverteilung von Brettschichtholzlamellen liegt. Die Abmessungen der Proben mußten an die Möglichkeiten der Zugprüfmaschine angepaßt werden. Für die Zugversuche wurden die Brettlamellen im Bereich der Einspannstellen mit Aufleimern aus Hartholz versehen, da das Fichtenholz sonst von den Klemmbacken der Prüfmaschine zerstört worden wäre. In Abbildung 4.1 sind Prüfkörperrohling und Zugprüfkörper dargestellt.

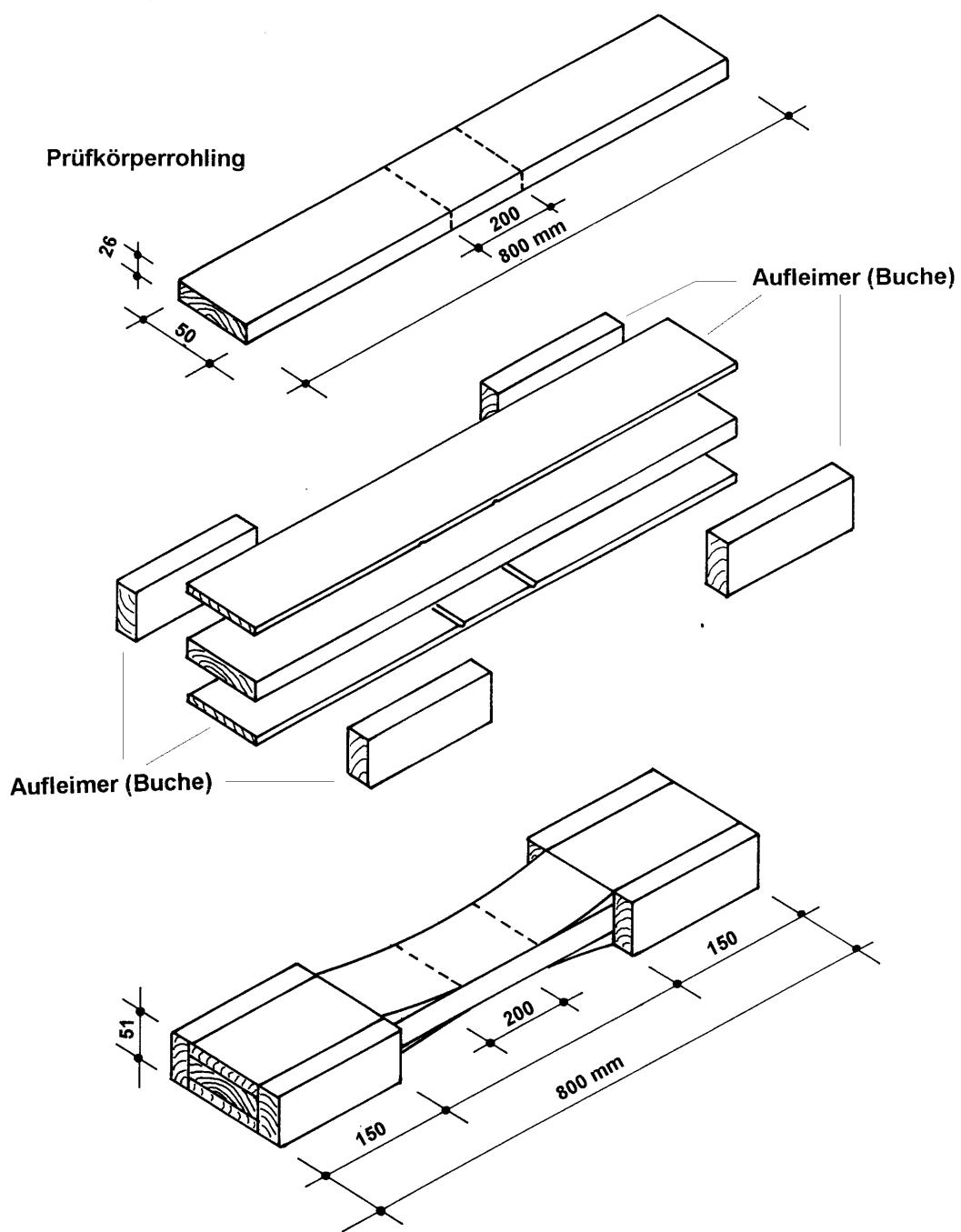


Abbildung 4.1: Zugprüfkörper

Von jedem Probekörper wurde die Holzfeuchtigkeit, die Rohdichte und die Ästigkeit bestimmt. Die Berechnung der Ästigkeit erfolgte nach Gleichung ( 2.1). Die Angaben zur Holzfeuchte, zur Rohdichte und zu den Abmessungen der einzelnen Prüfkörper sind in Tabelle 4.1 angegeben.

Probe	BREITE - b (mm)	HÖHE - h (mm)	FLÄCHE (mm <sup>2</sup> )	HOLZFEUCHTE [%]	ROHDICHTE [g/cm <sup>3</sup> ]
AST 1/01	72,22	25,80	1863,28	9,7	0,50
AST 1/02	74,50	26,00	1937,00	10	0,52
AST 1/03	74,41	25,80	1919,78	9,6	0,51
AST 1/04	50,00	25,80	1290,00	9,9	0,50
AST 1/05	50,80	25,70	1305,56	10,1	0,49
AST 1/06	51,50	25,90	1333,85	9,55	0,49
AST 1/07	49,80	25,80	1284,84	9,9	
AST 1/08	50,60	25,80	1305,48	9,7	0,54
AST 1/09	50,70	25,90	1313,13	9,8	0,56
AST 2/01	50,60	25,80	1305,48	10	0,46
AST 2/02	50,20	25,80	1295,16	10	0,47
AST 2/03	50,70	25,90	1313,13	10,05	0,46
AST 2/04	50,10	25,80	1292,58	9,85	0,48
AST 2/05	50,80	25,80	1310,64	9,75	0,48
AST 2/06	50,10	25,90	1297,59	9,6	0,48
AST 2/07	50,50	25,80	1302,90	9,65	0,48
AST 2/08	50,40	25,80	1300,32	9,65	0,48
AST 3/01	50,20	25,80	1295,16	10,1	0,53
AST 3/02	50,30	25,90	1302,77	9,95	0,49
AST 3/03	50,80	25,80	1310,64	9,95	0,52
AST 3/04	49,30	25,80	1271,94	9,8	0,51
AST 3/05	50,20	25,80	1295,16	9,6	0,50
AST 3/06	50,80	25,80	1310,64	10	0,54

**Tabelle 4.1: Geometrie, Holzfeuchte und Rohdichte der Probekörper**

Die Holzfeuchte aller Proben betrug im Mittel 10 %, bei der Rohdichte ergaben sich für die einzelnen Bohlen folgende Mittelwerte:

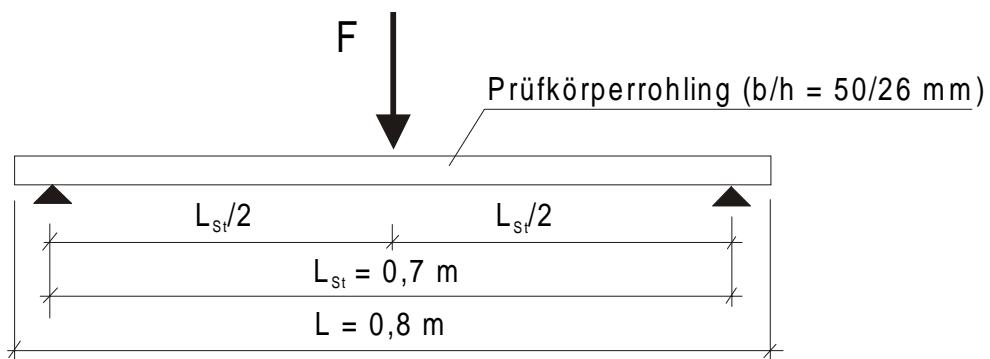
Bohle 1:	0,51 g/cm <sup>3</sup>	(9 Proben)
Bohle 2:	0,47 g/cm <sup>3</sup>	(8 Proben)
Bohle 3:	0,51 g/cm <sup>3</sup>	(6 Proben)

Die Rohdichte wurde in die nachfolgenden Betrachtungen nicht mit einbezogen, da die Werte der einzelnen Prüfkörper so geringe Unterschiede aufwiesen, daß ein Zusammenhang zum Elastizitätsmodul oder zur Zugfestigkeit nicht festzustellen war.

## 4.2 Versuchsdurchführung

### 4.2.1 Biegeversuche

Zur Bestimmung des Biege- Elastizitätsmoduls wurden vor der Herstellung der Zugprüfkörper Biegeversuche an den Prüfkörperrohlingen durchgeführt. Das statische System für den Versuchsaufbau zeigt nachstehende Abbildung:

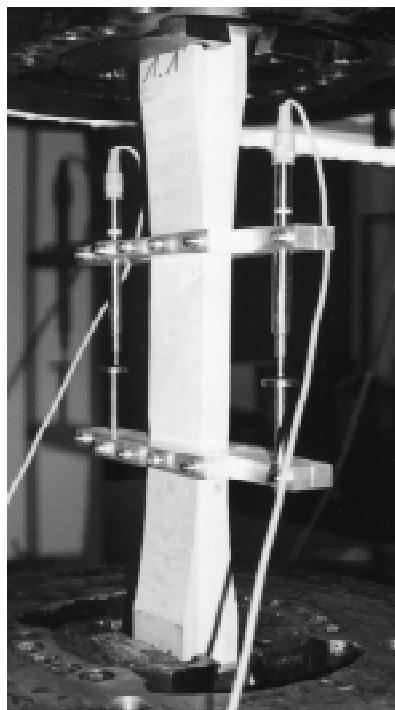


**Abbildung 4.2: Versuchsanordnung für den Biegeversuch**

Die Kraft wurde in Feldmitte mit Hilfe einer Hydraulikpumpe eingeleitet, die Kraftmessung erfolgte über eine Druckmeßdose an der Krafteinleitungsstelle. Die Verformungen wurden mit induktiven Wegaufnehmern an den Auflagern und in Feldmitte gemessen.

### 4.2.2 Zugversuche

Die Zugversuche wurden an einer Zugprüfmaschine durchgeführt, in die die Prüfkörper mittels hydraulischer Klemmbacken eingespannt wurden. Die aufgebrachten Kräfte konnten direkt von der Prüfmaschine abgelesen werden. Die Ermittlung der Verformungen mußte jedoch mit Hilfe von induktiven Wegaufnehmern an den Probekörpern erfolgen. Hierfür wurden Aluminiumhalterungen gebaut, die ein Befestigen der Wegaufnehmer an die Proben ermöglichen. Um eine exakte Einhaltung der Meßlänge zu erzielen, wurden die Halterungen mit Madenschrauben auf den Prüfkörpern fixiert. Abbildung 4.3 zeigt eine eingespannte Zugprobe mit der Haltevorrichtung und den induktiven Wegaufnehmern.



**Abbildung 4.3: Versuchsaufbau für die Zugversuche**

Die Belastung wurde mit einer Geschwindigkeit von 0,015 mm/s weggesteuert aufgebracht. Damit konnte die Bruchfestigkeit in  $1,5 \pm 0,5$  Minuten erreicht werden, wie es in der DIN 52 188 (Prüfung von Holz - Bestimmung der Zugfestigkeit parallel zur Faser) gefordert wird. Die aufgebrachte Kraft und die Verformungen wurden bis zum Erreichen der Bruchspannung elektronisch aufgezeichnet.

### 4.3 Versuchsauswertung

Die Ermittlung des Biege- Elastizitätsmoduls der Brettlamellen erfolgte gemäß DIN 52 186 (Prüfung von Holz - Biegeversuch) über die gemessene Durchbiegungsänderung  $\Delta w$  und der zugehörigen Kraftdifferenz  $\Delta F$ .

$$E_B = \frac{l^3}{4bh^3} \frac{\Delta F}{\Delta w} \quad (4.1)$$

Die Zugfestigkeit der Zugproben wurde nach DIN 52 188 über die Beziehung

$$f_z = \frac{F_{\max}}{A} = \frac{F_{\max}}{b h} \quad (4.2)$$

errechnet. Darin ist A die Querschnittsfläche der unbelasteten Probe vor Durchführung des Zugversuchs.

Der Zug- Elastizitätsmodul wurde über die Spannungs- Dehnungsbeziehung bestimmt. Ausgewertet wurde hierbei ein Bereich bis zu einem Drittel der jeweiligen Bruchspannung. Aus den gemessenen Verschiebungen  $\Delta l$  und der Ausgangslänge des Meßbereichs von 200 mm (Abbildung 4.1) wurden die Dehnungen der einzelnen Zugproben berechnet. Die gemessenen Kräfte ergaben mit den Ausgangsquerschnitten die zugehörigen Spannungen. Danach ergibt sich für die Berechnung der Zug- Elastizitätsmoduln folgende Beziehung:

$$E_Z = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{l_0 F}{\Delta l A} = \frac{200 F}{\Delta l b h} \quad (4.3)$$

#### 4.4 Versuchsergebnisse

Die Ergebnisse der Biege- und Zugversuche, sowie Ästigkeit und Lage der Äste der einzelnen Prüfkörper sind in Tabelle 4.2 angegeben. Die Lage der Äste in den Probekörpern wird über die Astexzentrizität e beschrieben. Sie stellt den Abstand von der Mitte der Probe bis zur Mitte des Astes auf der breiten Seite des Brettes dar (Abbildung 4.4 links). Bei den Prüfkörpern 1/07 und 3/02 konnte die Lage der Äste nicht über die Astexzentrizität beschrieben werden. Bei diesen Proben wurden die Äste an der breiten Brettseite längs und an der schmalen Seite senkrecht angeschnitten. Aufgrund ihres Erscheinungsbildes werden solche Äste als Flügeläste bezeichnet (Abbildung 4.4 rechts). So ergeben sich bei Flügelästen zweiachsige Exzentrizitäten, die nicht weiter quantifiziert wurden.

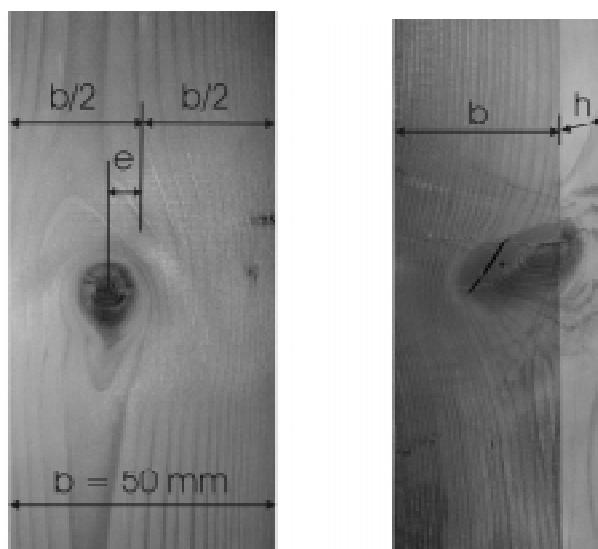
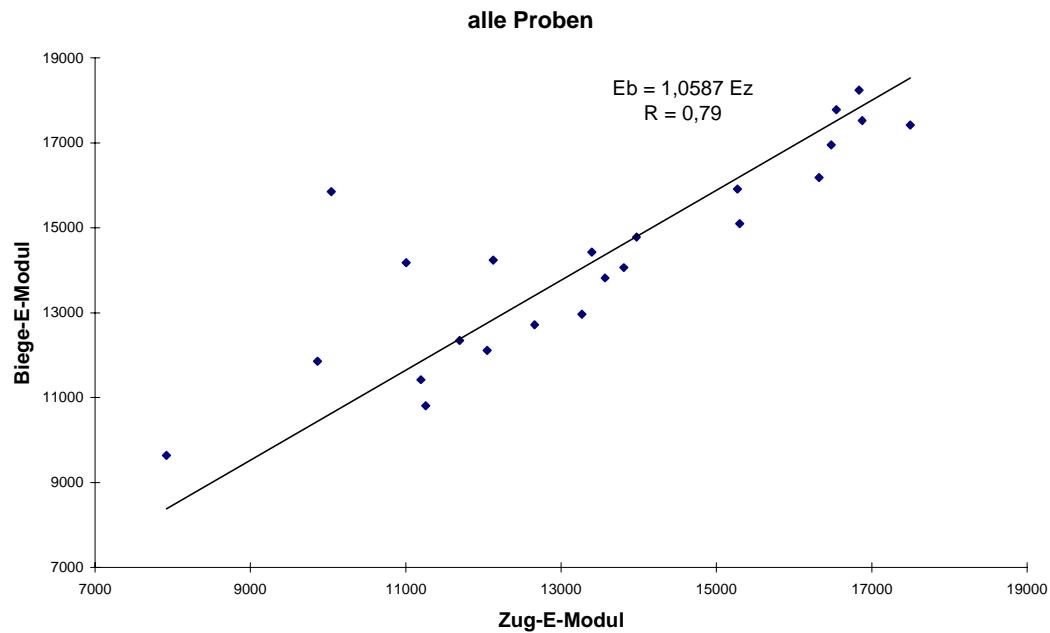


Abbildung 4.4: exzentrischer Ast und Flügelast

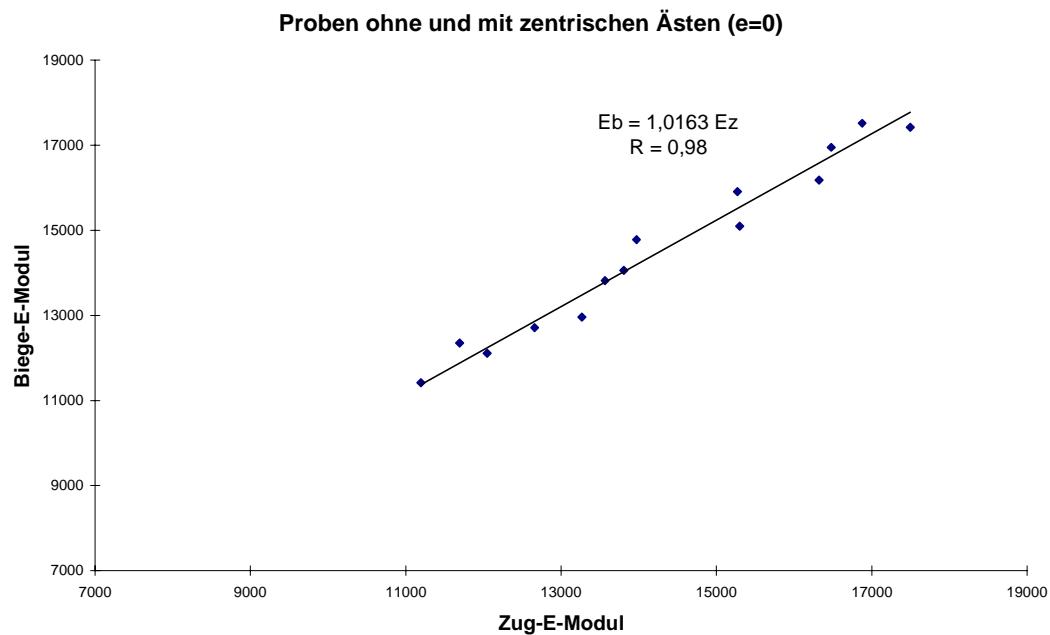
	Probe	Ästigkeit	Lage der Äste [mm] e	Elastizitätsmodul [N/mm <sup>2</sup> ]		Zugfestigkeit [N/mm <sup>2</sup> ] f <sub>Z</sub>
				E <sub>Z</sub>	E <sub>B</sub>	
Bohle 1	1/01	0	-	15300	15100	Bruch außerhalb
	1/02	0,03	14,0	9864	11860	Bruch außerhalb
	1/03	0	-	15270	15910	44,3
	1/04	0	-	16480	16950	nicht versagt
	1/05	0	-	13809	14060	38,7
	1/06	0,26	0,0	13970	14780	48,6
	1/07	0,10	Flügelast	10040	15850	30,5
	1/08	0,24	12,5	11005	14180	33,3
	1/09	0,29	3,7	12127	14240	33,4
Bohle 2	2/01	0,53	13,0	11258	10810	48,9
	2/02	0	-	12047	12110	41,6
	2/03	0	-	11694	12350	42,5
	2/04	0	-	13270	12960	77,5
	2/05	0,32	0,0	12660	12710	30,2
	2/06	0,24	2,0	7919	9640	27,9
	2/07	0,23	0,0	13566	13820	46,6
	2/08	0,33	0,0	11193	11420	37,1
	3/01	0,20	10,0	16840	18240	nicht versagt
Bohle 3	3/02	0,10	Flügelast	13397	14430	nicht versagt
	3/03	0,24	0,0	16876	17520	68,6
	3/04	0	-	17495	17420	97,5
	3/05	0,06	0,0	16322	16180	93,1
	3/06	0,36	7,5	16544	17780	nicht versagt

**Tabelle 4.2: Versuchsergebnisse**

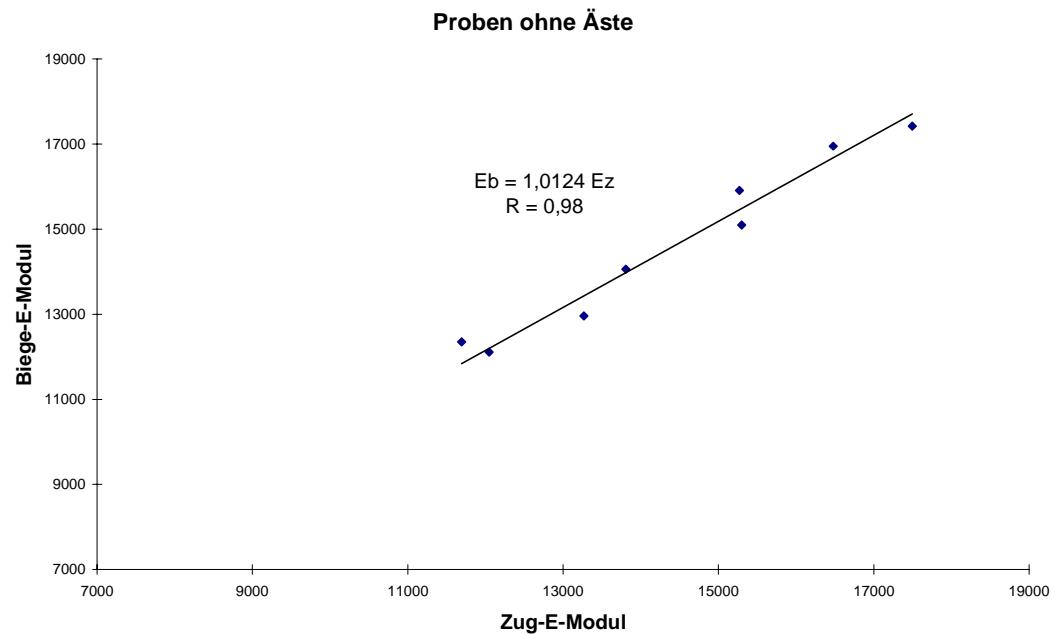
Anhand der Meßwerte ist zu ersehen, daß bei Prüfkörpern mit exzentrischen Ästen die E-Moduln bei Zugbeanspruchung starke Unterschiede zu den Elastizitätsmoduln bei Biegebeanspruchung aufweisen. In den folgenden Abbildungen ist der Zusammenhang zwischen Zug- und Biege- Elastizitätsmodul grafisch dargestellt. Der zuvor geschilderte Sachverhalt wird durch einen Vergleich der Abbildung 4.5 und Abbildung 4.6 besonders deutlich. Bleiben die Probekörper mit exzentrischen Ästen unberücksichtigt (Abbildung 4.6), so ist kein signifikanter Unterschied zwischen Biege- und Zug-E-Modul mehr festzustellen. Bei der ausschließlichen Betrachtung von Probekörpern ohne Äste (Abbildung 4.7) ergeben sich die gleichen Zusammenhänge wie bei der zusätzlichen Erfassung zentrischer Äste (e=0).



**Abbildung 4.5: Zusammenhang zwischen Zug- und Biege- Elastizitätsmodul aller Proben (n = 23)**



**Abbildung 4.6: Zusammenhang zwischen Zug- und Biege- Elastizitätsmodul bei Proben ohne Äste und mit zentrischen Ästen (n = 14)**



**Abbildung 4.7: Zusammenhang zwischen Zug- und Biege- Elastizitätsmodul bei Proben ohne Äste (n = 8)**

Eine Abnahme des Elastizitätsmoduls mit steigender Ästigkeit, wie sie aus der Literatur bereits bekannt ist (Kapitel 3.1.1), wurde auch im Rahmen dieser Arbeit festgestellt. In Abbildung 4.8 ist der Elastizitätsmodul in Abhängigkeit von der Ästigkeit aufgetragen. Auch hier ist kein Unterschied zwischen Zug- und Biege- Elastizitätsmodul zu erkennen. Ein funktionaler Zusammenhang zwischen E- Modul und Ästigkeit ist aufgrund der starken Streuungen nicht herzustellen.

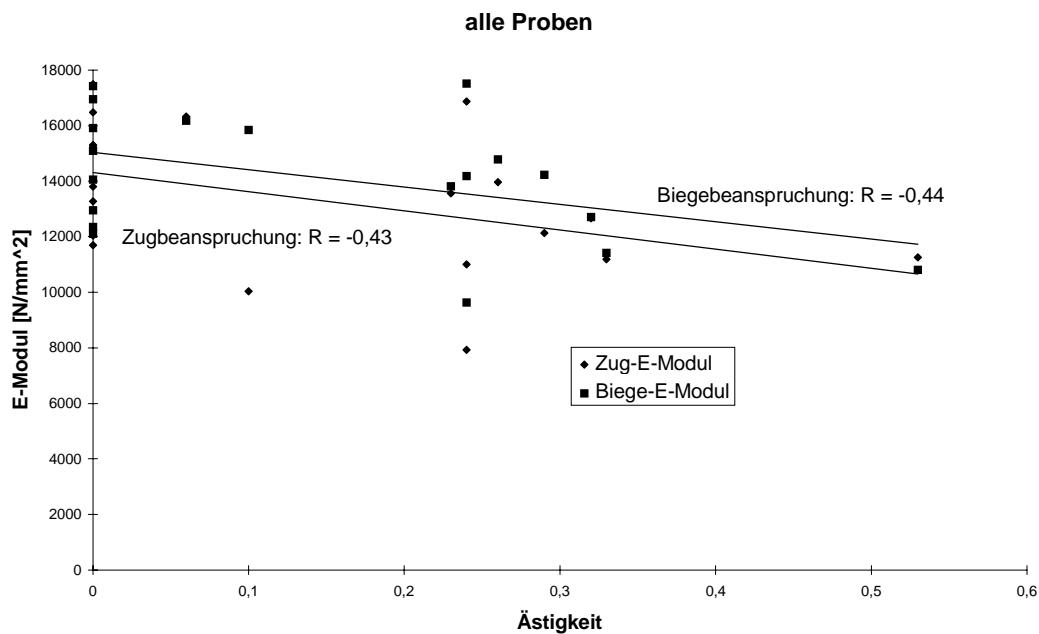


Abbildung 4.8: Zusammenhang zwischen E-Modul und Ästigkeit

Um einen Vergleich der eigenen Meßergebnisse mit Angaben aus der Literatur vornehmen zu können, wurde der Einfluß des Zug-Elastizitätsmoduls auf die Zugfestigkeit untersucht. In Abbildung 4.9 ist die Zugfestigkeit in Abhängigkeit vom Zug-E-Modul grafisch dargestellt.

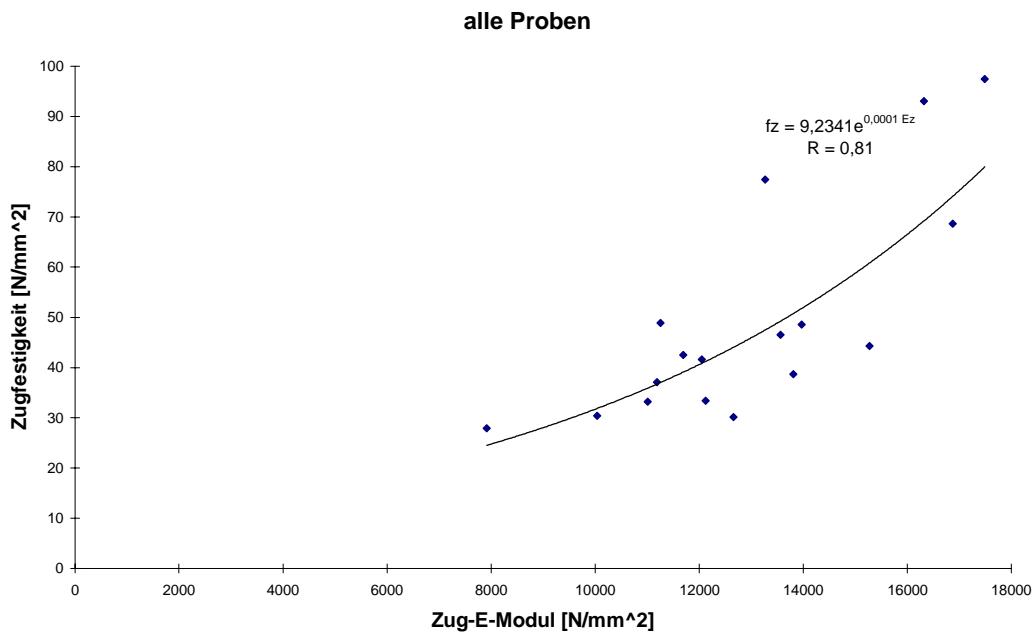


Abbildung 4.9: Zusammenhang zwischen Zug-E-Modul und Zugfestigkeit

Bei dem Zusammenhang zwischen Zugfestigkeit und Elastizitätsmodul ergab sich mit einer exponentiellen Regressionsfunktion ein Korrelationskoeffizient von 0,81. Dies entspricht hinsichtlich Art und Größe in etwa der Korrelation, wie sie auch von Heimeshoff und Glos angegeben wird (Tabelle 3.3).

## 4.5 Erkenntnisse für die Parameteridentifikation

Im Rahmen der Voruntersuchungen konnte gezeigt werden, daß lediglich bei Prüfkörpern mit exzentrischen Ästen ( $e \neq 0$ ) unterschiedliche Elastizitätsmoduln im Biege- und im Zugversuch ermittelt wurden. Unter der Voraussetzung, daß die Lage eines Astes im Querschnitt keinen Einfluß auf den E-Modul eines Brettes hat, resultieren die gemessenen Unterschiede lediglich aus unterschiedlichen Meßverfahren, da bei Zugversuchen an Proben mit exzentrischen Ästen (Abbildung 4.4) seitliche Biegeverformungen auftreten, die bei der Berechnung des Zug- Elastizitätsmoduls nicht berücksichtigt wurden. Diese Effekte treten bei verleimten Brettlamellen nicht auf (Laminierungseffekt, Kapitel 3.3), so daß eine Beschreibung der Zugfestigkeit über Elastizitätsmoduln, die aus gemessenen Biegeschwingungen am Brettschichtholzträger ermittelt wurden, gerechtfertigt ist (Abbildung 4.5 bis Abbildung 4.7).

Die anhand der Zugversuche festgestellte Beziehung zwischen Elastizitätsmodul und Zugfestigkeit deckt sich mit den Angaben aus der Literatur, so daß im Rahmen der Traglastuntersuchungen (Kapitel 6) die in Kapitel 3 angegebenen Regressionsgleichungen zur Beschreibung des Tragverhaltens von Brettschichtholzträgern verwendet wurden.



## 5 Parameteridentifikation an Brettschichtholzbalken

Die Parameteridentifikation ist ein Verfahren zur Korrektur von Rechenmodellen auf der Grundlage von Messungen an einer Struktur. Diese Messungen liefern Verformungen, Dehnungen oder Eigenschwingungsgrößen, die den berechneten Größen des Rechenmodells gegenüber gestellt werden. Anschließend werden ausgewählte Parameter des Modells solange korrigiert, bis berechnete und gemessene Größen übereinstimmen.

Dieses Verfahren bietet die Möglichkeit, Steifigkeitsparameter an Brettschichtholzträgern auf der Grundlage von Schwingungsmessungen zu identifizieren. Mit Hilfe der identifizierten Parameter Biegesteifigkeit, Schubsteifigkeit und Lamellen-E-Moduln kann die Eingruppierung des untersuchten Trägers in Festigkeitsklassen nach DIN 1052 A1 überprüft werden. Somit ist eine Endkontrolle bei der Fertigung von Brettschichtholzträgern möglich.

Im Rahmen dieser Arbeit erfolgte die Schwingungsmessung (Kapitel 7.1) am Brettschichtholzbalken als frei-frei-Struktur. Der Balken wurde mit einem Impulshammer angeregt, die Messung der Strukturantwort erfolgte über Beschleunigungsaufnehmer. Mit den so gewonnenen und aufbereiteten Meßdaten wurden die modalen Parameter Eigenfrequenzen und Eigenformen identifiziert (experimentelle Modalanalyse). Die physikalischen Parameter Biegesteifigkeit, Schubsteifigkeit und Lamellen-Elastizitätsmoduln wurden korrigiert, bis die analytischen und gemessenen Eigenfrequenzen und -formen übereinstimmten (Modellkorrektur, Kapitel 5.3).

## 5.1 Finite-Element-Modell für Brettschichtholzbalken

Für das Rechenmodell zur Parameteridentifikation an Brettschichtholzbalken wurde ein Balkenelement auf Grundlage der Laminattheorie entwickelt. Die Formulierung des Elementes erfolgte auf der Basis der Finiten-Element-Methode (FEM) mit dem Programmsystem MATLAB<sup>®</sup>.

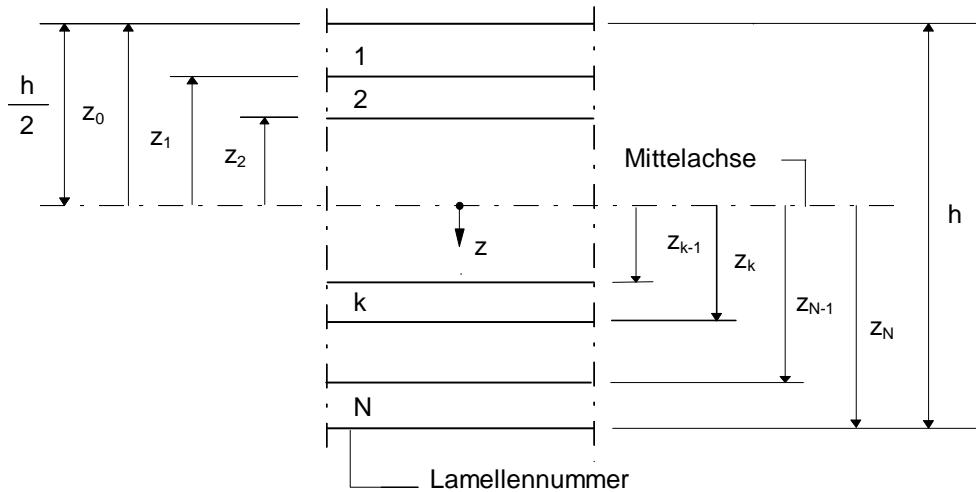


Abbildung 5.1: Geometrie eines Laminatbalkenelements mit N-Lamellen

Nach [Jones, 1975] und [Ochoa, 1992] ergibt sich die Steifigkeit einer geschichteten Verbundstruktur im allgemeinen Fall aus der Dehnsteifigkeit

$$D = \sum_{k=1}^N E_k b(z_k - z_{k-1}), \quad (5.1)$$

der Koppelsteifigkeit

$$C = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N E_k b(z_k^2 - z_{k-1}^2), \quad (5.2)$$

der Biegesteifigkeit

$$B = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N E_k b(z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (5.3)$$

und der Schubsteifigkeit

$$S = \sum_{k=1}^N G_k \kappa b (z_k - z_{k-1}) \quad (5.4)$$

mit  $\kappa \approx 0,8$  (Schubflächenkoeffizient für Rechteckquerschnitte)

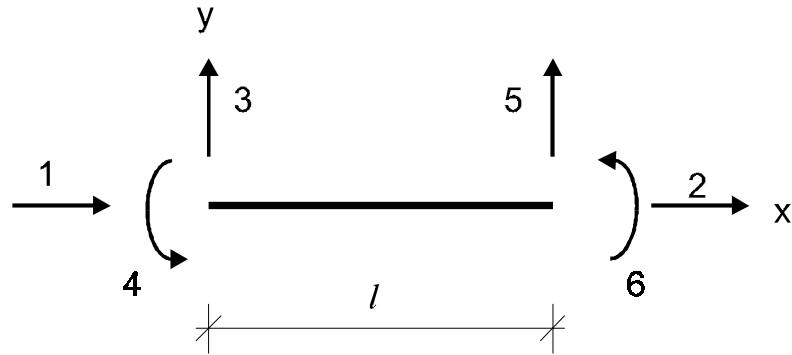


Abbildung 5.2: Balkenelement in lokalen Koordinaten

Zur Formulierung eines Laminat-Balkenelements wurden die Steifigkeitsmatrizen, wie sie unter anderen von [Link, 1989] angegeben werden, mit den Ansätzen nach der Laminattheorie verknüpft.

Mit Gleichung (5.1) ergibt sich somit die Dehnsteifigkeitsmatrix zu

$$\mathbf{K}_D = \sum_{k=1}^N \frac{E_k b (z_k - z_{k-1})}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

Wird für die Biegesteifigkeitsmatrix die Formulierung nach [Timoshenko, 1958] verwendet, können Biege- und Schubsteifigkeit zusammengefaßt werden. Die Berücksichtigung der Schubeinflüsse erfolgt hierbei durch Einführung eines Schubparameters  $\varphi$  in die Biegesteifigkeitsmatrix [Przemieniecki, 1968], [Ramm, 1996]. Eine gesonderte Betrachtung der Schubsteifigkeit erübrigt sich somit. Die Biegesteifigkeitsmatrix für den Laminatbalken schreibt sich mit Gleichung (5.3) zu

$$\mathbf{K}_B = \sum_{k=1}^N \frac{E_k b (z_k^3 - z_{k-1}^3)}{3 l^3 (1 + \varphi_k)} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & (4 + \varphi_k)l^2 & -6l & (2 - \varphi_k)l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & (2 - \varphi_k)l^2 & 6l & (4 + \varphi_k)l^2 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

mit  $\varphi_k = (E_k b h^3)/(S l^2)$

Bei Balkenquerschnitten, deren Aufbau nicht symmetrisch bezüglich der Mittelachse ist, treten Kopplungen zwischen Normalkräften und Biegekrümmungen sowie zwischen Biegemomenten und Längsdehnungen auf. Die Koppelmatrix lässt sich mit Hilfe einer linearen Transformation der Verschiebungsfreiheitsgrade von der Schwerachse auf die Mittelachse entwickeln. Mit Gleichung (5.2) kann die Koppelsteifigkeitsmatrix eines Laminatbalkens wie folgt formuliert werden:

$$\mathbf{K}_C = \sum_{k=1}^N \frac{E_k b (z_k^2 - z_{k-1}^2)}{2l} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

Aus Dehn-, Biege- und Koppelsteifigkeitsmatrix ergibt sich die Steifigkeitsmatrix für einen Laminatbalken in lokalen Koordinaten gemäß Abbildung 5.2 zu

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_D & \mathbf{K}_C \\ \mathbf{K}_C^T & \mathbf{K}_B \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

Die Massenmatrix schreibt sich zu

$$\mathbf{M} = \frac{\rho A l}{420} \begin{bmatrix} 140 & 70 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 70 & 140 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 156 & 22l & 54 & -13l \\ 0 & 0 & 22l & 4l^2 & 13l & -3l^2 \\ 0 & 0 & 54 & 13l & 156 & -22l \\ 0 & 0 & -13l & -3l^2 & -22l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

## 5.2 Gegenüberstellung von Rechen- und Testmodell

Bei der Modellkorrektur mit Hilfe von gemessenen Eigenschwingungsgrößen besteht häufig das Problem, daß die berechneten Modaldaten den gemessenen Größen nur schwer zugeordnet werden können. Die Inkompatibilität der Vergleichsgrößen resultiert im wesentlichen aus der Unvollständigkeit des Testmodells.

Hinsichtlich der Zahl der Freiheitsgrade ist es üblich, das Rechenmodell auf die gemessenen Freiheitsgrade zu kondensieren. Im Rahmen dieser Arbeit ist eine Kondensation nicht erforderlich, da die Testfreiheitsgrade an die Freiheitsgrade des Rechenmodells angepaßt wurden und somit ein vollständiges Testmodell vorhanden ist.

Zur Überprüfung der Zuordnung von gemessenen und berechneten Eigenvektoren wird der sogenannte MAC-Wert (Modal Assurance Criterion) verwendet. Er stellt das Quadrat vom Kosinus des Winkels zwischen zwei Vektoren dar.

$$MAC = \frac{(\Phi_R^T \Phi_T)^2}{(\Phi_R^T \Phi_R)(\Phi_T^T \Phi_T)} \cdot 100 \quad [\%] \quad (5.10)$$

mit:  $\Phi_R$  - Eigenvektor des Rechenmodells und  $\Phi_T$  - Eigenvektor aus Test

Vollkommene Übereinstimmung zwischen den Vektoren liegt bei einem MAC-Wert von 100 % vor.

Eine weitere Vergleichsgröße ist der modale Skalierungsfaktor (MSF).

$$MSF(\Phi_{T,R}) = \frac{\Phi_T^T \Phi_R}{\Phi_T^T \Phi_T} \quad (5.11)$$

Mit Hilfe des MSF-Wertes wird eine Normierung der Eigenformen aus Test und Rechenmodell vorgenommen, indem der Eigenvektor der gemessenen Eigenformen mit dem MSF-Wert multipliziert wird. Die Abweichung der beiden Vektoren ist dann minimal im quadratischen Mittel.

### 5.3 Modellkorrektur zur Parameteridentifikation

Das nachfolgend beschriebene Verfahren zur Identifikation ausgewählter Steifigkeitsparameter von Brettschichtholzbalken basiert auf mathematischen Grundlagen, wie sie unter anderem von Natke und Link angegeben werden [Natke, 1992], [Link, 1996]. Im Rahmen dieser Arbeit wurden bei der Modellkorrektur ausschließlich Biegeschwingungen betrachtet. Es liegt die Annahme zugrunde, daß die Parameter der Massenmatrix hinreichend genau bekannt sind, so daß eine Korrektur der Massenparameter nicht vorgenommen wurde.

Die Entwicklung der Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}$  nach den Parametern  $\alpha$  in einer Taylorreihe, die nach dem ersten Glied abgebrochen wurde, liefert den Korrekturansatz:

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_A + \sum \frac{\partial \mathbf{K}_i}{\partial \alpha_i} \Delta \alpha_i \quad (5.12)$$

mit  $\mathbf{K}_A$  = Steifigkeitsmatrix des Ausgangsmodells  
 $[\partial \mathbf{K}_i / \partial \alpha_i]$  = konstante Korrekturmatrixt (Elemente, Elementgruppen oder Lamellen, Lamellengruppen), definiert Lage und Art der angenommenen Fehler  
 $\Delta \alpha_i$  = Parameteränderung in jedem Iterationsschritt

Für die Bildung der Korrekturmatrizen mußten die partiellen Ableitungen der Steifigkeitsmatrix nach den Parametern  $\alpha$  gebildet werden. Ein linearer, faktorieller Korrekturansatz [Link, 1996], [Natke, 1992] war hier wegen der Berücksichtigung der Schubparameter, die auch als nichtlineare Glieder in der Biegesteifigkeitsmatrix (5.6) auftreten, nicht möglich. Um die Anzahl der Korrekturparameter bei der Ermittlung der Lamellen-Elastizitätsmoduln möglichst gering zu halten, wurde die Parameteridentifikation in zwei Durchgängen durchgeführt. Die zu identifizierenden Parameter waren in einem ersten Korrekturdurchgang die Biegesteifigkeit  $B=EI$  und die Schubsteifigkeit  $S=GA_s$  des Brettschichtholzträgers. In einem zweiten Durchgang erfolgte die Identifikation der Elastizitätsmoduln  $E_k$  ausgewählter Lamellen unter Verwendung der im ersten Durchgang identifizierten Schubsteifigkeit. Eine Begründung für die Verwendung einer gemittelten Schubsteifigkeit über alle Lamellen lieferten die Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse (Kapitel 5.4) und der Parameterstudien an simulierten Testdaten (Kapitel 5.5).

Aus den Ableitungen der Steifigkeitsmatrix ergeben sich die Korrekturmatrizen für die Steifigkeitsparameter zu:

$$\frac{\partial \mathbf{K}_B}{\partial B} = \frac{1}{l^3(1+\varphi)^2} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & (4+2\varphi+\varphi^2)l^2 & -6l & (2-2\varphi-\varphi^2)l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & (2-2\varphi-\varphi^2)l^2 & -6l & (4+2\varphi+\varphi^2)l^2 \end{bmatrix} \quad (5.13) \quad (\text{Biegesteifigkeit})$$

$$\frac{\partial \mathbf{K}_B}{\partial S} = \frac{\varphi^2}{4l(1+\varphi)^2} \begin{bmatrix} 4 & 2l & -4 & 2l \\ 2l & l^2 & -2l & l^2 \\ -4 & -2l & 4 & -2l \\ 2l & l^2 & -2l & l^2 \end{bmatrix} \quad (5.14) \quad (\text{Schubsteifigkeit})$$

mit  $\varphi = 12 B/(S l^2)$

$$\frac{\partial \mathbf{K}_k}{\partial E_k} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{K}_{D,k}}{\partial E_k} & \frac{\partial \mathbf{K}_{C,k}}{\partial E_k} \\ \frac{\partial \mathbf{K}_{C,k}}{\partial E_k}^T & \frac{\partial \mathbf{K}_{B,k}}{\partial E_k} \end{bmatrix} \quad (5.15) \quad (\text{Lamellen-E-Moduln})$$

mit den Untermatrizen

$$\frac{\partial \mathbf{K}_{D,k}}{\partial E_k} = \frac{b(z_k - z_{k-1})}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

$$\frac{\partial \mathbf{K}_{B,k}}{\partial E_k} = \frac{b(z_k^3 - z_{k-1}^3)}{3l^3(1+\varphi_k)^2} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & (4+2\varphi_k+\varphi_k^2)l^2 & -6l & (2-2\varphi_k-\varphi_k^2)l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & (2-2\varphi_k-\varphi_k^2)l^2 & -6l & (4+2\varphi_k+\varphi_k^2)l^2 \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

mit  $\varphi_k = (E_k b h^3)/(S l^2)$

$$\frac{\partial \mathbf{K}_{C,k}}{\partial E_k} = \frac{b(z_k^2 - z_{k-1}^2)}{2l} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

Für die Parameterkorrektur ist es zunächst erforderlich, Fehler (Residuen) zu definieren. Die allgemeine Definition lautet

$$\boldsymbol{\varepsilon}_r = \mathbf{v}_T - \mathbf{v}(\boldsymbol{\alpha}) . \quad (5.19)$$

Der Residualvektor wird aus der Differenz zwischen dem Vektor  $\mathbf{v}_T$ , der die gemessenen Größen enthält und dem Vektor  $\mathbf{v}(\boldsymbol{\alpha})$  mit den Größen des Rechenmodells gebildet.

Mit der Methode der kleinsten gewichteten Fehlerquadrate wird das Zielfunktional

$$J = \boldsymbol{\varepsilon}_w^T \boldsymbol{\varepsilon}_w = \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{W} \boldsymbol{\varepsilon} \longrightarrow \min \quad (5.20)$$

mit  $\mathbf{W}$  = Wichtungsmatrix

formuliert. Wird als Wichtungsmatrix die Einheitsmatrix  $\mathbf{I}$  eingesetzt, erhält man das gewöhnliche Quadratminimumverfahren.

Da der berechnete Vektor  $\mathbf{v}(\boldsymbol{\alpha})$  im allgemeinen eine nichtlineare Funktion der Parameter ist, stellt die Minimierung von (5.20) ein nichtlineares Minimierungsproblem dar, das durch eine Taylorreihenentwicklung schrittweise linearisiert wird. Aus der nach dem linearen Glied abgebrochenen Taylorreihe ergibt sich der Modellvektor zu

$$\mathbf{v}(\boldsymbol{\alpha}) = \mathbf{v}_a + \mathbf{G} \Delta \boldsymbol{\alpha} \quad (5.21)$$

mit der Gradientenmatrix (Sensitivitätsmatrix)

$$\mathbf{G} = \left[ \dots \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \alpha_i} \dots \right]_{\alpha_a} \quad (5.22)$$

Der Vektor  $\mathbf{v}_a$  stellt den Modellvektor im Linearisierungspunkt und  $\Delta \boldsymbol{\alpha}$  die Parameteränderung dar.

Der Residualvektor schreibt sich somit zu

$$\boldsymbol{\varepsilon}_r = \mathbf{v}_T - \mathbf{v}_a - \mathbf{G} \Delta \boldsymbol{\alpha} = \mathbf{r}_a - \mathbf{G} \Delta \boldsymbol{\alpha} \quad (5.23)$$

Im Rahmen dieser Arbeit werden Eigenwert- und Eigenformresiduen gebildet. Das **Eigenwertresiduum** ergibt sich nach Linearisierung gemäß Gleichung (5.23) zu

$$\boldsymbol{\varepsilon}_\lambda = \lambda_T - \lambda_a - \mathbf{G}_\lambda(\alpha_a) \Delta \boldsymbol{\alpha} \quad (5.24)$$

mit der Gradientenmatrix

$$\mathbf{G}_\lambda = \left[ \frac{\partial \lambda}{\partial \alpha_i} \right]_{\alpha_a} . \quad (5.25)$$

Die Gradientenmatrix bezüglich der Eigenwertresiduen wird aus der Ableitung der Eigenwertgleichung  $(\mathbf{K} - \lambda \mathbf{M})\Phi = \mathbf{0}$  nach den Steifigkeitsparametern gebildet.

$$(\partial \mathbf{K} / \partial \alpha_i - \partial \lambda / \partial \alpha_i \mathbf{M})\Phi + (\mathbf{K} - \lambda \mathbf{M})\partial \Phi / \partial \alpha_i = 0 \quad (5.26)$$

Nach Vormultiplikation mit dem Eigenvektor  $\Phi^T$  und unter Berücksichtigung der Eigenvektornormierung  $\Phi^T \cdot \mathbf{M} \cdot \Phi = 1$  ergeben sich die Koeffizienten der Gradientenmatrix bezüglich der Eigenwerte zu

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \alpha_i} = \Phi^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \alpha} \Phi \quad (5.27)$$

Das **Eigenformresiduum** ergibt sich im Linearisierungspunkt zu

$$\varepsilon_\Phi = \Phi_T - \Phi_a - \mathbf{G}_\Phi(\alpha_a) \Delta \alpha \quad (5.28)$$

mit der Gradientenmatrix

$$\mathbf{G}_\Phi = \left[ \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha_i} \right]_{\alpha_a} . \quad (5.29)$$

Die Ableitung der Eigenvektoren nach den Steifigkeitsparametern bilden die Koeffizienten für die Gradientenmatrix bezüglich der Eigenformresiduen. Das hier benutzte Verfahren geht von der Annahme aus, daß sich die Ableitung des r-ten Eigenvektors als Summe von R- Eigenvektoren darstellen läßt [Natke, 1992], [Link, 1996].

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha_i} = \sum_{k=1}^R c_k \Phi_k \quad (R \leq n = \text{Ordnung der Systemmatrizen}) \quad (5.30)$$

Einsetzen der Gleichung (5.30) in Gleichung (5.26) liefert nach Multiplikation mit  $\Phi_s^T$  ( $\neq \Phi^T$ ) von links unter Ausnutzung der Orthogonalitätsbedingungen der Eigenvektoren ( $\Phi_s^T \cdot \mathbf{M} \cdot \Phi = 0$ ) die Beziehung

$$\Phi_s^T (\mathbf{K} - \lambda \mathbf{M}) \sum c_k \Phi_k = -\Phi_s^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \alpha} \Phi \quad (5.31)$$

Durch Normierung der generalisierten Masse  $\Phi_s^T \mathbf{M} \Phi_s = 1$  und Einsetzen der modalen Steifigkeit  $\Phi_s^T \mathbf{K} \Phi_s = \lambda_s$  in Gleichung (5.31) erhält man (für  $s = k$ ) die Beziehung

$$(\lambda_s - \lambda) c_s = -\Phi_s^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \alpha} \Phi \quad (5.32)$$

Die Entwicklungskoeffizienten  $c_s$  ergeben sich somit zu

$$c_s = \frac{-\Phi_s^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \alpha} \Phi}{(\lambda_s - \lambda)} \quad (5.33)$$

Einsetzen der Koeffizienten  $c_s$  in Gleichung (5.30) liefert die Ableitung der Eigenformen nach den Steifigkeitsparametern

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha_i} = -\sum \frac{\Phi_s \Phi_s^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \alpha} \Phi}{(\lambda_s - \lambda)} \quad (\text{für } \lambda_s \neq \lambda). \quad (5.34 \text{ a})$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha_i} = \mathbf{0} \quad (\text{für } \lambda_s = \lambda) \quad (5.34 \text{ b})$$

Für die Parameteranpassung wird eine Kombination aus Eigenwert- und Eigenformresiduen gebildet. Die Gesamtgradientenmatrix schreibt sich dann folgendermaßen:

$$\mathbf{G} = \mathbf{G}_{\lambda, \Phi} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_\lambda \\ \mathbf{G}_\Phi \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

Das Minimum der Zielfunktion (5.20) ergibt sich aus der Forderung  $\partial J / \partial \Delta \alpha = 0$  und man erhält ein lineares Gleichungssystem mit der Lösung

$$\Delta \alpha = (\mathbf{G}^T \mathbf{W} \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{W} \mathbf{r}_a \quad (5.36)$$

für jeden Iterationsschritt  $i$ . Die Korrekturparameter errechnen sich zu

$$\alpha_i = \alpha_{i-1} + \Delta \alpha_i \quad (5.37)$$

Die iterative Vorgehensweise bei der Modellkorrektur ist in Abbildung 5.3 dargestellt.

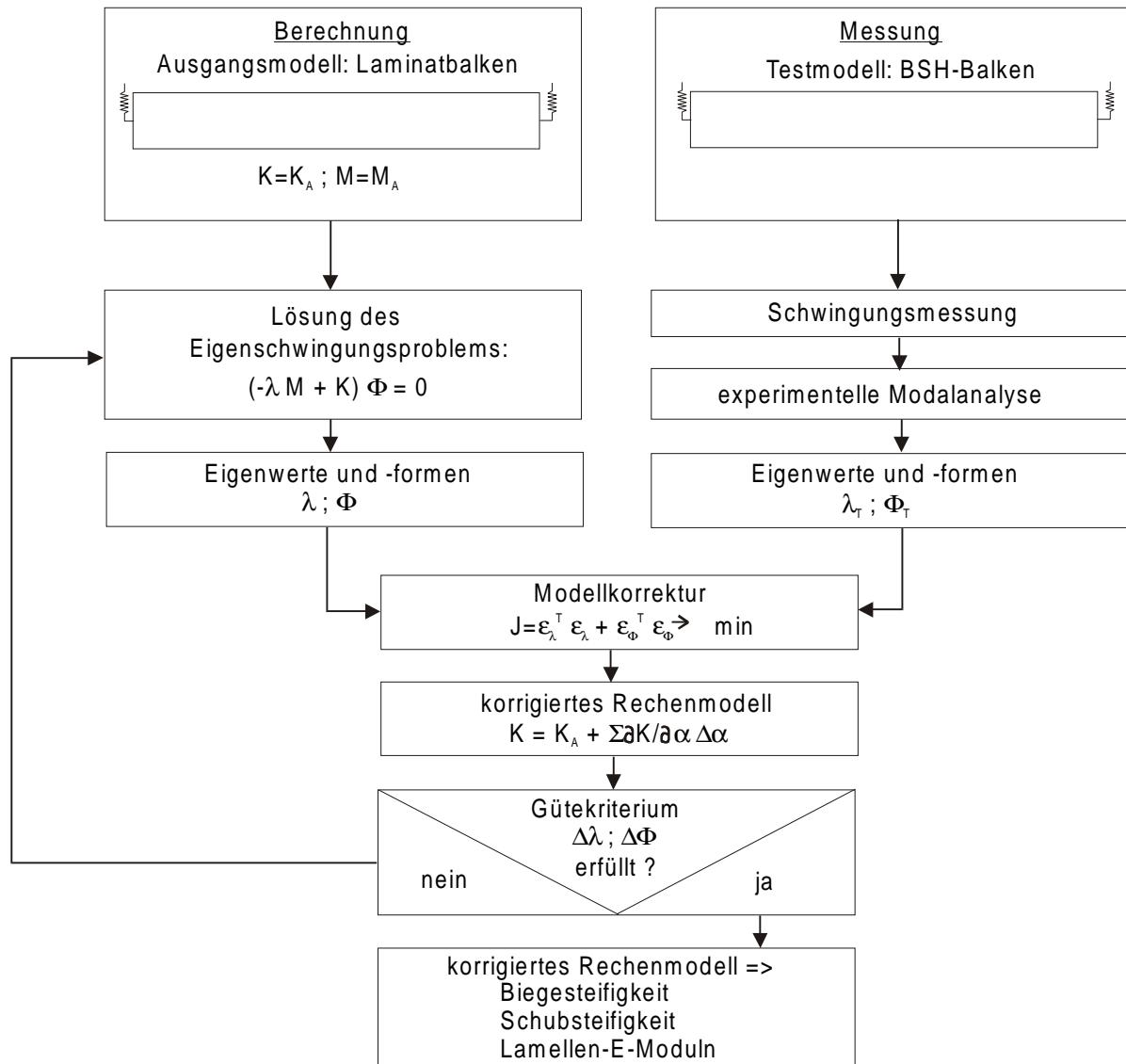


Abbildung 5.3: Ablauf der Parameteridentifikation an Brettschichtholzbalken

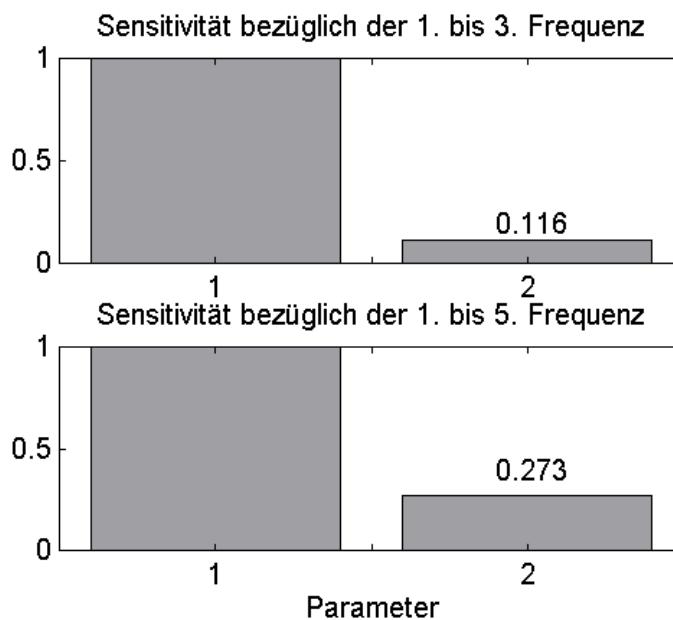
## 5.4 Sensitivitätsanalyse der Parameter

Für die Modellkorrektur ist die Wahl geeigneter Korrekturparameter von großer Bedeutung. Es müssen Parameter verwendet werden, die einen möglichst großen Einfluß auf die verwendeten Zielgrößen haben, also hinreichend sensitiv sind. Für die Untersuchung des Einflusses ausgewählter Parameter auf die Eigenschwingungsgrößen hat sich die Sensitivitätsanalyse der Gradientenmatrix  $\mathbf{G}$  bewährt [Natke, 1992]. Aus Gleichung (5.23) ergibt sich die Beziehung

$$\mathbf{G} \Delta \alpha = \mathbf{r}_a . \quad (5.38)$$

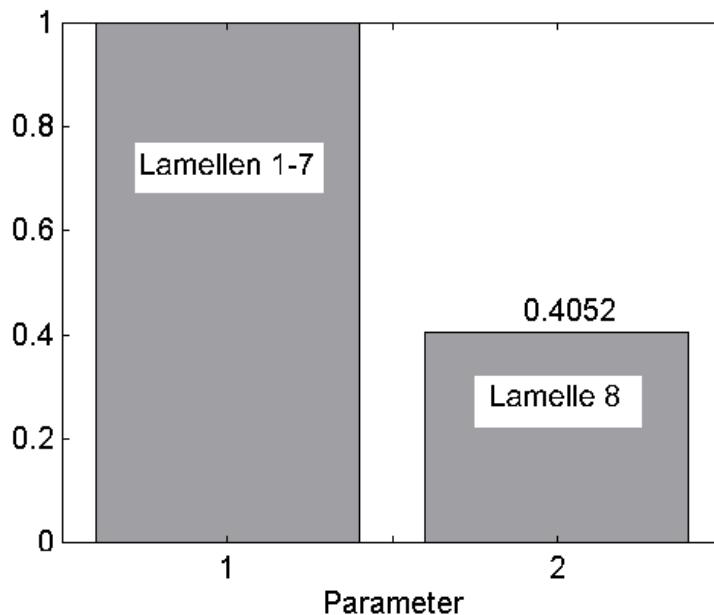
Als Maß für die Sensitivität dient die Norm der Spalten der Gradientenmatrix. Wegen der besseren Übersichtlichkeit wird der Maximalwert auf eins normiert, der Parameter mit der größten Sensitivität hat somit den Wert eins. Je geringer der Einfluß eines betrachteten Parameters auf die Zielgröße ist, desto kleiner ist die Norm der zugehörigen Spalte in der Gradientenmatrix.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde zunächst der Einfluß der Biegesteifigkeit und der Schubsteifigkeit auf die Eigenfrequenzen eines Brettschichtholzbalkens untersucht. Zur Generierung der Gradientenmatrix diente ein Balkenmodell mit einem E-Modul von  $E = 1,1 \cdot 10^{10}$  N/m<sup>2</sup> und einem Schubmodul von  $G = 5,5 \cdot 10^8$  N/m<sup>2</sup> (BS 11 nach DIN 1052 A1). Die Balkengeometrie wurde analog zum untersuchten Testbalken (Kapitel 7) gewählt, die Querschnittsabmessungen betragen  $b/h = 12/32$  cm bei einer Balkenlänge von  $l = 6,0$  m.



**Abbildung 5.4: Sensitivität der globalen Parameter Biege- (1) und Schubsteifigkeit (2)**

Aus Abbildung 5.4 ist zu ersehen, daß der Einfluß der Biegesteifigkeit auf die Eigenfrequenzen wesentlich größer ist, als der Einfluß der Schubsteifigkeit. Die Sensitivität der Schubsteifigkeit wird erhöht, je mehr Eigenfrequenzen in die Betrachtung mit einbezogen werden. Weiterhin konnte festgestellt werden, daß der Einfluß der Schubsteifigkeit abnimmt, je kleiner das Verhältnis zwischen Biege- und Schubsteifigkeit ist. Es kann somit davon ausgegangen werden, daß die Verwendung einer globalen Schubsteifigkeit bei der Identifikation der Lamellen-E-Moduln eine zulässige Vereinfachung darstellt. Andererseits ist der Schubeinfluß nicht so gering, daß dessen vollständige Vernachlässigung gerechtfertigt wäre.



**Abbildung 5.5: Sensitivität der lokalen Parameter  $E_k$  bezüglich der 1. bis 3. Eigenfrequenz**

Der Einfluß des Elastizitätsmoduls einzelner Lamellen oder Lamellengruppen auf die Eigenfrequenzen wurde ebenfalls mit Hilfe der Sensitivitätsanalyse untersucht. Die Untersuchung erfolgte an einem Laminat-Balkenmodell gemäß Abbildung 5.6 mit einem asymmetrischen Querschnittstyp 3 (alle Lamellen mit  $h_k = 0,04\text{m}$ ). Die Lamellen 1 bis 7 wiesen einen E-Modul von  $E = 1,0 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$  und die Lamelle 8 einen E-Modul von  $E = 1,1 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$  auf. Die Gradientenmatrix wurde unter Berücksichtigung der ersten drei Eigenfrequenzen gebildet. Es stellte sich heraus, daß bei Verwendung eines symmetrischen Trägeraufbaus im Ausgangsmodell die Gradientenmatrix singulär wurde und ein Rangabfall erfolgte. Eine eindeutige Identifikation der Parameter ist dann nicht mehr möglich. Eine Begründung für diesen Sachverhalt liefert die Betrachtung der Matrizen (5.15) bis (5.18). Liegen zwei Lamellen mit gleicher Lamellenhöhe  $h_k$  symmetrisch zur Mittelachse, weisen sie die gleiche Steifigkeit auf, so daß die entsprechenden Spalten in der Gradientenmatrix identisch sind. Nur durch die Wahl unterschiedlicher Lamellen-Elastizitätsmoduln im Ausgangsmodell, die über den Schubparameter  $\varphi$  in die Korrekturmatrixt einfließen, kann eine nichtsinguläre Gradientenmatrix erzeugt werden. Da für die Beurteilung der Traglast von Brettschichtholzträgern die Lamelle am

äußereren Zugrund des Trägers von entscheidender Bedeutung ist (Kapitel 6), wurde im Rahmen der Sensitivitätsanalyse der erste Parameter aus den Lamellen 1 bis 7 und der zweite Parameter aus der Lamelle 8 gebildet.

Die hohe Sensitivität der 8. Lamelle (Parameter 2) bezüglich der Eigenfrequenzen läßt den Schluß zu, daß bei der verwendeten Trägergeometrie die Identifikation einer einzelnen Lamelle möglich ist. Bis zu welchem Verhältnis zwischen der Trägerhöhe  $h$  und der Höhe einzelner Lamellen oder Lamellengruppen, die als Parameter freigegeben werden, eine Identifikation noch sinnvoll ist, wurde in Zusammenhang mit der Parameteridentifikation an simulierten Testdaten untersucht (Kapitel 5.5).

## 5.5 Überprüfung des Modell- und Korrekturansatzes mit Hilfe simulierter Testdaten

Um die Möglichkeiten des zuvor beschriebenen Korrekturverfahrens zu überprüfen, wurden simulierte Testdaten mit einem Laminat-Balkenmodell aus 20 Elementen und 8 Lamellen (alle Lamellen mit  $h_k = 0,04$  m) gemäß Abbildung 5.6 als frei-frei Struktur generiert. Zunächst wurden die in Kapitel 2 beschriebenen drei unterschiedlichen Querschnittstypen untersucht. Die globale Biege- und Schubsteifigkeit war jeweils über die gesamte Balkenlänge konstant. Die Lamellen-E-Moduln der drei Querschnittstypen wurden so gewählt, daß sie eine realistische Abbildung der in deutschen Leimbaubetrieben verwendeten Brettlamellen darstellen [Colling, 1989].

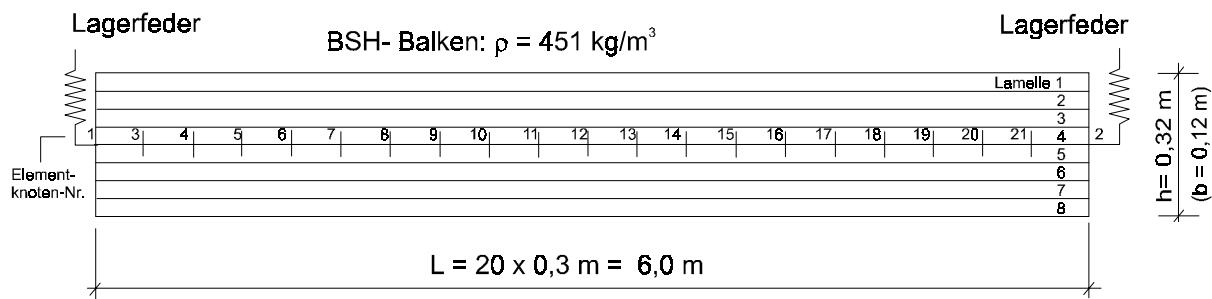


Abbildung 5.6: Laminat-Balkenmodell

simulierte Testmodelle				
Querschnitt	Typ 1			Typ 3
	E-Moduln · 10 <sup>10</sup> [N/m <sup>2</sup> ]			
Lamellen-Nr.	1	1,0	1,3	1,0
	2	1,1	1,3	1,1
	3	1,0	0,9	1,0
	4	0,9	1,0	0,9
	5	1,0	1,0	1,0
	6	1,1	0,9	1,1
	7	1,0	1,3	1,3
	8	1,1	1,4	1,4
Mittelwert*		1,05	1,31	1,18
	globale Biegesteifigkeit B · 10 <sup>6</sup> [Nm <sup>2</sup> ]			
		3,441	4,193	3,866
	globale Schubsteifigkeit S · 10 <sup>7</sup> [N]			
		2,273	2,273	2,273

\*) Mittelwert =  $\sum E_k (z_k^3 - z_{k-1}^3) / \sum (z_k^3 - z_{k-1}^3)$

Tabelle 5.1: Elastizitätsmoduln, Biege- und Schubsteifigkeit

Zur Modellkorrektur wurden, unter Verwendung aller 21 Elementknoten als Meßfreiheitsgrade, die ersten drei Eigenfrequenzen und -formen herangezogen. Eine Wichtung einzelner Eigenfrequenzen oder Eigenformen wurde nicht vorgenommen ( $\mathbf{W} = \mathbf{I}$ ). Die Identifikation der globalen Parameter erfolgte mit zwei unterschiedlichen Ausgangsmödellen, um den Einfluß der Startparameter auf die Korrekturergebnisse zu untersuchen. Die Querschnittsparameter (Biege- und Schubsteifigkeit) wurden bereits nach der zweiten Iteration, unabhängig vom verwendeten Ausgangsmodell, nahezu exakt identifiziert (Tabelle 5.2). Es zeigte sich, daß die Schubsteifigkeit als Korrekturparameter mit freigegeben werden muß, um gute Identifikationsergebnisse zu erzielen.

Querschnitt	Parameter	identifizierter Wert	exakter Wert
Typ 1	B [ $\text{Nm}^2$ ]	$3,409 \cdot 10^6$	$3,441 \cdot 10^6$
	S [N]	$2,255 \cdot 10^7$	$2,273 \cdot 10^7$
Typ 2	B [ $\text{Nm}^2$ ]	$4,163 \cdot 10^6$	$4,193 \cdot 10^6$
	S [N]	$2,251 \cdot 10^7$	$2,273 \cdot 10^7$
Typ 3	B [ $\text{Nm}^2$ ]	$3,836 \cdot 10^6$	$3,866 \cdot 10^6$
	S [N]	$2,253 \cdot 10^7$	$2,273 \cdot 10^7$

**Tabelle 5.2: identifizierte Biege- und Schubsteifigkeiten**

Die Ergebnisse der globalen Parameteridentifikation und die Frequenzabweichung zwischen Rechen- und Testmodell sind beispielhaft für den Trägertyp 3 in Abbildung 5.7 und Abbildung 5.8 dargestellt. Der MAC-Wert betrug bereits beim Vergleich zwischen Ausgangsmodell und simulierten Testdaten für alle betrachteten Eigenformen nahezu 100 Prozent.

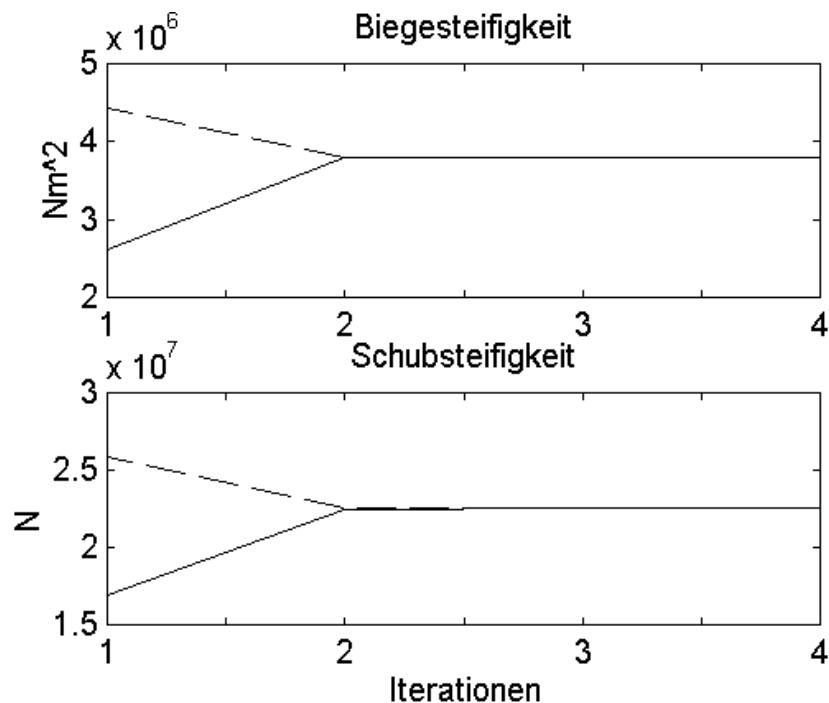
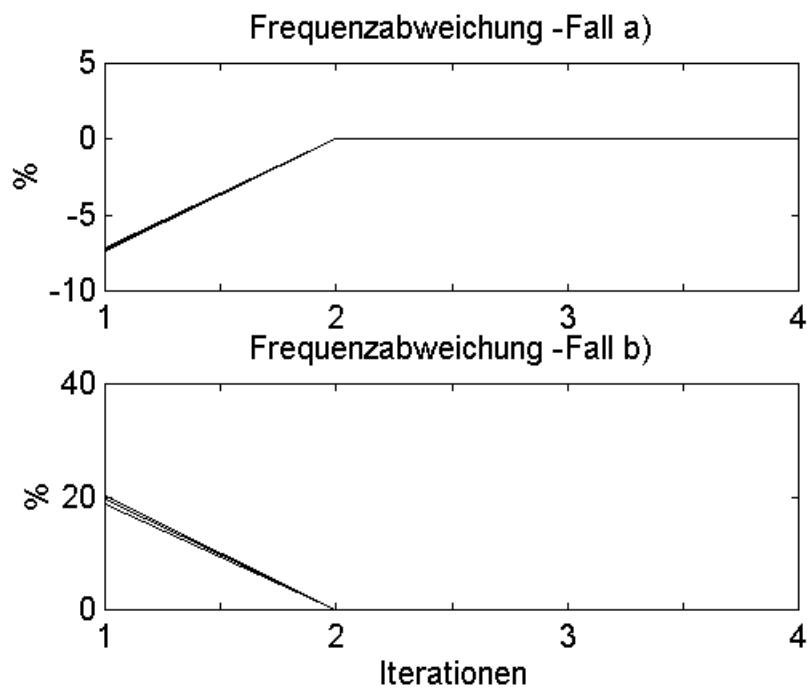


Abbildung 5.7: Identifikationsergebnisse der globalen Parameterkorrektur (Trägertyp 3), --- Fall a), — Fall b)



Frequenzabweichung:  $\Delta f = (f_{\text{Test}} / F_{\text{anal.}} - 1) \cdot 100 [\%]$

Abbildung 5.8: Frequenzabweichung bei der globalen Korrektur (Trägertyp 3)

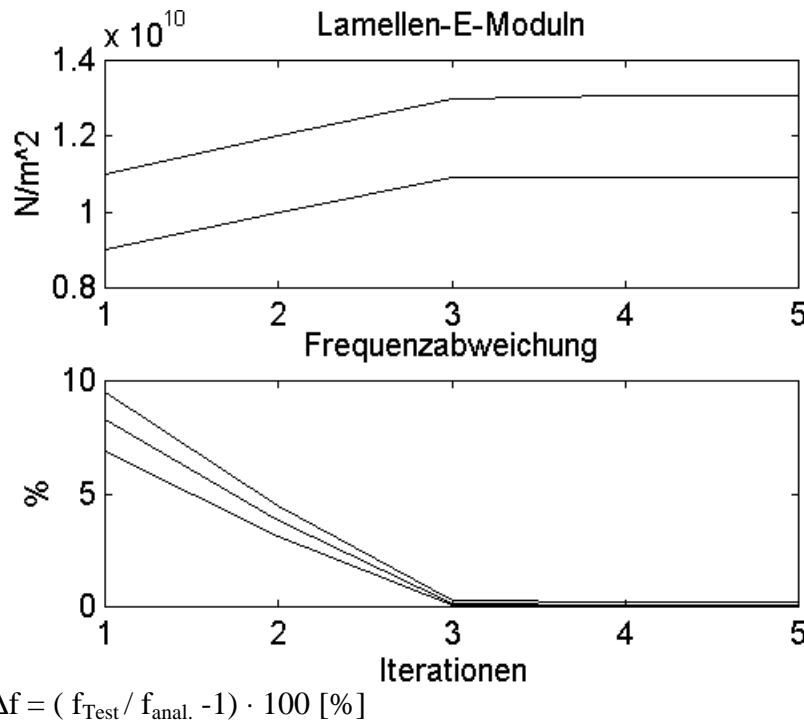
Anschließend wurde die korrigierte Schubsteifigkeit in einem neuen Ausgangsmodell verwendet, um den Elastizitätsmodul der Lamelle 8 am äußeren Trägerrand zu identifizieren. Bei den Trägern mit homogenem (TYP 1) und asymmetrischem (TYP 3) Querschnitt wurde der erste Parameter aus den Lamellen 1 bis 7, der zweite Parameter aus der Lamelle 8 gebildet. Für den Träger mit einem symmetrischen Aufbau (TYP 2) erfolgte zusätzlich noch eine Korrektur der E-Moduln der Lamellen an beiden Trägerseiten gleichzeitig. Hierbei war jedoch darauf zu achten, daß im Ausgangsmodell keine Symmetrie vorlag, da in einem solchen Fall die entsprechenden Spalten in der Korrekturmatrixt linear abhängig sind und eine eindeutige Lösung nicht mehr möglich ist. Deshalb wurden für den ersten Parameter die Lamellen 1 und 2 zusammengefaßt, wogegen der dritte Parameter ausschließlich aus der Lamelle 8 gebildet wurde. Den zweiten Korrekturparameter bildeten die Lamellen 3 bis 7.

Die Elastizitätsmoduln der Lamellen im jeweiligen Ausgangsmodell und die Ergebnisse der lokalen Parameteridentifikation sind in Tabelle 5.3 angegeben, eine grafische Darstellung ist auch hier beispielhaft für den Trägertyp 3 in Abbildung 5.9 zu sehen.

Querschnitt	Lamellen-Nr.	E-Modul $\cdot 10^{10}$ [N/m <sup>2</sup> ]		
		Startwert	identifizierter Wert	exakter Wert
Typ 1	1-7*	0,8	1,00	1,03
	8	0,9	1,12	1,10
Typ 2	1-7*	1,0	1,21	1,23
	8	1,1	1,40	1,40
Typ 3	1-2*	1,1	1,35	1,30
	3-7*	0,9	1,10	1,12
	8	1,1	1,30	1,40
Typ 3	1-7*	0,9	1,10	1,09
	8	1,1	1,32	1,40

\*) Mittelwert =  $\sum E_k (z_k^3 - z_{k-1}^3) / \sum (z_k^3 - z_{k-1}^3)$

**Tabelle 5.3: identifizierte Lamellen-E-Moduln**



**Abbildung 5.9: Identifikationsergebnis der lokalen Parameterkorrektur (Trägertyp 3)**

Es zeigte sich, daß die Ergebnisse bei der Bestimmung der lokalen Lamellen-E-Moduln in starkem Maße von der Wahl des Ausgangsmodells abhängen. Eine Identifikation von mehr als zwei lokalen Parametern ist nur möglich, wenn die quantitative Verteilung der Lamellen-Elastizitätsmoduln im untersuchten Brettschichtholzträger und damit der Trägertyp (homogen / symmetrisch / asymmetrisch) bekannt und im Ausgangsmodell berücksichtigt ist.

Bei der beschriebenen Vorgehensweise konnte der E-Modul der 8. Lamelle bei allen Trägertypen hinreichend genau identifiziert werden. Die Durchführung der Parameterkorrektur unter Berücksichtigung von fünf Eigenfrequenzen und Eigenformen lieferte sowohl bei der globalen, als auch bei der lokalen Parameteridentifikation die gleichen Ergebnisse.

Weiterhin wurde untersucht, bis zu welchem Verhältnis zwischen der Trägerhöhe  $h$  und der Höhe einzelner Lamellen  $h_k$  eine lokale Identifikation noch brauchbare Ergebnisse liefert. Hierfür wurde Berechnungen angestellt, bei denen jeweils veränderte Lamellenhöhen bei gleichbleibender Trägerhöhe gewählt wurden.

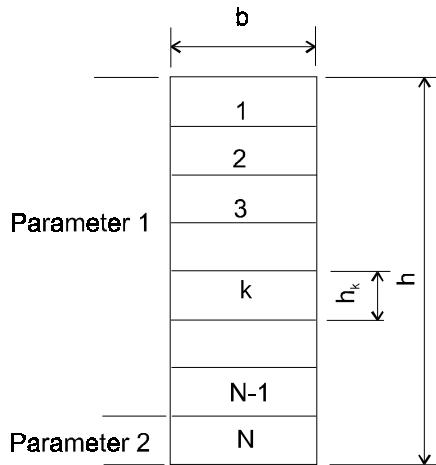
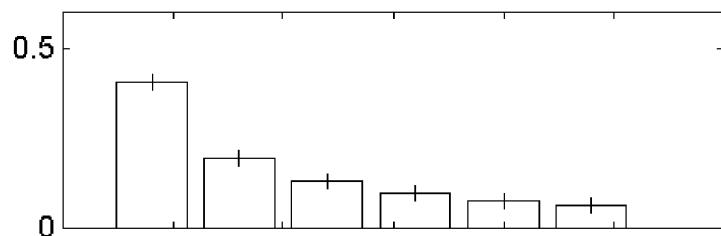


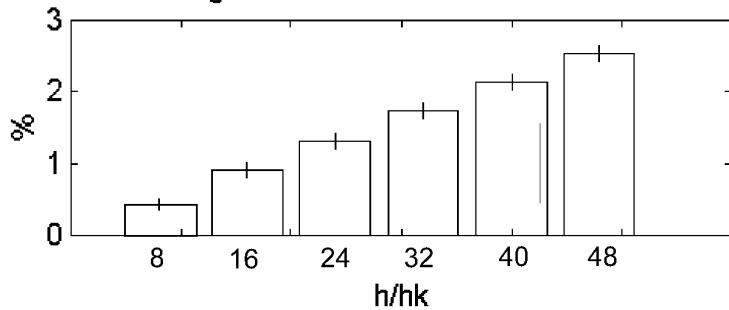
Abbildung 5.10: BSH Querschnitt

Der erste Parameter wurde aus den Lamellen 1 bis (N-1) gebildet, der zweite Parameter aus der äußersten Lamelle N. Im Ausgangsmodell betrug der Elastizitätsmodul der ersten Lamellengruppe  $0,9 \cdot 10^{10}$  N/m<sup>2</sup>, bei der Lamelle N betrug er  $1,1 \cdot 10^{10}$  N/m<sup>2</sup>. Die simulierten Testdaten wurden mit  $1,1 \cdot 10^{10}$  N/m<sup>2</sup> für die Lamellen 1 bis (N-1) und  $1,3 \cdot 10^{10}$  N/m<sup>2</sup> für die Lamelle N vorgegeben. Untersucht wurde ein Bereich von  $h/h_k = 8$  bis  $h/h_k = 48$ . Auf übliche Lamellenstärken von 3 bis 4 cm übertragen entspricht dies Trägerhöhen von ca. 24 cm bis 200 cm.

Sensitivität der äußeren Lamelle bez. der 1.-3. Frequenz



Abweichung des 2. Parameters vom exakten Wert

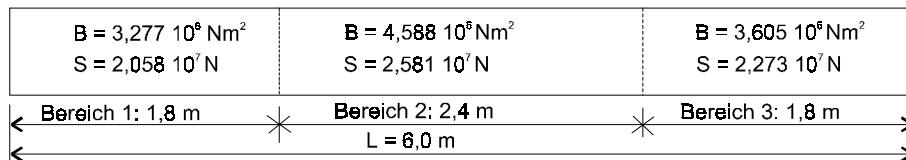


$$\Delta E_k = (E_{\text{kor}} / E_{\text{exakt}} - 1) \cdot 100$$

Abbildung 5.11: Einfluß des Verhältnisses von Trägerhöhe zur Lamellenhöhe ( $h/h_k$ )

Wie in Abbildung 5.11 zu erkennen ist, hat das Verhältnis zwischen der Trägerhöhe und der Lamellenhöhe bei dem untersuchten Querschnitt einen sehr geringen Einfluß auf die Korrekturergebnisse der äußeren Lamelle. Die Abweichungen des 1. Parameters betragen maximal 2 %. Die Sensitivität des 2. Parameters hat somit bei der lokalen Parameteridentifikation gegenüber der Wahl eines geeigneten Ausgangsmodells eine untergeordnete Bedeutung.

Wie bereits in Kapitel 2 beschrieben, werden die einzelnen Lamellen der Brettschichtholzbalken in Trägerlängsrichtung aus mehreren Brettern gebildet, die durch Keilzinkungen verbunden werden. Somit können hier auch unterschiedliche Biege- und Schubsteifigkeiten auftreten. Mit Hilfe eines simulierten Testbalkens (Abbildung 5.12) wurde überprüft, ob eine bereichsweise Identifikation der Steifigkeitsparameter möglich ist.

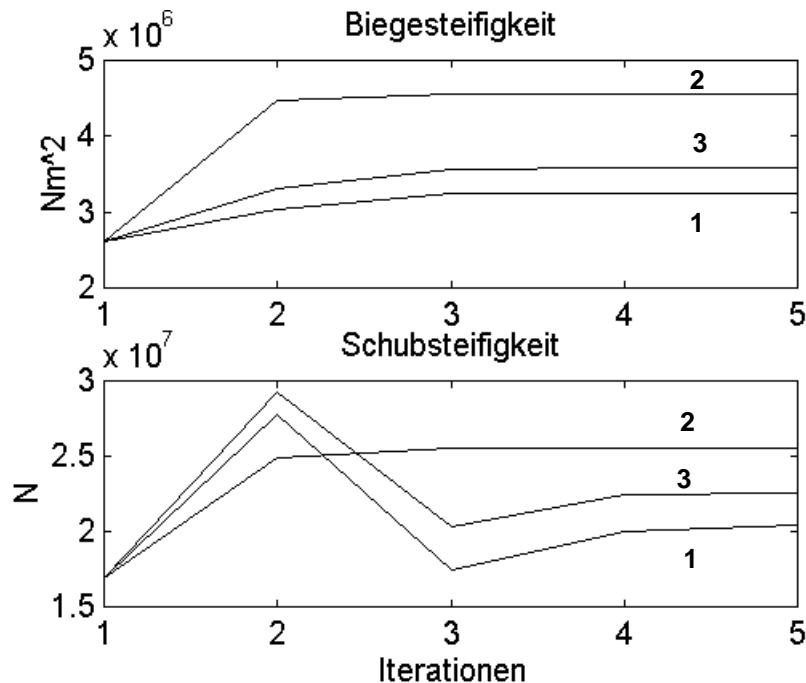


**Abbildung 5.12: simulierter Testbalken (b/h = 12/22 cm)**

Die Parameterkorrektur erfolgte unter Berücksichtigung der ersten drei Eigenfrequenzen und Eigenformen. Es wurden 6 Parameter zur Korrektur freigegeben, für jeden Bereich jeweils die Biege- und die Schubsteifigkeit. Die Identifikationsergebnisse sind in Tabelle 5.4 angegeben und in Abbildung 5.13 graphisch dargestellt.

Bereich	Biegesteifigkeit [ $\text{Nm}^2$ ]	Schubsteifigkeit [N]
1	$3,251 \cdot 10^6$	$2,042 \cdot 10^7$
2	$4,552 \cdot 10^6$	$2,558 \cdot 10^7$
3	$3,577 \cdot 10^6$	$2,256 \cdot 10^7$

**Tabelle 5.4: identifizierte globale Steifigkeitsparameter**



**Abbildung 5.13: Identifikationsergebnisse der abschnittsweisen, globalen Parameterkorrektur**

Die Korrekturergebnisse zeigen, daß alle 6 Steifigkeitsparameter sehr gut identifiziert werden konnten. Auch hier lieferte die Parameteridentifikation unter Verwendung von fünf Eigenmodes gleiche Resultate.

Mit Hilfe simulierter Testdaten konnte die Leistungsfähigkeit des Korrekturverfahrens bezüglich der Erfordernisse bei Brettschichtholzbalken aufgezeigt werden. Bei allen durchgeführten Parameteridentifikationen wurden lediglich drei Eigenmodes zur Korrektur herangezogen. Dies ist besonders bei der Korrektur realer Testdaten von Bedeutung, da alle weiteren, gemessenen Eigenmodes zur Überprüfung der Güte der Korrekturergebnisse benutzt werden können.

## 6 Traglastuntersuchungen

Zur Beurteilung von Brettschichtholzbalken ist neben dem Verformungsverhalten auch das Tragverhalten von Interesse. Die Klassifizierung von Brettschichtholz erfolgt in Festigkeitsklassen. Deshalb wurden im Rahmen dieser Arbeit zusätzlich Traglastuntersuchungen durchgeführt. Insbesondere die Aussagekraft der Identifikationsergebnisse hinsichtlich des Tragverhaltens sollte untersucht werden. Zur Berechnung der Bruchlast wurde die Festigkeit einzelner Brettlamellen mit Hilfe von Regressionsgleichungen [Glos, 1978 und 1992], [Ehlbeck, 1984] bestimmt. Hierbei wurden neben den Lamellen-Elastizitätsmoduln auch Äste und Keilzinkungen berücksichtigt. Als Bruchlast oder auch Traglast wird nachfolgend die Last bezeichnet, die zum Versagen des Brettschichtholzträgers führt.

### 6.1 Traglastmodell

Für die Entwicklung eines Traglastmodells zur Berechnung der Bruchlast von Brettschichtholzbalken wurde das in Kapitel 5.1 formulierte Laminat-Balkenelement verwendet.

Die Steifigkeitsmatrix für einen Laminatbalken schreibt sich nach Gleichung (5.8) zu

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_D & \mathbf{K}_C \\ \mathbf{K}_C^T & \mathbf{K}_B \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

mit den Untermatrizen

$$\mathbf{K}_D = \sum_{k=1}^N \frac{E_k b (z_k - z_{k-1})}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

$$\mathbf{K}_B = \sum_{k=1}^N \frac{E_k b (z_k^3 - z_{k-1}^3)}{3 l^3 (1 + \varphi_k)} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & (4 + \varphi_k) l^2 & -6l & (2 - \varphi_k) l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & (2 - \varphi_k) l^2 & -6l & (4 + \varphi_k) l^2 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

$$\text{mit } \varphi_k = (E_k b h^3) / (S l^2)$$

und

$$\mathbf{K}_c = \sum_{k=1}^N \frac{E_k b (z_k^2 - z_{k-1}^2)}{2l} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

Der Balken kann aus beliebig vielen Lamellen bestehen und in beliebig viele Elemente eingeteilt werden. Daraus ergibt sich ein Raster mit einzelnen Zellen, bei dem allen Zellen unterschiedliche Werkstoffkenngrößen zugeordnet werden können (Abbildung 6.1).

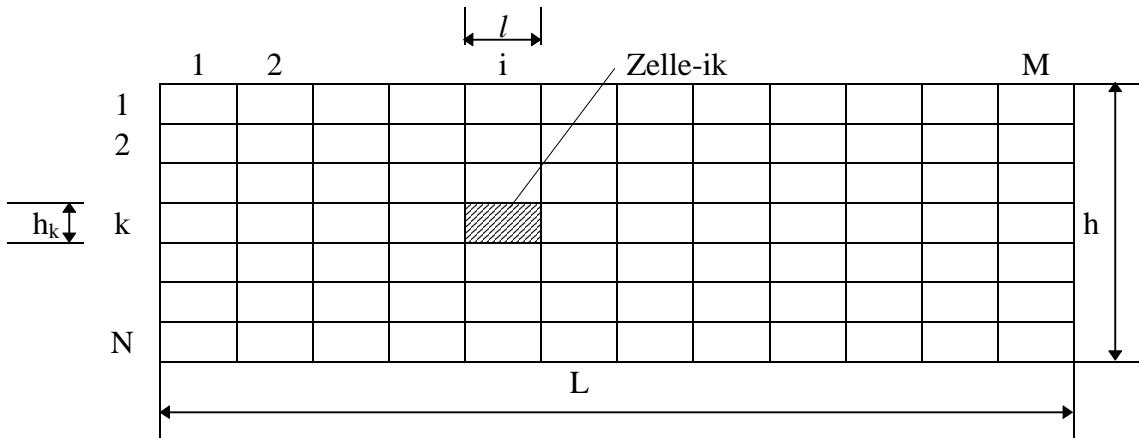


Abbildung 6.1: BSH-Balken mit  $M \times N$  Zellen

Die Anfangsverschiebungen  $\mathbf{U}^0$  ergeben sich mit dem Ausgangslastvektor  $\mathbf{F}^0$  aus dem Gleichungssystem

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{U}^0 = \mathbf{F}^0 \quad (6.1)$$

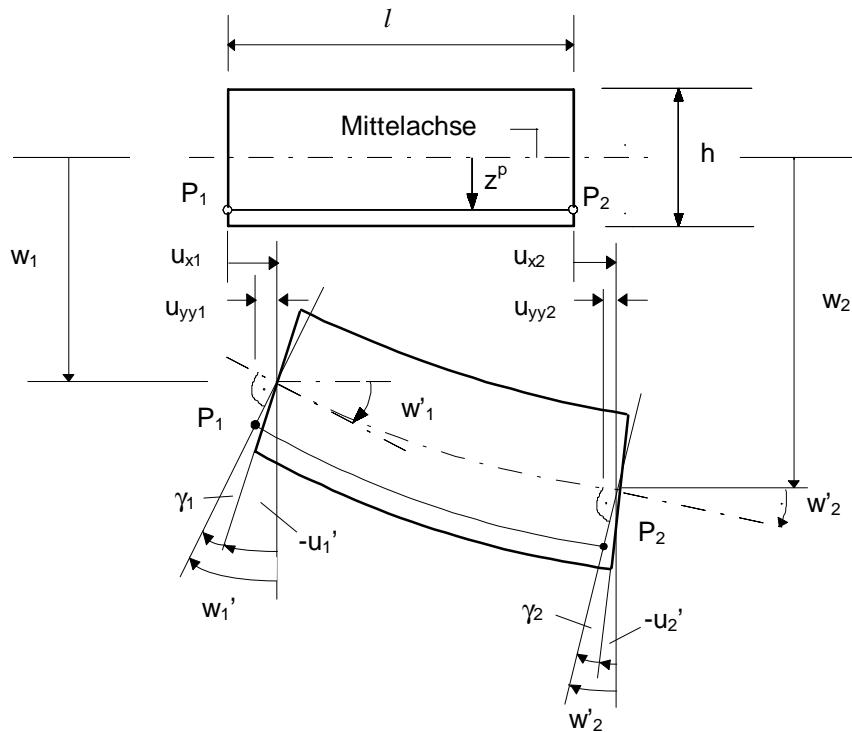


Abbildung 6.2: Verformungen am Balkenelement

Unter der Annahme eines linear-elastischen Werkstoffverhaltens können die Spannungen in den einzelnen Zellen aus den Knotenverschiebungen und -verdrehungen (Abbildung 6.2) und den daraus resultierenden Dehnungen, bezogen auf die Mittelachse des Balkens berechnet werden.

$$\sigma_{ik}^0 = E_{ik} \cdot \varepsilon_{ik}^0 \quad (6.2)$$

(i = i-tes Element; k = k-te Lamelle)

mit

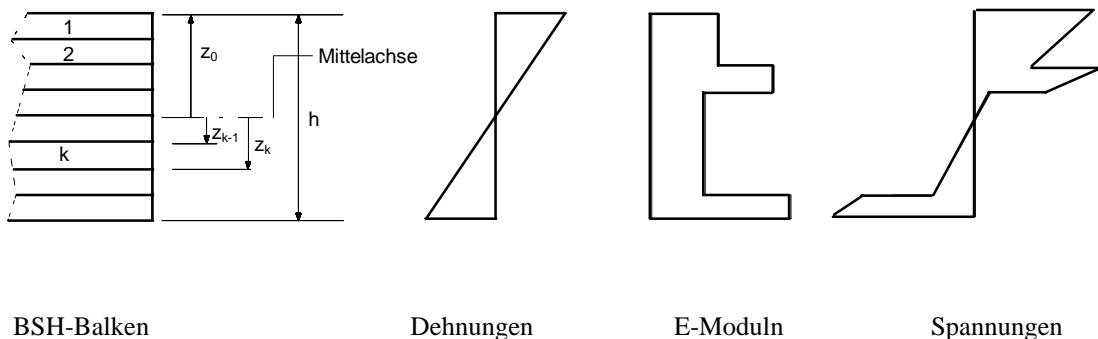
$$\varepsilon_{ik}^0 = (u_2 - u_1) / l$$

$$u_1 = u_{x1} + u_{yy1} = u_{x1} + w_1' \cdot z^p ; \quad u_2 = u_{x2} + u_{yy2} = u_{x2} + w_2' \cdot z^p$$

Die Berechnung der Knotenverdrehungen  $w'$  für die Spannungsermittlung erfolgt unter Vernachlässigung des Schubparameters ( $\varphi = 0$ ) in Gleichung (5.6).

Für den gesamten Balken ergibt sich die Spannungsmatrix zu

$$\boldsymbol{\sigma}^0 = [\sigma_{ik}^0] \quad (6.3)$$



**Abbildung 6.3: Spannungs- Dehnungsbeziehungen bei linear-elastischem Werkstoffverhalten**

Mit Hilfe der in Tabelle 3.4 und Tabelle 3.5 angegebenen Regressionsgleichungen wird die statistische Bruchspannung  $f_{ik}$  jeder Zelle berechnet und eine Bruchspannungsmatrix  $\mathbf{f}$  aufgestellt.

Die Spannungsmatrix, sowie der Kraft- und der Verschiebungsvektor werden mit einem skalaren Multiplikator so lange erhöht, bis die Bruchspannung einer Zelle erreicht ist.

$$\begin{aligned}
 \boldsymbol{\sigma}^1 &= \boldsymbol{\sigma}^0 \cdot \text{Faktor} \\
 \mathbf{F}^1 &= \mathbf{F}^0 \cdot \text{Faktor} \\
 \mathbf{U}^1 &= \mathbf{U}^0 \cdot \text{Faktor}
 \end{aligned} \tag{ 6.4}$$

Im Rechenmodell wird von der vereinfachten Annahme ausgegangen, daß das Versagen des Brettschichtholzbalkens durch das Versagen einzelner Zellen, je nach ihrer Lage im Brettschichtträger, entweder auf Druck oder auf Zug erfolgt. Für den Zugbereich wird ein linear-elastisches Werkstoffverhalten bis zum Bruch angenommen. Im Druckbereich wird nach Erreichen der Druckfestigkeit idealplastisches Verhalten vorausgesetzt.

Bei Erreichen der Zugfestigkeit wird der Elastizitätsmodul der entsprechenden Zelle Null gesetzt und eine neue Steifigkeitsmatrix aufgebaut. Es erfolgt eine erneute Berechnung mit reduzierter Steifigkeit. Ist die neu berechnete Traglast geringer als die aus der vorangegangenen Berechnung, war die Tragfähigkeit des Balkens erreicht.

Ist die Druckfestigkeit einer Zelle erreicht, wird eine neue Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}^\Delta$  aufgestellt, bei der ebenfalls der E-Modul der betreffenden Zelle zu Null gesetzt wird. Mit dieser Steifigkeitsmatrix wird jedoch nur der Spannungs- und Verschiebungszuwachs berechnet. Zellen, bei denen die Druckfestigkeit erreicht ist, nehmen so keine weiteren Spannungen mehr auf.

Mit dem Lastvektor  $\mathbf{F}^\Delta$  (10 % der Anfangsbelastung  $\mathbf{F}^0$ ) wird die Verschiebung im plastischen Bereich schrittweise linear berechnet.

$$\mathbf{K}^\Delta \mathbf{U}^\Delta = \mathbf{F}^\Delta \quad (6.5)$$

Die Spannungen in diesem Bereich berechnen sich wie in Gleichung (6.2) aus der Beziehung

$$\sigma_{ik}^\Delta = E_{ik} \varepsilon_{ik}^\Delta \quad (6.6)$$

Die Gesamtlast ergibt sich aus der Addition der zuvor erreichten Belastung und der Last  $\mathbf{F}^\Delta$

$$\mathbf{F}^{I+1} = \mathbf{F}^I + \mathbf{F}^\Delta \quad (6.7)$$

Die zugehörige Spannungsmatrix ist die Summe aus der Spannung vor Erreichen der Druckfestigkeit und der Spannung im plastischen Bereich.

$$\boldsymbol{\sigma}^{I+1} = \boldsymbol{\sigma}^I + \boldsymbol{\sigma}^\Delta \quad (6.8)$$

Das beschriebene Vorgehen wird solange wiederholt, bis die maximal aufzunehmende Last des Trägers erreicht ist. Der Ablauf der Traglastberechnung ist in Abbildung 6.4 dargestellt.

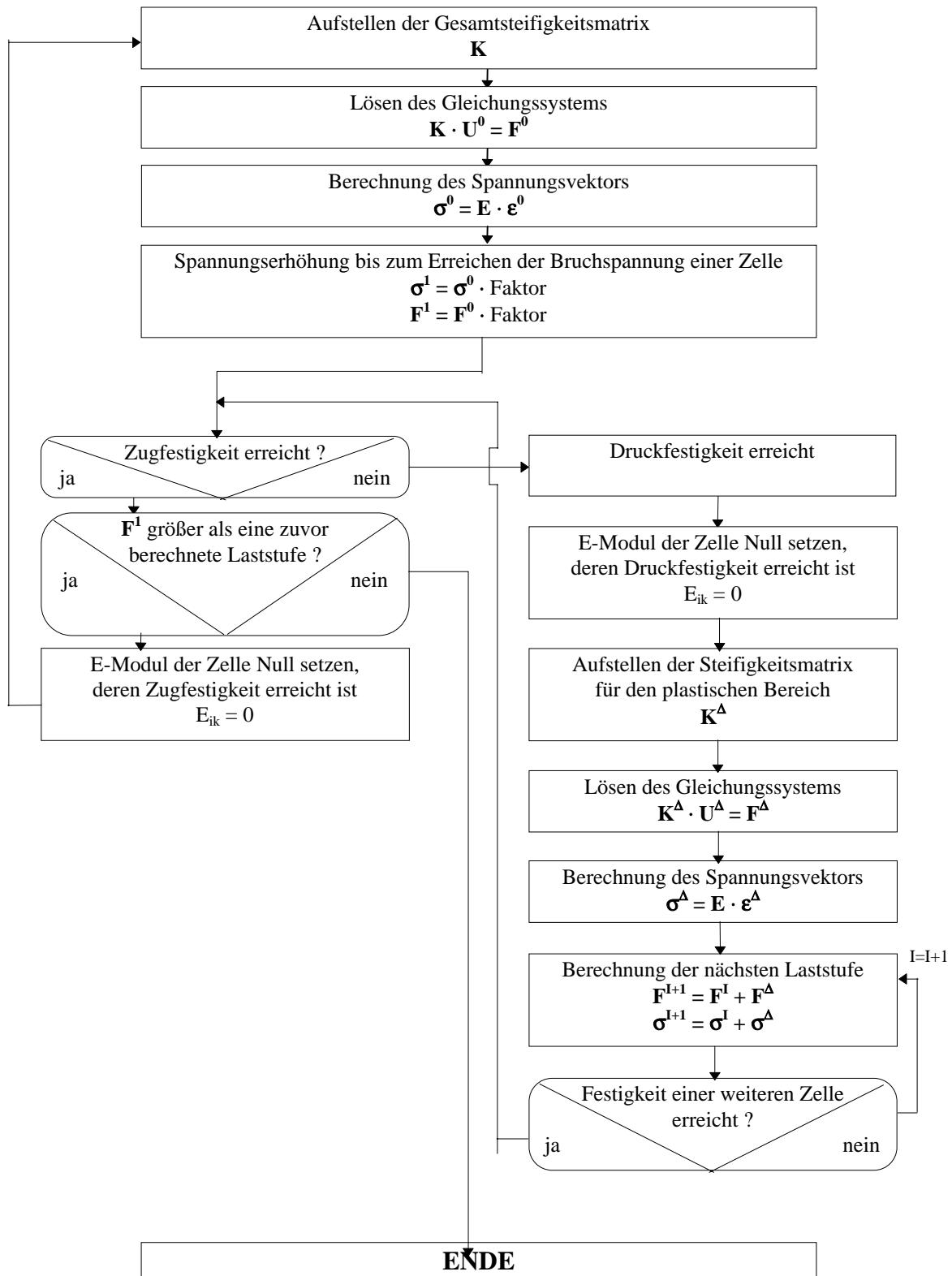


Abbildung 6.4: Ablauf der Traglastberechnung

## 6.2 Überprüfung des Traglastmodells

Zur Überprüfung des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Traglastmodells, nachfolgend „Laminat-Modell“ genannt, wurden Versuchs- und Berechnungsergebnisse aus einem Forschungsbericht der Universität Karlsruhe [Ehlbeck, 1984] herangezogen. Dort wurden insgesamt 24 Brettschichtholzträger gemäß Abbildung 6.5 untersucht. Die Versuchsträger bestanden aus jeweils 10 Brettlamellen mit einem Querschnitt von  $b/h_k = 10/3,3$  cm. Die Balken entsprachen der Gütekategorie II nach DIN 4074 (visuelle Sortierung).

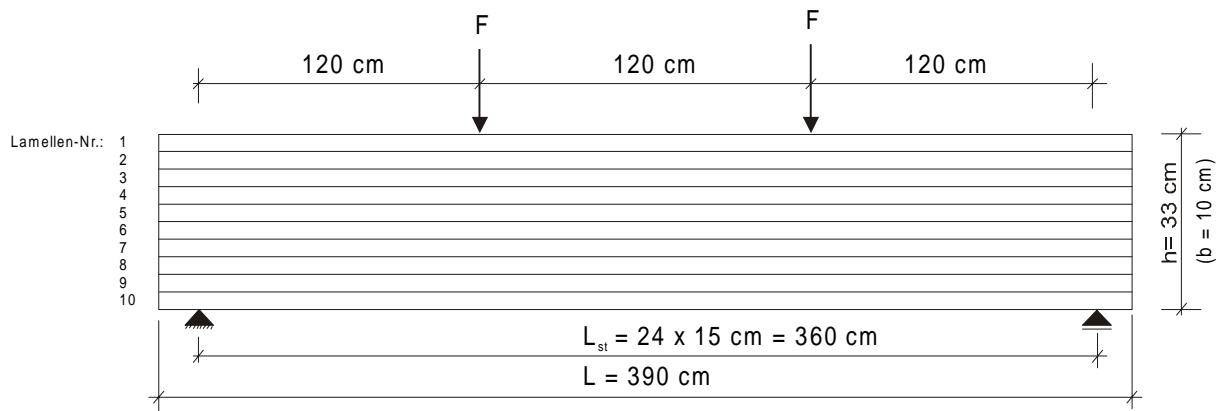


Abbildung 6.5: Aufbau der Traglastversuche

Vor Fertigung der Träger wurde von jeder Brettlamelle der Elastizitätsmodul, die Rohdichte und die Holzfeuchte bestimmt. Für die drei untersten Lamellen wurde im hochbeanspruchten Trägerbereich zusätzlich die Ästigkeit berechnet (Gleichung 2.1) sowie die Lage der Keilzinkungen ermittelt. Die Bestimmung der E-Moduln erfolgte durch Messung der Eigenfrequenzen. Anschließend wurde die Näherungslösung der Differentialgleichung des schwingenden Balkens unter Berücksichtigung der Schubeinflüsse [Kollmann, 1960] nach dem E-Modul aufgelöst. Da im Rechenmodell das statische Trag- und Verformungsverhalten simuliert werden sollte, mußte eine Korrektur der Elastizitätsmoduln vorgenommen werden. Das Verhältnis zwischen dynamisch ermitteltem und mit Hilfe eines statischen Biegeversuchs gemessenem Elastizitätsmodul wird mit  $E_{DYN}/E_{STAT} = 1,09$  angegeben [Görlacher, 1984].

Im Rahmen des Forschungsvorhabens der Universität Karlsruhe erfolgten die Berechnungen der Bruchlast mit dem „Karlsruher Rechenmodell“ (KA-MOD), einem Finite-Element-Programm aus Vier-Knoten-Scheibenelementen. Das Berechnungsmodell für die Brettschichtholzträger (Abbildung 6.5) wurde aus 10x24 Elementen generiert. Die mittleren Bruchlasten ergaben sich aus jeweils 50 Simulationsrechnungen je Versuchsträger unter Berücksichtigung der Regressionsgleichungen und den zugehörigen Reststreuungen gemäß Tabelle 3.4 und Tabelle 3.5. Aufgrund von Herstellerangaben konnte die Zugfestigkeit der Keilzinkenverbindungen für die Versuchsträger um 23 % erhöht

werden. Die Bruchlast eines Trägers galt als erreicht, sofern als Folge des Zugversagens einer Zelle eine darüberliegende Zelle ebenfalls ausfiel. Der Schubmodul wurde lediglich geschätzt und für alle Träger mit  $G = 650 \text{ N/mm}^2$  angenommen.

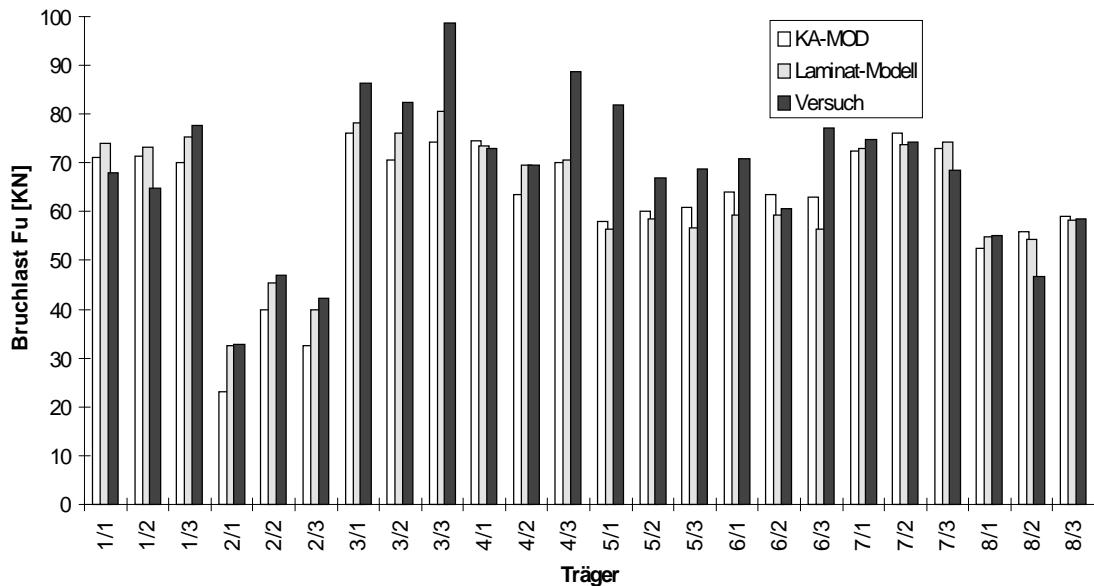
Bei den Berechnungen mit dem Laminat-Modell wurden die gleichen Eingangsgrößen wie bei dem KA-MOD verwendet. Lediglich auf die Berücksichtigung der Reststreuungen gemäß Tabelle 3.4 und Tabelle 3.5 wurde im Laminat-Modell verzichtet ( $S_r=0$ ).

Träger- Nr.	rechnerische Bruchlast - $F_U$ [kN]		Versuch	
	KA-MOD	Laminat-Modell	$F_U$ [kN]	Versagensursache
1/1	71,0	74,0	67,9	Schubbruch
1/2	71,5	73,3	64,7	Ast
1/3	70,0	75,2	77,7	Ast
2/1	23,0	32,6	32,7	Ast*
2/2	40,0	45,4	47,1	Ast*
2/3	32,5	39,8	42,3	Ast*
3/1	76,0	78,3	86,4	Schubbruch
3/2	70,5	76,0	82,4	innenliegende Zelle
3/3	74,3	80,6	98,6	Ast*
4/1	74,5	73,4 (62,2)	73,0	Keilzinkung*
4/2	63,5	69,5 (57,5)	69,6	Ast
4/3	70,0	70,6 (61,7)	88,7	Keilzinkung*
5/1	58,0	56,4	81,8	Keilzinkung*
5/2	60,1	58,5	66,9	Keilzinkung*
5/3	61,0	56,8	68,7	Astversagen
6/1	64,0	59,3	70,8	Keilzinkung*
6/2	63,5	59,3	60,6	Keilzinkung*
6/3	63,0	56,4	77,1 (65,5)	Keilzinkung*
7/1	72,5	73,0 (64,9)	74,9	Astversagen
7/2	76,0	73,8 (64,9)	74,2	Astversagen
7/3	73,0	74,4 (65,7)	68,4 (61,5)	Keilzinkung*
8/1	52,5	54,8 (47,9)	55,2	Keilzinkung*
8/2	56,0	54,2 (47,7)	46,7	innenliegende Zelle
8/3	59,0	58,2 (50,1)	58,6	Astversagen

( ...) - Versagen der äußeren Lamelle ; \*) Übereinstimmung mit Laminat-Modell

**Tabelle 6.1: Ergebnisse der Traglastberechnungen und -versuche**

Eine graphische Gegenüberstellung der Bruchlasten ist in Abbildung 6.6 dargestellt.



**Abbildung 6.6: Gegenüberstellung der Bruchlasten**

Die mit dem Laminat-Modell berechneten Bruchlasten weisen eine gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen des „Karlsruher Rechenmodells“ und der Traglastversuche auf. Mit dem Laminat-Modell kann eine recht gute Abschätzung der Traglast von Brettschichtholzbalken vorgenommen werden.

Auch das Last-Verformungsverhalten konnte mit dem Laminat-Modell hinreichend genau beschrieben werden. Beispielhaft ist die Last-Verformungsbeziehung aus Berechnung und Versuch für den Träger 5/2 in Abbildung 6.7 dargestellt. Die geringfügigen Unterschiede bei der Durchbiegung zwischen den Berechnungen und den Versuchsergebnissen resultieren daher, daß die Schubsteifigkeit der Versuchsbalken lediglich geschätzt wurde. Der Anteil der Schubverformungen an der rechnerischen Durchbiegung betrug etwa 14 %.

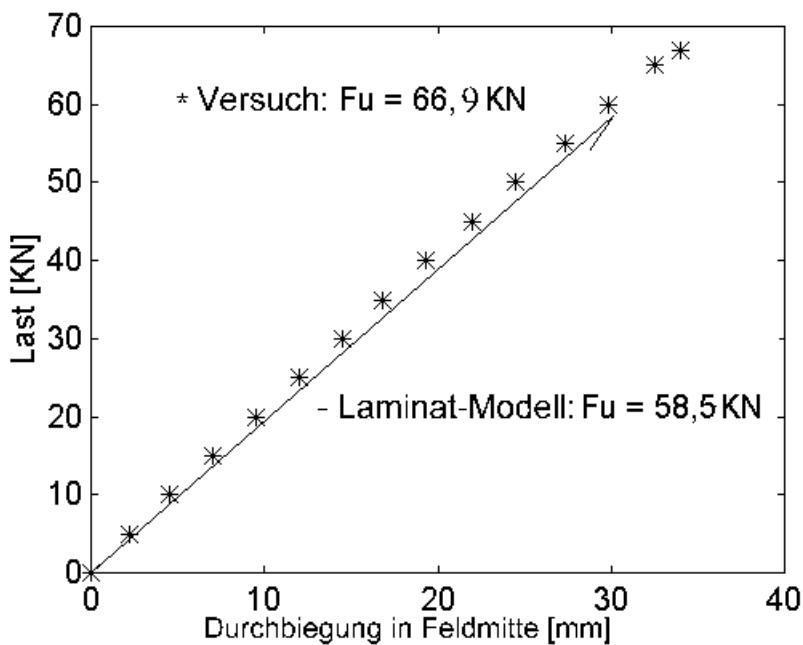


Abbildung 6.7: Last- Verformungsbeziehung von Träger 5/2

Mit Hilfe der Vergleichsrechnungen an 24 Brettschichtholzträgern konnte der Nachweis der prinzipiellen Eignung des Laminat-Modells zur Beurteilung des Tragverhaltens von Brettschichtholzbalken erbracht werden. Das Modell bietet somit die Möglichkeit, unterschiedliche Brettschichtholzbalken zu beschreiben und Parameterstudien hinsichtlich des Trag- und Verformungsverhaltens durchzuführen.

Bei der Berechnung mit dem Laminat-Modell konnte weiterhin festgestellt werden, daß die Berücksichtigung der Schubparameter ( $\varphi \neq 0$ ) in Gleichung ( 5.6) bei den untersuchten Trägern keinen Einfluß auf die Größe der Spannungen hat. Eine Begründung hierfür liefert die Betrachtung der Abbildung 6.2. Wegen der Verwendung einer konstanten Schubsteifigkeit und konstanter Querkraftverläufe ergeben sich gleiche Winkel  $\gamma$  am Elementanfang und am Elementende.

## 6.3 Einfluß ausgewählter Parameter auf das Tragverhalten von Brettschichtholzträgern

Mit Hilfe des Laminat-Balkenmodells wurde der Einfluß der Lamellen-E-Moduln und der Rohdichte auf die rechnerische Traglast von Brettschichtholzbalken untersucht. Die weiteren festigkeitsrelevanten Einflußgrößen wie Holzfeuchte, Äste und Keilzinkungen sind nicht Gegenstand dieser Arbeit.

### 6.3.1 Einfluß der Lamellen-E-Moduln

Der Elastizitätsmodul weist eine hohe Korrelation zur Zugfestigkeit bei Brettlamellen auf (Tabelle 3.4) und hat somit einen großen Einfluß auf die Tragfähigkeit von Brettschichtholzbalken. Es ist deshalb von besonderem Interesse, die Auswirkungen der Elastizitätsmoduln einzelner Brettlamellen auf die Traglast von BSH- Balken zu untersuchen. Hierfür wurde ein Brettschichtholzträger simuliert, der hinsichtlich der Lamellen-E-Moduln einen asymmetrischen Querschnittsaufbau aufwies (Abbildung 6.8). Zunächst erfolgte die Variation der E-Moduln der Lamellen 7 und 8 am äußeren Zugrand des Trägers (Fall A), anschließend wurden auch die E-Moduln der Lamellen 1 und 2 bei sonst gleichbleibenden Verhältnissen variiert (Fall B).

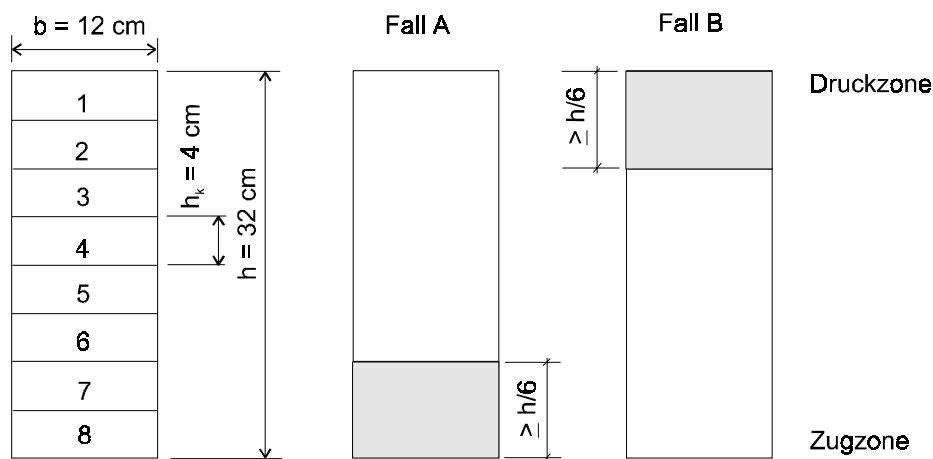
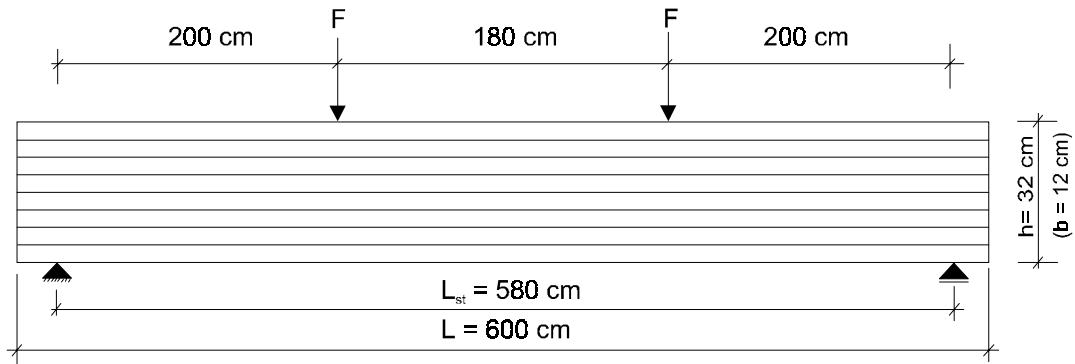


Abbildung 6.8: Balkenquerschnitt

	Fall A		Fall B	
	- Einfluß der Zuglamellen		- Einfluß der Drucklamellen	
E-Modul [N/m <sup>2</sup> ]	Lamellen 1 - 6	$1,0 \cdot 10^{10}$	Lamellen 1 - 2	variert
	Lamellen 7 - 8	variert	Lamellen 3 - 8	$1,0 \cdot 10^{10}$
Schubmodul [N/m <sup>2</sup> ]	konstant	$5,5 \cdot 10^8$	konstant	$5,5 \cdot 10^8$
Rohdichte [kg/m <sup>3</sup> ]	konstant	450	konstant	450
Holzfeuchte [%]	konstant	11	konstant	11
Äste		keine		keine
Keilzinkungen		keine		keine

**Tabelle 6.2: Eigenschaften der simulierten BSH- Träger**

Als statisches System wurde ein Träger auf zwei Stützen mit zwei Einzellasten gemäß Abbildung 6.9 gewählt. Die Generierung des Balkens erfolgte aus zwanzig Laminat-Elementen.



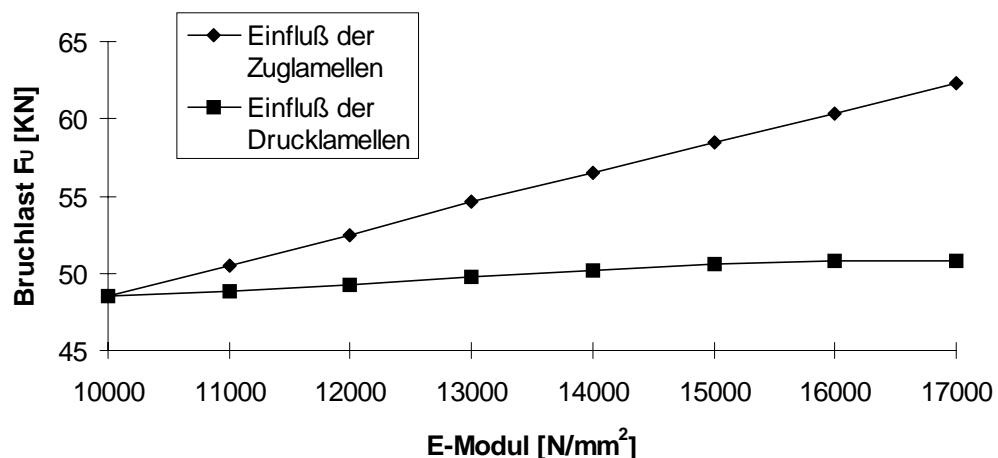
**Abbildung 6.9: statisches System für Simulationsrechnungen**

Die Ergebnisse der Simulationsrechnungen sind nachfolgend angegeben und grafisch dargestellt. Es wurden die jeweiligen Bruchlasten über die Elastizitätsmoduln der äußeren Lamellen aufgetragen.

E-Moduln [N/mm <sup>2</sup> ] der Zug- /Drucklamellen	Bruchlast F <sub>U</sub> [kN]	
	<u>Fall A</u> Einfluß der Zuglamellen	<u>Fall B</u> Einfluß der Drucklamellen
10000	48,5	48,5
11000	50,5	48,8
12000	52,5	49,3
13000	54,6	49,8
14000	56,5	50,2
15000	58,5	50,6
16000	60,3	50,8
17000	62,3	50,8

**Tabelle 6.3: Ergebnisse der Simulationsrechnungen**

Es wird deutlich, daß die Elastizitätsmoduln der Zuglamellen einen deutlichen Einfluß auf die Tragfähigkeit von Brettschichtholzbalken haben. Der Einfluß der Druckzone ist dagegen von untergeordneter Bedeutung. Während sich die Bruchlast bei verändertem E-Modul im Zugbereich um bis zu 30 % ändert, bleibt sie bei der Variation des E-Modul im Druckbereich nahezu konstant. Die Lamellen im äußeren Druckbereich eines BSH- Balkens können mit den innenliegenden Lamellen zu einer Lamellengruppe zusammengefaßt werden, ohne daß sich daraus ein nennenswerter Fehler bei der Abschätzung der Bruchlast ergibt.

**Abbildung 6.10: Bruchlast in Abhängigkeit des Lamellen-E-Moduls im äußeren Zug- / Druckbereich**

### 6.3.2 Einfluß der Rohdichte

Die Rohdichte fließt in die Regressionsgleichungen zur Berechnung der Druckfestigkeit von Brettlamellen ein. Bei der Parameteridentifikation wird die Rohdichte nicht als Korrekturparameter freigegeben, sondern sie wird durch Wiegen des Balkens ermittelt. Anschließend erfolgt die Berechnung über die Beziehung

$$\rho = \frac{m}{b \cdot h \cdot L} \quad (6.9)$$

Im Laminat-Balkenmodell wird die Rohdichte als konstante Größe berücksichtigt. Um den Einfluß dieser vereinfachten Annahme auf die Traglast von Brettschichtholzträgern zu untersuchen, wurden Simulationsrechnungen an Balken mit unterschiedlichen Rohdichten der Drucklamellen (Fall A) und Berechnungen unter Verwendung der mittleren Rohdichte (Fall B) durchgeführt. Der Balkenquerschnitt wurde gemäß Abbildung 6.11 aus acht Brettlamellen gebildet, die Berechnungen erfolgten an einem statischen System nach Abbildung 6.9. Die Eigenschaften der simulierten Träger sind in nachstehender Tabelle angegeben.

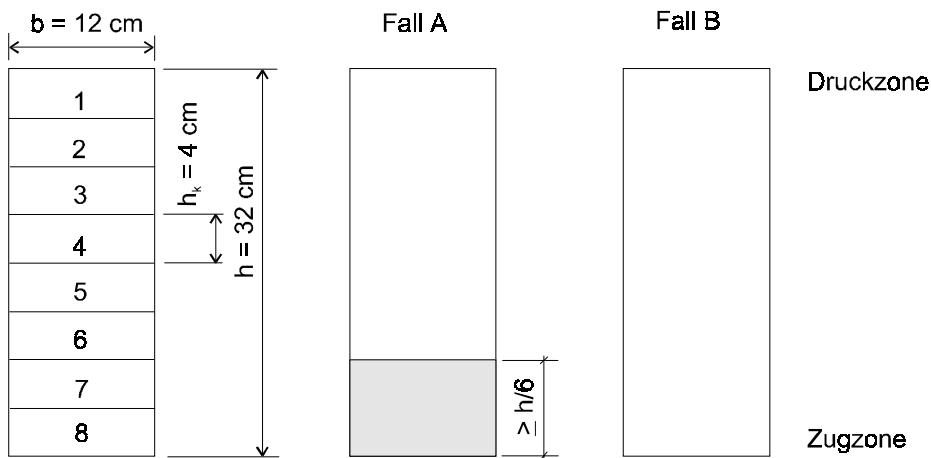


Abbildung 6.11: Balkenquerschnitt

Rohdichte [kg/m <sup>3</sup> ]	Lamellen 1 - 2	variiert
	Lamellen 3 - 8	variiert
E-Modul [N/m <sup>2</sup> ]	konstant	$1,4 \cdot 10^{10}$
Schubmodul [N/m <sup>2</sup> ]	konstant	$5,5 \cdot 10^8$
Holzfeuchte [%]	konstant	11
Äste		keine
Keilzinkungen		keine

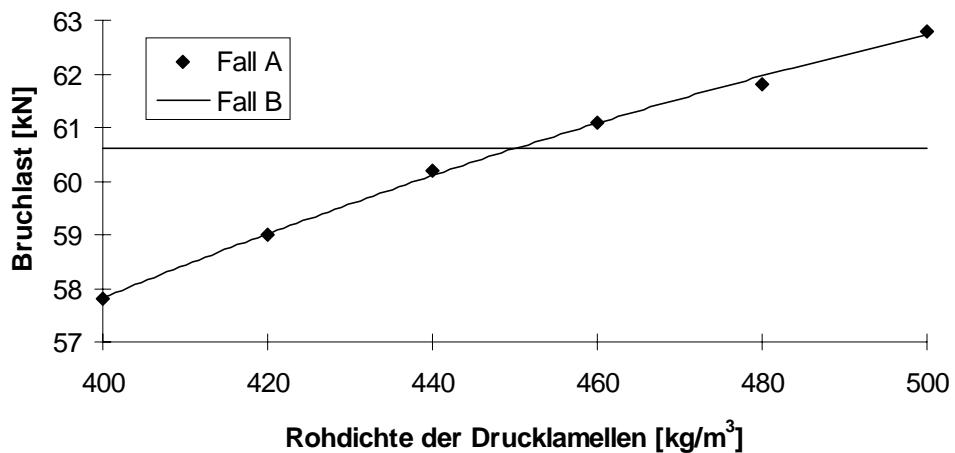
Tabelle 6.4: Eigenschaften der simulierten BSH- Träger

Die Rohdichte der Lamellen 1 bis 8 wurde im Fall A so gewählt, daß sich für den gesamten Querschnitt eine mittlere Rohdichte von  $450 \text{ kg/m}^3$  ergab. Die Rohdichte der Lamellen 1 und 2 in der äußeren Druckzone des BSH-Trägers wurde in einem Bereich von  $400 \text{ kg/m}^3$  bis  $500 \text{ kg/m}^3$  variiert. Dies entspricht in etwa den Streuungen der Rohdichte bei den in deutschen Leimbaubetrieben verwendeten Brettlamellen unter Berücksichtigung des 5%-Fraktils [Colling, 1989]. Der Einfluß der Rohdichte auf die rechnerische Traglast ist um so größer, je höher der Elastizitätsmodul ist, da ein hoher E-Modul zu einer Erhöhung der Zugfestigkeit bei gleichbleibender Druckfestigkeit führt (Tabelle 3.4). Aus diesem Grund wurde bei den Simulationsrechnungen ein hoher Elastizitätsmodul eingesetzt, der dem der Sortierklasse MS 17 entspricht.

Die Ergebnisse der Simulationsrechnungen sind in Tabelle 6.5 angegeben und in Abbildung 6.12 grafisch dargestellt.

Rohdichte [ $\text{kg/m}^3$ ]		Bruchlast $F_U$ [ $\text{kN}$ ]	
Fall A	Fall B	Fall A	Fall B
Lamelle 1-2	Mittelwert		
400		57,8	
467		59,0	
420		60,2	
460		61,1	
440		61,8	
453			60,6
460	450		
447			
480			
440			
500		62,8	
433			

**Tabelle 6.5: Ergebnisse der Simulationsrechnungen**



**Abbildung 6.12: Bruchlast in Abhängigkeit der Rohdichte im äußeren Druckbereich**

Anhand der Berechnungsergebnisse wird deutlich, daß sich Streuungen der Rohdichte bei den einzelnen Brettlamellen, die im Rechenmodell nicht erfaßt werden, nur gering auf die Traglast von Brettschichtholzträgern auswirken. Die Annahme einer konstanten Rohdichte für den gesamten Brettschichtholzträger führt zu einer hinreichend genauen Abschätzung der Traglast.

## 7 Anwendung am Brettschichtholzbalken

Das in Kapitel 5 beschriebene Verfahren zur Parameteridentifikation wurde an einem Brettschichtholzträger aus der Serienproduktion eines deutschen Leimbaubetriebes angewendet. Der Balken setzte sich aus acht 12/4 cm starken Brettlamellen zu einem Querschnitt von 12/32 cm zusammen und hatte eine Länge von 6,0 m. Die Sortierung der Brettlamellen erfolgte visuell; der Träger wurde vom Hersteller der Sortierklasse BS 11 zugeordnet. Es wurden die modalen Größen - Eigenfrequenzen und Eigenformen - mit Hilfe eines Schwingungstests bestimmt und den berechneten Größen des Ausgangsmodells gegenübergestellt. Anschließend erfolgte die Korrektur ausgewählter Lamellen-E-Moduln und der Schubsteifigkeit des Laminat-Balkenmodells durch Anpassung der Parameter an die experimentellen Modaldaten.

Mit dem korrigierten Balkenmodell wurde eine Traglastberechnung durchgeführt (Kapitel 6.1), anschließend erfolgte die Ermittlung der Bruchlast des Brettschichtholzbalkens in einem statischen Test. Zur Überprüfung der Identifikationsergebnisse wurden dann einzelne Lamellen oder Lamellengruppen aus dem Träger herausgeschnitten und die jeweiligen Elastizitätsmoduln mit Hilfe statischer Messungen bestimmt.

### 7.1 Schwingungstest

Für den Schwingungstest wurde der Brettschichtholzträger gemäß Abbildung 7.1 an Federn aufgehängt, wodurch frei-frei Randbedingungen realisiert werden konnten. Diese Art der Lagerung ist bei Schwingungsversuchen besonders günstig, da störende Einflüsse der Umgebung weitestgehend von der zu untersuchenden Struktur getrennt werden können.

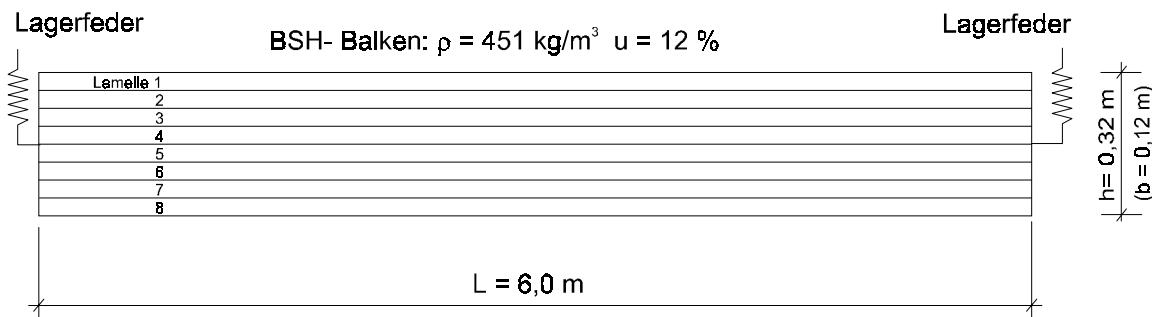
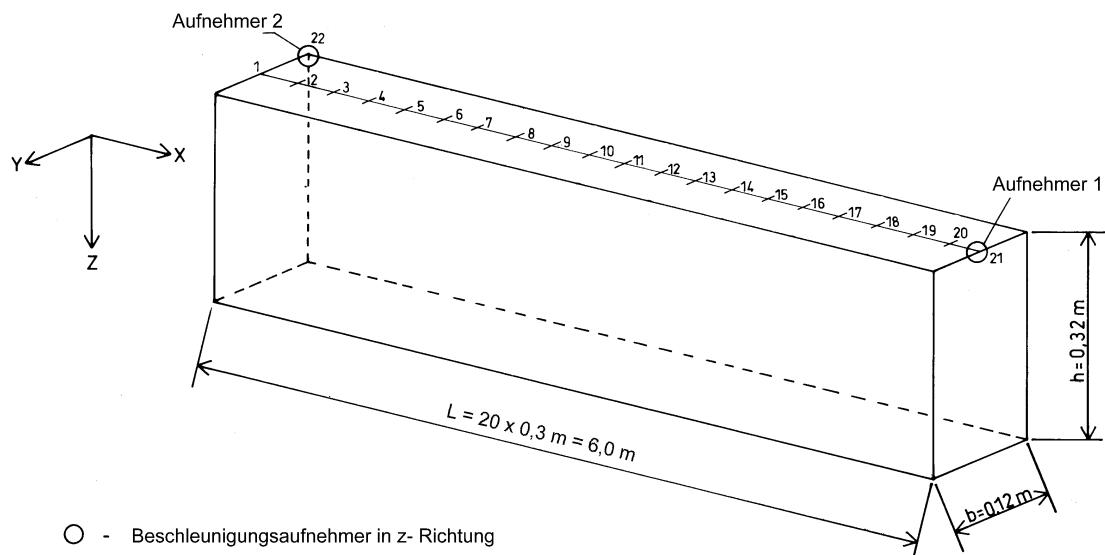


Abbildung 7.1: Versuchsanordnung für den Schwingungstest

Die Masse des Brettschichtholzbalkens betrug 103,9 kg, woraus sich nach Gleichung (6.9) eine mittlere Rohdichte von  $451 \text{ kg/m}^3$  ergab. Unter Verwendung der gemessenen Rohdichte und der in DIN 1052 A1 angegebenen Rechenwerte für den Elastizitätsmodul

von  $E = 1,1 \cdot 10^{10}$  N/m<sup>2</sup> und den Schubmodul von  $G = 5,5 \cdot 10^8$  N/m<sup>2</sup> wurden zunächst die Biegeeigenmodes berechnet, um eine bessere Beurteilung der Meßergebnisse während der Versuchsdurchführung zu ermöglichen. Das Balkenmodell wurde aus 20 Balkenelementen mit einer Elementlänge von jeweils 30 cm generiert.

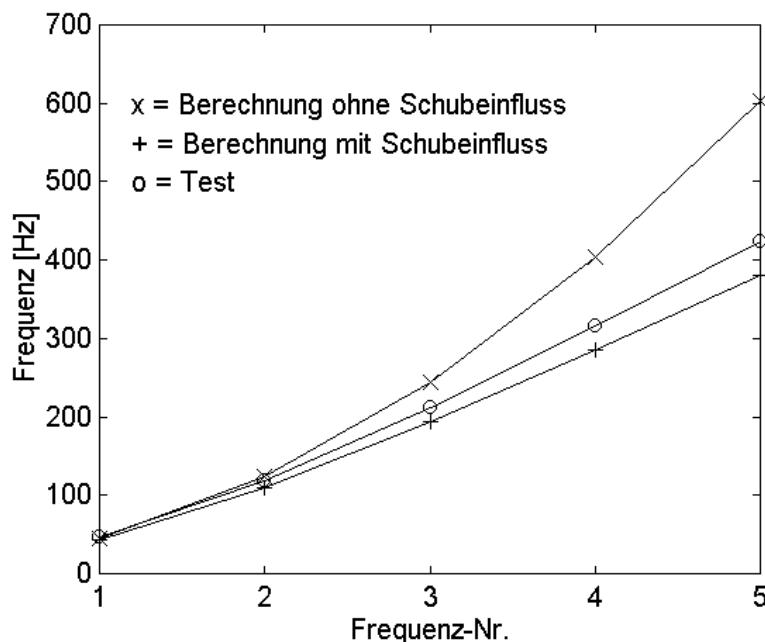
Zur Messung der Eigenschwingungsgrößen wurde der Balken mit Hilfe eines Modalhammers zum Schwingen angeregt. Die Messung der Strukturantworten erfolgte über Beschleunigungsaufnehmer. Es wurde ein Meßraster gemäß Abbildung 7.2 erzeugt, dessen Unterteilung in Balkenlängsrichtung in Anlehnung an die Elementeinteilung des Ausgangsmodells vorgenommen wurde. Die Beschleunigungsaufnehmer waren an den Knoten 21 und 22 angebracht, die Anregung der Biegeschwingungen erfolgte in der Mittelachse des Balkens an den Knoten 1 bis 21.



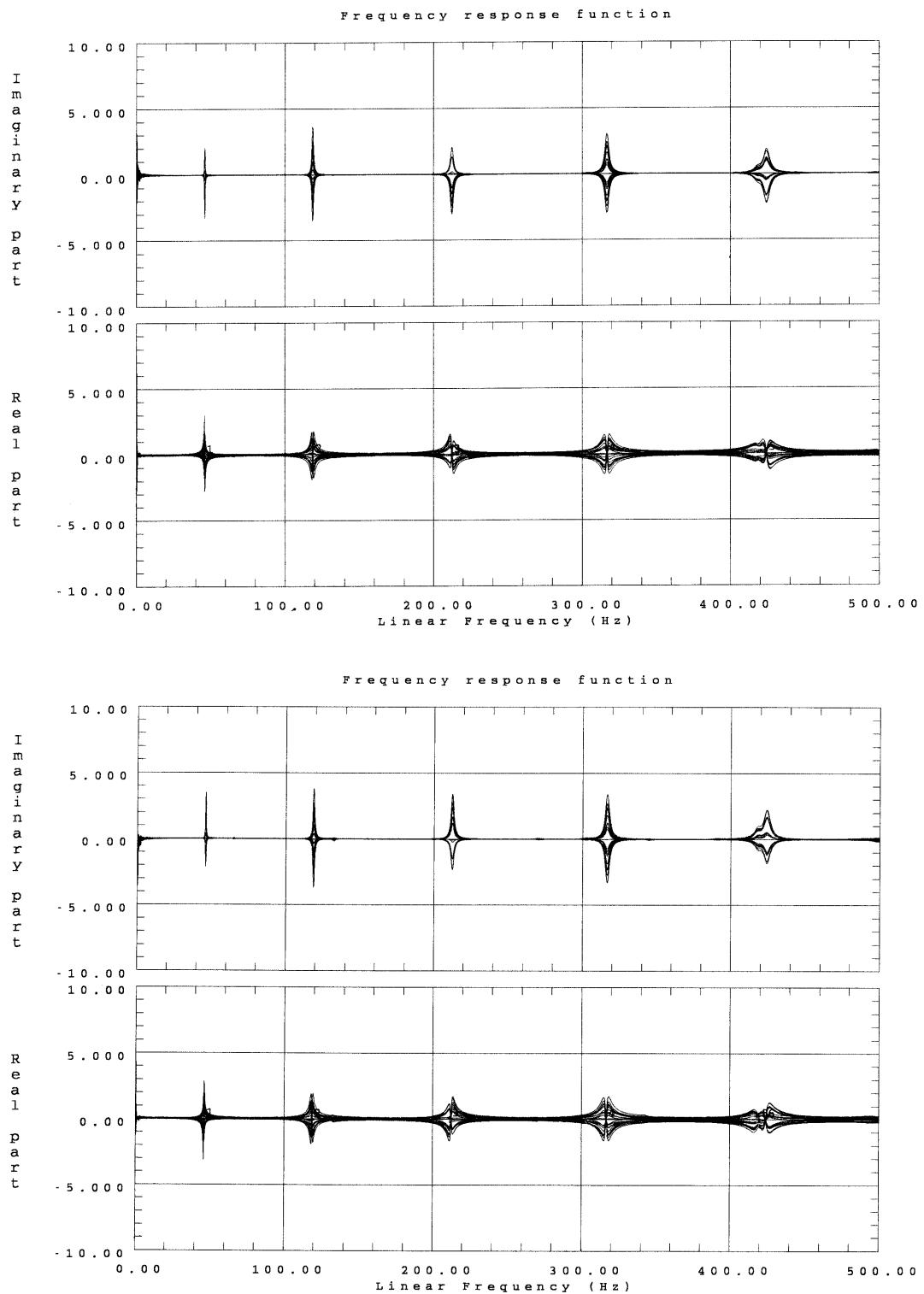
**Abbildung 7.2: Anordnung des Meßrasters am Brettschichtholzbalken**

Die Messungen der Erregerkraft und der Strukturantworten wurden mit dem Programm IDEAS gesteuert und für die weitere Verarbeitung aufbereitet. Anhand der so gewonnenen Frequenzgänge konnten die Eigenfrequenzen und -formen des Balkens durch eine Modalanalyse mit dem Programm ISSPA [Link, 1995] identifiziert werden. Die Frequenzgänge der beiden Meßstellen zeigt Abbildung 7.4. In Tabelle 7.1 sind die identifizierten Eigenfrequenzen angegeben und den zuvor berechneten Größen gegenübergestellt. Um die Schubeinflüsse auf das Eigenschwingverhalten beurteilen zu können, wurde eine weitere Berechnung unter Vernachlässigung der Schubparameter ( $\varphi = 0$ ) durchgeführt. In Abbildung 7.3 sind die ersten fünf identifizierten Biege- Eigenfrequenzen und die Ergebnisse der Berechnungen unter Verwendung der Rechenwerte gemäß DIN 1052 A1 des Brettschichtholzbalkens aufgetragen. Die identifizierten Eigenformen des Brettschichtholzbalkens sind in Abbildung 7.5 dargestellt.

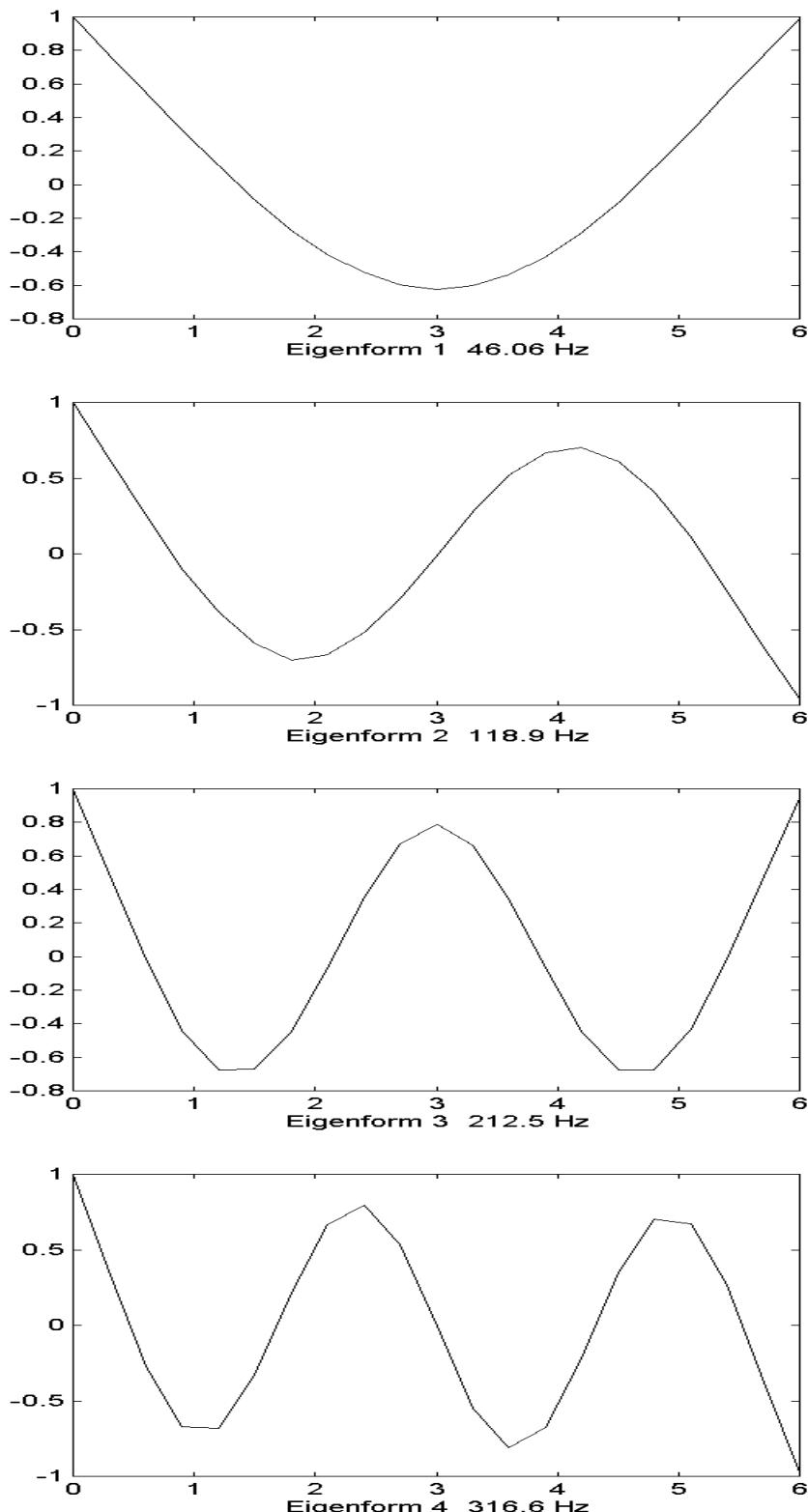
Frequenz-Nr.	Eigenfrequenz [Hz]		
	Test	Berechnung	
		mit Schubeinfluß	ohne Schubeinfluß
1	46,06	43,57	45,13
2	118,87	110,32	124,39
3	212,47	194,21	243,87
4	316,63	285,79	403,16
5	423,96	380,62	602,38

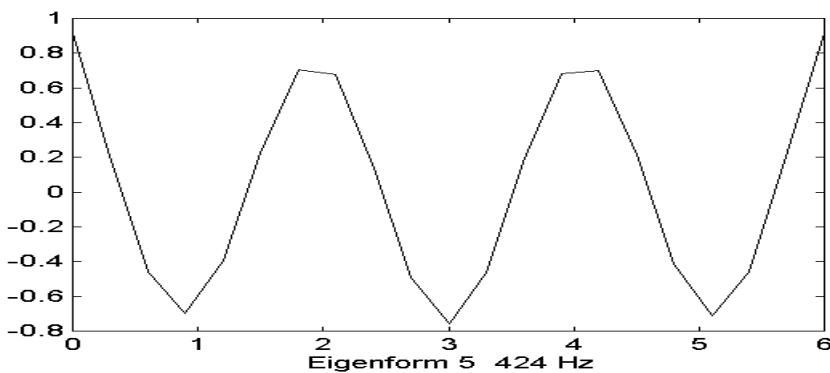
**Tabelle 7.1: Eigenfrequenzen des Brettschichtholzbalkens****Abbildung 7.3: Eigenfrequenzen aus Test und Berechnung**

Die Gegenüberstellung der Test- Eigenfrequenzen mit den berechneten Größen macht den nicht zu vernachlässigenden Einfluß der Schubparameter deutlich. Die berechneten Eigenfrequenzen bei Berücksichtigung der Schubeinflüsse weisen eine recht gute Übereinstimmung mit den Meßwerten auf, wogegen bei Vernachlässigung der Schubparameter, insbesondere bei den höheren Frequenzen, starke Abweichungen auftreten.



**Abbildung 7.4: Frequenzgänge des Brettschichtholzbalkens; gemessen an den Meßfreiheitsgraden 21 (oben) und 22 (unten)**





**Abbildung 7.5: identifizierte Eigenformen**

## 7.2 Identifikation der Steifigkeitsparameter

Die identifizierten Eigenfrequenzen und Eigenformen des Brettschichtholzträgers wurden für die Modellkorrektur zur Ermittlung der physikalischen Parameter Biegesteifigkeit, Schubsteifigkeit und Lamellen-Elastizitätsmoduln verwendet. Für die Parameteridentifikation wurden die ersten drei Eigenfrequenzen und -formen herangezogen, eine spezielle Wichtung erfolgte nicht ( $\mathbf{W} = \mathbf{I}$ ).

E-Moduln [N/m <sup>2</sup> ]	$1,1 \cdot 10^{10}$	geschätzt
Schubmodul [N/m <sup>2</sup> ]	$5,5 \cdot 10^8$	geschätzt
Schubbeiwert	0,8	geschätzt
Rohdichte [kg/m <sup>3</sup> ]	451	gemessen

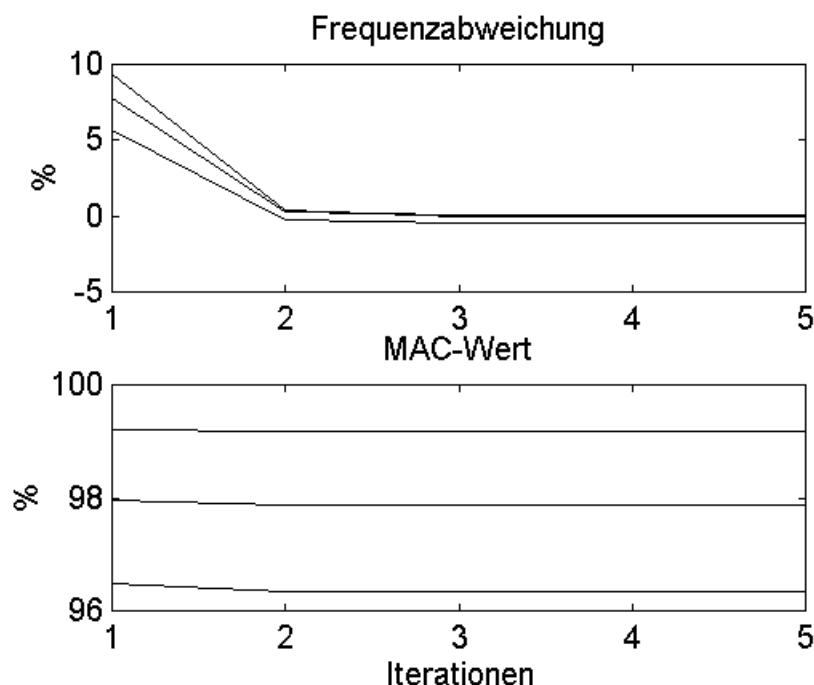
**Tabelle 7.2: Ausgangsmodell für die globale Parameteridentifikation**

Zunächst erfolgte die globale Korrektur der Biegesteifigkeit  $B=EI$  und der Schubsteifigkeit  $S=GA_s$ . Die Berechnung der Eigenschwingungsgrößen des Ausgangsmodells erfolgte unter Berücksichtigung der gemessenen Rohdichte und der in DIN 1052 A1 angegebenen Rechenwerte für Brettschichtholzträger der Sortierklasse BS 11 (Tabelle 7.2). In Tabelle 7.3 sind die Frequenzabweichungen des Rechenmodells zu den identifizierten Eigenfrequenzen des Brettschichtholzbalkens vor und nach der Modellkorrektur angegeben. Die Entwicklung der Frequenzen und der MAC-Werte zeigt Abbildung 7.6, die Anpassung der Korrekturparameter ist in Abbildung 7.7 dargestellt.

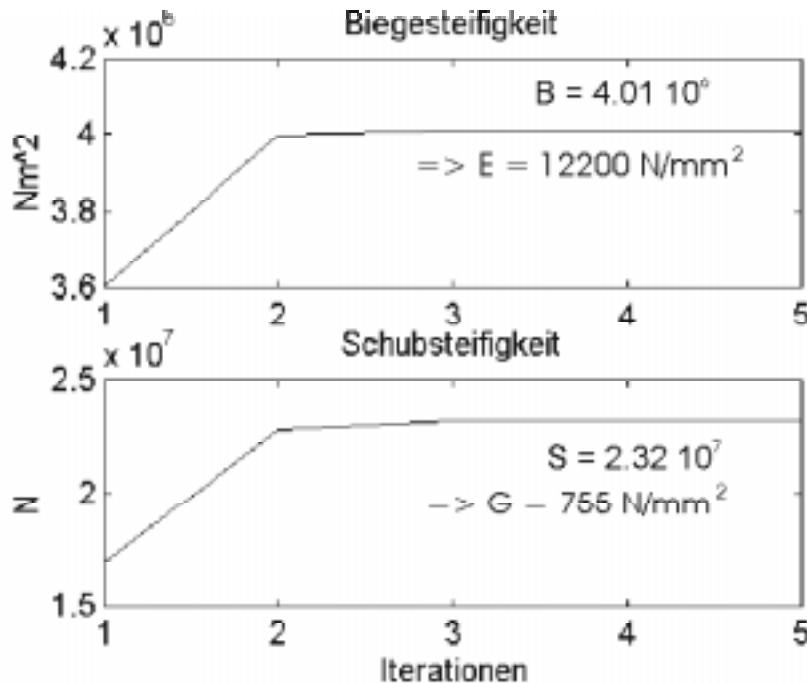
Frequenz-Nr.	Test Frequenzen [Hz]	Ausgangsmodell $\Delta f$ [%]	korrigiertes Modell $\Delta f$ [%]
1	46,06	5,71	-0,44
2	118,87	7,75	0,02
3	212,47	9,40	0,00
4	316,63	10,79	-0,12
5	423,96	11,39	-0,68

$$\Delta f = (f_{\text{Test}} / f_{\text{anal.}} - 1) \cdot 100 [\%]$$

**Tabelle 7.3: Eigenfrequenzen des Brettschichtholzbalkens und Frequenzabweichungen zum Rechenmodell (globale Korrektur)**



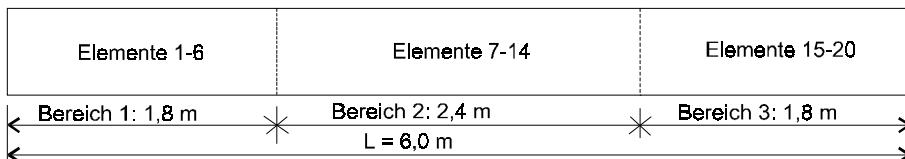
**Abbildung 7.6: Anpassung der Eigenfrequenzen und -formen bei globaler Modellkorrektur**



**Abbildung 7.7: Identifikationsergebnisse der globalen Modellkorrektur**

Anhand der Korrekturergebnisse ist zu ersehen, daß die globale Modellkorrektur sehr schnell zur Lösung führt. Bereits nach dem zweiten Iterationsschritt ist die Biegesteifigkeit und die Schubsteifigkeit identifiziert. Die Eigenfrequenzen des Rechenmodells weisen nur noch geringe Abweichungen zu den identifizierten Größen auf. Dies gilt auch für die 4. und 5. Eigenfrequenz, die nicht zur Korrektur verwendet wurden, was neben der schnellen Konvergenz auf eine stabile Lösung hindeutet. Die MAC-Werte haben nur eine geringe Aussagekraft, da diese bereits im Ausgangsmodell eine hohe Übereinstimmung mit den identifizierten Werten des Brettschichtholzbalkens aufweisen.

Zur Überprüfung möglicher Streuungen der globalen Parameter über die Balkenlänge wurde eine zweite Korrektur vorgenommen. Hierbei wurden für drei Trägerbereiche die Steifigkeitsparameter zur Korrektur freigegeben. Die Trägerbereiche mit den zugehörigen Elementgruppen des Rechenmodells sind in Abbildung 7.8 angegeben. Von besonderem Interesse war der, im Hinblick auf den späteren Bruchversuch hochbeanspruchte, mittlere Trägerbereich. Es mußten somit insgesamt sechs Parameter identifiziert werden, die Korrekturergebnisse sind in Abbildung 7.9 dargestellt.



**Abbildung 7.8: Einteilung des Trägers in Elementgruppen**

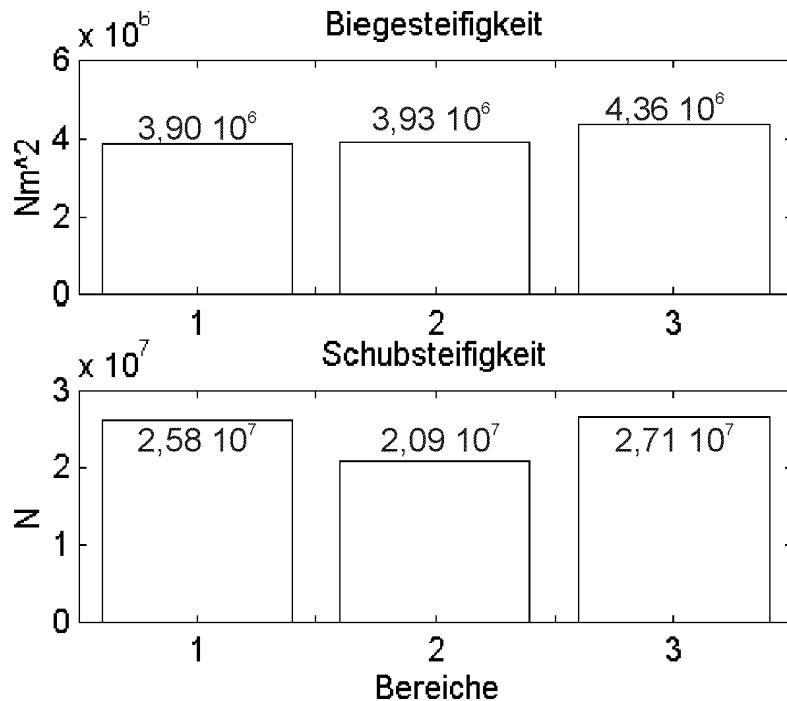


Abbildung 7.9: Abschnittsweise identifizierte, globale Steifigkeiten

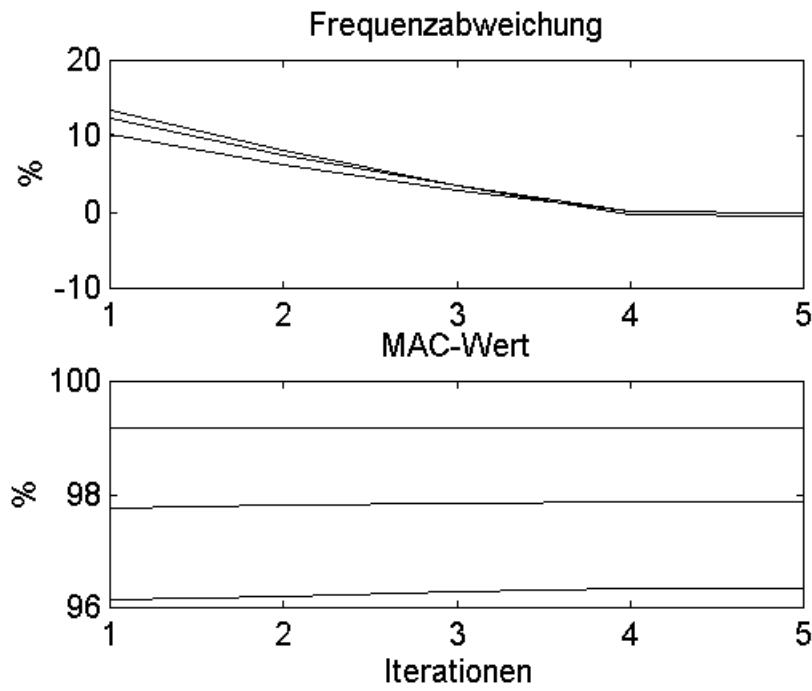
Die maximale Frequenzabweichung zwischen korrigiertem Rechenmodell und Test betrug 1,67 % bei der 5. Eigenfrequenz, für die Berechnung der Korrekturparameter wurden vier Iterationen benötigt. Es wird deutlich, daß der untersuchte Brettschichtholzträger keine nennenswerten Schwankungen der Steifigkeiten über die Balkenlänge aufweist. Ein Grund hierfür könnte sein, daß auftretende Streuungen durch die Vielzahl übereinanderliegender Brettlamellen ausgeglichen werden. Aus diesem Grund wurde das einfachere Rechenmodell mit konstanten Steifigkeiten für die Identifikation der Lamellen-E-Moduln verwendet.

Mit einem neuen Ausgangsmodell wurde unter Berücksichtigung der identifizierten, globalen Schubsteifigkeit und der gemessenen Rohdichte die Identifizierung der lokalen Parameter vorgenommen. Die Startparameter für die Lamellen-E-Moduln wurden dabei unabhängig vom globalen Korrekturdurchgang neu geschätzt. Da die Brettlamellen des untersuchten Brettschichtholzbalkens ausschließlich visuell sortiert und somit auch nicht planmäßig im Träger angeordnet wurden, wird von einem nahezu homogenen Balken nach Typ 1 ausgegangen und ein entsprechendes Ausgangsmodell für die Identifikation der lokalen Parameter verwendet. Es wurden zwei Parameter zur Korrektur freigegeben. Den ersten Parameter bildeten die Lamellen 1 bis 7, den zweiten Parameter die Lamelle 8 am äußeren Rand des Trägers. Die Parameter des Ausgangsmodells sind in Tabelle 7.4 angegeben.

E-Moduln [N/m <sup>2</sup> ]	Lamellen 1-7 Lamelle 8	$0,9 \cdot 10^{10}$ $1,0 \cdot 10^{10}$	geschätzt
Schubsteifigkeit [N]	global	$2,32 \cdot 10^7$	identifiziert
Rohdichte [kg/m <sup>3</sup> ]	global	451	gemessen

**Tabelle 7.4: Ausgangsmodell für die lokale Parameteridentifikation**

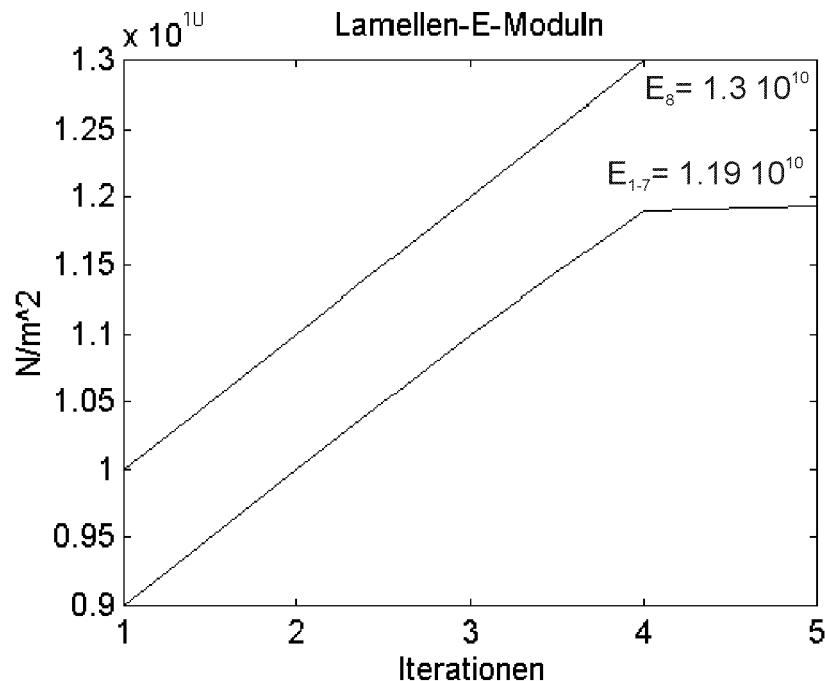
Zur lokalen Parameteridentifikation dienten wiederum die Eigenfrequenzen und Eigenformen als Residuen. Die Korrekturergebnisse sind nachfolgend grafisch dargestellt.



$$\text{Frequenzabweichung: } \Delta f = (f_{\text{Test}} / f_{\text{anal.}} - 1) \cdot 100 [\%]$$

**Abbildung 7.10: Anpassung der Eigenfrequenzen und -formen bei lokaler Modellkorrektur**

Wie bei der globalen Korrektur wird auch hier der dominante Einfluß der Eigenfrequenzen auf die Parameteranpassung deutlich. Die Eigenformen weisen bereits im Ausgangsmodell große Übereinstimmung mit den identifizierten Werten des Testmodells auf. Die maximale Frequenzabweichung nach der 5. Iteration betrug -0,43 % bei der 1. Eigenfrequenz.



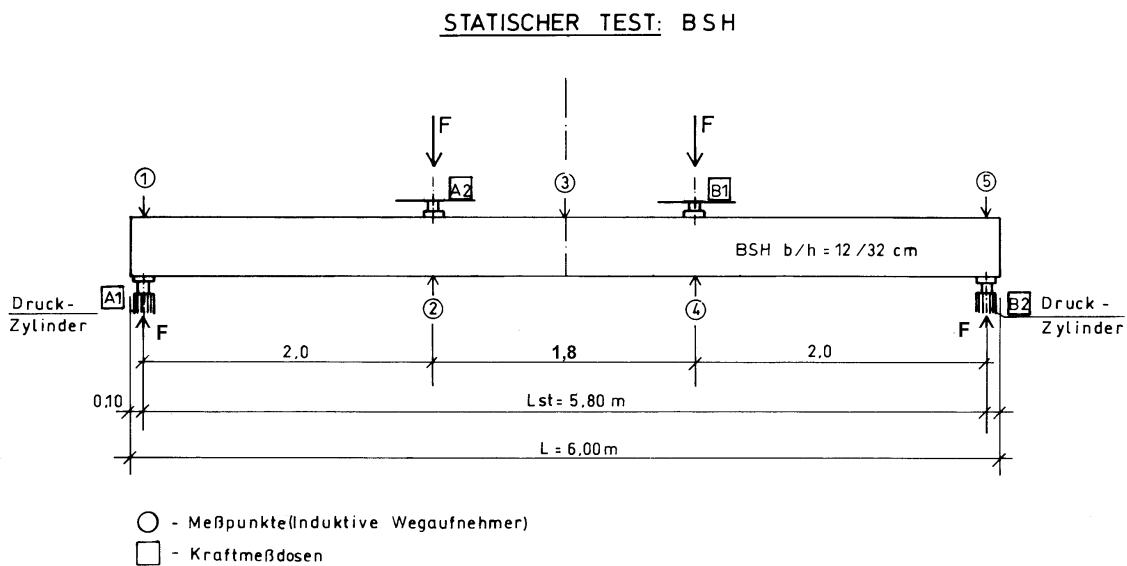
**Abbildung 7.11: Identifikationsergebnisse der lokalen Modellkorrektur**

Die Lamellensteifigkeiten des Brettschichtholzträgers wurden nach der 4. Iteration identifiziert. Der Elastizitätsmodul der 8. Lamelle weist nur einen geringen Unterschied zu den Lamellen 1 bis 7 auf, so daß bei dem untersuchten Balken von einem nahezu homogenen Trägeraufbau ausgegangen werden kann.

Die Zuordnung des identifizierten Elastizitätsmoduls der 8. Lamelle zu einer der Trägerseiten und somit die Festlegung, welche Lamellen im Biegeversuch auf Zug beansprucht werden, erfolgte durch eine visuelle Begutachtung des Brettschichtholzträgers.

### 7.3 Berechnung und experimentelle Ermittlung der Traglast

Mit dem Laminat-Modell wurde unter Verwendung der identifizierten Lamellen-Elastizitätsmoduln die rechnerische Traglast des Brettschichtholzträgers bestimmt. Anschließend erfolgte die experimentelle Ermittlung der Traglast mit Hilfe eines statischen Belastungstests. Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 7.12 dargestellt.



**Abbildung 7.12: Versuchsanordnung für die experimentelle Traglastermittlung**

Der Brettschichtholzträger wurde mit zwei Einzellasten belastet. Die Anordnung der Lasten und das statische System für die Traglastberechnung ergaben sich aus der Elementeinteilung des Rechenmodells und dem Meßraster für den Schwingungstest (Abbildung 7.2). Die Eingangsparameter für das Traglastmodell sind in Tabelle 7.5 angegeben. Die Elastizitätsmoduln aus der Parameteridentifikation mußten über die Beziehung  $E_{DYN}/E_{STAT} \approx 1,09$  [Görlacher, 1984] umgerechnet werden. Nach erfolgtem Schwingungstest wurde auch ein statischer Test zur Bestimmung des globalen Balken-E-Moduls gemäß DIN 52 186 (Prüfung von Holz - Biegeversuch) durchgeführt. Durch einen Vergleich des, mit Hilfe der Schwingungstestdaten identifizierten, globalen E-Moduls mit dem statisch ermittelten Wert konnte der von Görlacher angegebene Korrekturfaktor bestätigt werden.

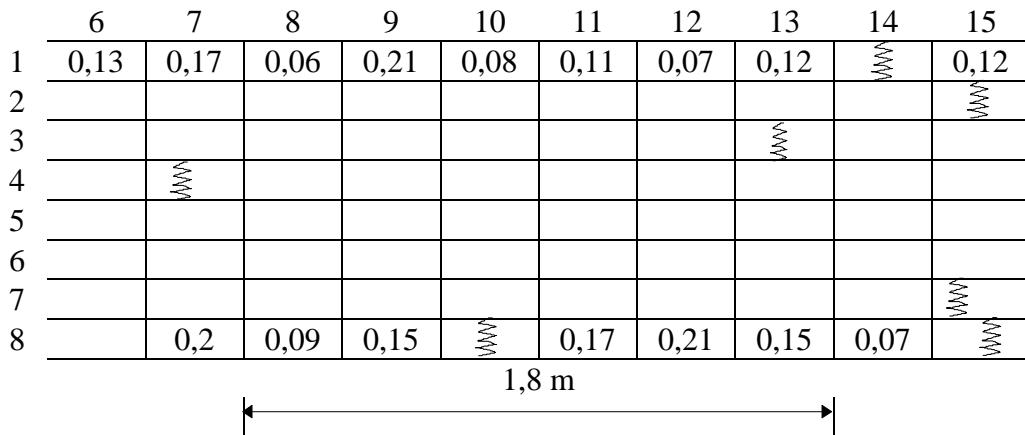
Der Traglastversuch wurde im April 1997 durchgeführt, die Schwingungstestdaten zur Identifikation der Steifigkeitsparameter wurden im Juni 1995 gemessen. Während dieser Zeit können Veränderungen festigkeitsrelevanter Parameter beim Brettschichtholzträger eingetreten sein. Um dies zu überprüfen, wurde erneut die Holzfeuchte, die Rohdichte und der statische Elastizitätsmodul des Balkens ermittelt. Dabei konnten nur geringfügige Veränderungen festgestellt werden. Die Holzfeuchte betrug 11 %, die Rohdichte war nahezu unverändert und der Elastizitätsmodul wies mit  $E = 1150 \text{ kN/cm}^2$  einen etwas

höheren Wert auf, als zwei Jahre zuvor. Um diese zeitabhängigen Einflußfaktoren zu eliminieren, wurden die identifizierten E-Moduln zusätzlich mit dem Faktor  $E_{97}/E_{95} \approx 1,03$  korrigiert.

E-Modul [N/m <sup>2</sup> ]	Lamellen 1-7 Lamelle 8	$1,12 \cdot 10^{10}$ $1,23 \cdot 10^{10}$	identifiziert
Schubsteifigkeit [N]	global	$2,32 \cdot 10^7$	identifiziert
Rohdichte [kg/m <sup>3</sup> ]	global	451	gemessen
Holzfeuchte [%]	global	11	gemessen

**Tabelle 7.5: Eingangsgrößen für das Traglastmodell**

Als weitere Parameter mußten noch die Ästigkeit der Brettzellen und die Lage der Keilzinkungen im mittleren, hochbeanspruchten Trägerbereich bestimmt werden. Zur Berechnung der Ästigkeit der äußeren Lamellen wurde für jede Zelle die Summe der Astflächen gemäß Gleichung (2.1) bestimmt. Bei innenliegenden Brettern im Brettschichtholzträger war dies nicht möglich, da die Äste größtenteils nicht sichtbar waren. Die in der Traglastberechnung verwendeten Größen und ihre Lage sind in Abbildung 7.13 angegeben.



**Abbildung 7.13: Ästigkeit im mittleren Trägerbereich und Lage der Keilzinkungen (0,12)**

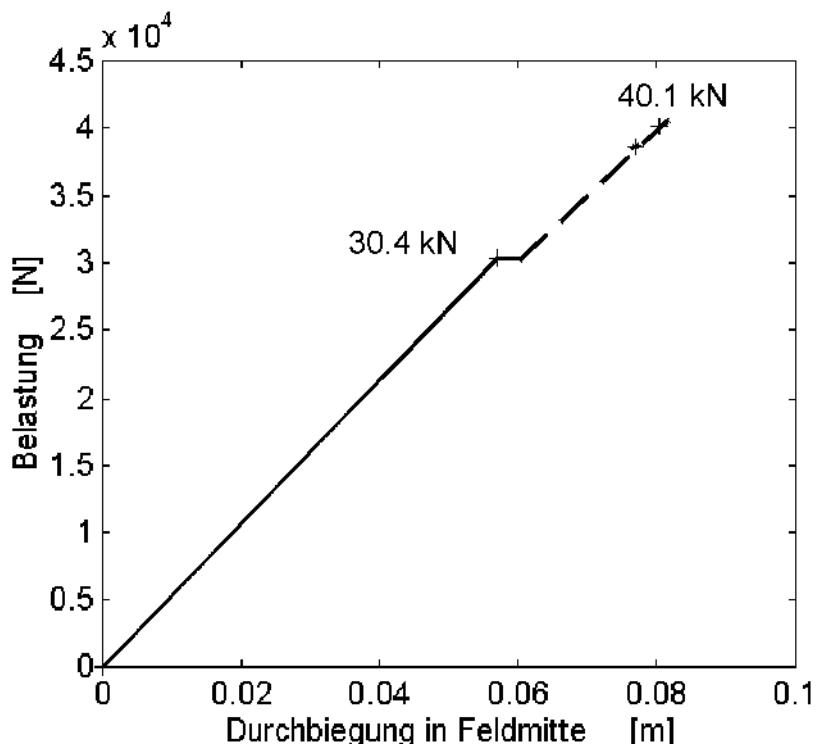
Mit den zuvor angegebenen Eingangsgrößen erfolgte die rechnerische Ermittlung der Bruchlast des Brettschichtholzträgers. Die Bruch- oder Traglast galt bei Versagen der äußeren Zuglamelle als erreicht. Es wurden 20 Rechenläufe durchgeführt, wobei der rechnerischen Bruchspannung jeder Zelle eine Zufallsgröße der entsprechenden Reststreuung  $S_r$  gemäß Tabelle 3.4 und 3.5 hinzugezählt wurde. Der Mittelwert der Berechnungsergebnisse und die sich daraus ergebende Standardabweichung sind nachfolgend angegeben.

Mittelwert der Traglast $F_u$ [kN]	Standardabweichung [kN]
30,2 (38,1)	6,0 (2,2)
(..) = Last bei endgültigem Versagen des Trägers	

**Tabelle 7.6: Berechnungsergebnisse**

In 15 Fällen ging der Bruch von der Keilzinkung in Element 10 aus, drei Berechnungen ergaben ein Versagen ausgehend von einem Ast in Element 12 und zwei ein Astversagen in Element 9.

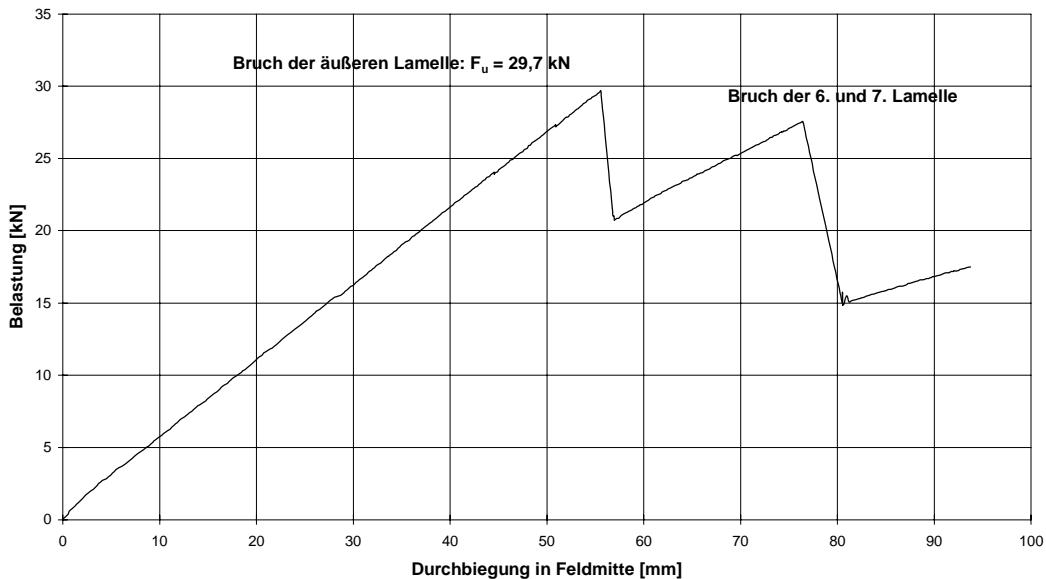
Beispielhaft ist die mit den Mittelwerten der Bruchspannungen ( $S_r=0$ ) berechnete Last-Verformungsbeziehung in Abbildung 7.14 dargestellt. Daraus ist zu ersehen, daß der Balken bis zum Bruch der äußeren Zuglamelle bei 30,4 kN ein linear-elastisches Werkstoffverhalten aufweist. Das Versagen der äußeren Lamelle geht von der Keilzinkung in Element 10 aus. Auf den Restquerschnitt kann anschließend noch Last aufgebracht werden, bei 40,1 kN ist dann die endgültige rechnerische Traglast des Trägers erreicht. Der zweite Bruch erfolgt in der 7. Lamelle, er resultiert aus dem Versagen der Zelle über der Keilzinkung im Element 10.



**Abbildung 7.14: rechnerische Last- Verformungsbeziehung (mit  $S_r=0$ )**

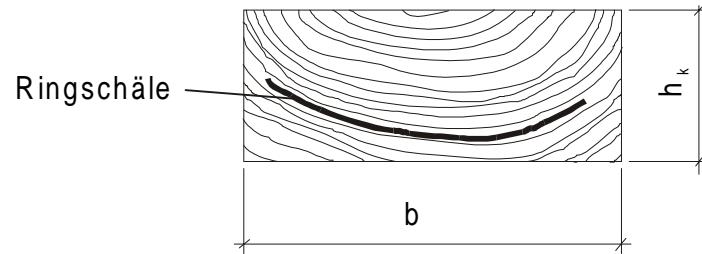
Die experimentelle Ermittlung der Traglast erfolgte mit einem Versuchsaufbau gemäß Abbildung 7.12. Aus versuchstechnischen Gründen wurden die Kräfte mit Hilfe von

Druckzylindern an den Trägerenden eingeleitet. Die Kraftmessung erfolgte über vier Kraftmeßdosen jeweils an den Druckzylindern (A1 und B2) und an den Widerlagern im mittleren Trägerbereich (A2 und B1). Die Verschiebungen wurden mit induktiven Wegaufnehmern an den Krafteinleitungspunkten, den Lagern und in Feldmitte gemessen. Die experimentell ermittelte Last- Verformungsbeziehung zeigt Abbildung 7.15.



**Abbildung 7.15: experimentell ermittelte Last-Verformungsbeziehung**

Der Bruch der äußeren Zuglamelle wurde durch ein Versagen der Keilzinkung in Element 10 ausgelöst. Auch im Test zeigte sich ein nahezu lineares Last-Verformungsverhalten des Brettschichtholzträgers bis zum Erreichen der Bruchlast. Unmittelbar nach Versagen der 8. Lamelle erfolgte ein weiterer Bruch der Lamellen 6 und 7. Bei der Begutachtung des Trägers zeigte sich, daß der zweite Bruch durch eine Ringschäle in der 6. Lamelle im Bereich der Elemente 9 bis 14 hervorgerufen wurde. Die Ringschäle ist ein Wuchsfehler im Holz, bei der eine Verbindung zwischen zwei benachbarten Jahresringen fehlt. Über die Lamelle 6 im Bereich der Ringschäle konnten somit keine oder nur geringe Schubkräfte übertragen werden. In Abbildung 7.16 ist die Lage der Ringschäle dargestellt. Es wird deutlich, daß der Fehler im Holzgefüge von außen nicht sichtbar war.

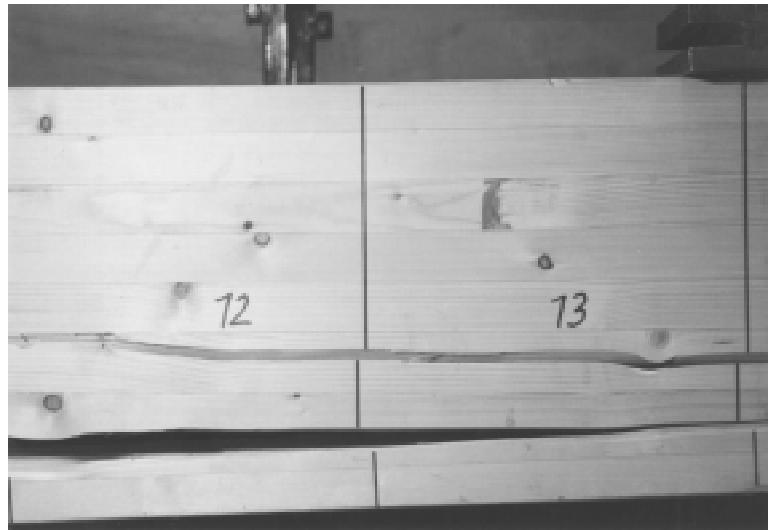


**Abbildung 7.16: Ringschäle in der Lamelle 6 im Bereich der Elemente 9 bis 14**

Die Abbildung 7.17 und Abbildung 7.18 zeigen die Bruchbilder des Brettschichtholzbalkens im mittleren Trägerbereich nach Versagen der Keilzinkung im Element 10 und nach dem Bruch der 6. und 7. Lamelle.



**Abbildung 7.17: Versagen der Keilzinkung in der äußeren Lamelle bei 29,7 kN**



**Abbildung 7.18: Bruchbild nach Versagen der 6. und 7. Lamelle**

#### 7.4 Gegenüberstellung der Berechnungs- und Versuchsergebnisse

Der Vergleich zwischen der berechneten und der experimentell ermittelten Bruchlast zeigt, daß das Versagen der äußenen Lamelle sehr gut vorhergesagt werden konnte. Die Traglastreserve des Trägers nach Ausfall der Lamelle 8 wurde im Rechenmodell überschätzt. Dies liegt daran, daß für die innenliegenden Lamellen die Ästigkeit nicht angegeben und die Ringschäle der Lamelle 6 nicht erkannt werden konnte.

Im Anschluß an den Bruchversuch wurde der Brettschichtholzträger auseinander geschnitten, so daß für einzelne Lamellen oder Lamellengruppen der Elastizitätsmodul in einem statischen Test bestimmt werden konnte. Die E-Moduln der einzelnen Trägerbereiche sind in Abbildung 7.19 angegeben. Der grau unterlegte Bereich wurde bei dem Traglastversuch zerstört, so daß der E-Modul dort geschätzt werden mußte.

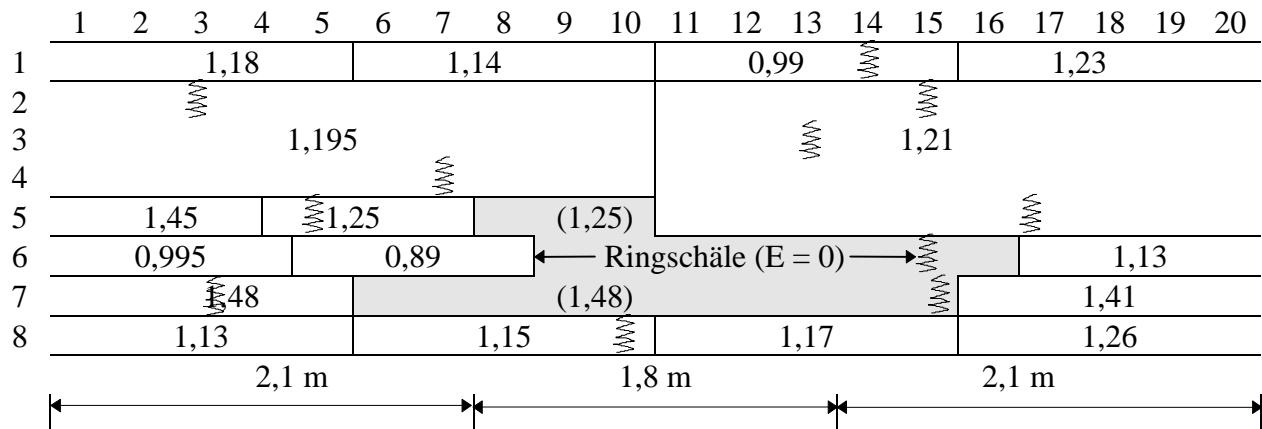


Abbildung 7.19: Elastizitätsmoduln [ $10^{10}$  N/m $^2$ ] und Lage der Keilzinkungen (☞)

Mit Hilfe der Messungen an einzelnen Lamellen konnte eine Überprüfung der lokalen Parameteridentifikation vorgenommen werden. In Tabelle 7.7 sind die identifizierten Lamellen-E-Moduln den gemessenen Größen gegenübergestellt.

E-Moduln [N/m $^2$ ]		
Lamellen-Nr.	identifiziert ( $E = 1,03 E_{\text{ident}}/1,09$ )	statisch gemessen
1-7	$1,12 \cdot 10^{10}$	$1,19 \cdot 10^{10}*$
8	$1,23 \cdot 10^{10}$	$1,18 \cdot 10^{10}$

\*) Mittelwert =  $\sum E_k (z_k^3 - z_{k-1}^3) / \sum (z_k^3 - z_{k-1}^3)$

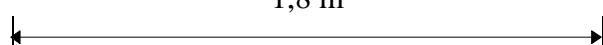
Tabelle 7.7: Lokale Lamellen-E-Moduln

Die Auswertung der Meßergebnisse bestätigt die bei der Parameteridentifikation (Kapitel 7.2) getroffene Annahme, daß der untersuchte Brettschichtholzträger einen nahezu homogenen Querschnitt aufweist. Der Elastizitätsmodul der Lamelle 8 konnte hinreichend genau identifiziert werden. Die Angabe zum gemessenen E-Modul der Lamellen 1 bis 7 in Tabelle 7.7 resultiert aus der Mittelwertbildung einer Vielzahl von Einzelmessungen und einigen geschätzten Werten. Aus diesem Grund sollte diese Zahlenangabe lediglich als Richtwert angesehen werden.

Nach dem Bruchversuch wurde für die Lamellen 6 und 7 die Ästigkeit im mittleren Trägerbereich bestimmt (Abbildung 7.20).

	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	0,13	0,17	0,06	0,21	0,08	0,11	0,07	0,12		0,12
2										
3										
4										
5										
6	0,49	0,18	0,36							
7	0,26	0,15	0,19	0,13	0,14		0,18		0,08	
8		0,2	0,09	0,15		0,17	0,21	0,15	0,07	

1,8 m



**Abbildung 7.20: Ästigkeit im mittleren Trägerbereich für das modifizierte Traglastmodell**

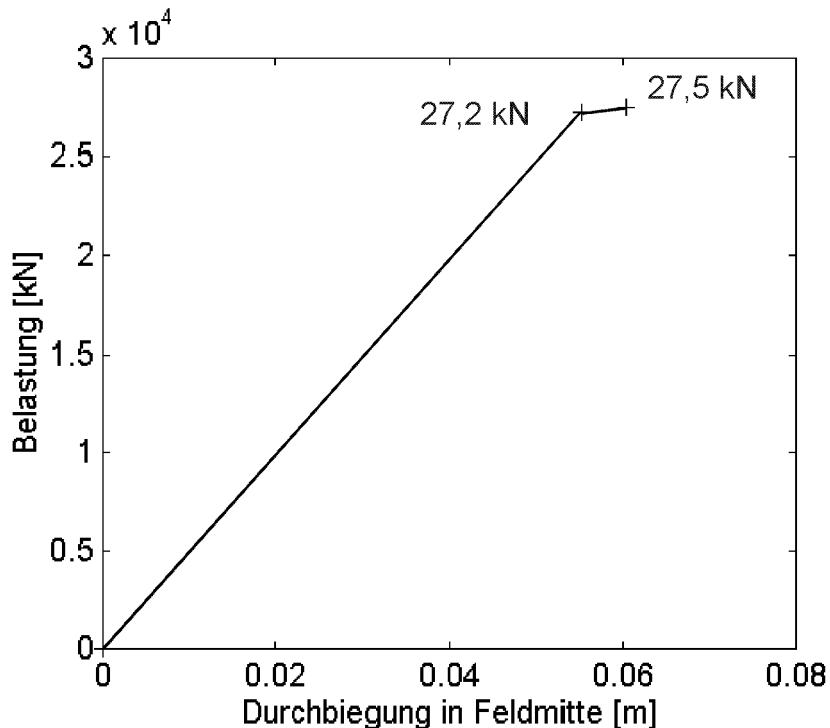
Mit den identifizierten E-Moduln und unter einer vereinfachten Berücksichtigung der Ringschäle ( $E=0$ ) konnten erneute Traglastberechnungen erfolgen. Die Ergebnisse dieser Berechnungen sind nachfolgend angegeben.

Mittelwert der Traglast $F_u$ [kN]	Standardabweichung [kN]
26,8 (29,9)	5,3 (4,1)
(..) = Last bei endgültigem Versagen des Trägers	

**Tabelle 7.8: Berechnungsergebnisse aus modifiziertem Modell**

Bei den Berechnungen mit dem modifizierten Traglastmodell ging in 16 Fällen der Bruch von der Keilzinkung in Element 10 aus. Vier Berechnungen ergaben ein Versagen ausgehend von einem Ast in den Elementen 9, 11 oder 12.

Die berechnete Last-Verformungsbeziehung aus den mittleren Bruchspannungen ( $S_r=0$ ) ist beispielhaft in Abbildung 7.21 dargestellt.



**Abbildung 7.21: rechnerische Last- Verformungsbeziehung mit modifiziertem Modell (mit  $S_r=0$ )**

Im Gegensatz zu den vorangegangenen Berechnungen weist der Träger jetzt keine nennenswerte Reserve nach dem Versagen der äußeren Lamelle mehr auf. Der Bruch der Lamelle 8 resultiert, wie zuvor, in der überwiegenden Zahl der Berechnungen aus dem Versagen der Keilzinkung im Element 10. In Tabelle 7.9 sind die Ergebnisse der Berechnungen und des Traglastversuchs zusammengefaßt angegeben.

	Berechnung	Versuch	modifizierte Berechnung
Traglast [kN]	30,2 (38,1)	29,7	26,8 (29,9)

**Tabelle 7.9: Traglast aus Versuch und Berechnung**

Anhand der Ergebnisse ist zu ersehen, daß mit Hilfe der Parameteridentifikation und der visuellen Begutachtung der äußeren Lamellen eines Brettschichtholzträgers die Traglast gut abgeschätzt werden kann. Über eventuelle Traglastreserven nach Ausfall der Lamelle am äußeren Zugrand des Balkens kann jedoch keine Aussage gemacht werden. Dies ist für praktische Anwendungen auch nicht nötig, denn die Traglast eines Brettschichtholzbalkens ist erreicht, wenn die äußere Zuglamelle versagt.

## 8 Zusammenfassung und Ausblick

Ziel dieser Arbeit war es, eine leistungsfähige Methode zur Endkontrolle bei der Fertigung von Brettschichtholz zu erarbeiten. Das Tragverhalten von Brettschichtholzbalken ist in starkem Maße von der Zugfestigkeit der Brettlamellen in der Biegezugzone abhängig. Insbesondere der Elastizitätsmodul weist eine hohe Korrelation zur Zugfestigkeit auf. Damit ist die Möglichkeit gegeben, mit Hilfe geeigneter Meßverfahren den Elastizitätsmodul eines Brettes oder Balkens zu messen und auf die Festigkeit zu schließen. Eine besonders leistungsfähige Methode zur Bestimmung des E-Moduls ist die Parameteridentifikation.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Korrekturansatz erarbeitet, mit dessen Hilfe die Biege- und die Schubsteifigkeit sowie die Elastizitätsmoduln ausgewählter Lamellen oder Lamellengruppen eines Brettschichtholzträgers identifiziert werden können. Die Korrektur der Steifigkeitsparameter des Rechenmodells erfolgte über die Anpassung der rechnerischen Eigenfrequenzen und Eigenformen an gemessene Größen. Eine hinreichend gute Sensitivität der Eigenschwingungsgrößen auf die Parameter konnte durch eine Sensitivitätsanalyse nachgewiesen werden. Um die Anzahl der Korrekturparameter bei der Ermittlung der Lamellen-Elastizitätsmoduln möglichst gering zu halten, wurde die Parameteridentifikation in zwei Durchgängen durchgeführt. Die zu identifizierenden Parameter waren im ersten Korrekturdurchgang die Biegesteifigkeit und die Schubsteifigkeit. In einem zweiten Durchgang erfolgte die Identifikation der Elastizitätsmoduln ausgewählter Lamellen unter Verwendung der im ersten Durchgang identifizierten Schubsteifigkeit. Für das Rechenmodell wurde ein Laminat-Balkenelement entwickelt, das die zu identifizierenden Parameter (Biegesteifigkeit, Schubsteifigkeit und Lamellen-E-Moduln) enthält.

Die Parameteridentifikation wurde zunächst an simulierten Testdaten angewendet. Dabei konnte die globale Biege- und Schubsteifigkeit bereits nach der zweiten Iteration, unabhängig vom verwendeten Ausgangsmodell, nahezu exakt identifiziert werden. Die Bestimmung des E-Moduls einzelner Lamellen ist dagegen in starkem Maße von der Wahl des Ausgangsmodells abhängig. Eine sichere Identifikation von mehr als zwei lokalen Parametern ist möglich, wenn die quantitative Verteilung der Lamellen-Elastizitätsmoduln im untersuchten Brettschichtholzträger und damit der Trägertyp (homogen / symmetrisch / asymmetrisch) bekannt ist und im Ausgangsmodell berücksichtigt wird. Davon kann im allgemeinen ausgegangen werden, sofern die Brettlamellen bei der Brettschichtholzproduktion maschinell sortiert werden. Bei allen Trägertypen konnte der Elastizitätsmodul der äußeren Zuglamelle hinreichend genau identifiziert werden. Dabei wurden lediglich drei Eigenfrequenzen und Eigenformen zur Modellkorrektur herangezogen. Dies ist besonders bei der Korrektur realer Testdaten von Bedeutung, da alle weiteren, gemessenen Eigenmodes zur Überprüfung der Güte der Korrekturergebnisse benutzt werden können.

Um das statische Trag- und Verformungsverhalten des korrigierten Rechenmodells beurteilen zu können, wurde unter Verwendung des Laminat-Balkenelements ein Traglastmodell (Laminat-Modell) entwickelt. Bei diesem Modell erfolgt die Berechnung

der Traglast über die Festigkeit der einzelnen Brettlamellen. Dabei wird von der vereinfachten Annahme ausgegangen, daß das Versagen des Brettschichtholzträgers durch das Versagen einzelner Lamellen, je nach ihrer Lage im Balken, entweder auf Zug oder auf Druck erfolgt. Die Festigkeit der Brettlamellen wird mit Hilfe der identifizierten Lamellen-E-Moduln, der Ästigkeit und der Keilzinkungen über Regressionsgleichungen beschrieben. Die Eignung des Traglastmodells wurde anhand von Vergleichsrechnungen mit Versuchsergebnissen aus Literaturangaben nachgewiesen.

Um die Aussagekraft der Identifikationsergebnisse hinsichtlich des Tragverhaltens von Brettschichtholzbalken abschätzen zu können, wurden Parameterstudien mit Hilfe des Laminat-Modells durchgeführt. Es konnte gezeigt werden, daß die Elastizitätsmoduln der Lamellen am Zugrand von Brettschichtholzbalken einen großen Einfluß auf die Tragfähigkeit aufweisen und der Druckzone nur eine untergeordnete Bedeutung kommt, so daß die Identifikation von zwei lokalen Parametern hinreichend genau ist.

Die beschriebenen Rechenmodelle und das Korrekturverfahren wurden abschließend an einem Brettschichtholzträger aus der Serienproduktion eines deutschen Leimbaubetriebes angewendet. Der Balken wurde vom Hersteller der Sortierklasse BS 11 zugeordnet, die Sortierung der Brettlamellen erfolgte visuell. Für die Modellkorrektur wurde deshalb ein Ausgangsmodell mit einem homogenen Trägeraufbau gewählt. Nach der Identifikation der Lamellen-E-Moduln wurde mit dem Laminat-Modell die Traglast des Balkens berechnet. Anschließend erfolgte in einem statischen Belastungstest die experimentelle Ermittlung der Bruchlast des Trägers. Der Vergleich zwischen der berechneten und der experimentell ermittelten Bruchlast zeigt, daß das Versagen des Trägers sehr gut vorhergesagt werden konnte.

Im Anschluß an den Bruchversuch wurde der Brettschichtholzträger auseinandergezogen und die Elastizitätsmoduln einzelner Lamellen oder Lamellengruppen überprüft. Die bei der Parameteridentifikation getroffene Annahme, daß der untersuchte Brettschichtholzträger einen nahezu homogenen Querschnitt aufweist konnte bestätigt, die Elastizitätsmoduln der Lamellen gut identifiziert werden.

Im Rahmen dieser Arbeit konnte die prinzipielle Eignung der Parameteridentifikation zur Beurteilung von Brettschichtholz nachgewiesen werden. Der entscheidende Vorteil der Parameteridentifikation gegenüber den bisher angewandten Verfahren liegt in der Möglichkeit, die Sortierung der einzelnen Brettlamellen am fertigen Träger zu überprüfen, also eine Endkontrolle durchzuführen. Darüber hinaus kann das Verfahren auch bei der maschinellen Sortierung von Brettlamellen angewendet werden.

## Ausblick

Die Einführung einer Endkontrolle in den Brettschichtholzbetrieben erfordert noch weitergehende, systematische Untersuchungen. So ist insbesondere die Optimierung der Anzahl der Meßfreiheitsgrade und der zur Korrektur verwendeten Eigenmodes für die Anwendung in der Praxis von Bedeutung. Darüber hinaus ist auch eine Automatisierung der Zuordnung der identifizierten Lamellen-E-Moduln zu der entsprechenden Trägerseite erforderlich. Hierfür müßten noch weitere Parameter, wie etwa die Rohdichte oder die Jahrringbreite, in die Betrachtung mit einbezogen werden. Für die maschinelle Erfassung dieser Größen stehen mit der Scanner- und Röntgentechnik bereits Verfahren zur Verfügung.

Zur Abschätzung des Tragverhaltens von gekrümmten Trägern oder Satteldachträgern aus Brettschichtholz ist es erforderlich, die Schubfestigkeit und die Querzugfestigkeit im Traglastmodell zu berücksichtigen.

Ein weiteres Anwendungsgebiet für die Parameteridentifikation stellt die Klassifizierung von Konstruktionsvollholz (KVH) dar. Konstruktionsvollholz ist Bauschnittholz mit erhöhten Anforderungen hinsichtlich des optischen Erscheinungsbildes (Baumkante, Risse, gehobelte Oberfläche), der Maßhaltigkeit und der Holzfeuchtigkeit gegenüber herkömmlichem Vollholz. Wie bei Brettschichtholzlamellen ist auch bei Konstruktionsvollholz mit Hilfe von Keilzinkenverbindungen die Herstellung beliebig langer Balken möglich. Es werden Querschnitte bis zu 12/24 cm hergestellt. Durch die gute Oberflächenbeschaffenheit und den hohen Grad an Maßhaltigkeit sind die Voraussetzungen für den Einsatz der Parameteridentifikation zur Bestimmung des Elastizitätsmoduls und der Schubsteifigkeit von Konstruktionsholz gegeben.

Um die Möglichkeiten der Parameteridentifikation zur Klassifizierung von Konstruktionsvollholz abschätzen zu können, wurde an einem gehobelten Vollholzbalken mit einem Querschnitt von 10/20 cm und einer Länge von drei Metern Schwingungsmessungen durchgeführt. Anhand der Meßergebnisse wurde deutlich, daß durch die Anregung des Balkens auf der Systemachse sowohl Biege- als auch Torsionseigenschwingungen angeregt wurden. Das lag an einer leichten Verdrehung des Balkens um die Längsachse durch Schwindeinflüsse. Hierdurch wird die Zuordnung der gemessenen zu den rechnerischen Eigenschwingungsgrößen erschwert, die prinzipielle Eignung des Verfahrens jedoch nicht in Frage gestellt.

Der Vorteil der Parameteridentifikation gegenüber herkömmlichen Verfahren liegt auch hier in den Möglichkeiten der abschnittsweisen Erfassung des Elastizitätsmoduls und der Schubsteifigkeit, die insbesondere bei größeren Querschnitten bisher nicht möglich war.



## 9 Literaturverzeichnis

- [Argyris, 1986]** Argyris, J. / Mlejnek, H. P.: Die Methode der Finiten Elemente, Vieweg und Sohn Verlag (1986)
- [Becker, 1993]** Becker, G. / Beall, F. C.: Verfahren der zerstörungsfreien Holzprüfung - Anwendung in Mitteleuropa, in Holz als Roh- und Werkstoff 51 (1993) Entwicklungstendenzen in Nordamerika und Folgerungen für die Anwendung in Mitteleuropa
- [Blaß, 1996]** Blaß, H. J. / Görlacher, R.: Visuelle und maschinelle Festigkeitssortierung von Vollholz, in mikado 5 (1996)
- [Colling, 1987/1]** Colling, F. / Dinort, R.: Die Ästigkeit des in den Leimbaubetrieben verwendeten Schnittholzes, in Holz als Roh- und Werkstoff 45 (1987)
- [Colling, 1987/2]** Colling, F. / Scherberger, M.: Die Streuung des Elastizitätsmoduls in Brettlängsrichtung, in Holz als Roh- und Werkstoff 45 (1987)
- [Colling, 1989]** Colling, F. / Görlacher, R.: Eigenschaften des in den Leimbaubetrieben verarbeiteten Schnittholzes, in bauen mit holz 5 (1989)
- [Colling, 1990]** Colling, F.: Biegefestigkeit von Brettschichtholzträgern in Abhängigkeit von den festigkeitsrelevanten Einflußgrößen, in Holz als Roh- und Werkstoff 48 (1990)
- [Colling, 1995/1]** Colling, F. / Ehlbeck, J. / Kurzweil, L.: Erstellung von Eigenschaftsprofilen von Brettschichtholz, IRB Verlag der Fraunhofer-Gesellschaft Stuttgart (1995)
- [Colling, 1995/2]** Colling, F.: Brettschichtholz - Herstellung und Festigkeitsklassen, in Informationsdienst Holz, STEP 1 - Holzbauwerke nach Eurocode 5 (1995)
- [Colling, 1995/3]** Colling, F.: Brettschichtholz unter Biegebeanspruchung, in Informationsdienst Holz, STEP 3 - Holzbauwerke nach Eurocode 5 (1995)
- [Colling, 1996]** Colling, F. / Radovic, B.: Brettschichtholz nach DIN 1052-1 /A1 aus maschinell sortierten Brettern, in bauen mit holz 4 (1996)

- [Døssing, 1989]** Døssing, O.: Strukturen prüfen, Brüel und Kjær (1989)
- [Edlund, 1982]** Edlund, B.: Bruchhypothesen für orthotropes Material, in Ingenieurholzbau in Forschung und Praxis, Bruderverlag Karlsruhe (1982)
- [Ehlbeck, 1984]** Ehlbeck, J. / Colling, F. / Görlacher, R.: Einfluß keilgezinkter Lamellen auf die Biegefestigkeit von Brettschichtholzträgern, IRB Verlag der Frauenhofer-Gesellschaft Stuttgart (1984)
- [Ehlbeck, 1987]** Ehlbeck, J. / Colling, F.: Die Biegefestigkeit von Brettschicht-holzträgern in Abhängigkeit von den Eigenschaften der Brettlamellen, in bauen mit holz 10 (1987)
- [Eilbracht, 1996]** Eilbracht, G.: Identifikation von Rißbereichen in Stahlbetonbalken mit Hilfe von Schwingungstestdaten, Universität Gesamthochschule Kassel, Dissertation (1996), VDI Verlag, Düsseldorf
- [Ewins, 1994]** Ewins, D. J.: Modal Testing - Theory and Practice, Research Studies Press LTD., Taunton, Somerset, England (1994)
- [Glos, 1978]** Glos, P.: Zur Bestimmung des Festigkeitsverhaltens von Brettschichtholz bei Druckbeanspruchung aus Werkstoff- und Einwirkungskenngrößen, Technische Universität München, Dissertation (1978)
- [Glos, 1981]** Glos, P.: Modellierung des Festigkeitsverhaltens von Bauholz, Bericht zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke Heft 61 (1981)
- [Glos, 1982]** Glos, P. / Heimeshoff, B.: Möglichkeiten und Grenzen der Festigkeitssortierung von Brettlamellen für den Holzleimbau, in Ingenieurholzbau in Forschung und Praxis, Bruderverlag Karlsruhe (1982)
- [Glos, 1994/1]** Glos, P.: Maschinelle Sortierung: DIN 4074, in mikado 7-8 (1994)
- [Glos, 1994/2]** Glos, P. / Henrici, D.: Klassifizierung von Brettlamellen für den Holzleimbau, , Kurzberichte aus der Bauforschung 37, IRB Verlag der Frauenhofer-Gesellschaft Stuttgart (1994)
- [Glos, 1995]** Glos, P.: Festigkeitssortierung, in Informationsdienst Holz, STEP 1 - Holzbauwerke nach Eurocode 5 (1995)

- [Glos, 1996]** Glos, P. / Burger, N.: Einfluß der Holzabmessungen auf die Zugfestigkeit von Bauschnittholz, Kurzberichte aus der Bauforschung 37, IRB Verlag der Frauenhofer-Gesellschaft Stuttgart (1996)
- [Göldner, 1992]** Göldner, H.: Höhere Festigkeitslehre, Fachbuchverlag Leipzig/Köln (1992)
- [Görlacher, 1984]** Görlacher, R.: Ein neues Meßverfahren zur Bestimmung des Elastizitätsmoduls von Holz, in Holz als Roh- und Werkstoff 42 (1984)
- [Görlacher, 1990]** Görlacher, R.: Klassifizierung von Brettschichtholzlamellen durch Messung von Longitudinalschwingungen, Universität (TH) Karlsruhe, Dissertation (1990)
- [Greubel, 1987]** Greubel, D. / Merkel, D.: Untersuchungen eines Dynamischen Meßverfahrens zur Bestimmung des Elastizitätsmoduls von Spanplatten-Probekörpern, in Holz als Roh- und Werkstoff 45 (1987)
- [Härig, 1992]** Härig, S. / Günther, K. / Klausen, D.: Technologie der Baustoffe, C. F. Müller Verlag Karlsruhe (1992)
- [Hegewaldt, 1991]** Hegewaldt, P. / Rienkens, E.: Experimentelle Ermittlung des Verlaufes von Biegespannungen in Brettschichtholzträgern, Universität Gesamthochschule Kassel, Diplomarbeit (1991)
- [Heimeshoff, 1980]** Heimeshoff, B. / Glos, P.: Zugfestigkeit und Biege-E-Modul von Fichten- Brettlamellen, in Holz als Roh- und Werkstoff 38 (1980)
- [Hoffmeyer, 1995]** Hoffmeyer, P.: Holz als Baustoff, in Informationsdienst Holz, STEP 1 - Holzbauwerke nach Eurocode 5 (1995)
- [Jahn, 1996]** Jahn, T.: Ein Beitrag zur Identifikation von Schädigungsparametern an Stahlbetonbauteilen, Universität Gesamthochschule Kassel, Dissertation (1996)
- [Jones, 1975]** Jones, R. M.: Mechanics of composite materials, McGraw-Hill Kogakusha Tokyo (1975)
- [Kollmann, 1951]** Kollmann, Franz: Technologie des Holzes und der Holzwerkstoffe, Springer Verlag 1951

- [Kollmann, 1960]** Kollmann, F. / Krech, H.: Dynamische Messung der elastischen Holzeigenschaften und der Dämpfung, in Holz als Roh- und Werkstoff 18 (1960)
- [Kufner, 1978]** Kufner, M.: Elastizitätsmodul und Zugfestigkeit von Holz verschiedener Rohdichte in Abhängigkeit vom Feuchtigkeitsgehalt, in Holz als Roh- und Werkstoff 36 (1978)
- [Larsen, 1982]** Larsen, J.: Festigkeit des Brettschichtholzes, in Ingenieurholzbau in Forschung und Praxis, Bruderverlag Karlsruhe (1982)
- [Link, 1989]** Link, M.: Finite Elemente in der Statik und Dynamik, 2. Auflage, B. G. Teubner Verlag Stuttgart (1989)
- [Link, 1994]** Link, M. / Zou, Z.: A two step procedure to identify physical parameters of composite material structures using vibration test data, proceedings of the international conference on vibration engineering ICVE Beijing (1994)
- [Link, 1995]** Link, M. / Weiland, M. / Moreno-Barragan, J.: Benutzerhandbuch für das Programmsystem ISSPA (1995)
- [Link, 1996]** Krätzig, W. B. / Meskouris, K. / Link, M. : Der Ingenieurbau (Hrsg.: Gerhard Mehlhorn), Baudynamik und Systemidentifikation, W. Ernst u. Sohn Verlag (1996)
- [Lischke, 1984]** Lischke, N.: Elastomechanisches Verhalten von Fichtenholz unter Einbeziehung der räumlichen Werkstoffstruktur, in Bauingenieur 59 (1984)
- [Möhler, 1980]** Möhler, K.: Grundlagen der Holz- Hochbaukonstruktionen, in Holzbau-Atlas, Institut für intern. Architekturdokumentation, München (1980)
- [Natke, 1992]** Natke, H. G.: Einführung in die Theorie der Zeitreihen- und Modalanalyse, Vieweg Verlag (1992)
- [Neuhaus, 1994]** Neuhaus, H.: Lehrbuch des Ingenieurholzbau, B. G. Teubner Verlag Stuttgart (1994)
- [Ochoa, 1992]** Ochoa, O. O. / Reddy, J. N.: Finite Element Analysis of Composite Laminates, Kluwer Academic Publisher, Dordrecht, Netherlands (1992)
- [Przemieniecki, 1968]** Przemieniecki, J. S.: Theory of Matrix Structural Analysis, McGraw-Hill (1968)

- [Radu, 1976]** Radu, A. / Brenndörfer, D.: Zur zerstörungsfreien Prüfung des Holzes durch Schwingungsversuche, in Holz als Roh- und Werkstoff 34 (1976)
- [Ramm, 1996]** Ramm, E. / Hofmann, T. J.: Der Ingenieurbau, Stabtragwerke, W. Ernst u. Sohn Verlag (1996)
- [Schöne, 1991]** Schöne, W.: Einflußfaktoren auf die Biegefestigkeit von Brettschichtholz und ihre zerstörungsfreie Messung, Technische Hochschule Leipzig, Dissertation (1991)
- [Siemers, 1993]** Siemers, M.: Identifikation der Biegesteifigkeit von Balken im eingebauten Zustand mit Hilfe von statischen Belastungstests, Universität Gh Kassel, Studienarbeit (1993)
- [Steiger, 1996]** Steiger, R.: Mechanische Eigenschaften von Schweizer Fichten- Bauholz bei Biege-, Zug-, Druck- und kombinierter M/N- Beanspruchung, Sortierung von Rund- und Schnittholz mittels Ultraschall, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Birkhäuser Verlag Basel (1996)
- [Timoshenko, 1958]** Timoshenko, S.: Strength of Materials, Krieger publishing company (1958)
- [Waller, 1989]** Waller, H. / Schmidt, R.: Schwingungslehre für Ingenieure, Wissenschaftsverlag Mannheim/Wien/Zürich (1989)
- [Wesche, 1988]** Wesche, K.: Baustoffe für tragende Bauteile Teil 4, Bauverlag (1988)
- [Zienkiewicz, 1994]** Zienkiewicz, O. C. / Taylor R. L.: The Finite Element Method, McGraw-Hill Book Company, London (1994)
- [Zou, 1996]** Zou, Z.: Identifikation von Material- und Schädigungsparametern von Faserverbundstrukturen mit Hilfe von Schwingungstestdaten, Universität Gesamthochschule Kassel, Dissertation (1996), Shaker Verlag, Aachen
- [Zurmühl, 1986]** Zumühl, R. / Falk, S.: Matrizen, Springer Verlag (1986 u. 1992)

## Normen

<b>DIN 1052-1/A1</b>	(04.88)/(10.96)	Holzbauwerke; Berechnung und Ausführung
<b>DIN 4074-1</b>	(09.89)	Sortierung von Nadelholz nach der Tragfähigkeit; Nadelholz
<b>DIN 52 180-1</b>	(11.77)	Prüfung von Holz; Probenahme
<b>DIN 52 181</b>	(08.75)	Bestimmung der Wuchseigenschaften von Nadelholz
<b>DIN 52 182</b>	(09.76)	Prüfung von Holz; Bestimmung der Rohdichte
<b>DIN 52 186</b>	(06.78)	Prüfung von Holz; Biegeversuch
<b>DIN 52 188</b>	(05.79)	Prüfung von Holz; Bestimmung der Zugfestigkeit parallel zur Faser
<b>DIN 68 364</b>	(11.79)	Kennwerte von Holzarten; Festigkeit, Elastizität, Resistenz
<b>NAD - EC 5</b>	(1995)	Nationales Anwendungsdokument zum Eurocode 5; Holzbauwerke

