



Tragverhalten von einschaligem Natursteinmauerwerk unter zentrischer Druckbeanspruchung

Entwicklung und Anwendung eines Finite-Elemente-Programmes

Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.) im Fachbereich Bauingenieurwesen
der Universität Gesamthochschule Kassel

Ulrich Huster

Die vorliegende Arbeit wurde vom Fachbereich 14 - Bauingenieurwesen - der Universität Gesamthochschule Kassel zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.) angenommen.

Erster Gutachter: Prof. Dr.-Ing. D. Haberland

Zweiter Gutachter: Prof. Dr.-Ing. M. Link

Tag der mündlichen Prüfung:

28. April 2000

Die Deutsche Bibliothek - CIP-Einheitsaufnahme

Huster, Ulrich

Tragverhalten von einschaligem Natursteinmauerwerk unter zentrischer Druckbeanspruchung :

Entwicklung und Anwendung eines Finite-Elemente-Programmes / Ulrich Huster. - Kassel :

Kassel Univ. Press, 2000. - XII, 185 S. : Ill.

Zugl.: Kassel, Univ., Diss. 2000

ISBN 3-933146-34-8

© 2000, Kassel University Press GmbH, Kassel

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsschutzgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Reproduziert nach einer Druckvorlage des Autors

Umschlaggestaltung: 5 Büro für Gestaltung, Kassel

Druck und Verarbeitung: Zentraldruckerei der Universität Gesamthochschule Kassel

Printed in Germany

Vorwort

Anregungen zum Themenkomplex historisches Mauerwerk erhielt ich bereits während meines Studiums durch die Vorlesungsreihe Konstruktive Altbauinstandsetzung von Herrn Prof. Dr.-Ing. D. Haberland. Während meiner fünfjährigen Mitarbeit als wissenschaftlicher Bediensteter in seinem Fachgebiet Massivbau und Tragwerkskonstruktionen im Fachbereich Bauingenieurwesens der Universität Gesamthochschule Kassel entstand die vorliegende Dissertation.

Ich werde diese Zeit in angenehmer Erinnerung behalten, dafür danke ich ihm sehr.

Herrn Prof. Dr.-Ing. M. Link möchte ich für die Begleitung dieser Arbeit und die Übernahme des Korreferates danken.

Wesentliche Diskussionen, ohne die diese Arbeit so nicht entstanden wäre, über das nicht-lineare Materialmodell und dessen numerische Umsetzung konnte ich mit Dr.-Ing. S. Hartmann führen. Herzlichen Dank.

Über die Bereitschaft der Herren Prof. Dr.-Ing. A. Matzenmiller und Prof. Dr.-Ing. H. Budelmann in der Promotionskommission mitzuwirken, habe ich mich sehr gefreut.

Schließlich muss ich mich auch bei meinen Kollegen aus dem Fachgebiet Holzbau, Herrn Dr.-Ing. M. Siemers und Herrn Dipl.-Ing. J. Mardorf für qualifizierte Diskussionen, Aufmunterungen an Tagen, an denen fachliche Probleme unüberwindbar schienen und die Durchsicht des Manuskriptes, bedanken.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung.....	1
1.1	Motivation.....	1
1.2	Zielsetzung.....	2
1.3	Aufbau der Arbeit	2
2	Natursteinmauerwerk: Steine, Mörtel und Verbände	3
2.1	Natursteine.....	3
2.1.1	Einteilung der Natursteine.....	3
2.1.2	Eigenschaften von Natursteinen	4
2.1.2.1	Mechanische Eigenschaften ausgewählter Natursteine	5
2.1.3	Schlussfolgerungen für Materialmodell der Natursteine.....	10
2.2	Mörtel	11
2.2.1	Zusammensetzung moderner und historischer Mörtel	11
2.2.2	Mörtelgruppen nach DIN 1053.....	11
2.2.3	Prüfverfahren für Druckfestigkeit.....	12
2.2.4	Mechanische Eigenschaften kalkgebundener Mörtel.....	15
2.2.5	Dreiaxiales Verhalten moderner Mörtel.....	17
2.2.6	Aussagekraft von an Probekörpern ermittelter Mörtелеigenschaften.....	19
2.2.7	Schlussfolgerungen für Materialmodell für Mörtel	20
2.3	Natursteinmauerwerksverbände.....	20
3	Tragverhalten und Bemessung von Natursteinmauerwerk	23
3.1	Grundsätzlicher Versagensmechanismus von mineralischen Baustoffen unter Druckbeanspruchung	24
3.2	Trag- und Versagensmechanismen einfacher Mauerwerksstrukturen	26
3.2.1	Einaxiale Druckbeanspruchung.....	26
3.2.2	Trag- und Versagensmechanismen unter Zugbeanspruchung	34
3.2.3	Trag- und Versagensmechanismen unter Schubbeanspruchung	35
3.3	Bemessungshinweise.....	36
3.3.1	Bemessung von Mauerwerk nach [DIN 1053-1].....	36
3.3.1.1	Bemessung von Mauerwerk aus künstlichen Steinen unter Druckbeanspruchung.....	37
3.3.1.2	Bemessung von Mauerwerk aus künstlichen Steinen unter Zugbeanspruchung.....	38

3.3.1.3 Bemessung von Mauerwerk aus künstlichen Steinen unter Schubbeanspruchung	39
3.3.1.4 Bemessung von Natursteinmauerwerk	40
3.3.2 Bemessung von Mauerwerk nach [EC 6]	41
3.3.2.1 Bemessung von Mauerwerk unter Druckbeanspruchung	41
3.3.3 Ermittlung von Druckfestigkeiten und zulässigen Druckspannungen für Natursteinmauerwerk nach verschiedenen Forschungsarbeiten	43
3.3.3.1 Druckfestigkeit von Bruchsteinmauerwerk nach [Mann 1983-1]	43
3.3.3.2 Bemessungsvorschlag für Bruchsteinmauerwerk aus Sandsteinen unter Druckbeanspruchung [Stiglat 1984].....	44
3.3.3.3 Druckfestigkeit von Quadermauerwerk aus Elbesandstein [Pöschel 1996].....	44
3.3.3.4 Bruchmodell und Bemessungsvorschlag für Quadermauerwerk nach [Berndt 1996-2]	45
3.3.3.5 Bruchmodell für Bruchsteinmauerwerk im regelmäßigen Schichtenverband [Ebner 1996].....	47
3.4 Anwendung und Beurteilung der Bemessungsgleichungen	47
3.4.1 Regelmäßiges Schichtenmauerwerk mit Mörtel der Gruppe I	47
3.4.1.1 Nennfestigkeit β_M des Mauerwerks nach [DIN 1053-1].....	48
3.4.1.2 Grundwert σ_0 der zulässigen Druckspannungen für Natursteinmauerwerk nach [DIN 1053-1], Abschnitt 12	48
3.4.1.3 Charakteristische Mauerwerksdruckfestigkeit nach [EC 6]	48
3.4.1.4 Druckfestigkeit von Bruchsteinmauerwerk nach [Mann 1983-1]	48
3.4.1.5 Druckfestigkeit von Bruchsteinmauerwerk aus Sandsteinen nach [Stiglat 1984].....	48
3.4.1.6 Mauerwerksdruckfestigkeit nach [Pöschel 1996].....	49
3.4.1.7 Mauerwerksdruckfestigkeit nach [Berndt 1996-2]	49
3.4.2 Regelmäßiges Schichtenmauerwerk mit Mörtel der Gruppe III	49
3.4.2.1 Nennfestigkeit β_M des Mauerwerks nach [DIN 1053-1].....	50
3.4.2.2 Grundwert σ_0 der zulässigen Druckspannungen für Natursteinmauerwerk nach [DIN 1053-1], Abschnitt 12	50
3.4.2.3 Charakteristische Mauerwerksdruckfestigkeit nach [EC 6]	50
3.4.2.4 Druckfestigkeit von Bruchsteinmauerwerk nach [Mann 1983-1]	50
3.4.2.5 Druckfestigkeit von Bruchsteinmauerwerk aus Sandsteinen nach [Stiglat 1984].....	50
3.4.2.6 Mauerwerksdruckfestigkeit nach [Pöschel 1996].....	51
3.4.2.7 Mauerwerksdruckfestigkeit nach [Berndt 1996-2]	51
3.4.3 Regellooses Bruchmauerwerk mit Mörtel der Gruppe I	51

3.4.3.1	Nennfestigkeit β_M des Mauerwerks nach [DIN 1053-1].....	51
3.4.3.2	Grundwert σ_0 der zulässigen Druckspannungen für Natursteinmauerwerk nach [DIN 10531] Abschnitt 12	52
3.4.3.3	Charakteristische Mauerwerksdruckfestigkeit nach EC 6	52
3.4.3.4	Druckfestigkeit von Bruchsteinmauerwerk nach [Mann 1983-1]	52
3.4.3.5	Druckfestigkeit von Bruchsteinmauerwerk aus Sandsteinen nach [Stiglat 1984].....	52
3.4.3.6	Mauerwerksdruckfestigkeit nach [Pöschel 1996].....	53
3.4.3.7	Mauerwerksdruckfestigkeit nach [Berndt 1996-2].....	53
3.4.4	Zusammenfassung und Beurteilung der berechneten Mauerwerksdruckfestigkeiten.....	53
4	Numerische Analysen von Mauerwerk- Stand der Forschung	57
4.1	FEM Analysen von Mauerwerk.....	57
4.1.1	Mikromodelle.....	57
4.1.2	Makromodelle.....	60
4.2	MDE Analysen von Mauerwerk	61
4.3	Anforderungen und Wahl eines numerischen Verfahrens für Traglastanalysen von vertikal beanspruchten Strukturen aus Natursteinmauerwerk	61
5	Materialmodelle und ihre Umsetzung in die Finite Element Methode	63
5.1	Herleitung der FEM bei materieller Nichtlinearität	63
5.1.1	Lösung von $\mathbf{K} \Delta \mathbf{U} = \mathbf{F} - \mathbf{R}$ für verformungsgesteuerte Verfahren	67
5.1.2	Konvergenzkriterium	67
5.2	Materialmodelle für Stein und Mörtel.....	67
5.2.1	Darstellung der Spannungen.....	68
5.2.2	Spannungsabhängiges Versagensmodell für mineralisch gebundene Materialien	70
5.2.3	Modifiziertes 5-Parameter Modell von Willam und Warnke.....	71
5.2.3.1	Notwendige Anpassungsversuche für modifizierte Bruchumhüllende nach Willam und Warnke	72
5.2.3.2	Anpassung der Bruchumhüllenden an verwendete Materialien.....	74
5.2.3.3	Grafische Darstellung der Bruchumhüllenden für Naturstein und Mörtel.....	76
5.2.4	Elasto-Plastisches Werkstoffgesetz	78
5.2.4.1	Fließ- und Belastungsflächen	78
5.2.4.2	Konsistenzbedingung, Belastungskriterium, Fließregel	80
5.2.4.3	Verfestigungsfunktion	84

5.2.4.4	Beschreibung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung für den einaxialen Vergleichszustand	85
5.2.5	Spannungsalgorithmus — Prädiktor-Korrektor-Verfahren —	87
5.2.5.1	Numerische Anmerkungen	90
5.2.6	Konsistente Tangentenoperatoren.....	91
5.2.6.1	Ermittlung des konsistenten Tangentenoperators.....	91
5.2.7	Zug- und Druckversagen.....	92
5.2.7.1	Rissmodellierung in der FEM.....	93
5.2.7.2	Risse: Entstehung und angenommenes Materialverhalten.....	93
5.2.7.3	Druckversagen.....	96
5.3	Isoparametrisches 16-Knoten-Quaderelement.....	97
5.3.1	Knotenkondensation	98
5.4	Programmtechnische Umsetzung	100
5.4.1	Flussdiagramm Berechnungsablauf.....	101
5.4.2	Flussdiagramm Spannungsberechnung ❶	102
5.4.3	Berechnung der Elementsteifigkeitsmatrix k^e	103
6	Modellbildung und Verifikation.....	105
6.1	Verifikation des Programms an Betonversuchen.....	105
6.2	Numerische Untersuchungen an isolierter Fuge	107
6.2.1	Einaxiale Beanspruchung	107
6.2.2	Mehraxiale Beanspruchung am Würfel	109
6.2.3	Mehraxiale Beanspruchung am Quader.....	110
6.2.4	Einflüsse und Anforderungen an die Elementierung der horizontal unverschieblich gelagerten Fuge	111
6.2.4.1	Einflüsse der Elementierung auf Berechnungsergebnisse für eine horizontal unverschieblich gelagerte Fuge mit 2 cm Dicke und 15 cm Länge im EVZ	112
6.2.4.2	Einflüsse der Elementierung auf Berechnungsergebnisse für eine horizontal unverschieblich gelagerte Fuge mit 4 cm Dicke und 15 cm Länge im EVZ	114
6.2.4.3	Schlussfolgerungen zur Netzwahl.....	115
6.2.5	Tragverhalten einer 2 cm dicken, starr eingespannten Fuge	118
6.2.6	Einfluss der Fugenhöhe auf Primärversagen und Druckfestigkeit.....	123
6.3	Verifikation an Mauerwerksprobekörpern.....	124
6.3.1	Verifikation an 3-Stein-Probekörper mit 2 cm dicker Weißkalkfuge.....	124
6.3.2	Zusammenstellung aller Verifikationsrechnungen an 3-Stein-Probekörpern	140

7	Parameterstudie	143
7.1	Kritische Anmerkungen und Einschränkungen zum numerischen Berechnungsmodell.....	143
7.2	Berechnete Versagensmechanismen.....	144
7.3	Vorbemerkungen zur Parameterstudie.....	147
7.3.1	Einflüsse einzelner, mechanischer Eingangsparameter bei vollfugigem Mauerwerk	149
7.3.2	Einflüsse einzelner Parameter bei Hohlfugen	153
7.3.2.1	Vergleich der Berechnungsergebnisse zwischen vollständiger, dreidimensionaler Modellierung und Modellierung im EVZ.....	154
7.3.2.2	Einflüsse einzelner, mechanischer Eingangsparameter bei Modellierungen mit Hohlfugen	155
7.3.2.3	Einfluss der Steingeometrie	158
7.3.2.4	Einfluss der Fugenneigung	160
7.3.3	Untersuchungen an ausgewählten Stein-Mörtel Kombinationen.....	163
7.3.3.1	Einfluss der Fugenhöhe.....	163
7.3.3.2	Einfluss der Mörtelgüte	166
7.4	Verbesserung der Berechnungsformel nach [Berndt 1996-2].....	170
7.5	Wesentliche Ergebnisse der Parameterstudie.....	172
8	Zusammenfassung und Ausblick	173
9	Literatur.....	177
10	Anhang	183
	Lebenslauf	185

Notation

Tensoren:

$\underline{\underline{C}}$	Werkstofftensor 4. Stufe
$\underline{\underline{C}}_k$	konsistenter Tangentenoperator 4. Stufe
\underline{E}	Verzerrungstensor
\underline{T}	Spannungstensor
\underline{T}^D	Spannungsdeviator
\underline{T}^{Trial}	Trialspannung

Vektoren:

\vec{F}	Knotenkräfte
\vec{R}	Residualknotenkräfte
\vec{U}	Knotenpunktverschiebungen
\vec{f}	Erdbeschleunigung
\vec{t}	Oberflächenkraftdichte
\vec{u}	Verschiebungsfeld

Matrizen:

C	Werkstoffmatrix
\mathbf{C}_k	konsistente Werkstoffmatrix
D	Verzerrung-Verschiebungs-Matrix
E	Verzerrungsmatrix
F	Spaltenmatrix der äußeren Knotenkräfte
K	Steifigkeitsmatrix
N	Matrix der Formfunktionen
R	Spaltenmatrix der Residualknotenkräfte
T	Spannungsmatrix
U	Spaltenmatrix der Knotenpunktverschiebungen

Lateinische Symbole und Abkürzungen

E	E-Modul
E_{soft}	Softening-Modul
EVZ	Ebener Verzerrungszustand
f_{bc}	biaxiale Druckfestigkeit
f_c	einaxiale Druckfestigkeit
FHG	Freiheitsgrad
f_{sz}	Spaltzugfestigkeit
f_t	einaxiale Zugfestigkeit
G	Schubmodul
I_1	1. Invariante des Spannungstensors
J_2	2. Invariante des Spannungsdeviators
J_3	3. Invariante des Spannungsdeviators
k	Formfaktor zur Modifikation der Belastungsflächen
k_o, k_{oy}	Verfestigungsparameter, Anfangsverfestigungsparameter
O	Oberfläche
P.d.v.V.	Prinzip der virtuellen Verschiebungen
V	Volumen
W_p	plastische Arbeit

Griechische Symbole

α	Ausdehnungsfaktor oder Versagenskennzahl
$\bar{\varepsilon}$	einaxiale Vergleichsdehnung
$\bar{\varepsilon}^p$	einaxiale plastische Vergleichsdehnung
$\bar{\varepsilon}_u^p$	einaxiale plastische Vergleichsdehnung bei $\bar{\sigma} = f_c$
φ	Formfunktion
λ	Proportionalitätsfaktor
ν	Querdehnzahl
Θ	Winkel in Deviatorebene
ρ	$\rho = \sqrt{2 \cdot (-J_2)}$ oder Dichte
ρ_c	Druckmeridian
ρ_t	Zugmeridian
ρ_u	Radius der Bruchumhüllenden
σ	Normalspannung

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Hauptspannungen
$\bar{\sigma}$	einaxiale Vergleichsspannung
σ_{okt}	Oktaedernormalspannung
τ	Schubspannung
τ_{okt}	Oktaederschubspannung
$\xi_t, \xi_c, \xi_k, \xi_u$	Verfestigungsabschnitte auf hydrostatische Achse
ζ	plastischer Multiplikator

Rechenoperationen

det	Determinante
div	Divergenz eines Tensors
\otimes	dyadisches Produkt
grad	Gradient eines Skalarfeldes
$\ \mathbf{x}\ $	Norm von \mathbf{x}
sp	Spuroperator
\dots^T	transponierte Matrix
$(\dot{})$	Zeitableitung

Kopf- und Fußzeiger

$\dots_x, \dots_y, \dots_z$	Eigenschaft in Richtung x, y oder z
\dots_{va}	Freiheitsgrade mit unbekannten Verschiebungen und bekannten Kräften
\dots_{vb}	Freiheitsgrade mit bekannten Verschiebungen und unbekannten Kräften
${}^n \dots$	Größe im Lastinkrement n
\dots^i	Iterationsschritt i innerhalb eines Lastinkrementes
\dots_{MW}	Mauerwerkseigenschaft
$\dots_{Mö}$	Mörteleigenschaft
\dots_p	plastischer Anteil
\dots_{St}	Steineigenschaft

1 Einleitung

1.1 Motivation

Mauerwerk ist eine alte Konstruktionsweise, die ohne großen technologischen Aufwand hergestellt werden kann. Allerdings ist die Materialantwort auf mechanische Beanspruchung äußerst komplex, so dass allgemeingültige Formeln zur Berechnung der Druckfestigkeit von Mauerwerk bis heute nicht existieren. Dies spiegelt sich indirekt in den anerkannten, technischen Regeln für Mauerwerkskonstruktionen wieder. Die historische Entwicklung von Bemessungsregeln beginnt in den Bauordnungen seit 1870 [Ahnert 1986] mit der Angabe von Mindestwanddicken in Abhängigkeit von verschiedenen Bedingungen wie Deckenausbildung, Geschoss- oder Gebäudehöhe. In der heute gültigen Mauerwerksnorm [DIN 1053-1] liegt den Bemessungsregeln für Mauerwerk aus künstlichen Steinen im wesentlichen die empirische Auswertung von Druckversuchen zugrunde [Mann 1997]. Diese Regeln sind ausreichend statistisch abgesichert und einfach zu handhaben.

Mauerwerk aus Natursteinen kann sich von Mauerwerk aus künstlichen Steinen beträchtlich unterscheiden. Steingeometrien müssen nicht mehr quaderförmig sein, die Fugen können unterschiedlich dick und zudem geneigt sein. Der Verband in der Ansicht und im Querschnitt variiert zwischen regelmäßig und regellos. Zusätzlich können die Größen einzelner Materialparameter weitaus mehr streuen als für industriell hergestellte Steine und Mörtel. Die Bemessungswerte für Natursteinmauerwerk in der [DIN 1053-1] beruhen fast ausschließlich auf Erfahrungswerten. Ermittelt wird eine zulässige Spannung, die der vorhandenen gegenübergestellt wird. Die Angabe eines Sicherheitsabstandes zur Versagensspannung fehlt. Bei der Instandsetzung und Sanierung von historischen Mauerwerksbauten gelingen die entsprechenden Nachweise oft nicht und es stellt sich die Frage nach der Standsicherheit. So ist nach Sanierungen in der Regel zwar eine relative Verbesserung der Standsicherheit zu erwarten, ob diese aber einen genügend großen Sicherheitsabstand gegenüber dem Versagen gewährleistet, bleibt offen. Die notwendigen Entscheidungen zu Fragen der Instandsetzung beruhen meist auf Erfahrungswerten des verantwortlichen Ingenieurs. Die Standsicherheit muss aus dem Zustand des Mauerwerks und dem eventuell vorhandenen Schadensbild abgeleitet werden. Für eine Einschätzung der Tragsicherheit sind Erkenntnisse über Trag- und Versagensmechanismen erforderlich, die über qualitative Aussagen wie *Mauerwerk mit dünnen, horizontalen Lagerfugen hat eine höhere Tragfähigkeit als Mauerwerk mit dicken, geneigten Fugen* hinausgehen.

Die Einflüsse typischer Merkmale von Natursteinmauerwerk, wie Fugen- und Steingeometrien und extrem unterschiedliche mechanischen Eigenschaften von Stein und Mörtel, auf das Tragverhalten wurden lange Zeit nicht wissenschaftlich untersucht. Erst mit der zunehmenden Bedeutung der Sanierung historisch bedeutsamer Bauten sind Fragestellungen dieser Art in Forschungsaufgaben bearbeitet worden. Insbesondere im Zusammenhang mit dem Wiederaufbau der Frauenkirche in Dresden sind einige wissenschaftliche Untersuchungen zum Tragverhalten von Natursteinmauerwerk, z.B. [Berndt 1994], [Berndt 1996-1] und [Pöschel 1996], entstanden. Die daraus veröffentlichten Bemessungsvorschläge haben sich nicht durchgesetzt, weil deren Anwendung oft eng beschränkt ist. Zudem besteht in der Fachöffentlichkeit ein verbreiteter Zweifel, ob die Ergebnisse dieser Bemessungsvorschläge die Mauerwerksfestigkeiten realitätsnah wiedergeben.

1.2 Zielsetzung

In der vorliegenden Arbeit sollen das Tragverhalten und der Versagensmechanismus von einschaligem Natursteinmauerwerk unter zentrischer Druckbeanspruchung mit Hilfe der Finite-Element-Methode (FEM) unter der Annahme nicht-linearen Mörtelverhaltens untersucht werden. Dafür wird ein dreidimensionales FE-Programm entwickelt. Zur Modellierung des Werkstoffgesetzes für Mörtel soll auf ein geeignetes Materialmodell für Beton zurückgegriffen werden, welches sich entsprechend den noch zu ermittelnden Erfordernissen anpassen lässt. Die Güte der Berechnungsergebnisse muss über den Vergleich mit experimentellen Versuchsdaten gewährleistet sein. Nach der erfolgreichen Verifikation soll in einer Parameterstudie die Abhängigkeit der Mauerwerksdruckfestigkeit von geometrischen und mechanischen Einflussgrößen untersucht werden. Die grundsätzlichen Trag- und Versagensmechanismen sollen erkannt, erläutert und dargestellt werden. An den Ergebnissen der Parameterstudie sollen verschiedene Bemessungsansätze hinsichtlich ihrer Aussagequalität untersucht und bewertet werden.

1.3 Aufbau der Arbeit

Nach der Einleitung folgt in Kapitel 2 die Beschreibung der mechanischen Eigenschaften ausgewählter Natursteine und verschiedener Mörtel. Insbesondere für den Mörtel wird auf die Schwierigkeiten hingewiesen, dessen Druckfestigkeit im Mauerwerk realitätsnah zu bestimmen. Es schließt sich eine Darstellung typischer Mauerwerksverbände aus Natursteinen an.

In Kapitel 3 werden theoretische Überlegungen zum Tragverhalten von Mauerwerk angestellt. Der Stand der Technik für die Bemessung von Mauerwerk wird anhand der [DIN 1053-1] und des [EC 6] erläutert. Der Stand der Forschung und daraus entwickelte Bemessungsformeln für Natursteinmauerwerk werden vorgestellt und hinsichtlich ihrer Anwendungstauglichkeit beurteilt.

In Kapitel 4 wird der Stand der Forschung bezüglich numerischer Analysen von Mauerwerk zusammengetragen und Anforderungen an das zu entwickelnde FE-Programm formuliert. In Kapitel 5 werden die benötigten Materialmodelle und deren Umsetzung in das FE-Modell beschrieben. Anschließend werden wesentliche Grundlagen des FE-Programmes erläutert.

Die Verifikation an dreiaxialen Betonversuchen und 3-Stein-Mauerwerks-Modellkörpern erfolgt in Kapitel 6. Dort wird auch detailliert auf Spannungsverläufe und Versagensmechanismen während verschiedener Belastungsstufen eingegangen. Kritische Anmerkungen zum Berechnungsmodell werden an den Anfang des Kapitels 7 gestellt. Die Ergebnisse der Parameterstudie im selben Kapitel ermöglichen die Unterscheidung wesentlicher von unwesentlichen Eigenschaften der Einzelkomponenten Stein und Mörtel. Dort werden auch die Berechnungsergebnisse ausgewählte Bemessungsvorschläge mit denen des numerischen Verfahrens verglichen und beurteilt.

In Kapitel 8 folgt eine Zusammenfassung der vorliegenden Arbeit und ein Ausblick für zukünftige Forschungstätigkeiten bezüglich der Modellierung und des Tragverhaltens von Natursteinmauerwerk.

2 Natursteinmauerwerk: Steine, Mörtel und Verbände

Natursteinmauerwerk besteht aus Natursteinen und Mörtel. In diesem Kapitel werden beide Materialien beschrieben und wichtige mechanische Eigenschaften von Steinen und Mörtel erläutert. Die erfolgreiche numerische Simulation des Tragverhaltens hängt wesentlich auch von der Güte der mechanischen Eingangswerte für das Materialmodell (Kapitel 5) ab. Deshalb ist es erforderlich, die Prüfverfahren der mechanischen Eigenschaften zu erläutern und die Übertragbarkeit der ermittelten Werte auf die Eigenschaften im Mauerwerk zu beurteilen.

Die Form der Natursteine und deren Anordnung im Mauerwerk bestimmen den Mauerwerksverband, der wiederum Einfluss auf das Tragverhalten hat. Unterschiedliche Verbände werden im abschließenden Abschnitt vorgestellt.

2.1 Natursteine

Natursteine wurden in historischen Gebäuden in der Regel entsprechend dem regionalen Vorkommen verwendet. Dabei kamen vor allem relativ leicht zu bearbeitende Steine zur Anwendung, die oberflächennah abgebaut werden konnten. Häufig wurden Sand- und Kalksteine verwendet, hier in Nordhessen auch Tuffsteine.

2.1.1 Einteilung der Natursteine

Natürlich entstandene Gesteine werden als Natursteine bezeichnet. Sie werden in der Regel im Steinbruch gewonnen oder als Feldsteine aufgelesen. Natursteine bestehen aus Mineralien bzw. Mineralgemengen, die nach Art und Zusammensetzung ihren Charakter bestimmen. Die für die Gesteinsbildung wichtigsten Minerale sind Silikate (z.B. Feldspat, Quarz, Glimmer) und Nichtsilikate (z.B. Kalkspat, Dolomit, Gips). Die verschiedenen Natursteine können aufgrund ihrer Entstehung in drei Hauptgruppen klassifiziert werden: Erstarrungs-, Ablagerungs- oder Umwandlungsgesteine. Innerhalb dieser Hauptgruppen gibt es weitere Untergruppen [Müller 1988]:

Hauptgruppe	Untergruppe	dazugehörige Natursteine
Erstarrungsgesteine (Magmatite, Glutflussgesteine)	Tiefengestein	Granit, Diorit, Gabbro
	Ergussgestein	Porphyr, Basalt, Bims, vulkanische Tuffe
Sedimentgesteine (Sedimentite, Ablagerungsgesteine)	Klastische Sedimente (Trümmergestein)	Sandstein, Grauwacke
	Ausfällungsgesteine	Kalkstein, Dolomit
	Biogene Sedimente	Kieselschiefer, Kalkstein
Metamorphe Gesteine (Metamorphite, Umwandlungsgesteine)	abhängig von Druck und Temperatur	Gneis, Marmor

Tabelle 2-1 Einteilung der Natursteine

Magmatite werden als Erstarrungsprodukte von Magmen und Laven definiert. Tiefengesteine sind in Tiefen zwischen 2 und 6 km erstarrt, während Ergussgesteine in sehr geringer Tiefe, meistens jedoch außerhalb der Erdkruste erstarrt sind.

Sedimentgesteine entstehen durch die schichtweise Ablagerung von Verwitterungsprodukten. Die Bildung der Sedimentation ist gekennzeichnet durch die Prozesse der Verwitterung, des Transportes, der Ablagerung oder Ausfällung und der Diagenese. Klastische Sedimente entstehen aus Gesteinstrümmern, Ausfällungsgesteine durch Ausfällen von in Wasser gelösten Verwitterungsprodukten und Biogene Sedimente durch Absetzen von Skeletten verschiedener Organismen.

Metamorphe Gesteine entstehen durch nachträgliche Umwandlung von Erstarrungs- und Ablagerungsgesteinen unter hohen Temperaturen und Umgebungsdrücken oder unter chemischer Einwirkung gelöster oder gasförmiger Stoffe.

Bei der Bezeichnung von Natursteinen müssen Handelsnamen und wissenschaftliche Einordnung unterschieden werden, da für den Nicht-Geologen erhebliche Verwirrungen auftreten können. So ist beispielsweise der Baumberger Sandstein ein Kalkstein (Biomikrit) [Metz 1992].

2.1.2 Eigenschaften von Natursteinen

Vorgreifend auf die Ausführungen in Kapitel 3 haben von den mechanischen Natursteineigenschaften die Steindruckfestigkeit $f_{c,St}$, die Steinzugfestigkeit $f_{t,St}$, der E-Modul E_{St} und die Querdehnzahl ν_{St} einen Einfluss auf das Tragverhalten und die Druckfestigkeit von Natursteinmauerwerk. Ihre Größenordnungen werden für verschiedene Natursteine in diesem Abschnitt vorgestellt. Für ausgewählte Sandsteine werden Spannungs-Dehnungs-Kennlinien unter Druck- und Zugbeanspruchung aus [Alfes 1994] entnommen. Über deren Analyse soll das zu verwendende Materialgesetz im Rechenmodell bestimmt werden.

Mineralbestand, Porenraum und Korngefüge bestimmen die wesentlichen Eigenschaften von Natursteinen. Insbesondere die Porosität übt einen großen Einfluss auf wesentliche Gesteinseigenschaften aus. Druckfestigkeit $f_{c,St}$ und E-Modul E_{St} steigen mit abnehmender Porosität. Eine große Porosität schwächt zudem die Verwitterungsbeständigkeit der Natursteine. Das Korngefüge wird bestimmt durch Kornform, -größe, -verteilung und die Kornbindung. Während bei magmatischen Gesteinen die Minerale durch Kristallisation miteinander verbunden sind, weisen Sedimentite eine Bindemittelmatrix zwischen den Körnern auf. Die Zementation zwischen den einzelnen Körnern kann quarzitisches durch Kieselsäure, karbonatisch durch Kalkspat oder tonig durch Tonmineralien erfolgt sein [Müller 1988]. Die Schichtung verursacht unterschiedliche, richtungsabhängige Eigenschaften; geschichtete Steine sind anisotrop.

Die Prüfung der Druckfestigkeit von Natursteinen ist in [DIN EN 1926] *Prüfverfahren für Naturstein - Druckfestigkeitsprüfung* geregelt. Als Regelprobekörper sind Würfel mit den Kantenabmessungen von 50 mm oder Zylinder mit $d/h=100/100$ mm vorgesehen. Einen großen Einfluss auf die Druckfestigkeit von Sandsteinen hat der Feuchtegehalt. Die Druckfestigkeitsverhältnisse zwischen trockenen, klimatisierten und kapillargesättigten Proben können 2:1.5:1 betragen [Metz 1992]. Als Bezeichnung der Druckfestigkeit nach Deutschen Normen wird β_D verwendet, dies weist darauf hin, dass es sich nicht um eine einaxiale Festigkeit handelt. Im in Kapitel 5 verwendeten Materialmodell werden aber die einaxialen Festigkeiten benötigt. Umrechnungsfaktoren für Druckfestigkeiten von gedrunkenen Probekörpern zu schlanken Probekörpern, die die benötigten einaxialen Druckfestigkeiten liefern, sind in [Schickert 1981] enthalten.

Die Prüfung der einaxialen Zugfestigkeit $f_{t,St}$ und der Querdehnzahl ν_{St} gehören nicht zu den Standardprüfungen. Ersatzweise wird anstelle $f_{t,St}$ die Spaltzug- oder Biegezugfestigkeit, $f_{t,sp,St}$ oder $f_{t,fl,St}$ ermittelt. Hinweise zu deren Zusammenhänge mit anderen Festigkeiten sind für Beton in [Häring 1990] enthalten.

Die Angabe des E-Moduls E_{St} erfolgt oft als Sekantenmodul zwischen Ursprung und einem Drittel der Bruchspannung im Spannungs-Dehnungs-Diagramm.

Die Eigenschaften von Natursteinen weisen eine große Streubreite auf. Selbst bei Steinen aus einem Bruch sind erhebliche Bandbreiten möglich. In Tabelle 2-2 sind Anhaltswerte einiger mechanischer Eigenschaften von Natursteinen aus der Literatur zusammengestellt:

Gesteinsgruppen	Druckfestigkeit β_D [MN/m ²]	Biegezugfestigkeit β_{Bz} [MN/m ²]	E-Modul E [MN/m ²]
Granit	160-240 [1] 80-300 [2]	10-20 [1] 10-30 [2]	40-60 [1] 35-80 [2]
Basalt	250-400 [1] 160-400 [2]	15-25 [1]	50-100 [1]
vulkanische Tuffe	5-25 [1] 5-40 [2]	1-4 [1]	4-10 [1]
Grauwacke	150-300 [1]	13-25 [1]	50-80 [1]
quarzit. Sandsteine	120-200 [1] 60-250 [2]	12-20 [1] 7-20 [2]	20-70 [1] 10-70 [2]
sonstige Sandsteine	30- 80 [1] 15-150 [2]	3-15 [1]	5-30 [1]
dichte Kalksteine	80-180 [1]	6-15 [1]	60-90 [1] 15-80 [2]
sonstige Kalksteine	20-90 [1]	5-8 [1]	40-70 [1] 5-20 [2]
[1]=[Schubert 1998], [2]=[Warnecke 1995]			

Tabelle 2-2 Anhaltswerte mechanischer Eigenschaften verschiedener Natursteine

2.1.2.1 Mechanische Eigenschaften ausgewählter Natursteine

In diesem Abschnitt werden, aus Verfügbarkeitsgründen, die mechanischen Eigenschaften ausgewählter Sandsteine, einschließlich der dazugehörigen Spannungs-Dehnungslinien, vorgestellt. Wichtige mechanische Eigenschaften verschiedener Natursteine werden am Ende des Abschnitts aus verschiedenen Quellen in einer Tabelle zusammengeführt. Ausführliche Veröffentlichungen mechanischer Eigenschaften von Sandsteinen finden sich vor allem im Zusammenhang mit dem Themenbereich Steinkonservierung und –erhaltung. In [Alfes 1994] werden mechanische Eigenschaften verschiedener Sandsteinvarietäten vorgestellt, die hier beispielhaft wiedergegeben werden. Weitere ausführliche Informationen zu anderen Sandsteinen, vor allem aus dem süddeutschen Raum, können [Schuh 1987] entnommen werden. Untersucht wurden:

Obernkirchner Sandstein (Quarzsandstein, Quarzanteil > 75 %)

Burgpreppacher Sandstein (Quarzsandstein, Quarzanteil > 75 %)

Rüthener Sandstein (Grünsandstein, Quarzanteil > 75 %)

Ebenheider Sandstein (Quarzanteil zwischen 50 % und 75 %)

Maulbronner Sandstein (Quarzanteil zwischen 50 % und 75 %)

Sander Sandstein (Schilfsandstein, Quarzanteil zwischen 50 % und 75 %)

Schleeriether Sandstein (Quarzanteil zwischen 50 % und 75 %)

Saaler Sandstein (karbonatisch gebunden, Quarzanteil 17 %)

In Abbildung 2-1 sind Druckspannungs-Dehnungslinien von lufttrockenen, bruchfrischen Sandsteinen, geprüft an Zylindern ($h/d=150/50$ mm), dargestellt.

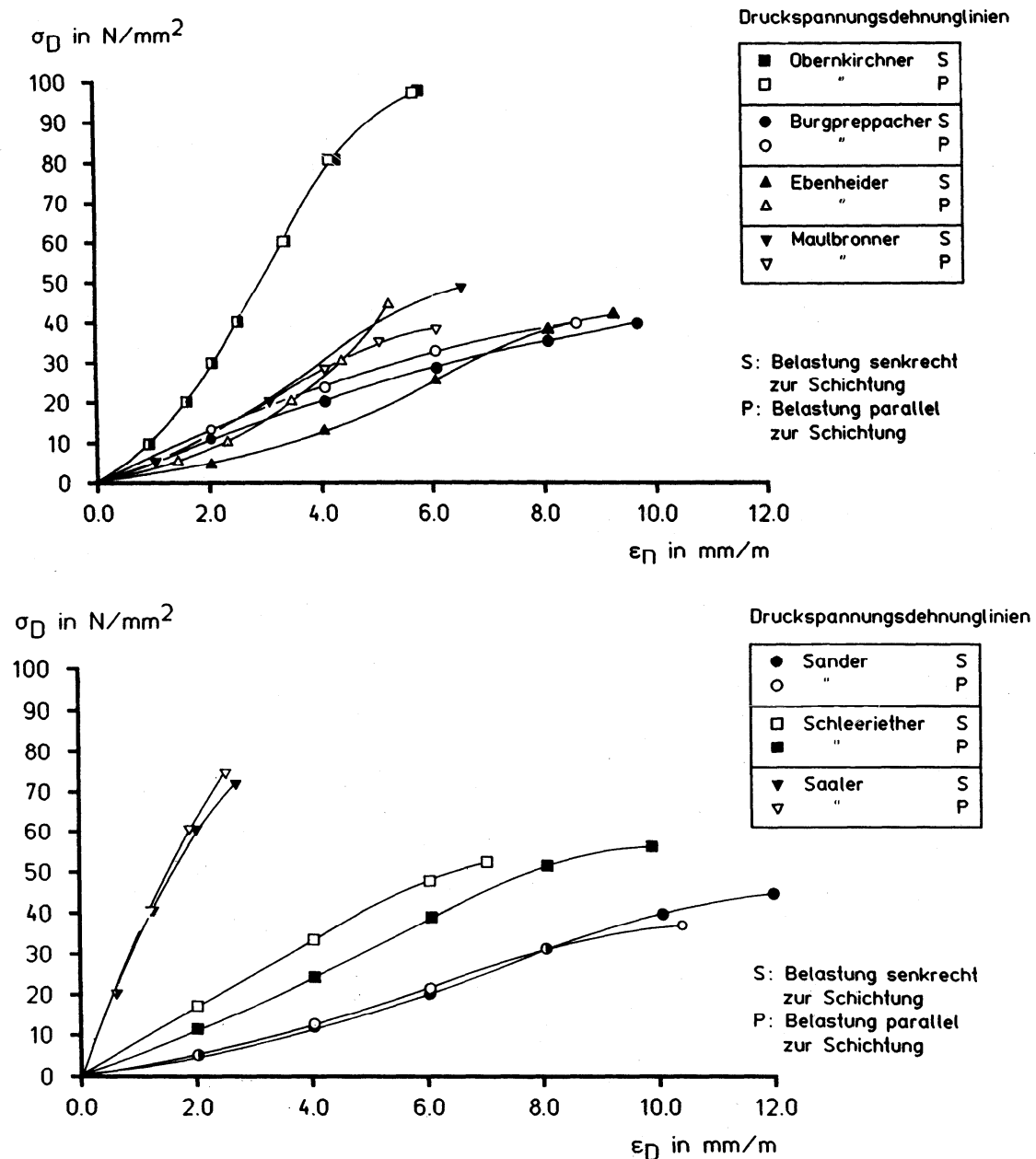


Abbildung 2-1 einaxiale Druckspannungs-Dehnungs-Linien verschiedener Sandsteine [Alfes 1994]

Die einaxialen Druckfestigkeiten liegen zwischen 30 und 100 MN/m². Die dazu gehörigen Stauchungen liegen zwischen 2,7 und 12 ‰ und sind damit größer als bei

Beton. Der Verlauf der Kennlinien ist konvex zur Abszisse oder S-förmig. Der S-förmige Verlauf wird von [Schuh 1987] als Gefügeverdichtung (konkaver Verlauf) mit darauffolgender einsetzender Mikrorissbildung gedeutet. Andere Autoren (z.B. [Bierwirth 1995]) führen dieses Phänomen (bei Mörtelprüfungen) ursächlich auf versuchstechnische Unzulänglichkeiten wie nicht ausreichend plan geschliffene Ausgleichsschichten zurück. Die Unterschiede in den Druckfestigkeiten parallel und senkrecht zur Schichtung liegen beim Maulbrunner Sandstein bei 10 MN/m², bei den anderen Steinen ist die Differenz deutlich geringer. Eine eindeutige Aussage, dass die Druckfestigkeiten senkrecht zur Schichtung generell größer sind, lässt sich nicht treffen. Das ist bei den Zugfestigkeiten anders, wobei die Zugfestigkeit parallel zur Schichtung generell größer ist.

In Abbildung 2-2 sind Zugspannungs-Dehnungs-Linien der verschiedenen Sandsteine dargestellt. Auffällig ist der teilweise erhebliche nichtlineare Verlauf mit hohen Rissdehnungen.

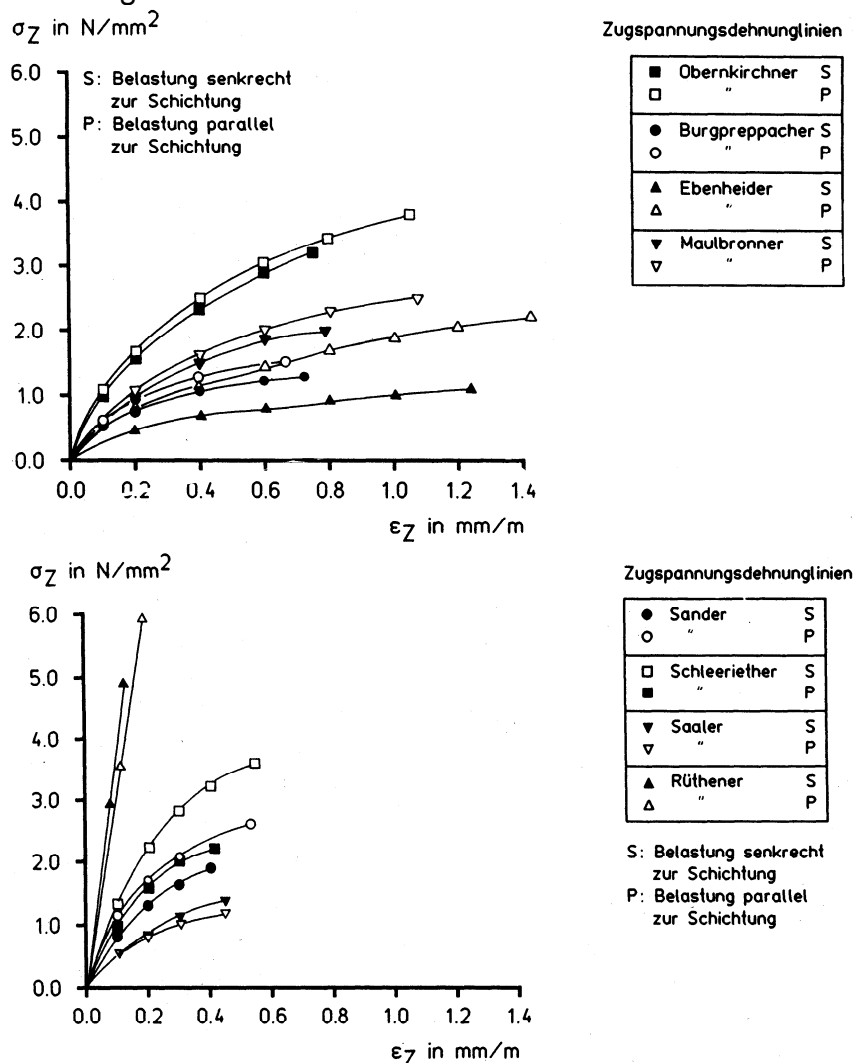


Abbildung 2-2 Zugspannungs-Dehnungs-Linien verschiedener Sandsteine [Alfes 1994]¹

¹ In den aus [Alfes 1994] entnommenen Abbildungen hat sich ein Bezeichnungsfehler eingeschlichen: die Linien von Sander und Saaler Sandstein wurden vertauscht.

Das Verhältnis von Druckfestigkeit zu Zugfestigkeit für Sandsteine $f_{c,st}/f_{t,st}$ liegt zwischen 30:1 und 15:1 [Schießl 1991], und ist damit höher als bei Normalbeton mit einem Verhältnis von ungefähr 10:1.

Die Querdehnzahlen ν_{st} werden in Größenordnungen zwischen 0.01 und 0.09 angegeben. Sie liegen damit deutlich unter denen von Betonen und Mörteln.

Bei der Bewertung der E-Moduln muss zwischen unterschiedlichen Messverfahren unterschieden werden. Der dynamische E-Modul E_{dyn} , gemessen mittels Resonanzfrequenzmethode oder Schalllaufzeitverfahren, gibt die Steigung der Spannungs-Dehnungslinie im Ursprung an. Der statische E-Modul E_{stat} wird als Sekantenmodul bei $1/3$ der Maximalspannung bestimmt.

Nach [Alfes 1994] gilt für oben genannte Sandsteine folgender Zusammenhang:

$$E_{stat} = 0.49 \cdot E_{dyn}. \quad (2-1)$$

[Schuh 1987] unterscheidet zudem einen E-Modul der weicheren Anfangsphase und einen bis zum Bruch nahezu konstante E-Modul in der stabilen Phase.

Ein allgemeingültiger, funktionaler Zusammenhang zwischen E-Modul und Druckfestigkeit lässt sich nicht herstellen. Der statische Zug-E-Modul ist etwas geringer als der jeweilige statische Druck-E-Modul. Bei Beton liegen die E-Moduln bei vergleichbaren Festigkeiten erheblich höher.

In Tabelle 2-3 sind wichtige mechanische Eigenschaften verschiedene Steinvarietäten aus unterschiedlichen Quellen zusammengeführt.

Varietät		Schichtung	Druckfestigkeit f_c	Zugfestigkeit f_t	statische Druck-E-Modul Estat	dynamischer E-Modul Edyn	Querdehnzahl ν	Quelle
Handelsname	Klassifikation		MN/m ²	MN/m ²	MN/m ²	MN/m ²	-	
Obernkirchner Sandstein	kieselig geb. Sandstein	└ 	97 96	3,2 3,8	12200 12300	18500 17300	0,026 0,02	[Alfes 1994]
Burgpreppacher Sandstein	Quarzsandstein	└ 	39 40	1,3 1,5	5700 7000	15300 16500	0,032 0,018	[Alfes 1994]
Rüthener Sandstein	Quarzsandstein	└ 	34 30	1,4 1,2		11100 11200		[Alfes 1994]
Ebenheider Sandstein	tonig-ferritisch gebundener Sandstein	└ 	41 44	1,1 2,2	4100 7900	6700 12400	0,045 0,085	[Alfes 1994]
Maulbrunner Sandstein	tonig-ferritisch gebundener Sandstein	└ 	48 38	2,0 2,5	5900 4900	10200 10100	0,032 0,047	[Alfes 1994]
Sander Sandstein	tonig-gebundener Sandstein	└ 	44 37	1,9 2,6	3600 3600	11200 12500	0,016 0,012	[Alfes 1994]
Schleeriether Sandstein	tonhaltiger Sandstein	└ 	56 52	2,2 3,6	5000 7200	14300 20100	0,034 0,031	[Alfes 1994]
Roter Mainsandstein	tonhaltiger Sandstein	└	60-103	0,5-4,8	11600 - 20000 ¹⁾			[Schuh 1987]
Grüner Mainsandstein	tonhaltiger Sandstein	└	22-60	0,2-3,0	4100-8700 ¹⁾			[Schuh 1987]
Weißer Mainsandstein	tonhaltiger Sandstein	└	44-68	0,5-2,4	9400-15000 ¹⁾			[Schuh 1987]
Roter Wesersandstein Arolsen		└	64-91		8600-12400		0,02-0,27	[Minna meyer 1995]
Lechbrucker Sandstein	Karbonat-Sandstein	└	31-37	0,6-1,8	6900-8700 ¹⁾			[Schuh 1987]
Regensburger Grünsandstein	Karbonat-Sandstein	└	28-53	1,9-3,2	10000-22000 ¹⁾			[Schuh 1987]
Saaler Sandstein	Kalkstein	└ 	71 74	4,9 5,9	22400 22500	45300 48900	0,062 0,031	[Alfes 1994]
Krensheimer Muschelkalk	Biomikrit	└	31-36	2,8-3,7 ²⁾		24500		[Metz 1992]
Baumberger Sandstein	Biomikrit	└	36-50	2,5-3,1 ²⁾		17500		[Metz 1992]
Basalttuff Var.3 Löwenburg KS	Lapillituff	└	16.5		5996			[BuB 1986]
Ettringer Tuff	Phonlithtuff	└	20-26	0,9	8200			[Sydertz 1986]
Römer Tuff	Trachyttuff	└	7-10	1,1	8400			[Sydertz 1986]

¹⁾ E-Modul der stabilen Phase

²⁾ als Haftzugfestigkeit bezeichnet, nach Versuchsaufbau aber einaxiale Zugfestigkeit

Tabelle 2-3 mechanische Eigenschaften verschiedener Natursteinvarietäten

2.1.3 Schlussfolgerungen für Materialmodell der Natursteine

Die zulässigen Grundwerte der Druckspannungen σ_0 für Natursteinmauerwerk nach [DIN 1053-1] liegen für Natursteine ($\beta_{d,St} \geq 20 \text{ MN/m}^2$) und Mörtel der MGr.I- MGr.IIa zwischen $\sigma_0 = 0.2 \text{ MN/m}^2$ und $\sigma_0 = 5.5 \text{ MN/m}^2$. Bei der Annahme eines Sicherheitsbeiwertes $\gamma=5$ ergeben sich Mauerwerksdruckfestigkeiten, die maximal 60% der Steindruckfestigkeit betragen. Sieht man vom S-förmigen Spannungs-Dehnungsverlauf ab, werden Bereiche großer Nichtlinearitäten für Natursteine im Mauerwerk nur selten berührt. Aus diesem Grund wird für alle Natursteine in der vorliegenden Arbeit vereinfachend linear-elastisches Materialverhalten angenommen. Die Auswirkungen der unterschiedlichen Festigkeiten und E-Moduln senkrecht und parallel zur Schichtung werden vernachlässigt. Es wird isotropes Materialverhalten angenommen.

Für die Parameterstudie in Kapitel 7 werden an dieser Stelle vier unterschiedliche Natursteine, mit definierten Eigenschaften in Anlehnung an die Angaben aus Tabelle 2-3, festgelegt. Die Druckfestigkeit orientiert sich dabei an der Druckfestigkeit senkrecht zur Schichtung $f_{c,St\perp}$. Mauerwerk unter zentrischer Druckbeanspruchung versagt durch vertikale Risse. Deshalb werden für die einaxiale Zugfestigkeit die entsprechenden Werte parallel zur Schichtung $f_{t,St\parallel}$ angenommen. Die Erwartungswerte für E-Moduln E_{St} orientieren sich an einem mittleren Wert zwischen E_{dyn} und E_{stat} .

Steinart	$f_c \text{ [MN/m}^2\text{]}$	$f_t \text{ [MN/m}^2\text{]}$	$E \text{ [MN/m}^2\text{]}$	$\nu \text{ [-]}$
Quarzsandstein	100	4.0	15000	0.03
tonig gebundener Sandstein	40	2.5	7500	0.03
Kalkstein	35	2.98	20000	0,05
Tuffstein	25.6	1.28	11900	0.18

Tabelle 2-4 Definition der mechanischen Eigenschaften ausgewählter Natursteine

Mauerwerk soll in dieser Arbeit dreidimensional modelliert werden. Dreiaxiale Festigkeitseigenschaften für Natursteine sind mir nicht bekannt. Aus diesem Grund werden in Kapitel 5.2.3.2 die unbekannten dreiaxialen Parameter durch bekannte, auf die einaxiale Druckfestigkeit normierte, Durchschnittswerte des Werkstoffes Beton ersetzt.

2.2 Mörtel

2.2.1 Zusammensetzung moderner und historischer Mörtel

Mörtel besteht aus Zuschlag, Bindemittel und Wasser und gegebenenfalls aus Zusatzstoffen und Zusatzmitteln. Als Zuschlagstoffe werden Sande verwendet. Der Größtkorndurchmesser darf für heutige Mörtel 4 mm nicht überschreiten [Pohl 1992]. In historischen Kalkmörteln wurden zum Teil deutlich größere Kornfraktionen gefunden [Schäfer 1989]. Als Bindemittel kommen für moderne Mörtel Luftkalk, Wasserkalk, hydraulischer Kalk, hochhydraulischer Kalk, Putz- und Mauerbinder und Zement oder Mischungen in Frage. Historische Mörtel enthalten vor allem Luft- oder Wasserkalk. Die Art und Menge der Bindemittel ist maßgebend für die Art und den Verlauf der Erhärtung sowie für die Druckfestigkeit. Das Mischungsverhältnis beträgt für moderne Mörtel etwa 1 Raumteil Bindemittel auf 3-4 Raumteile (RT) Sand. In [Schäfer 1991] wird von historischen Mörteln mit Mischungsverhältnissen bis zu 1 RT Kalk auf 3-8 RT Sand berichtet.

Bindemittel	Erhärtung		Druckfestigkeit nach 28 d
	Art	Verlauf	
Luftkalk	karbonattisch	sehr langsam bis langsam	sehr klein ca. 1-2 N/mm ²
Wasserkalk	hydraulisch		
hydraulischer Kalk	karbonattisch		
Luftkalk/Wasserkalk und Zement	hauptsächlich hydraulisch	mittel bis schnell schnell	mittel ca. 2 -10 N/mm ²
Hochhydraulischer Kalk / PM-Binder mit oder ohne Zement			
Zement	hydraulisch		mittel bis sehr hoch ca. 10-30 N/mm ²

Tabelle 2-5 Erhärtung und Druckfestigkeit von Mörtel in Abhängigkeit der Bindemittelart nach [Pohl 1992]

Zusatzstoffe und Zusatzmittel können zur Verbesserung von verschiedenen Mörtel-eigenschaften ebenfalls enthalten sein. Als historische Zusatzmittel wurden Tierhaare, Stroh, Hanf und Kasein nachgewiesen. Kasein vermindert den Wasserbedarf, erhöht die Haftung auf dem Untergrund erheblich und wurde zumeist in Putzmörteln eingesetzt [Wisser 1988]. Puzzolane, Trass und Ziegelsteinreste dienten als Zusatzstoffe um hydraulische Eigenschaften zu wecken.

2.2.2 Mörtelgruppen nach DIN 1053

Die [DIN 1053-1] *Mauerwerk - Berechnung und Ausführung* unterscheidet für Normalmörtel fünf verschiedene Mörtelgruppen. In der folgenden Tabelle sind die Anforderungen an die Druckfestigkeit für die Einordnung in die jeweilige Mörtelgruppe wiedergegeben:

1	2	3	4
Mörtelgruppe	Mindestdruckfestigkeit im Alter von 28 Tagen Mittelwert		Mindesthaftscher- festigkeit im Alter von 28 Tagen
Normalmörtel	bei Eignungs- prüfungen ¹⁾ N/mm ²	bei Güte- prüfungen N/mm ²	Mittelwert bei Eignungsprüfung N/mm ²
I	—	—	—
II	3,5	2,5	0,10
Ila	7	5	0,20
III	14	10	0,25
IIla	25	20	0,30
¹⁾ Richtwert bei Werkmörtel, Messungen an Prismen und in der Fuge			

Tabelle 2-6 Anforderungen an Normalmörtel (Tab. A.2 [DIN 1053-1])

Die Güteprüfungen sind für Rezeptmörtel vorgesehen, die in ihrer Zusammensetzung der Tabelle A1 nach [DIN 1053-1] entsprechen. Die Eignungsprüfungen sind vorgesehen bei anderen Mörtelzusammensetzung, Benutzung von Zusatzmittel und anderen Einschränkungen.

An Mörtel der Mörtelgruppe I werden keinerlei Anforderungen gestellt. Historische Mörtel werden in der Regel dieser Gruppe zugeordnet.

2.2.3 Prüfverfahren für Druckfestigkeit

Die Tragfähigkeit von Mauerwerk wird von der Mörteldruckfestigkeit $f_{c,M\ddot{o}}$ beeinflusst. Im gewählten Materialmodell (Kapitel 5) wird als ein Eingangswert die einaxiale Druckfestigkeit benötigt, diese wird durch die gängigen Prüfverfahren jedoch nicht ermittelt.

Die technischen Regeln sehen zwei unterschiedliche Verfahren zur Bestimmung der Druckfestigkeit von Mörtel vor. Die [DIN 1053-1] verlangt für Güte- und Eignungsprüfungen die Druckfestigkeitsprüfung nach [DIN 18555-3] *Prüfung von Mörteln mit mineralischen Bindemitteln*.

Die Prüfung nach [DIN 18555-3] erfolgt an halben Mörtelprismen mit den Abmessungen $l/b/h \approx 80/40/40$ mm. Die Proben werden in Stahlschalungen hergestellt und mit starren Lastplatten geprüft.

Die Druckfestigkeiten aus den Versuchen an den Mörtelprismen sagen wenig über die tatsächliche Mörteldruckfestigkeit im Mauerwerk aus, weil der festigkeitsbeeinflussende Einfluss der wasserabsaugenden Steine unberücksichtigt bleibt. Für Eignungsprüfungen müssen aus diesem Grund zusätzlich die Druckfestigkeiten in der Lagerfuge nach der *Vorläufigen Richtlinie zur Ergänzung der Eignungsprüfung von Mauermörtel* [DGfM 1992] untersucht werden. Die vorläufige Richtlinie sieht zwei verschiedene Verfahren vor, das Würfeldruck- und das Plattendruckverfahren.

Im Würfeldruckverfahren werden die Proben zwischen Kalksandsteinen hergestellt. Über ein in die Fuge eingelegtes Gitter ergeben sich Probenformen mit

$l/b/h \approx 20/20/12$ mm. Diese Proben werden vollflächig in normalen Prüfmaschinen mit starren Lastplatten abgedrückt.

Im Plattendruckverfahren werden aus dem zwischen Kalksand-Referenzsteinen erhärteten Lagerfugenmörtel Proben mit den Abmessungen $l/b/h \approx 80/80/12$ mm gesägt. Diese Proben werden mit starren Lastplatten geprüft, deren Druckfläche mit $l/b = 40/40$ mm kleiner als die der Probenfläche ist.

Durch die Verwendung der starren Lastplatten entstehen an den oberen und unteren Rändern der Proben durch Querdehnungsbehinderungen festigkeitssteigernde Querdruckspannungen. Aus diesem Grund ist den drei genannten Verfahren gemeinsam, dass die ermittelte Druckfestigkeit nicht der einaxialen Druckfestigkeit entspricht. Die Ergebnisse der drei Prüfverfahren an identischen Mörteln sind sehr unterschiedlich und der Zusammenhang zur Mörtelfestigkeit im Mauerwerk mit anderen als den Referenzsteinen konnte bis heute nicht hergestellt werden. Untersuchungen in [Bierwirth 1994] an einem Mörtel der MGr II ergeben für das Würfeldruckverfahren 4.6-fach, für das Plattendruckverfahren 10.7-fach höhere Festigkeiten als die der Normprüfung am Prisma!

Die einaxiale Druckfestigkeit, die für das gewählte Materialmodell erforderlich ist, lässt sich prinzipiell auf zwei verschiedene Arten ermitteln. Bei der Prüfung mit starren Lasteinleitungsplatten ist das Verhältnis der Probenschlankheit h/d entscheidend für die erreichbare Druckfestigkeit. Je gedrungener der Probekörper, umso höhere Festigkeiten werden erreicht. Erst ab einer Probenschlankheit von $h/d > 2 - 3$ wird die tatsächliche einaxiale Druckfestigkeit erreicht. Für Beton gibt [Schickert 1981] Formfaktoren für die Umrechnung an, für Mörtel hat [Rustmeier 1982] den Einfluss der Probengröße untersucht. [Bierwirth 1995] gibt als Umrechnungsfaktor für die Umrechnung der Prismenfestigkeit nach [DIN 18555-3] $f_{c, \text{Norm}}$ auf die einaxiale Druckfestigkeit ohne den wasserabsaugenden Einfluss $f_{c, \text{Norm}, h/d > 3}$ folgende Gleichung an

$$f_{c, \text{Norm}, h/d > 3} = 0.79 f_{c, \text{Norm}} \quad (2-2)$$

Der festigkeitsbeeinflussende Einfluss durch die wasserabsaugenden Steine wird damit nicht berücksichtigt. Festigkeiten aus Proben mit Probenschlankheiten $h/d < 2$ können somit nicht die einaxialen Mörtelfestigkeiten in der Fuge wiedergeben.

[Bierwirth 1995] ermittelt die tatsächlich im Mauerwerk vorhandene einaxiale Druckfestigkeit $f_{c, \text{Mö}}$, indem er Mörtelproben aus Lagerfugen in einer Prüfmaschine mit Belastungsbürsten verwendet. Dadurch entstehen keine Querdehnungsbehinderungen an den belasteten Rändern, somit keine festigkeitssteigernden Querdruckspannungen und er erhält, unabhängig von der Probengeometrie, die einaxiale Druckfestigkeit $f_{c, \text{Mö}}$ unter Berücksichtigung des Saugeffektes der Steine.

Das Saugverhalten verschiedener Steine kann sehr unterschiedlich sein, so dass für einen identischen Mörtel die ermittelten Druckfestigkeiten erheblich differieren. [Bierwirth 1995] berichtet von Mörtelproben der MGr II a, die bei Kalksandsteinen zu einem Festigkeitsanstieg gegenüber der, um den Einfluss der Probenschlankheit korrigierten, Normprismenfestigkeit $f_{c, \text{Norm}, h/d > 3}$ auf 1.3 bis 2.1-fachen Werte führen; für Hochlochziegel auf 3 bis 3.9 -fachen Werte.

Die Festigkeitssteigerung für diese zementgebundenen Mörtel erklärt sich folgendermaßen:

Der Mörtel hat einen höheren w/z -Wert ($w/z > 0.7$) als für die vollständige Hydratation ($w/z \approx 0.4$) benötigt wird. Die Steine saugen Wasser auf, relativ schnell füllen sich größere Steinporen, langsamer wird Wasser durch kapillare Wirkung entzogen. Vor dem Erstarrungsbeginn entzogenes Wasser bewirkt durch das Gewicht der obenliegenden Steine eine Art Nachverdichtung des Mörtels mit erhöhten Festigkeiten. In der Betontechnologie wird dieses Phänomen bei der Herstellung von Vakuumbeton genutzt. Nach dem Erstarrungsbeginn entzogenes Wasser hat keine festigkeitssteigernde Wirkung mehr. Wird vor dem Erstarrungsbeginn der w/z -Wert auf unter 0.4 vermindert, kann der Zement nicht mehr vollständig hydratisieren, so dass die Festigkeit abnimmt. Aus diesem Grund muss der Mörtel ein ausreichendes Wasserrückhaltevermögen besitzen.

Natursteinmauerwerk ist meist mit kalkgebundenen Mörtel erstellt. Aber auch hier ist eine Festigkeitssteigerung vorstellbar. Durch die Nachverdichtung ursprünglich mit Wasser gefüllter Poren ist sie für Kalkmörtel wahrscheinlich sogar größer als für hydraulisch abbindende Mörtel, da das Erstarren sehr viel langsamer abläuft. Der Erstarrungsprozess und der Einfluss des Wassers soll an dieser Stelle kurz beschrieben werden.

Zunächst verfestigt sich der Mörtel durch Trocknung, wobei sich Kalkhydratplättchen aneinanderlegen. Diese Festigkeitsentwicklung ist der von Tonen und Lehen ähnlich. Danach beginnt der Karbonatisierungsprozess. Das gelöschte Kalkhydrat $\text{Ca}(\text{OH})_2$ reagiert im Mörtel mit Wasser H_2O und Kohlendioxid CO_2 (= Kohlensäure H_2CO_3) zu Kalkstein CaCO_3 und Wasser. Die Karbonatisierung kann nur in dem Maße erfolgen, indem Kohlendioxid in die Mörtelporen einzudringen vermag und sich hier mit Feuchtigkeit (Anmachwasser und ausscheidendes Hydratwasser) zu Kohlensäure umsetzt. Durch zu langsames Austrocknen wird infolge eines Feuchtigkeitsrückstaus das Eindringen von Kohlendioxid verhindert. Zu schnelles Austrocknen stoppt ebenfalls die Karbonatisierung, weil sich keine Kohlensäure mehr bilden kann. Werden wieder optimale Verhältnisse zwischen Wasser- und Bindemittelgehalt erreicht, geht der Karbonatisierungsprozess weiter.

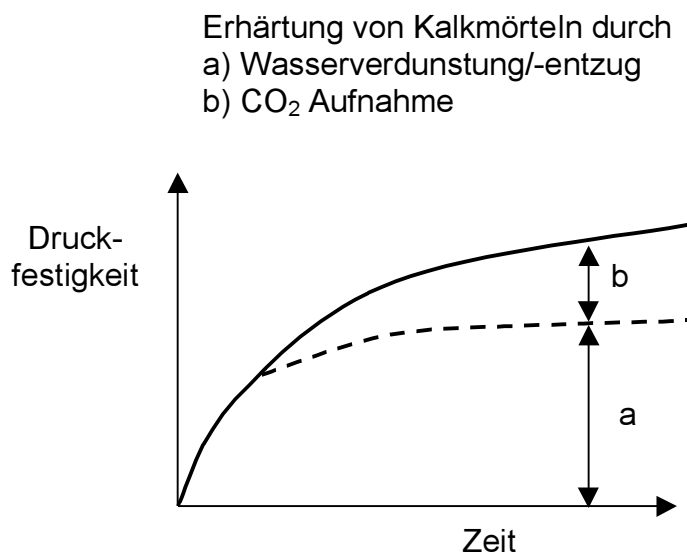


Abbildung 2-3 Erhärtung von Luftkalkmörteln nach [Bertoldi 1988]

An Abbildung 2-3 erkennt man den großen Anteil des Trocknungsprozesses an der Gesamtfestigkeit.

2.2.4 Mechanische Eigenschaften kalkgebundener Mörtel

Die Endfestigkeit von kalkgebundenen Mörteln wird im Mauerwerk erst nach Jahren erreicht. Um die mechanischen Eigenschaften verschiedener Mörtel von unterschiedlichen Autoren miteinander vergleichen zu können, müssen Prüfalter und Prüfmethode mit in Betracht gezogen werden. In Abbildung 2-4 ist qualitativ der Verlauf der Festigkeitsentwicklung von Mörtel der Mörtelgruppen I, II und III dargestellt. Danach ist zu vermuten, dass Mörtel der MGr I auch nach einem Jahr noch nicht seine Endfestigkeit erreicht hat.

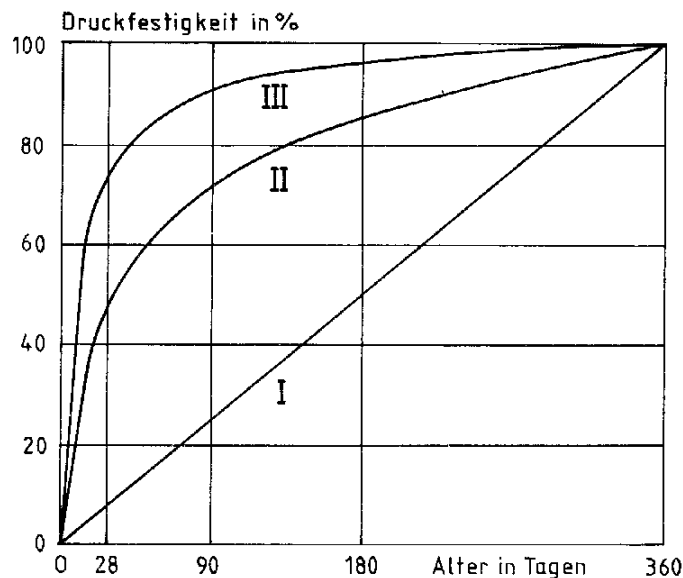


Abbildung 2-4 Festigkeitsentwicklung von Mörtel der verschiedenen Mörtelgruppen [Häring 1990]

In Abbildung 2-5 ist das Spannungs-Dehnungsverhalten eines Kalkmörtels dargestellt [Schäfer 1991]. Die Probe war zum Zeitpunkt der Prüfung 52 Wochen alt. Die Probengeometrie betrug $l/b/h=20/20/80$ mm. Die Proben wurden liegend (!) zwischen zwei Sandsteinplatten hergestellt. Die Belastung erfolgte in Höhenrichtung. Lineares Verhalten ist bis ca. 40 % der einaxialen Druckfestigkeit $f_{c,M\ddot{o}}$ zu beobachten. Nach Erreichen der einaxialen Druckfestigkeit $f_{c,M\ddot{o}}$ verhält sich der Mörtel nahezu idealplastisch. Die Spannung fällt mit wachsender Stauchung sehr langsam ab. Die Querdehnzahl $\nu_{M\ddot{o}}$ erhöht sich von $\nu_{M\ddot{o}} \approx 0.1 - 0.2$ auf Werte $\nu_{M\ddot{o}} \geq 0.5$.

In [Schäfer 1991] werden Spannungs-Dehnungs-Linien für Mörtel nach historischen Mischungen aus verschiedenen Bindemitteln bei gleichen Mischungsverhältnissen untersucht. Dabei steigt die einaxiale Druckfestigkeit $f_{c,M\ddot{o}}$ mit zunehmendem Anteil an hydraulische Phasen im Bindemittel an. Die Dehnung $\varepsilon_{p,fc}$ bei Erreichen der einaxialen Druckfestigkeit $f_{c,M\ddot{o}}$ liegt zwischen 1.2 ‰ und 1.8 ‰ . Während sich niederfester Sumpfkalkmörtel bei großen plastischen Dehnungen fast idealplastisch verhält, verringert sich das plastische Dehnverhalten für Mörtel mit größerer Druckfestigkeit $f_{c,M\ddot{o}}$, das Material wird spröder.

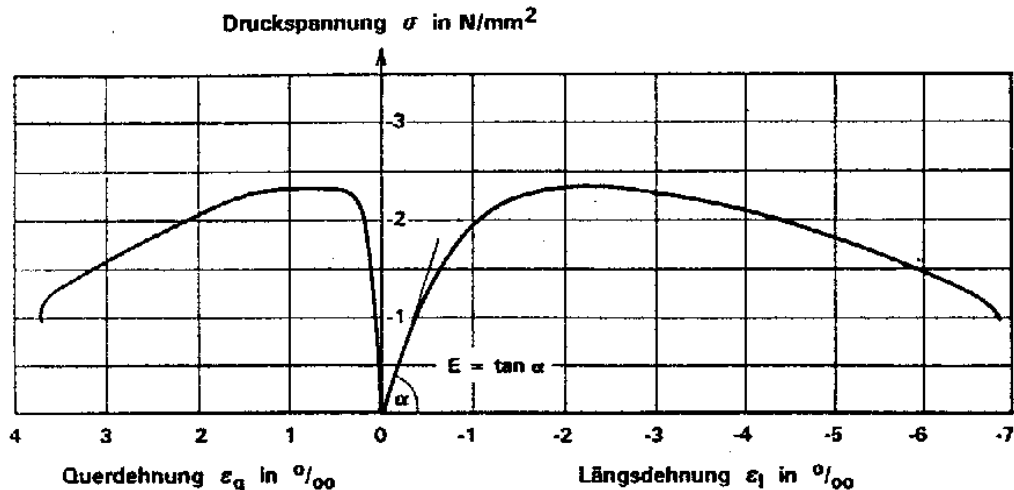


Abbildung 2-5 Spannungs-Dehnungs-Diagramm eines Kalkmörtels
[Schäfer 1991]

In Abbildung 2-6 sind Druckfestigkeiten und E-Moduln verschiedener Mörtel der Mörtelgruppen I und II aus verschiedenen Veröffentlichungen zusammengestellt. Bei allen Mörteln entspricht die Kalkmenge mindestens 50 % des Bindemittelanteiles, alle Proben mit Ausnahme von [Franken 1993] sind zum Zeitpunkt der Prüfung vollständig karbonatisiert. Bei Druckfestigkeiten $f_{c,M\ddot{o}} > \text{ca. } 2 \text{ MN/m}^2$ sind in den Bindemitteln hydraulische Phasen enthalten.

Die ermittelten Prismendruckfestigkeiten von [Bierwirth 1995] und [Warnecke 1995] werden mithilfe von Gl.(2-2) auf die einaxiale Druckfestigkeit umgerechnet. Bei [Franken 1993] und [Schäfer 1991] wurden Druckfestigkeit und E-Modul (als Sekantenmodul bei 1/3 der Bruchlast) an hochkant stehenden Prismen mit den Abmessungen $l/b/h = 20/20/80 \text{ mm}$ ermittelt. Die Prismen wurden allerdings liegend zwischen Sandsteinplatten hergestellt, so dass die Belastungsrichtung im Versuch nicht der Belastungsrichtung in der Lagerfuge entspricht.

Um einen funktionalen Zusammenhang zwischen E-Modul $E_{M\ddot{o}}$ und einaxialer Druckfestigkeit $f_{c,M\ddot{o}}$ der hier zusammengestellten Mörtel zu erhalten, wird als Regressionsansatz eine Potenzfunktion gewählt. Die ermittelte Regressionsfunktion lautet:

$$E_{M\ddot{o}} = 2667 \cdot f_{c,M\ddot{o}}^{0.72} \quad (2-3)$$

[Bierwirth 1995] untersucht Mörtel der MGr II und III und ermittelt die E-Moduln im Zusammenhang mit der Druckfestigkeitsprüfung an Proben aus Lagerfugen unter Belastungsbürsten. Er ermittelt E-Moduln, die rund 1/3 unterhalb denen der Normprüfung bleiben. Er vermutet Zusammenhänge zwischen Steinsaugverhalten und Bindemitteltransport, kann diese Theorie aber nicht weiter verfolgen. Er ermittelt einen Regressionszusammenhang von:

$$E_{M\ddot{o}} = 741 \cdot f_{c,M\ddot{o}}^{0.73} \quad (2-4)$$

Da auch in dieser Arbeit nicht geklärt werden kann, welche Gleichung den realistischeren Wert für den E-Modul des Fugenmörtels liefert, werden Gl.(2-3) und Gl.(2-4) als obere bzw. untere Schranken für Erwartungswerte verstanden.

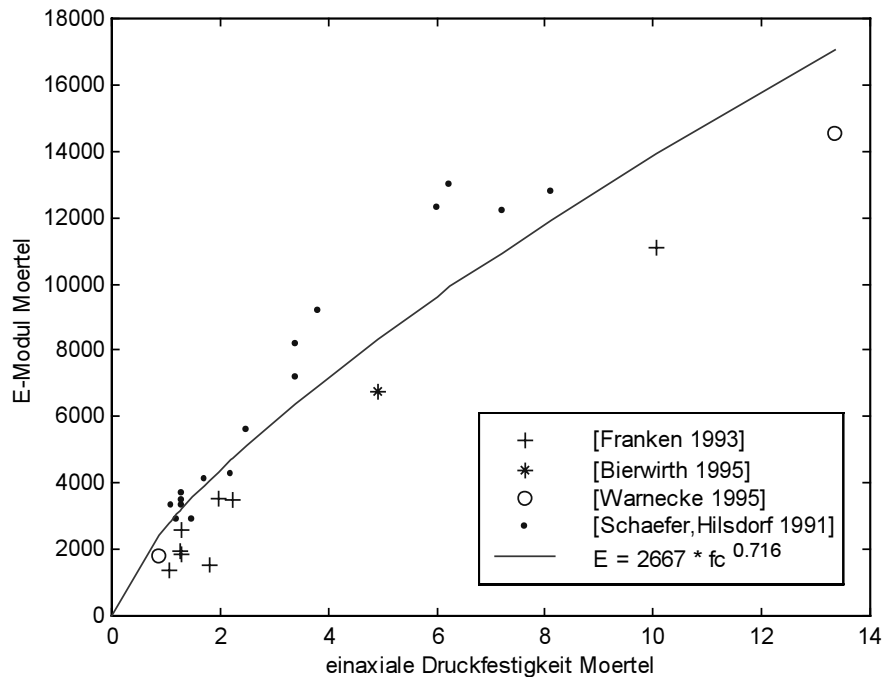


Abbildung 2-6 Zusammenstellung von Druckfestigkeiten und E-Moduln verschiedener Mörtel

Zu Querdehnzahlen ν und einaxialen Zugfestigkeiten f_t liegen für Kalkmörtel keine auswertbaren Veröffentlichungen vor, so dass für diese Schätzwerte in Anlehnung an Erfahrungen aus dem Betonbau verwendet werden. Nach [EC 2] (3.1.2.3) gelten für die einaxiale, zentrische Zugfestigkeit f_t folgende Zusammenhänge:

aus Spaltzugfestigkeit $f_{t,sp}$

$$f_t = 0.9 \cdot f_{t,sp} \quad (2-5)$$

aus Biegezugfestigkeit $f_{t,fl}$

$$f_t = 0.5 \cdot f_{t,fl} \quad (2-6)$$

aus einaxialer Druckfestigkeit f_c

$$f_t = 0.3 \cdot f_c^{2/3} \quad (2-7)$$

Die Anwendung bei kleinen Druckfestigkeiten erscheint problematisch, da für die Gln.(2-5)- (2-7) Druckfestigkeiten $f_c > 10 \text{ MN/m}^2$ und Probenabmessungen mit einer kleinsten Dicke von 10 cm zugrunde liegen. Aus diesem Grund werden in dieser Arbeit die einaxialen Zugfestigkeiten f_t auf maximal 15 %, minimal 5 % der einaxialen Druckfestigkeit $f_{c,M0}$ begrenzt.

2.2.5 Dreiaxiales Verhalten moderner Mörtel

[Bierwirth 1995] untersucht das dreiaxiale Verhalten von Mörteln der MGr. IIa und MGr. III. Es werden zylindrische Lagerfugenproben aus Kombinationen mit unterschiedlichen Steinen und Steinfeuchten benutzt. Die Vertikalspannung σ_v wird in die Probekörper über Bürsten, die Radialspannung σ_r über eine Gummimembran

eingeleitet. Für vier verschiedene Spannungsverhältnisse $\sigma_r/\sigma_v = 0, 0,05, 0,15$ und $0,30$ werden Spannungs-Dehnungs-Kurven ermittelt.

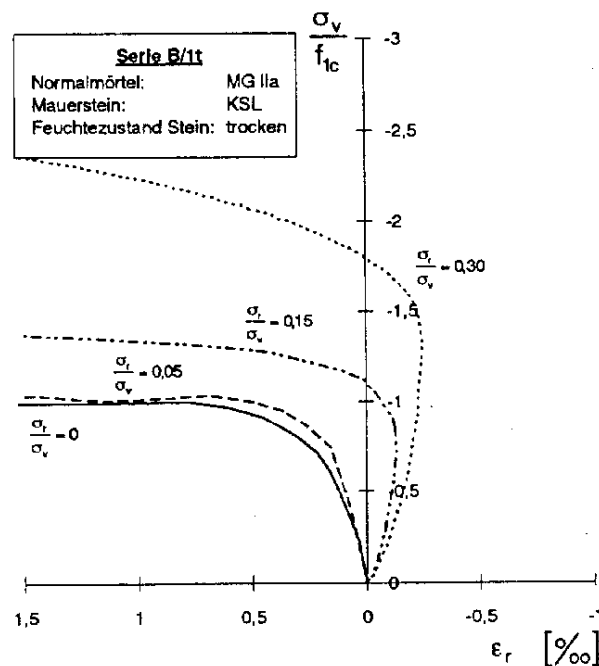
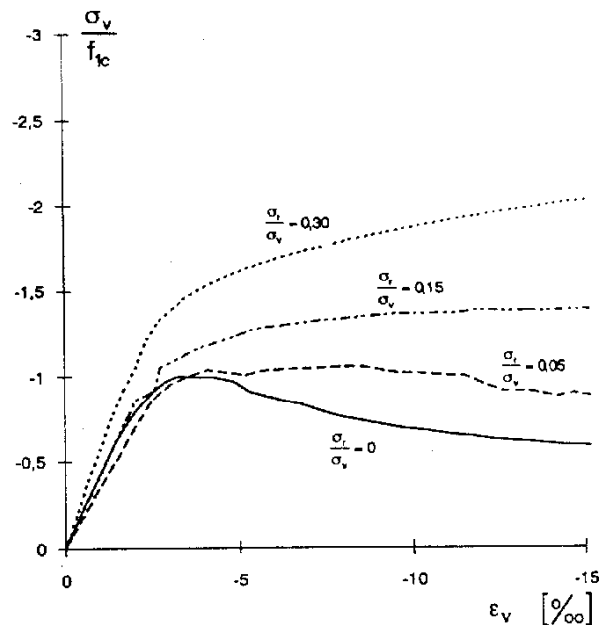


Abbildung 2-7 Mittlere Spannungs-Dehnungs-Linien Normalmörtel MG II a zwischen trockenen Kalksandsteinen (KSL) [Bierwirth 1995]

In Abbildung 2-7 sind beispielhaft für einen Normalmörtel MGr. IIa die Zusammenhänge zwischen Vertikalspannung σ_v und Vertikaldehnung ϵ_v bzw. Radialdehnung ϵ_r unter verschiedenen Spannungsverhältnissen dargestellt. Die einaxiale Druckfestigkeit $f_{c,St}$ des zwischen Kalksandsteinen (KSL) erhärteten Mörtels beträgt $6,6 \text{ MN/m}^2$. Die gemessenen Spannungs-Dehnungs-Linien zeigen eine Zunahme der erreichbaren Maximalspannung σ_v und der zugehörigen Bruchstauchung mit

wachsenden Spannungsverhältnissen. Die Vertikalspannung σ_v kann bis auf die doppelte Größe der einaxialen Druckfestigkeit f_c gesteigert werden. Bei einem Spannungsverhältnis $\sigma_r/\sigma_v = 0.30$ wird bis zu einer Stauchung von $\varepsilon_v = 2.5\%$ (!) kein abfallender Ast für die Vertikalspannung σ_v erreicht. Gleichzeitig entstehen trotz Radialdruckes ($\sigma_r = 0.3\sigma_v$) Zugdehnungen in radialer Richtung.

Die Festigkeitszunahme der Normalmörtel durch Steigerung des Querdruckes ist nur etwa halb so groß wie bei Beton und von den Mörtelgruppen weitgehend unabhängig.

Dreidimensionale Druckspannungszustände herrschen auch im Inneren einer Lagerfuge. Sie verursachen Mauerwerksdruckfestigkeiten $f_{c,MW}$, die in der Regel höher als die dazugehörigen Mörteldruckfestigkeiten $f_{c,Mö}$ sind.

2.2.6 Aussagekraft von an Probekörpern ermittelter Mörtелеigenschaften

Für eine erfolgreiche numerische Simulation von experimentellen Mauerwerksversuchen sind möglichst zutreffende Eingangsparameter zu verwenden. Unabhängig von den Schlankheitseinflüssen der Probekörpergeometrie sind in Abbildung 2-8 Randbedingungen dargestellt, die die mechanischen Eigenschaften des Mörtels im Mauerwerk beeinflussen.

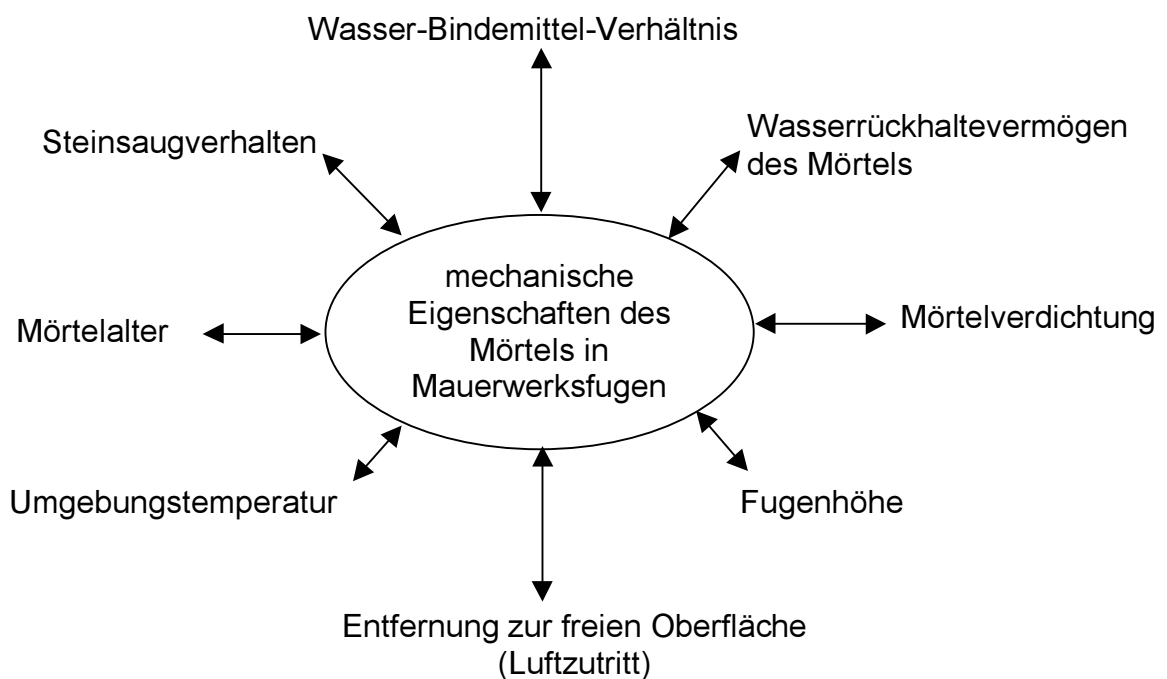


Abbildung 2-8 Einige Einflüsse auf mechanische Eigenschaften des Mörtels im Mauerwerk

Die an Probekörpern ermittelten Mörtелеigenschaften sind als Anhaltswerte zu verstehen, weil sie die meisten dieser Randbedingungen nicht oder nicht genau genug abbilden. Ihre Aussagekraft bezüglich der Mörtелеigenschaften im Mauerwerk scheint gering zu sein. Gleichzeitig ist auch in den Mauerwerksfugen eine nicht homogene Verteilung der mechanischen Eigenschaften über die Fugenhöhe, -länge und -tiefe zu vermuten.

Die Unsicherheiten in den Annahmen der Mörtel Eigenschaften erschweren die numerische Simulation von experimentellen Mauerwerksversuchen beträchtlich. Deshalb werden in der Parameterstudie (Kapitel 7) die einzelnen Parameter auf ihre Sensitivität hinsichtlich der Mauerwerksdruckfestigkeit $f_{c,MW}$ untersucht. Aus den dort erhaltenen Ergebnissen können Hinweise gewonnen werden, welche Mörtel Eigenschaften für das Tragverhalten von Mauerwerk so maßgebend sind, dass intensivere Bemühungen für deren genauere prüftechnische Ermittlung lohnen.

2.2.7 Schlussfolgerungen für Materialmodell für Mörtel

Die Mauerwerksdruckfestigkeit $f_{c,MW}$ wird von der Mörteldruckfestigkeit $f_{c,Mö}$ mitgeprägt. Im Lagerfugenmörtel ist aufgrund des mehraxialen Spannungszustandes eine deutliche Steigerung der Mörteldruckfestigkeit gegenüber der einaxialen Mörteldruckfestigkeit zu erwarten. Deshalb erscheint eine dreidimensionale Modellierung erforderlich, die den festigkeitssteigernden Einfluss von Querdruckspannungen simulieren kann. Der Mörtel zeigt ein nicht-lineares Spannungs-Dehnungs-Verhalten. Da die Mauerwerksdruckfestigkeit in der Regel erheblich höher als die Mörteldruckfestigkeit ist, muss das nicht-lineare Verhalten im Materialmodell abbildbar sein. Mit zunehmender Druckfestigkeit verringert sich das plastische Dehnvermögen des Mörtels. Die Berücksichtigung des plastischen Dehnvermögens erfolgt im Materialmodell (Kapitel 5) über die plastische Vergleichsdehnung $\bar{\varepsilon}_u^p$ für einen einaxialen Spannungszustand bei Erreichen der einaxialen Druckfestigkeit $f_{c,Mö}$.

Die Anpassung des dreidimensionalen Mörtelverhaltens geschieht im Zusammenhang mit der Erläuterung des Materialmodells in Kapitel 5.

In Kapitel 7 werden nach der Variation von Einzelparametern auch verschiedene Stein-Mörtel-Kombinationen untersucht. Für diese Untersuchungen werden hier fünf unterschiedliche Mörtel definiert, deren Eigenschaften aus den vorherigen Abschnitten abgeleitet sind.

Mörtelart	f_c [MN/m ²]	f_t [MN/m ²]	E [MN/m ²]	ν [-]	$\bar{\varepsilon}_u^p$ [‰]
M I	1.0	0.1	500	0.18	10
M IIu	5.0	0.5	2000	0.18	4
M IIo	5.0	0.5	10000	0.18	4
M IIIu	10.0	1.0	4000	0.18	2
M IIIo	10.0	1.0	15000	0.18	2

Tabelle 2-7 Definition der Eigenschaften ausgewählter Mörtel

2.3 Natursteinmauerwerksverbände

Die Steinbearbeitung hat maßgebenden Einfluss auf die Verbandsart. Die Palette der Steinbearbeitung verläuft von unbearbeiteten Feldsteinen, über weitgehend unbearbeiteten Bruchsteinen und spaltrauen Hausteinen zu mindesten fünfseitig behauenen Werksteinen. Demzufolge ist der benötigte Mörtelanteil am Gesamtvolumen des Mauerwerks groß bei Feld- oder Bruchsteinmauerwerk nach Abbildung 2-9. Die Fugen sind ungleichförmig und geneigt und teilweise ausgezwickelt. Regelmäßiges oder unregelmäßiges Schichtenmauerwerk wurde oft aus Hausteinen hergestellt. Mit zunehmendem Bearbeitungsgrad der Steine weist der Verband regelmäßige Schichtungen auf.

Quadermauerwerk (Abbildung 2-11) besteht in der Regel aus Werksteinen, die in ihrer höchsten Bearbeitungsstufe Quaderform besitzen. Der Verband ist gekennzeichnet durch gleichmäßige, dünne und horizontal verlaufende Lagerfugen und dünnen, vertikal verlaufenden Stoßfugen.



Abbildung 2-9 Feldsteinmauerwerk



Abbildung 2-10 Unregelmäßiges
Schichtenmauerwerk

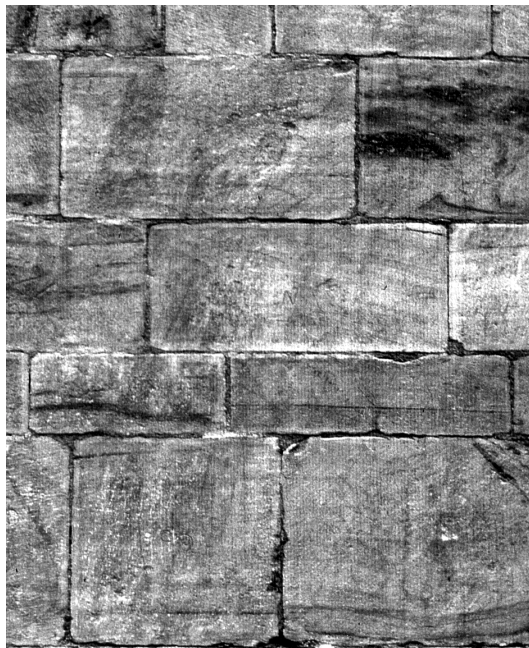


Abbildung 2-11 Quadermauerwerk

Je höher die Verbandsqualität, desto größer ist die Tragfähigkeit. Dies ist auch oft an historischen Gebäuden zu erkennen, bei denen Strebepfeiler oder Gebäudeecken in hochwertigem Quaderverband und weniger beanspruchte Wandflächen in minderwertigeren Verbänden ausgeführt wurden.

Die Wandquerschnitte historischer Mauerwerksbauten können mit bis zu 2 m Dicke beträchtliche Abmessungen annehmen. Der Verband in der Mauerwerksansicht sagt nichts über die Beschaffenheit des Verbandes im Mauerwerksquerschnitt aus.

Vielmehr muss bei Wanddicken $d > 50$ cm oft mit einem mehrschaligem Wandaufbau gerechnet werden. In der vorliegenden Arbeit ist die Mehrschaligkeit nicht Gegenstand der Untersuchungen. Hinweise zum Tragverhalten von mehrschaligen Wänden bieten die Arbeiten von [Warnecke 1995] und [Egermann 1995].

3 Tragverhalten und Bemessung von Natursteinmauerwerk

Mauerwerk wird planmäßig überwiegend durch Druckkräfte senkrecht zu den Lagerfugen beansprucht. Daneben treten aber auch Zug- und Schubkräfte auf. Für den Entwurf und Bemessung von Mauerwerksbauten stehen technische Regeln wie [DIN 1053-1] und [EC 6] zur Verfügung. Die Beurteilung von bestehendem Natursteinmauerwerk nach diesen Regeln ist nur in Ausnahmefällen möglich. Die Standsicherheit muss aus dem Zustand des Mauerwerks und dem eventuellen Schadensbild abgeleitet werden. Dazu sind Erkenntnisse zum Tragverhalten und Versagensmechanismus des 2-Komponentenwerkstoffes Mauerwerk notwendig. Modernes Mauerwerk aus industriell gefertigten Steinen und Mörteln (im weiteren als künstliches Mauerwerk bezeichnet) sowie historisches Mauerwerk können sich in für das Tragverhalten wesentlichen Eigenschaften beträchtlich unterscheiden.

	künstliches Mauerwerk	historisches Mauerwerk
mechanische Eigenschaften Stein	geringe Streuung	große Streuung
mechanische Eigenschaften Mörtel	geringe Streuung	große Streuung
Steingeometrie	gleichmäßige Quader	gleichmäßige Quader bis unregelmäßige Strukturen
Fugendicke	konstant "dünn"	konstant bis ungleichmäßig
Steinhöhe / Fughöhe	konstant	konstant bis ungleichmäßig
Richtung der Lagerfuge	horizontal	horizontal bis geneigt
Verband in der Ansicht	regelmäßig	regelmäßig bis regellos
Verband im Querschnitt	regelmäßig	regelmäßig bis regellos, einschichtig bis mehrschichtig

Tabelle 3-1 Gegenüberstellung verschiedener Eigenschaften von künstlichem und historischem Mauerwerk

Die Beurteilung des gemeinsamen Einflusses der in Tabelle 3-1 genannten Parameter auf das Tragverhalten von Mauerwerk ist bisher nur qualitativ gelungen. Eine quantitative, allgemeingültige Abschätzung auf die Größe der Versagensspannung von Natursteinmauerwerk erscheint aufgrund der Vielzahl von Einflüssen unmöglich. Die Berechnung der Druckfestigkeit von künstlichem Mauerwerk beruht aus der empirischen Auswertung von Druckversuchen [Mann 1997]. Für die Berechnung der Druckfestigkeiten von Natursteinmauerwerk existieren unter bestimmten Randbedingungen einige Ansätze. Zur Beurteilung der Güte dieser Ansätze ist die Kenntnis der mechanischen Zusammenhänge und Auswirkungen der Einflussparameter aus Tabelle 3-1 notwendig.

In den folgenden Abschnitten werden die verschiedenen Einflüsse auf die Spannungsverteilung und den resultierenden Versagensmechanismus separat vorgestellt und mechanisch begründet. Zuvor muss jedoch der grundsätzliche Versagensmechanismus von mineralischen Baustoffen unter Druckbeanspruchung betrachtet werden.

3.1 Grundsätzlicher Versagensmechanismus von mineralischen Baustoffen unter Druckbeanspruchung

Mineralische Baustoffe bestehen aus Körnern, die durch eine Bindemittelmatrix miteinander verbunden sind. Bei Beton sind die Körner ein Sand-Kies-Gemisch, bei Mörtel Sand und bei Sandsteinen Quarzminerale. Diese unterschiedlichen Zuschläge unterscheiden sich im wesentlichen in ihrem Durchmesser, gemeinsam ist ihnen jedoch, dass sie deutlich fester und steifer sind als die sie jeweils umgebende Bindemittelmatrix. Aus diesem Grund lassen sich die ausreichend erforschten Versagensmechanismen des Baustoffes Beton prinzipiell und qualitativ auf alle mineralischen Baustoffe übertragen. Allen mineralischen Baustoffen ist gemeinsam, dass ihre Zugfestigkeit 10 – 15 % der Druckfestigkeit nicht überschreitet.

Auf Druck beanspruchte mineralische Baustoffe versagen durch Risse parallel zur Richtung der Hauptdruckspannung. Ein Riss entsteht durch eine Zugspannung, welche die Zugfestigkeit des Baustoffes überschreitet. Zugspannungen in mineralischen Baustoffen entstehen auch bei reiner einaxialer Druckbeanspruchung, weil sich die Lasten im wesentlichen über das steifere Korngerüst abtragen und dadurch Umlenkungen der Drucktrajektorien verursachen. Bei üblichen Verhältnissen beginnen die Risse in der Bindemittelstruktur oder an der Kontaktfläche Zuschlag-Bindemittel. Bei Leichtbeton mit Zuschlägen, die eine geringere Festigkeit und Steifigkeit haben als die Zementmatrix, verlaufen die Risse durch die Zuschlagkörner. Die Rissentstehung ist ein kontinuierlicher Prozess, bei dem Mikrorisse zu Versagensrissen anwachsen. Diese Rissentwicklungen sind der Grund für das nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Verhalten. In Abbildung 3-1 ist das einaxiale Spannungs-Dehnungs-Diagramm von Beton dargestellt.

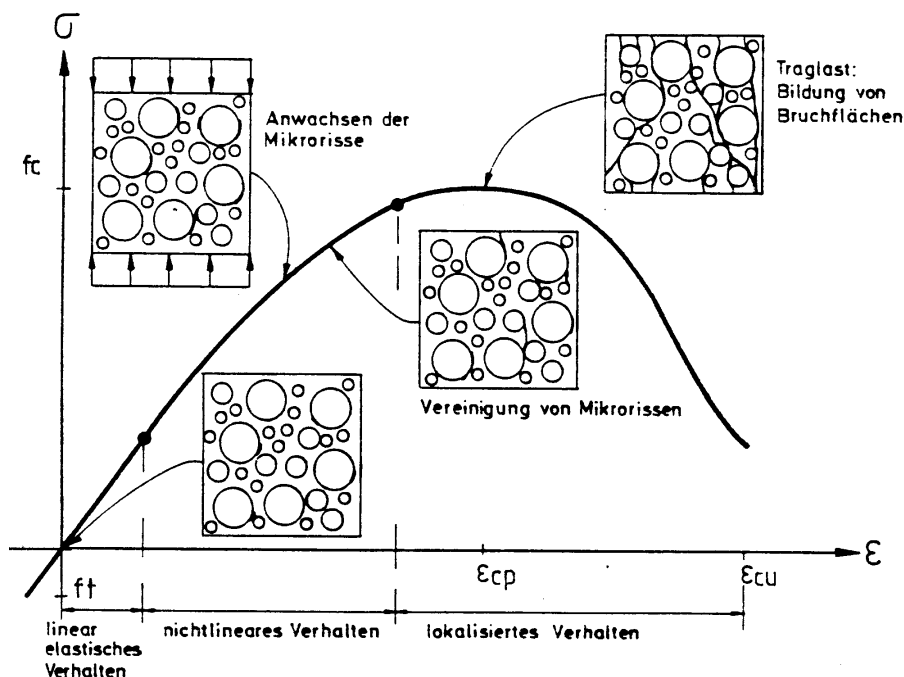


Abbildung 3-1 Einaxiales Spannungs-Dehnungs-Diagramm von Beton, in Anlehnung an [Mehlhorn 1996]

Der Verlauf der Rissentwicklung ist in Abbildung 3-1 eingetragen. Bei einaxialer Druckbeanspruchung versagt das Material mit Erreichen der Druckfestigkeit f_c durch

Risse parallel zu den Drucktrajektorien, bei einaxialer Zugfestigkeit mit Erreichen der Zugfestigkeit f_t durch Risse senkrecht zu den Zugtrajektorien. In Bauteilen herrscht in der Regel ein mehraxialer Spannungszustand. Das Versagen wird durch eine Hauptspannungskombination ausgelöst. In Abbildung 3-2 ist als rechnerisches, zweidimensionales Versagenskriterium eine Bruchumhüllende für Beton dargestellt. Spannungskombinationen, die auf die Bruchumhüllenden treffen, verursachen zu diesem Zeitpunkt Materialversagen. Auf den Achsen sind die auf die einaxiale Druckfestigkeit normierten Hauptspannungen σ_{11} und σ_{22} abgetragen. Zur Verdeutlichung sind im rechten Teilbild die Quadranten entsprechend dem Vorzeichen der Hauptspannungen beschriftet. Wie später noch gezeigt wird, herrschen im Lagerfugenmörtel Querdruckspannungen. Im Druck-Druck Quadranten ist zu erkennen, dass bei beliebiger Spannungskombination jede einzelne Hauptdruckspannung größer als die einaxiale Festigkeit f_c werden kann, bevor das Material versagt. Ein Druck-Druck-Spannungszustand wirkt festigkeitssteigernd.

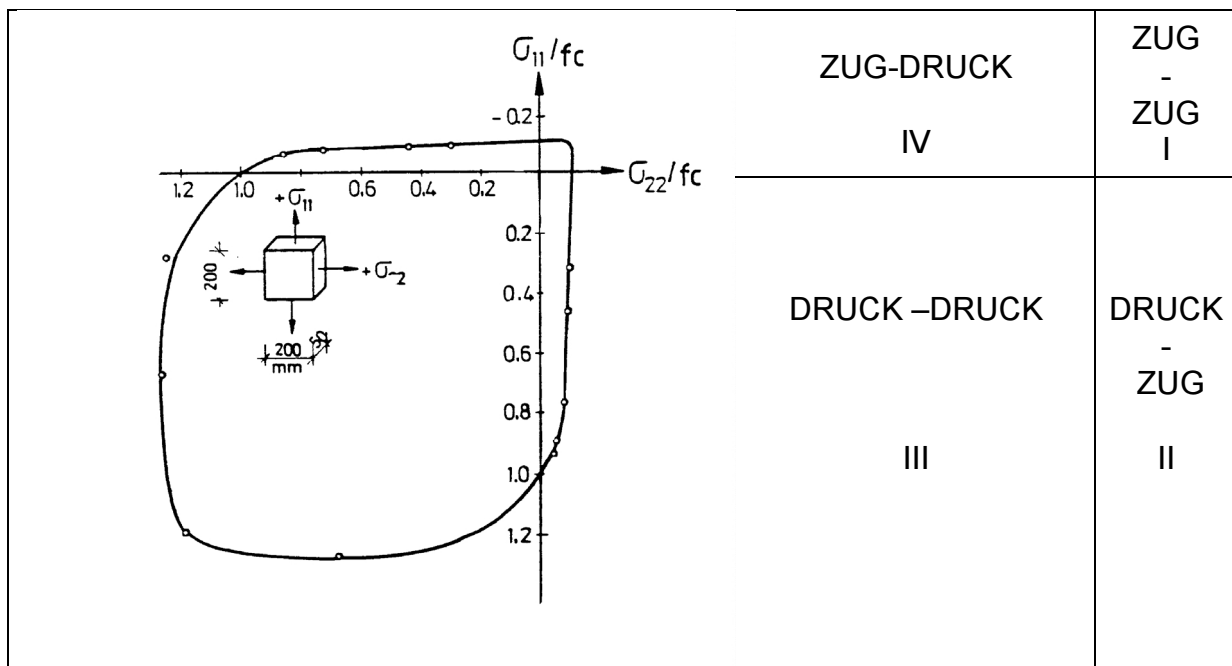


Abbildung 3-2 Bruchumhüllende für zweiachsiges Beanspruchung von Beton
[Kupfer 1973]

Im II. und IV. Quadranten ist die Bruchumhüllende für einen Zug-Druck-Spannungszustand dargestellt. Bei diesen Spannungskombinationen erreicht der Beton weder die einaxiale Druckfestigkeit f_c noch die einaxiale Zugfestigkeit f_t . Diese Kombinationen sind typisch für den vorherrschenden Spannungszustand in den Steinen des Mauerwerks.

Im Rahmen dieser Arbeit wird Mauerwerk als dreidimensionaler Körper modelliert. Die mathematische Beschreibung der Bruchumhüllenden erfolgt in Kapitel 5. Allseitiger Druck erhöht die Festigkeit um ein Vielfaches gegenüber der einaxialen Druckfestigkeit f_c , für hydrostatische Druckspannungszustände tritt kein Versagen ein. Hauptzugspannungen wirken sich festigkeitsmindernd aus.

3.2 Trag- und Versagensmechanismen einfacher Mauerwerksstrukturen

3.2.1 Einaxiale Druckbeanspruchung

Mörtel und Natursteine haben erhebliche Unterschiede in ihren mechanischen Eigenschaften. So sind die Druckfestigkeiten f_c und die E-Moduln E der Steine in der Regel erheblich größer als die des Mörtels. In Abbildung 3-3 sind exemplarisch Spannungs-Dehnungs-Linien bei Druckbeanspruchung eines Sandsteines und eines historischen Kalkmörtels dargestellt. Der niederfeste Mörtel zeigt ein ausgesprochen duktils Dehnvermögen, während sich der Sandstein nahezu linear elastisch bis zum Bruch verhält. Die Druckfestigkeit eines Mauerwerks $f_{c,MW}$ aus diesen beiden Materialien liegt zwischen der Mörteldruckfestigkeit $f_{c,Mö}$ als unterer und der Steindruckfestigkeit $f_{c,St}$ als oberer Grenze.

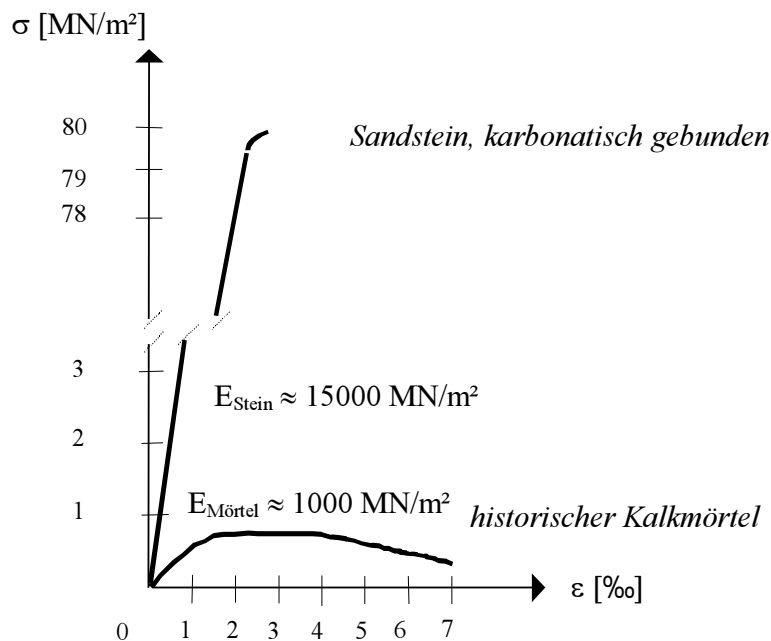


Abbildung 3-3 Spannungs-Dehnungs-Linien eines Sandsteins und eines historischen Kalkmörtels unter Druckbeanspruchung

Am 3-Stein-Modell-Körper nach Abbildung 3-4 soll der Einfluss der unterschiedlichen Eigenschaften verdeutlicht werden. Der große Unterschied in den E-Moduln bewirkt ein unterschiedliches Dehnverhalten von Stein und Mörtel. Die Spannungs-Dehnungs-Linie des Mauerwerks ist je nach Volumenanteil des Mörtels mehr oder weniger gekrümmt. Der Modellkörper lässt sich als in Reihe geschaltete Federn begreifen. Unter der Annahme gleicher Vertikalspannungen in Stein und Mörtel, $\sigma_{z,St} = \sigma_{z,Mö}$, ergibt sich folgender Zusammenhang zwischen den Steifigkeiten von Stein und Mörtel und der des gesamten Mauerwerks:

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial \varepsilon_{MW}} = \frac{h_{MW}}{\frac{\sum h_{St}}{\frac{\partial \sigma_z}{\partial \varepsilon_{St}}} + \frac{\sum h_{Mö}}{\frac{\partial \sigma_z}{\partial \varepsilon_{Mö}}}} \quad (3-1)$$

bzw. für linear elastisches Material

$$E_{MW} = \frac{h_{MW}}{\frac{\sum h_{St}}{E_{St}} + \frac{\sum h_{Mö}}{E_{Mö}}}$$

$\frac{\partial \sigma_z}{\partial \varepsilon_i}$ entspricht dabei der jeweils aktuellen Steigung der Spannungs-Dehnungs-Linie.

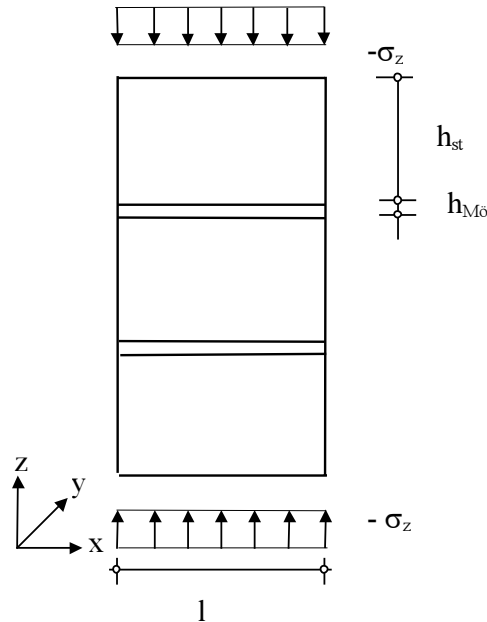


Abbildung 3-4 3-Stein-Modell-Körper

Wenn in einem Gedankenmodell der Verbund zwischen Lagerfuge und Stein durch eine Gleitschicht aufgehoben wäre, würde sich aufgrund der unterschiedlichen Verformungskenngrößen E-Modul und Querdehnzahl eine unterschiedliche Querdehnung ergeben. Unter einaxialer Druckbeanspruchung σ_z ergibt sich bei Annahme linear elastischen Materialverhaltens das Querdehnungsverhältnis zu:

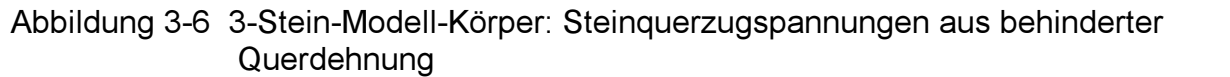
$$\frac{\varepsilon_{x,Mö}}{\varepsilon_{x,St}} = \frac{\nu_{Mö}/E_{Mö}}{\nu_{St}/E_{St}} \quad (3-2)$$

Bei üblichen Werten ist dieses Verhältnis Gl.(3-2) stets deutlich größer 1. Die Querverformungen des Mörtels sind größer als die der Steine. An der Kontaktstelle Fuge-Stein ist aber eine unterschiedliche Querdehnung durch den Verbund beider Materialien nicht möglich. Eine gleiche Querverformung wird erzwungen. Abbildung 3-5 veranschaulicht das resultierende Querverformungsbild unter beiden Annahmen.

Die behinderte Querausdehnung führt zu Querdruckspannungen im Mörtel. Der Mörtel ist einem dreiaxialen Druckspannungszustand ausgesetzt, der festigkeitssteigernd wirkt. Aus diesem Grund ist die Mauerwerksdruckfestigkeit $f_{c,MW}$ immer größer als die Mörteldruckfestigkeit $f_{c,Mö}$. Im Stein entstehen in Nähe der Kontaktfläche aufgrund der aufgezwungenen, zusätzlichen Querausdehnung Querkzugspannungen. Diese verhindern, dass das Mauerwerk eine Festigkeit erreichen kann, die der Steindruckfestigkeit $f_{c,St}$ entspricht.



--	--	--	--	--	--	--



28

$$\sigma_{x,St} = \sigma_{z,St} \cdot \frac{\left(\nu_{St} - \frac{E_{St}}{E_{Mö}} \nu_{Mö} \right)}{(1 - \nu_{St}) + \frac{E_{St}}{E_{Mö}} \frac{h_{St}}{3h_{Mö}} (1 - \nu_{Mö})} \quad (3-3)$$

Der Gl. (3-3) liegt ein dreiaxialer Spannungszustand zugrunde, die Transformation in die ebene Betrachtung erfolgt über die Annahme gleicher Querdehnungen in x- und y-Richtung. Für die Grenzwertbetrachtung $E_{Mö} \rightarrow E_{St}$ und $\nu_{Mö} \rightarrow \nu_{St}$ folgt $\sigma_{x,St} \rightarrow 0$.

Das Verhalten des Verbundquerschnittes verursacht Querzugspannungen im Stein, die in der Umgebung des freien Randes in Fugennähe Risse verursachen können. Allerdings nicht einer Mauerwerksansicht, sondern im Wandquerschnitt, weil nur in dieser Richtung horizontale Verformungen möglich sind. Zwei wesentliche Bedingungen sind erforderlich, dass sich die dargestellte Querspannungsverteilung einstellen kann:

die Fugendicke muss hinreichend dünn sein, damit sich im Mörtel über die gesamte Fughöhe festigkeitssteigernde Querdruckspannungen einstellen können.

die Haftscherfestigkeit des Mörtels muss die entstehenden, hohen Schubspannungen am freien Rand der Kontaktfläche übertragen können

Diese Voraussetzungen sind für künstliches Mauerwerk oft gegeben. In Lehrbüchern für Mauerwerksbau (z.B. [Pohl 1992]) wird sich deshalb mit dem obigen Modell für Mauerwerk unter Druckbeanspruchung begnügt.

Bei historischem Natursteinmauerwerk ist nahezu ausschließlich niederfester Kalkmörtel verwendet worden und die Fugendicke $h_{Mö}$ kann deutlich größer als die Normfugendicke künstlichen Mauerwerks von $h_{Mö} = 12$ mm sein. Gleichzeitig zeigt der Mörtel, wie in Kapitel 2.2 gezeigt, ein deutliches plastisches Verhalten. Dieses plastische Verhalten wirkt sich bei zunehmender Beanspruchung durch eine Abnahme der Steifigkeiten und Zunahme der Querdehnung aus. Die Größenveränderungen beider mechanischer Eigenschaften sind umso ausgeprägter, je geringere Querdruckspannungen vorhanden sind. In der Nähe des freien Fugenrandes sind die Querdruckspannungen am geringsten, weil sich der Mörtel in horizontaler Richtung relativ frei verformen kann. Auch mit zunehmender Fughöhe nimmt die Größe der Querdruckspannungen ab. Am freien Fugenrand beginnt der Mörtel, bei Anwachsen der Vertikaldruckspannung, zu plastizieren. Er verliert an Steifigkeit und kann ausbrechen. In der Mitte der Lagerfuge kann sich der Mörtel der Vertikalbeanspruchung nicht entziehen. Der entstehende dreiaxiale Druckspannungszustand wirkt enorm festigkeitssteigernd. Auch wenn der Mörtel in Fugenmitte versagen würde (gleichbedeutend mit Zerstörung der Bindemittelmatrix) wäre eine weitere Vertikalspannungsübertragung gewährleistet, weil die einzelnen Mörtelbestandteile durch Reibung in ihrer Lage gesichert würden und nicht aus der Fuge entweichen könnten. Erst wenn der aufgelöste Mörtel durch Wassersättigung seine innere Reibung verlöre, bestände die Möglichkeit dieser Bewegung.

Durch die Verringerung bzw. den Verlust der Fugensteifigkeit am freien Rand, können die vertikalen Druckspannungen nur noch über die mittleren, innenliegenden Fugenflächen übertragen werden. Im Stein selbst breiten sich die Druckspannungstrajektorien wieder aus. Mit Umlenkung der Druckspannungstrajektorien entstehen Querzugspannungen, diesmal in halber Steinhöhe und in Steinmitte.

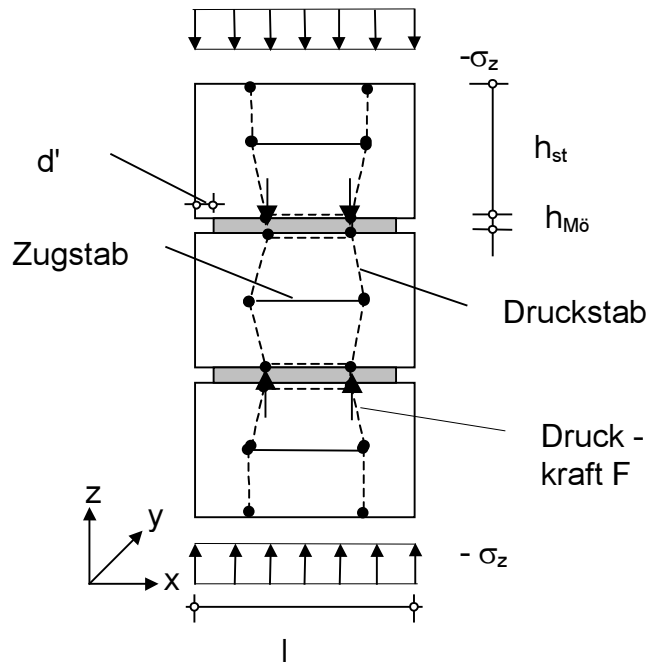


Abbildung 3-7 3-Stein - Modellkörper: Stabwerksmodell bei ausgebrochenen Lagerfugen

Die Störung des Trajektorienverlaufes im Sinne von St. Venant ist etwa im Abstand l in z -Richtung abgeklungen. Damit ergibt sich die Neigung der schrägen Druckkräfte zu $\tan \alpha = \frac{l}{d'}$ und die Größe der Zugkraft Z im horizontalen Zugstab berechnet sich über:

$$Z = \frac{F d'}{l} \quad (3-4)$$

mit $F = \sigma_z \frac{l}{2}$ und $Z = \sigma_{x,St} \frac{h_{St}}{3}$ ergibt sich für die Querkzugspannung im Stein:

$$\sigma_{x,St} = \sigma_z \frac{3 d'}{2 h_{St}} \quad (3-5)$$

Entspricht die Ausbruchtiefe d' in etwa der Fugenhöhe $h_{Mö}$ wächst die Querkzugspannung $\sigma_{x,St}$ mit flacher werdenden Stein und höher werdender Fugendicke an.

Der Steifigkeitsverlust im Mörtel am freien Rand und/oder der Fugenausbruch kann aber auch durch Steinrisse in Nähe der Fuge am freien Rand oder durch ein Überschreiten der Haftscherfestigkeit des Mörtels infolge der hohen Schubspannungen in der Kontaktfläche ausgelöst werden. Beiden Fällen ist gemeinsam, dass keine festigkeitssteigernde Querkdruckspannungen mehr in den Mörtel eingetragen werden können.

Das Mauerwerk versagt letztendlich durch vertikale Risse in Steinmitte. In Abbildung 3-8 sind zwei Bruchbilder von 3-Stein-Probekörper aus Tuffbetonwürfeln zu sehen [Dedecke 1992]. In Teilbild a) bricht bei etwa 50 % der Bruchlast die 2 cm hohe Weißkalkmörtelfuge aus. In Teilbild b) ist für die 2 cm hohe Zementmörtelfuge kein Fugenausbruch zu erkennen, dafür entstehen Steinrisse am Fugenrand. Versagensrisse in Steinmitte entstehen "kurze Zeit später".

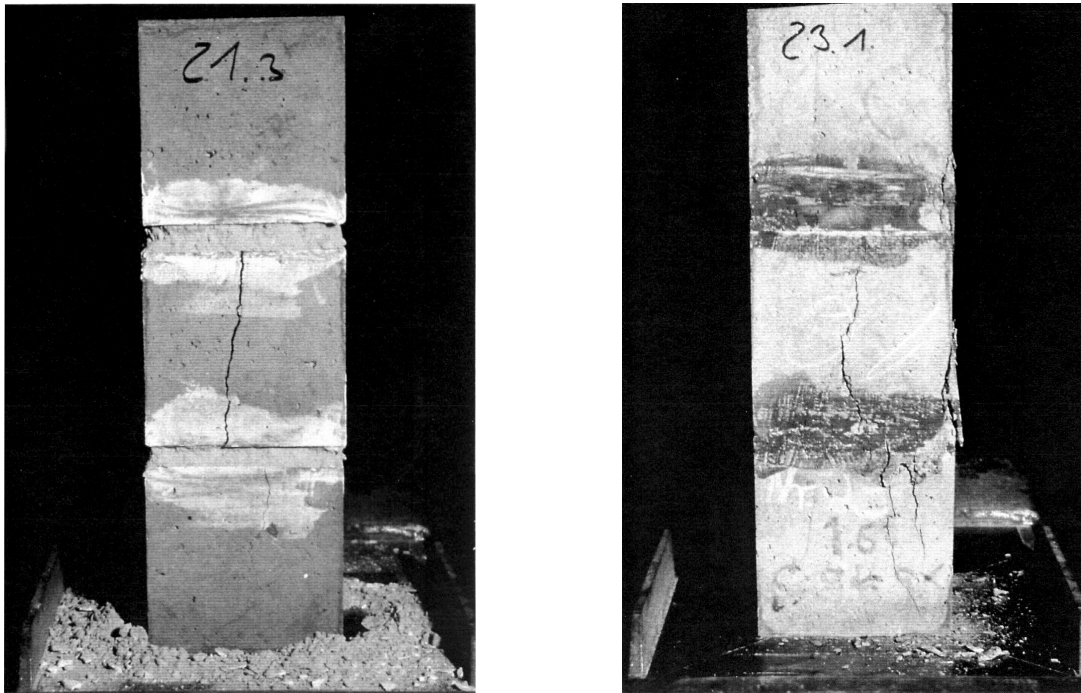


Abbildung 3-8 a) Bruchbild Tuffbetonwürfel mit 2 cm Fuge aus Weißkalkmörtel
b) Bruchbild Tuffbetonwürfel mit 2 cm Fuge aus Zementmörtel

Die in den Mauerwerkssteinen entstehende Risse verursachen das Mauerwerksversagen. Auf der Suche nach der Traglast von Mauerwerksstrukturen sind demnach die Orte entscheidend, an denen Zugspannungen im Stein entstehen. Die beiden zuvor beschriebenen Mechanismen verursachen Zugspannungen in Schnitten, in denen eine Verformung in horizontaler x-Richtung möglich ist. Im Allgemeinen also in einer Ebene senkrecht zur Mauerwerksansicht. Vertikale Stoßfugen, die sowohl im Querschnitt als auch in der Mauerwerksansicht auftreten, verursachen ebenfalls Querkzugspannungen im Stein. Sie werden durch die Umgehung der weichen Stoßfugen durch die Drucktrajektorien ausgelöst. Die horizontalen Zugspannungen treten über und unter den Stoßfugen im Stein auf. An diesen Stellen ist der Stein in Tiefenrichtung weiteren Querkzugspannungen aus behinderter Querdehnung ausgesetzt. Der Stein befindet sich in einem Druck-Zug-Zug-Spannungszustand und ist an dieser Stelle sehr rissgefährdet. Ein hier entstehender Riss verläuft vertikal durch Stoßfugen und Stein.

Unvollständig vermörtelte Lagerfugen führen ebenfalls zu Querkzugspannungen im Mauerwerk.

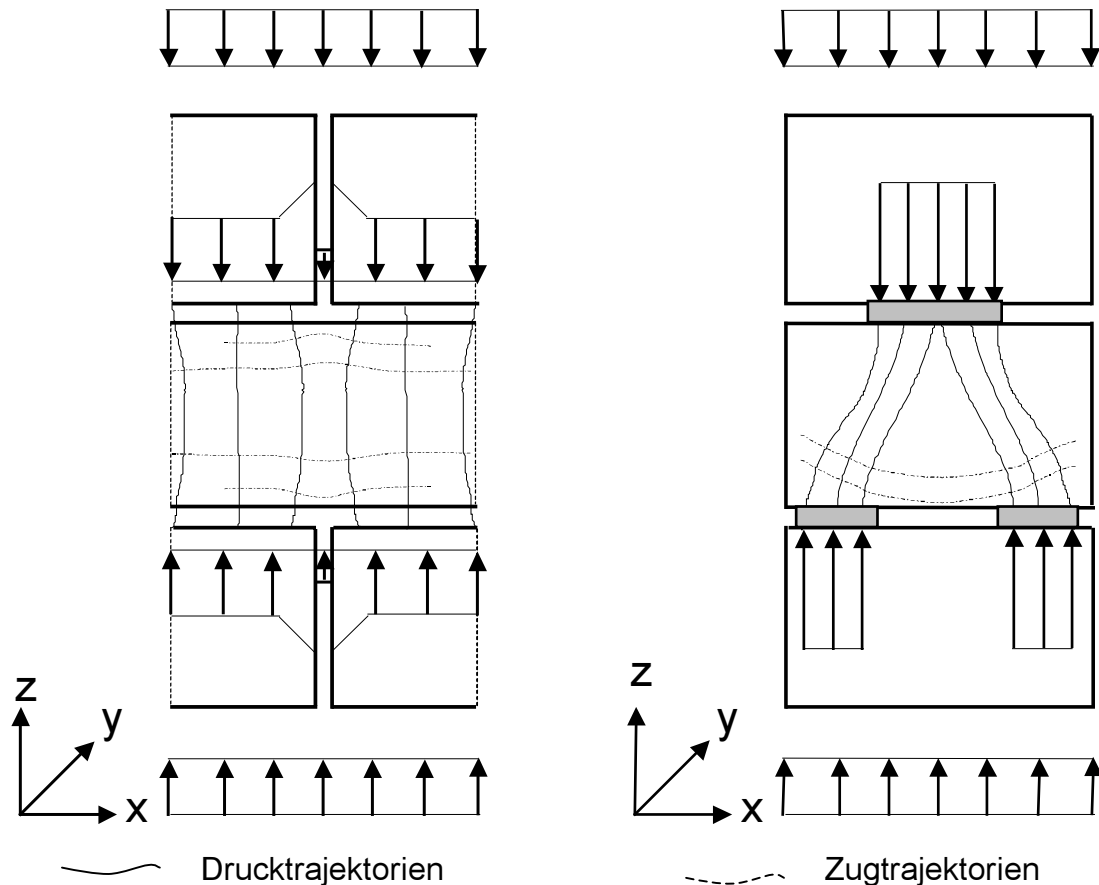


Abbildung 3-9 Zugspannungen im Stein, ausgelöst durch
a) Stoßfuge
b) unvollständig vermörtelte Lagerfuge

Gleichmäßige Mauerwerksstrukturen mit quaderförmigen Steinen und Lagerfugen mit konstanter und geringer Höhe versagen durch Steinrisse. Bei unregelmäßigem Mauerwerk mit hohen und/oder geneigten Fugen ist auch ein Versagen ohne Steinriss vorstellbar. Im Mörtel entstehen nicht mehr durchgängig Querdruckspannungen. Unregelmäßiges Mauerwerk wird in Abbildung 3-10 idealisiert als Kugelmodell dargestellt. Der Mörtel hält die (Stein-) Kugeln zusammen. Geht die Klebewirkung des Mörtels verloren, löst sich der Verband auf. Das Mauerwerk versagt, ohne dass die Steine geschädigt sind. Diese Gefahr ist hier gegeben, da im Mörtel festigkeitsmindernde Querzugspannungen entstehen. In diesem Fall ist die Mörteldruckfestigkeit für das Mauerwerksversagen maßgebend.

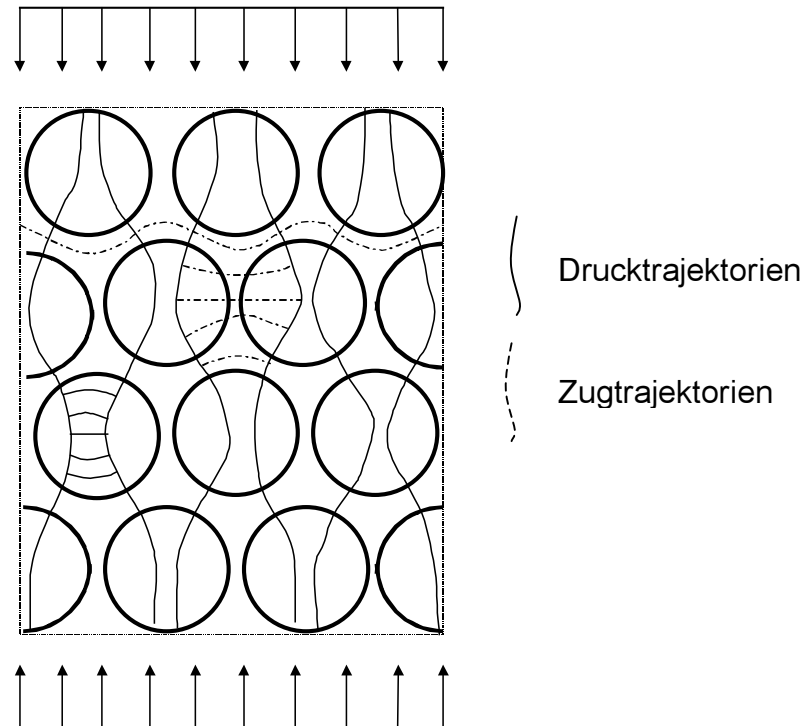


Abbildung 3-10 Trajektorienverlauf im Kugelmodell

Bei einem Bruchsteinmauerwerk nach Abbildung 3-11 überlagern sich die vorgestellten Versagensmechanismen. Die Druckspannungstrajektorien verlaufen über die Bereiche mit der jeweils größten Steifigkeit. Die Trajektorien der Horizontalspannungen sind aus Gründen der Übersichtlichkeit in den Abbildungen 3-10 und 3-11 nicht vollständig dargestellt.



Abbildung 3-11 grober Trajektorienverlauf in Bruchsteinmauerwerk

Querzugspannungen entstehen im Mörtel als auch im Stein. Ein Mauerwerksversagen durch Steinrisse und Verbandsverlust ist wahrscheinlich. Nach einer alten Maurerregel für Natursteinmauerwerk ist eine Wand nur dann richtig geschichtet, wenn sie auch ohne Mörtel standfest ist [Ahnert 1986].

3.2.2 Trag- und Versagensmechanismen unter Zugbeanspruchung

Zugbeanspruchungen in Mauerwerk treten hauptsächlich unter Platten- und Scheibenbiegung auf. Die in Abbildung 3-12 dargestellte Zugbeanspruchung senkrecht zur Lagerfuge ist planmäßig nach [DIN 1053-1] unzulässig, weil die entsprechenden Zugfestigkeiten äußerst gering sind und vor allem die Haftzugfestigkeit sehr von Einflüssen bei der Herstellung abhängt.

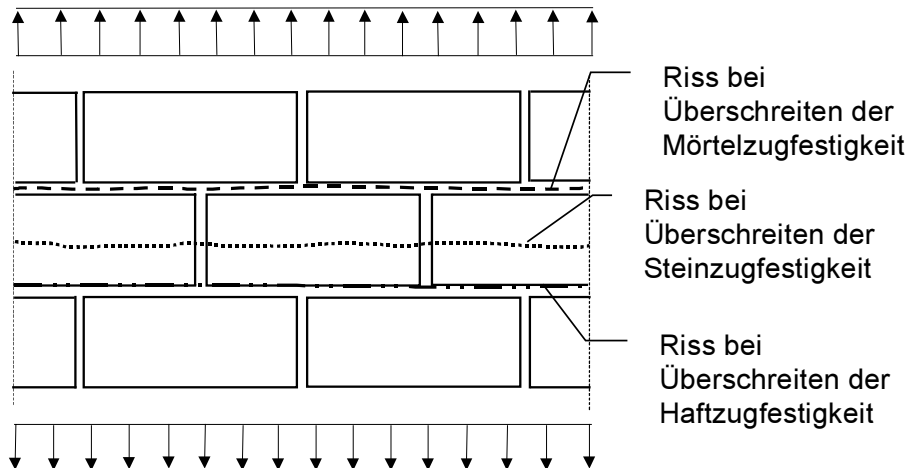


Abbildung 3-12 Mögliche Risse bei Zugbeanspruchung senkrecht zur Lagerfuge

Mögliche Versagensrisse entstehen in horizontaler Richtung, wenn die Zugspannungen den geringsten Wert von Haft-, Mörtel oder Steinzugfestigkeit erreichen.

In Abbildung 3-13 ist der Lastfall Zugspannungen parallel zur Lagerfuge dargestellt. Eine Übertragung nennenswerter Zugspannungen über die Stoßfugen ist unwahrscheinlich. Abgesehen von der geringen Zugfestigkeit des Mörtels sind Stoßfugen oft schlecht vermörtelt und kaum verdichtet, so dass die Haftzugfestigkeit verschwindend klein wird. Die Zugspannungstrajektorien umgehen die Stirnfugen wie in Abbildung 3-13 dargestellt. Dabei werden Schubspannungen in den Kontaktflächen geweckt. Die Haftscherfestigkeit des Mörtels ist von der Kohäsion und durch Reibung auch wesentlich von der vertikalen Auflast abhängig. Die Scherfestigkeit des Mörtels ist meist größer als die Haftscherfestigkeit und deshalb für diese Beanspruchung nicht maßgebend. Aus diesem Grund geht die Scherfestigkeit auch nicht als explizite Größe in den entsprechenden Bemessungsgleichungen von [DIN 1053-1] oder [EC 6] ein. Wie in Abschnitt 3.1 gezeigt wurde, ist eine Scherfestigkeit nur eine künstliche Größe, die sich nach der Orientierung von Koordinatenachsen bestimmt. Das Versagen wird aber durch eine Kombination von Hauptspannungen ausgelöst. Als dritte Versagensmöglichkeit sind Steinrisse durch Überschreiten der Steinzugfestigkeit möglich.

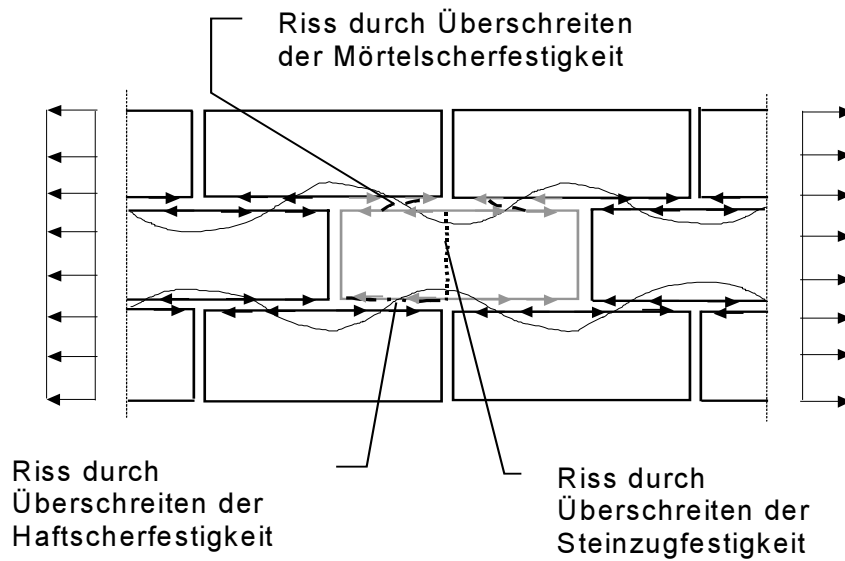


Abbildung 3-13 Mögliche Risse bei Zugbeanspruchung parallel zur Lagerfuge

3.2.3 Trag- und Versagensmechanismen unter Schubbeanspruchung

Aussteifende Mauerwerkswände werden auf Schub beansprucht. Die Hauptdruckspannungstrajektorien verlaufen in unterschiedlichen Neigungen durch die horizontalen Lagerfugen. Abhängig vom Belastungsgrad kann es zu drei unterschiedlichen Versagensmechanismen kommen. Bei geringer vertikaler Auflast versagt die Mörtelfuge auf Reibung. Bei höherer Auflast kommt es zu einem Zugversagen der Steine, wenn die schiefen Hauptzugspannungen die Zugfestigkeit überschreiten. Überwiegen die vertikalen Spannungen versagen die Steine auf Druck wie in Abschnitt 3.2.1 beschrieben. Der Schubbruchtheorie nach [Mann 1979] liegt die Annahme zugrunde, dass in den Stoßfugen keine Schubkräfte übertragen werden können. Aus Gleichgewichtsgründen werden die auf einen Stein wirkenden Vertikalspannungen so umgelagert, dass dem Kräftepaar aus den Schubspannungen ein vertikales Kräftepaar gegenübersteht.

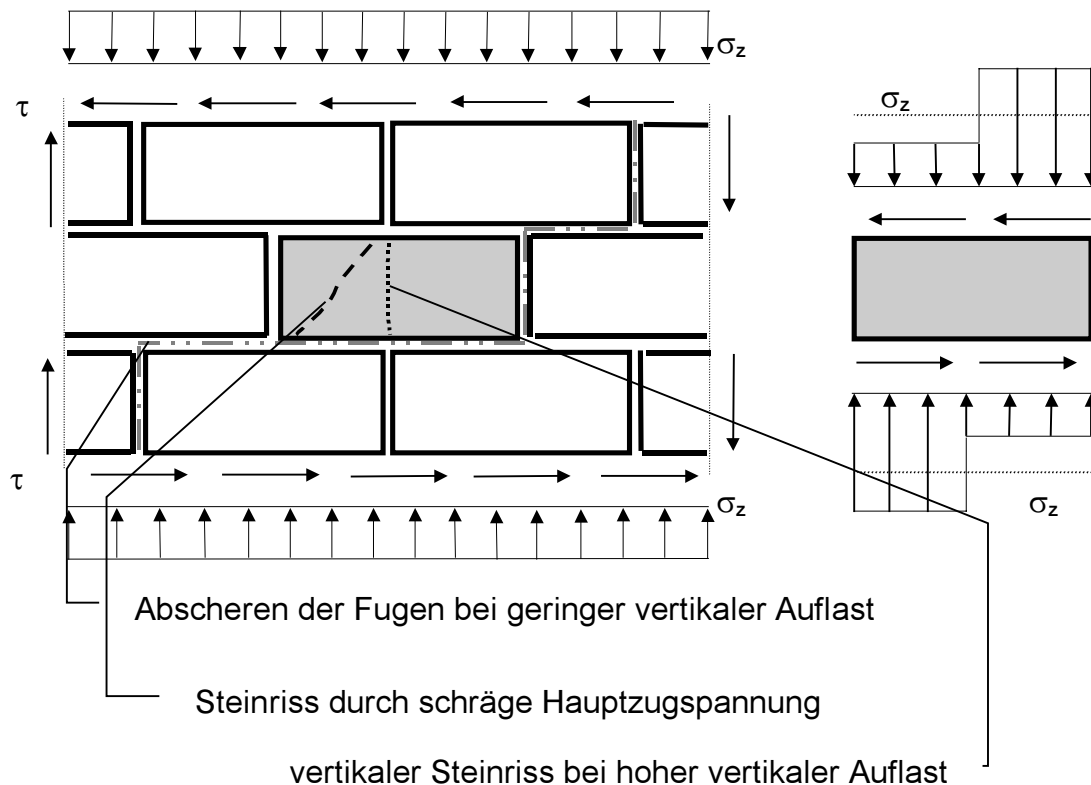


Abbildung 3-14 Versagensmechanismen bei Schubbeanspruchung

3.3 Bemessungshinweise

Als anerkannte Regeln der Technik für Tragfähigkeitsnachweise von Mauerwerk stehen [DIN 1053-1] als nationale Norm und in naher(?) Zukunft der [EC 6] als europäische Norm zur Verfügung. Den zulässigen Spannungen bzw. den charakteristischen Festigkeiten liegen empirisch ausgewertete Versuchsergebnisse zugrunde. Für künstliches Mauerwerk liegt eine Vielzahl von Versuchsergebnissen vor, so dass dessen Bemessungsgrößen als hinreichend abgesichert angesehen werden können. In Ausnahmefällen kann die Bemessung für Quadermauerwerk nach den Regeln für künstliches Mauerwerk erfolgen. Direkte Nachweisverfahren für verschiedene Natursteinmauerwerkverbände sind nur in der [DIN 1053-1] enthalten. Diese Nachweisführung hat sich historisch aus Erfahrungswerten und wenigen Versuchen entwickelt. Besonders im Hinblick auf die schwierige Einstufung von historischem Mauerwerk und die möglichen großen Streuweiten von Materialeigenschaften werden in den Bemessungsansätzen sehr große Sicherheiten berücksichtigt. Diese unbefriedigende Situation führte zu einer kleinen Zahl von Forschungsarbeiten, die für Natursteinmauerwerk theoretisch und experimentell begründete Bemessungsansätze entwickelt haben.

3.3.1 Bemessung von Mauerwerk nach [DIN 1053-1]

Die DIN 1053 wurde 1996 überarbeitet, weil eine verbindliche Einführung des EC 6 noch nicht absehbar war. Teil 1 enthält nun alle Bemessungsverfahren, während Teil 2 nur noch die Einstufung von Mauerwerk in Festigkeitsklassen regelt. Den

Bemessungsansätzen liegt weiterhin ein deterministisches Sicherheitskonzept zugrunde. Das Mauerwerk muss den vorgegebenen Konstruktions- und Ausführungsdetails entsprechen.

3.3.1.1 Bemessung von Mauerwerk aus künstlichen Steinen unter Druckbeanspruchung

Die Norm unterscheidet Mauerwerk nach Eignungsprüfung und Rezeptmauerwerk.

Mit den Eingangsgrößen Steinfestigkeitsklasse und Mörtelart kann für Rezeptmauerwerk ein Grundwert der zulässigen Druckspannungen σ_0 ermittelt werden. Der Grundwert der zulässigen Spannungen σ_0 bezieht sich auf den Gebrauchszustand bei einer angenommenen Schlankheit $h/d=10$. Er beruht auf der statistischen Auswertung von Mauerwerksdruckversuchen [Mann 1997]. In [Mann 1983 -2] mündet die Auswertung von knapp 1000 Versuchen in einer geschlossenen mathematischen Potenzformel für die Druckfestigkeit von künstlichem Mauerwerk.

In Ausnahmefällen kann es sinnvoll sein, die Druckfestigkeit von Mauerwerk nach einer Eignungsprüfung zu ermitteln. Die Prüfung erfolgt nach [DIN 18554-1] an mindestens drei Probekörpern. In der Regel werden die Probekörper neu hergestellt, sie können aber auch bestehenden Bauwerken entnommen werden. Aus den Versuchsergebnissen wird die Nennfestigkeit β_M ermittelt. Sie entspricht dem 5 % Fraktilwert. Dieser Wert kennzeichnet die Druckfestigkeit, die von 95 % der Probekörper erreicht oder überschritten wird. Die Nennfestigkeit β_M wird auf den für die Bemessung maßgebenden Rechenwert β_R umgerechnet. β_R bezieht sich auf eine theoretische Schlankheit $h/d=0$. Da β_M an Probekörpern mit einer Schlankheit $h/d=3-5$ ermittelt wird, ist die Rechenfestigkeit β_R um etwa 10 % größer. Gleichzeitig wird der Einfluss einer lang andauernden Belastung im realen Bauwerk gegenüber dem Kurzzeitversuch mit einer Abminderung von 15 % berücksichtigt [Mann 1997]. Daraus ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$\beta_R = 1.1 \cdot 0.85 \beta_M = 0.935 \beta_M \quad (3-6)$$

Für Mauerwerk mit höheren Festigkeiten werden aus Gründen geringerer Erfahrung weitere Abzüge in Ansatz gebracht [Mann 1997].

Der Zusammenhang zwischen Nennfestigkeit β_M , Rechenwert β_R und Grundwert der zulässigen Druckspannungen σ_0 wird in Tabelle 3-2 dargestellt.

Nennfestigkeit β_M	1-9 MN/m ²	11 und 13 MN/m ²	16-25 MN/m ²
Rechenfestigkeit β_R $\beta_R = 2.67 \sigma_0$	0.93 β_M	0.85 β_M	0.80 β_M
Grundwert der zulässigen Spannungen σ_0	0.35 β_M	0.32 β_M	0.30 β_M

Tabelle 3-2 Rechenfestigkeit β_R und Grundwert der zulässigen Druckspannungen σ_0 in Abhängigkeit der Mauerwerksnennfestigkeit β_M [Mann 1997]

Für die Bemessung stehen das vereinfachte Verfahren und das genauere Verfahren zur Verfügung.

Das vereinfachte Verfahren ist kürzer als das genauere Verfahren, weil einige Beanspruchungen wie Biegemomente aus Deckeneinspannungen, ungewollte Exzentrizitäten beim Knicknachweis, Wind auf Außenwände und ähnliches nicht nachgewiesen werden müssen. Sie sind implizit durch den Sicherheitsabstand und konstruktive Regeln berücksichtigt. Deshalb ist das vereinfachte Verfahren begrenzt auf übliche Hochbauten mit Beschränkungen der Gebäudehöhe, der Belastung und Deckenstützweiten. Der Nachweis [DIN 1053-1] beschränkt sich auf

$$\sigma_{\text{vorhanden}} \leq \sigma_{\text{zulässig}} = k \cdot \sigma_0 \quad (3-7)$$

wobei der Abminderungsfaktor k die nicht berücksichtigten Einflüsse enthält.

Bei dem genaueren Verfahren werden die Spannungen σ realitätsnäher berechnet. Mit einem Sicherheitsbeiwert $\gamma = 2.0$, bzw. $\gamma = 2.5$ für kurze Wände oder Pfeiler mit geringen Umlagerungsmöglichkeiten, werden die vorhandenen Spannungen multipliziert und der Rechenfestigkeit β_R gegenübergestellt.

$$\gamma \cdot \sigma_{\text{vorhanden}} \leq \beta_R \quad (3-8)$$

Das genauere Verfahren kann auf ganze Gebäude, aber auch auf Einzelbauteile angewendet werden. Für Natursteinmauerwerk, insbesondere Quadermauerwerk, scheint eine Anwendung des genaueren Verfahrens möglich, wenn die Einordnung in eine Mauerwerksnennfestigkeitsklasse entweder durch Eignungsprüfung oder durch theoretische Überlegungen gelingt. Um den gleichen Sicherheitsabstand zu gewährleisten, müssen die Streubreiten in den Steinfestigkeiten nach [DIN 1053-2] Abschnitt 5.1 allerdings eingehalten werden.

3.3.1.2 Bemessung von Mauerwerk aus künstlichen Steinen unter Zugbeanspruchung

Eine Zugfestigkeit senkrecht zur Lagerfuge wird im Standsicherheitsnachweis nicht in Ansatz gebracht. Die geringe Haftzugfestigkeit des Mörtels am Stein verhindert eine zuverlässige Spannungsübertragung. Zugspannungen parallel zur Lagerfuge können aufgenommen werden. Ihre Größe ist abhängig vom Verband, der Mörtelhaftscherfestigkeit und der Steinzugfestigkeit. Im vereinfachten Verfahren beschränkt sich der Nachweis auf:

$$\text{zul } \sigma_z = 0.4 \cdot \sigma_{0\text{HS}} + 0.12 \cdot \sigma_D \leq \max \sigma_z \quad (3-9)$$

Im genaueren Nachweis werden die verschiedenen Einflüsse deutlicher:

$$\begin{aligned} \text{zul } \sigma_z &\leq \frac{1}{\gamma} (\beta_{\text{RHS}} + \mu \cdot \sigma_D) \frac{\ddot{u}}{h} \\ \text{zul } \sigma_z &\leq \frac{\beta_{\text{RZ}}}{2\gamma} \leq 0.3 \text{ MN/m}^2 \end{aligned} \quad (3-10)$$

Dabei ist der kleinere Wert maßgebend.

In den Gln.(3-9) und (3-10) bedeuten:

σ_z	zulässige Zug- und Biegezugspannung parallel zur Lagerfuge
σ_{0HS}	zulässige abgeminderte Haftscherfestigkeit
σ_{RHS}	Rechenwert der abgeminderten Haftscherfestigkeit = $2 \cdot \sigma_{0HS}$
σ_D	Druckspannung senkrecht zur Lagerfuge
β_{RZ}	Rechenwert der Steinzugfestigkeit
μ	Reibungsbeiwert = 0.6
\ddot{u}	Überbindemaß
h	Steinhöhe
γ	Sicherheitsbeiwert

3.3.1.3 Bemessung von Mauerwerk aus künstlichen Steinen unter Schubbeanspruchung

Die Schubfestigkeit bei Scheibenbeanspruchung wird durch den einhüllenden Geradenzug nach Abbildung 3-15 beschrieben. Nach dem genaueren Verfahren sind alle Spannungspunkte innerhalb des Geradenzugs zulässig.

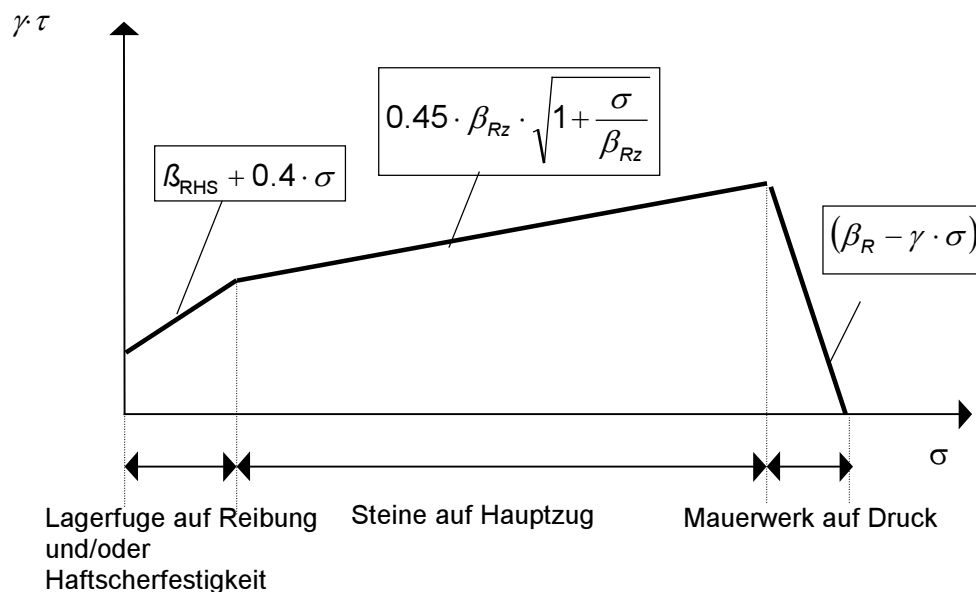


Abbildung 3-15 Bruchumhüllende bei Scheibenschub nach [DIN 1053-1] Bild 6

Für Plattenschub wird der Reibungsbeiwert für die senkrecht zur Lagerfuge wirkenden Vertikalspannungen zu $\mu=0.6$ angenommen.

$$\gamma \cdot \tau \leq \beta_{RHS} + 0.6 \sigma \quad (3-11)$$

Im vereinfachten Verfahren gelten folgende zwei Bemessungsgleichungen:
für Scheibenschub:

$$\text{zul } \tau \leq \sigma_{0\text{HS}} + 0.2 \sigma_{\text{Dm}} \leq \max \tau \quad (3-12)$$

für Plattenschub:

$$\text{zul } \tau \leq \sigma_{0\text{HS}} + 0.3 \sigma_{\text{Dm}} \quad (3-13)$$

mit

zul τ zulässige Schubspannung

$\sigma_{0\text{HS}}$ zulässige abgeminderte Haftscherfestigkeit

σ_{Dm} mittlere zugehörige Druckspannung rechtwinklig zur Lagerfuge im ungerissenen Querschnitt

max τ maximal aufnehmbare Schubspannung in Abhängigkeit von Steinfestigkeitsklasse und Steinlochung

Ist die räumliche Steifigkeit über die entsprechenden Konstruktionsregeln gewährleistet, erübrigen sich die Nachweise nach den Gln.(3-12) und (3-13).

3.3.1.4 Bemessung von Natursteinmauerwerk

Nur für regelmäßige Natursteinmauerwerksverbände ist eine Bemessung nach den vorherigen Abschnitten unter den genannten Voraussetzungen denkbar. Abschnitt 12 der [DIN 1053-1] handelt von Konstruktions- und Bemessungsregeln für neu zu errichtendes Natursteinmauerwerk. Aus Mangel an Alternativen werden sie auch als anerkannte Regeln der Technik für die Bemessung von bestehendem Natursteinmauerwerk verwendet. Das Mauerwerk wird in Güteklassen N1 (Bruchsteinmauerwerk) bis N4 (Quadermauerwerk) eingeteilt. Die Einstufung bezieht sich im wesentlichen auf Steinform, Verband und Fugenausbildung. Anhaltswerte zur Klassifizierung bieten das Verhältnis von Fugenhöhe zu Steinlänge, die Neigung der Lagerfuge und der Übertragsfaktor. Der Übertragungsfaktor beschreibt das Verhältnis von Überlappungsflächen der übereinanderliegenden Steine zum Wandquerschnitt im Grundriss. Praktisch ist er an bestehendem Mauerwerk nicht zu ermitteln. In Abhängigkeit von Güteklasse, Steinfestigkeit und Mörtelgruppe ergeben sich die Grundwerte σ_0 der zulässigen Druckspannung nach Tabelle 3-3.

Die Steinfestigkeit β_{St} entspricht der charakteristischen Druckfestigkeit (5 % Fraktil) von Natursteinen nach [DIN EN 1926]. Für geringere Steindruckfestigkeiten sind weitere Abminderungen in σ_0 vorgesehen. Die Werte aus Tabelle 3-3 sind uneingeschränkt nur für Schlankheiten $h/d \leq 10$ anwendbar. Mit dem Grundwert der zulässigen Druckspannungen σ_0 stehen das vereinfachte und das genauere Verfahren für die Bemessung offen. Für Schubspannungsnachweise steht das vereinfachte Verfahren mit $\max \tau = 0.3 \text{ MN/m}^2$ nach Gl.(3-12) oder Gl.(3-13) zur Verfügung. Zugspannungen sind für die Güteklassen N1 bis N3 unzulässig. Für Quadermauerwerk gilt Gl.(3-10) mit $\max \sigma_z = 0.2 \text{ MN/m}^2$.

Güteklasse	Steinfestigkeit β_{st} [MN/m ²]	Grundwerte σ_0 Mörtelgruppe			
		I [MN/m ²]	II [MN/m ²]	Ila [MN/m ²]	III [MN/m ²]
N 1	≥ 20	0,2	0,5	0,8	1,2
	≥ 50	0,3	0,6	0,9	1,4
N 2	≥ 20	0,4	0,9	1,4	1,8
	≥ 50	0,6	1,1	1,6	2,0
N 3	≥ 20	0,5	1,5	2,0	2,5
	≥ 50	0,7	2,0	2,5	3,5
	≥ 100	1,0	2,5	3,0	4,0
N 4	≥ 20	1,2	2,0	2,5	3,0
	≥ 50	2,0	3,5	4,0	5,0
	≥ 100	3,0	4,5	5,5	7,0
Bei Fugendicken über 40 mm sind die Grundwerte σ_0 um 20 % zu vermindern					

Tabelle 3-3 Grundwerte σ_0 der zulässigen Druckspannungen für
Natursteinmauerwerk nach [DIN 1053-1] Tabelle 14

3.3.2 Bemessung von Mauerwerk nach [EC 6]

Der EC 6 ist in Deutschland als Vornorm DIN V ENV 1996-1-1 *EC 6: Bemessung und Konstruktion von Mauerwerksbauten* veröffentlicht. Mit dem Nationalen Anwendungsdokument [NAD 1997] ist die Anwendung zur Erprobung bauaufsichtlich zugelassen. Wie allen europäischen Normblättern liegt auch hier ein probabilistisches Sicherheitskonzept mit Teilsicherheitsbeiwerten zugrunde. Die gesamten Nachweise basieren auf der Ermittlung von Grenzzuständen, bei denen ein Vergleich der einwirkenden Beanspruchungen mit den aufnehmbaren des Baustoffes angestellt wird. Die ständigen Lasten werden mit dem Teilsicherheitsbeiwert $\gamma_g=1.35$, die veränderlichen mit $\gamma_q=1.5$ künstlich erhöht. Der Teilsicherheitsbeiwert γ_M auf der Materialseite vermindert die Baustoffeigenschaften. Er ist abhängig von der Kategorie der Herstellkontrolle der Steine (I, II) und der Kategorie der Ausführung (A, B, C). Der Teilsicherheitsbeiwert γ_M bewegt sich zwischen 1.7 für die Kombination IA und 3.0 für IIC. Maßgerechte Natursteine sind zur Anwendung der Bemessungsgleichungen zulässig. Die Einordnung der Natursteine sollte grundsätzlich in Kategorie II erfolgen [Kirtschig 1997].

Ein vereinfachtes Bemessungsverfahren wie in [DIN 1053-1] soll in einem zukünftigen Teil 3 veröffentlicht werden. Im folgenden wird nur die Bemessung für Druckbeanspruchung beschrieben.

3.3.2.1 Bemessung von Mauerwerk unter Druckbeanspruchung

Die charakteristische Druckfestigkeit von Mauerwerk kann aus Versuchen oder mit Hilfe der Potenzformel Gl.(3-14) ermittelt werden.

$$f_k = K \cdot f_b^{0.65} \cdot f_m^{0.25} \quad (3-14)$$

- f_k charakteristische Druckfestigkeit des Mauerwerks als 5 % Fraktil
- f_b normierte (auf lufttrockene Prüfkörper $b \times h = 100 \times 100 \text{ mm}$), mittlere Steindruckfestigkeit in Lastrichtung
- f_m mittlere Druckfestigkeit des Mörtels nach [DIN EN 1015-11]
- K Abminderungsfaktor in Abhängigkeit der Steingruppe, Verband im Querschnitt, Mörtelart

Geltungsbereich $f_m \leq 20 \text{ N/mm}^2$, $f_m \leq 2 f_b$

Für Normalmörtel gilt für K :

Steingruppe	$K [(N/mm^2)^{0.10}]$ bei	
	Einsteinmauerwerk	Verbandsmauerwerk
1 (Hochlochsteine mit Lochanteil < 25 %)	0.60	0.50
2a (Hochlochsteine mit Lochanteil > 25 – 45 %)	0.55	0.45
2b (Hochlochsteine mit Lochanteil > 45 – 55 %)	0.50	0.40
3 (Langlochsteine)	0.40	-

Tabelle 3-4 Abminderungsfaktor K für Potenzformel Gl.(3-14)

Eine Erweiterung zur [DIN 1053-1] stellt die Berücksichtigung der Verbandsart im Mauerwerksquerschnitt nach Abbildung 3-16 dar.

Gl.(3-14) ist für Quadermauerwerk zugelassen, obwohl bei ihrer Entwicklung keine entsprechenden Versuchsergebnisse vorlagen ([Kirtschig 1997] S.673). Eine Anwendung auf andere Natursteinmauerwerksverbände ist nicht vorgesehen. In dieser rein empirischen Formel werden Festigkeiten als Mittelwerte eingesetzt, die Mauerwerksfestigkeit ergibt sich jedoch als 5 % Fraktilwert. Aus diesem Grund ist die Anwendung von Gl.(3-14) auf Festigkeiten begrenzt, deren Variationskoeffizient kleiner als 25 % ist. Bei Druckfestigkeiten von Natursteinen kann die Streuung größer sein; in diesem Fall sind, auf der sicheren Seite liegend, die 5 % -Fraktil Festigkeiten als Eingangswerte in Gl.(3-14) zu verwenden.

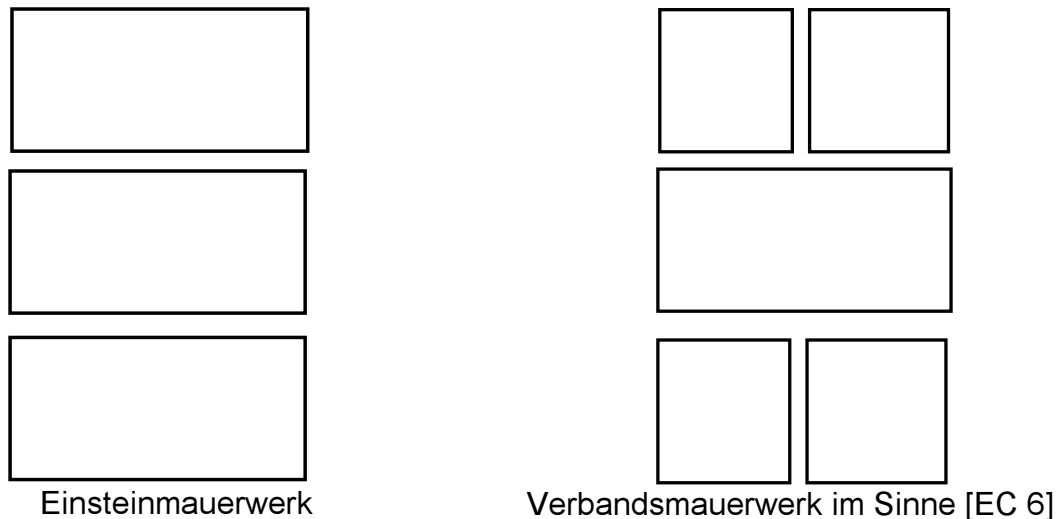


Abbildung 3-16 Unterscheidung der Verbandsart im Mauerwerksquerschnitt

Über die Bemessung von Zug- und Schubspannungen werden hier keine Angaben gemacht, weil gegenüber den Angaben in [DIN 1053-1] keine weiterführenden Einflüsse berücksichtigt werden.

3.3.3 Ermittlung von Druckfestigkeiten und zulässigen Druckspannungen für Natursteinmauerwerk nach verschiedenen Forschungsarbeiten

Die Bemessung von bestehendem Natursteinmauerwerk nach den gültigen Normen gelingt oft nicht. Tragfähigkeitsversuche an entnommenen oder nachgestellten Mauerwerkskörpern sind aufwendig und teuer. Mit der zunehmenden Bedeutung der Sanierung historischer Massivbauten haben in den letzten Jahren verschiedene Autoren Bemessungsgleichungen für Natursteinmauerwerk hergeleitet. Die Maßgebenden werden im folgenden in chronologischer Reihenfolge vorgestellt.

3.3.3.1 Druckfestigkeit von Bruchsteinmauerwerk nach [Mann 1983-1]

Aus theoretischen Überlegungen heraus wird eine Gleichung zur Ermittlung der Druckfestigkeit von Bruchsteinmauerwerk entwickelt. Bruchsteinmauerwerk unterscheidet sich von künstlichem Mauerwerk vor allem durch Stein- und Fugegeometrien. Es verliert seine Tragfähigkeit durch Mörtelversagen und den folgenden Verlust des Verbandes. Zwei Überlegungen begründen diese Annahme. Die Zugfestigkeit der Natursteine liegt deutlich höher als die der künstlichen Steine und die Druckfestigkeit der dickeren und oft geneigten Lagerfugen ist gegenüber dünneren und horizontal verlaufenden Lagerfugen deutlich geringer. Wesentlich in der entwickelten Bemessungsgleichung ist die Berücksichtigung eines Übertragungsfaktors. Nur diejenige Fläche \bar{A} der Mörtelfuge, der oben und unten von Steinen begrenzt ist, beteiligt sich wesentlich an der vertikalen Lastübertragung. Die Mauerwerkstragfähigkeit entspricht der in den Fugen herrschenden Mörteldruckfestigkeit. Die Fugendruckfestigkeit unterscheidet sich von Würfeldruckfestigkeit durch Fugenneigung und –schlankheit. Es ergibt sich unter der Annahme der Gültigkeit der Mohr'schen Bruchhypothese in der Fuge die Mauerwerksdruckfestigkeit $f_{c,MW}$:

$$f_{c,MW} = f_{c,M\ddot{o} (h/d=1)} \cdot \ddot{u} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{1 - \left(1 - \frac{2h}{3d}\right)^2 \cdot \cos^4 \alpha} \quad (3-15)$$

mit

$$\ddot{u} \quad \text{Übertragungsfaktor} = \frac{\bar{A}}{A} = \frac{\text{Übertragungsfläche}}{\text{Gesamtquerschnittsfläche}}$$

h Höhe der wirksamen Fuge

d Länge der wirksamen Fuge

α Fugenneigung <90°

In [Mann 1983-1] wird daraufhingewiesen, dass Gl.(3-15) noch nicht ausreichend durch Versuche abgesichert ist.

3.3.3.2 Bemessungsvorschlag für Bruchsteinmauerwerk aus Sandsteinen unter Druckbeanspruchung [Stiglat 1984]

Grundlage des Bemessungsvorschlages ist die Auswertung von vier Drucktragfähigkeitsversuchen an nachgestellten großen (1m x 1m x 1.2m) Probekörpern aus Sandsteinen werden. Aus den Versuchen werden folgenden Ableitungen ermittelt. Mit Hilfe der Steinwichte γ kann die 10 % Fraktildruckfestigkeit der Sandsteine abgeschätzt werden:

$$f_{c,St,10\%Fraktil} \cong 18.7\gamma - 355.2 \text{ [N/mm}^2\text{]} \quad (3-16)$$

Mit fünffacher Sicherheit und Berücksichtigung der verschiedenen Mörtelqualitäten ergibt sich für Bruchsteinmauerwerk aus Sandsteinen:

$$\begin{aligned} \text{für MGr I:} \quad \text{zul } \sigma &= 0.007 \cdot f_{c,St,10\%Fraktil} \leq 0.7 \text{ [N/mm}^2\text{]} \\ \text{für MGr II:} \quad \text{zul } \sigma &= 0.017 \cdot f_{c,St,10\%Fraktil} \leq 1.6 \text{ [N/mm}^2\text{]} \\ \text{für MGr III:} \quad \text{zul } \sigma &= 0.024 \cdot f_{c,St,10\%Fraktil} \leq 2.4 \text{ [N/mm}^2\text{]} \end{aligned} \quad (3-17)$$

Das Versagen wird jeweils durch feine Steinrisse und nicht durch Mörtelversagen eingeleitet. Die Rissspannungen in den Steinen lagen bei ca. 50 % der Versagensspannungen der Mauerwerkskörper.

3.3.3.3 Druckfestigkeit von Quadermauerwerk aus Elbesandstein [Pöschel 1996]

Die Gleichung zur Ermittlung der Druckfestigkeit von Quadermauerwerk wird aus einer Kombination von Versuchen und FE-Analysen gewonnen. Ausgehend von zentrischen Druckversuchen an Quadermauerwerkstrukturen aus Elbesandstein mit niederfestem Kalkmörtel beschreiben die Autoren den beobachteten Versagensmechanismus. Danach entstehen in einem frühen Stadium der Belastung, ausgehend von den Lagerfugen, Risse im Randbereich der Steine. Der Fugenmörtel bröckelt am freien Rand aus. Das endgültige Versagen wird durch lotrechtes Aufreißen der Steine in Steinmitte verursacht.

Um eine Bemessungsgleichung zu entwickeln, wurde nachfolgend die vermeintlichen Spannungszustände durch eine FE- Analyse untersucht. Aus der Veröffentlichung wird leider nicht deutlich, ob eine vollständige nichtlineare Analyse erfolgte oder ob,

nach dem Versagen des Mörtels am freien Rand ein neues Netz generiert wurde, bei dem die Fuge nicht bis zum Steinrand modelliert ist. Aus den dargestellten Verläufen der Querspannungen ist letzteres zu vermuten.

Folgende Annahmen bilden die Grundlage für die Herleitung einer Formel zu der Ermittlung der Druckfestigkeit:

Steinversagen ist Grundlage des Bruchmodells.

Die Mörtelfuge bröckelt auf einer Tiefe, die der Fugenhöhe entspricht, aus, sobald die doppelte Mörtelfestigkeit erreicht wird (Prismenfestigkeit nach [DIN 18555-3]).

Der Restmörtel versagt nicht.

Für die Größe der Vertikal- und Horizontalspannung in Steinmitte und halber Steinhöhe wird eine lineare Funktion in Abhängigkeit der Ausbröckelungstiefe und Steinbreite angegeben.

Das Mauerwerksversagen tritt ein, sobald in Steinmitte eine Spannungscombination auf eine angenommene Bruchgerade zwischen einaxialer Druck- und Zugfestigkeit des Steines trifft.

Die ermittelte Gleichung lautet:

$$\beta_{D,MW} = \frac{2 \frac{t}{b} \beta_{D,Mö} \left(2.32 \frac{\beta_{Z,St}}{\beta_{D,St}} + 1.6 \right) + \beta_{Z,St}}{\frac{t}{b} \left(2.32 \frac{\beta_{Z,St}}{\beta_{D,St}} + 1.6 \right) + \frac{\beta_{Z,St}}{\beta_{D,St}}} \quad (3-18)$$

mit:

$\beta_{D,MW}$	=	Mauerwerksdruckfestigkeit
$\beta_{D,Mö}$	=	Mörteldruckfestigkeit [DIN 18555-3]
$\beta_{D,St}$	=	Steindruckfestigkeit
$\beta_{Z,St}$	=	Steinzugfestigkeit
t	=	Fugenhöhe
b	=	Steinbreite von freiem Rand zu freiem Rand

Auf welche Weise die Steinfestigkeiten ermittelt werden müssen, ist [Pöschel 1996] nicht zu entnehmen. Das Verhältnis Steinhöhe zu Fugenhöhe spielt keine Rolle, obwohl es eine starke Auswirkung der Spannungsverteilung im Stein hat.

Anwendbarkeitsgrenzen werden nicht angegeben; es ist zu vermuten, dass Gl.(3-18) nur für Quadermauerwerk mit geringen Mörtelfestigkeiten gilt.

3.3.3.4 Bruchmodell und Bemessungsvorschlag für Quadermauerwerk nach [Berndt 1996-2]

Im Zusammenhang mit dem Wiederaufbau der Frauenkirche in Dresden führte der Autor an der TU Dresden Versuche an Mauerwerk aus Elbesandsteinen durch. Daraus leitet er baumechanische Zusammenhänge ab. Als Bruchkriterium dient das Zugversagen der Natursteine unter Druck-Zug-Zug-Beanspruchung. Zugspannungen im Stein entstehen aus zwei Gründen:

- durch behinderte Querdehnung in Lagerfugennähe am äußeren Rand
- durch Spaltzug in Steinmitte aufgrund Ausbröckelung der Lagerfuge

Beide Zugspannungsanteile werden addiert, wobei die maximale Spaltzugspannung, wegen der unterschiedlichen Lage, nur zu 60 % berücksichtigt wird.

Das plastische Verhalten des Mörtels wird über die idealisierte Querdehnzahl $\bar{\mu}$ und den inneren Reibungswinkel ρ berücksichtigt. Für die Mauerwerksdruckfestigkeit ergibt sich:

$$\beta_{D,MW} = \frac{\beta_{D,St}}{\left(\frac{t}{h'} \frac{\bar{\mu}_{Mö}}{1 - \bar{\mu}_{Mö}} + k_1 \frac{d'}{d} \frac{d}{h''} \right) \frac{\beta_{D,St}}{\beta_{Z,St}} + 0.7} \quad (3-19)$$

mit:

- $\beta_{D,MW}$ = Mauerwerksdruckfestigkeit
- $\beta_{D,St}$ = einaxiale Steindruckfestigkeit
- $\beta_{Z,St}$ = Steinzugfestigkeit (Spaltzugfestigkeit)
- t = Fugenhöhe
- h' = Steinhöhe oder 10 cm (kleinerer Wert ist maßgebend)
- h'' = Steinhöhe oder 20 cm (kleinerer Wert ist maßgebend)
- d = Steinbreite von freiem Rand zu freiem Rand
- d' = Summe der beidseitigen Ausbröckelungstiefe

$$t + \frac{t}{\tan\left(45^\circ + \frac{\rho}{2}\right)} \quad \text{mit} \quad \rho = 20^\circ \text{ für MGr I}$$

$$\rho = 30^\circ \text{ für MGr II}$$

$$\rho = 40^\circ \text{ für MGr III}$$

- $\bar{\mu}_{Mö}$ = Querdehnzahl des plastischen Mörtels
- 0.5 für MGr I
- 0.4 für MGr II
- 0.3 für MGr III

- k_1 = Abminderungsfaktor für die maximale Spaltzugkraft in Steinmitte
- i. d.R. = 0.3

Gl.(3-19) unterscheidet sich von der entsprechenden Gleichung in [Berndt 1996-1] durch die Berücksichtigung von h'' statt h .

Gl.(3-19) ist für einschaliges Quader- und Schichtenmauerwerk anwendbar, wenn der E-Modul des Steines deutlich größer als der des Mörtels ist: $E_{St} \gg E_{Mö}$. Für größere Fugendicken treffen die Annahmen in der Herleitung nicht mehr zu. Leider fehlen entsprechende quantitative Aussagen.

Für die Bemessung wird in [Berndt 1994] ein semiprobabilistisches Verfahren vorgeschlagen. Die vorhandenen Schnittgrößen S_i werden mit Teilsicherheitsfaktoren γ vergrößert, während die aufnehmbaren inneren Schnittgrößen R_i über die Abminderungsfaktoren m_i verringert werden.

$$\sum_i \gamma_i \cdot S_i \leq \sum_i m_i \cdot R_i \quad (3-20)$$

Die Größen von γ_i orientieren sich an denen europäischer Normen. Die Abminderungsfaktoren m_i erfassen die Unsicherheiten auf der Baustoff- und Konstruktionsseite. Die entsprechenden Größen können [Berndt 1994] entnommen werden. Durchschnittlich liegt die Summe der Abminderungsfaktoren m_i bei etwa 0.3,

so dass sich bei Mittelung von γ_g und γ_p ein globaler Sicherheitsbeiwert von $\gamma_{Global} = \left(\frac{1.35 + 1.5}{2} \right) \cdot \frac{1}{0.3} = 4.75$ ergeben würde.

3.3.3.5 Bruchmodell für Bruchsteinmauerwerk im regelmäßigem Schichtenverband [Ebner 1996]

In [Ebner 1996] wird aufgrund numerischer Untersuchungen eine Formel zur Bestimmung der Druckfestigkeit von Bruchsteinmauerwerk im regelmäßigem Schichtenverband hergeleitet. Für die Versagensfälle Steinriss in Wandansicht, Steinriss im Wandquerschnitt und Mörtelbruch werden jeweils minimale, aufnehmbare Vertikalspannungen berechnet. Diese Gleichungen stehen in großer Abhängigkeit des Winkels φ der inneren Reibung und der Kohäsion c des Mörtels. Die Werte wurden in entsprechenden, numerischen Parameterstudien angepasst. Ein Hinweis zur Bestimmung oder Anpassung an übliche, experimentell ermittelbaren Eigenschaften, ist nicht enthalten. Aus der betragsmäßig kleinsten aufnehmbaren Vertikalspannung kann eine Druckfestigkeit für Mauerwerk aus quaderförmigen Steinen berechnet werden. Die Anpassung an experimentell ermittelten Druckfestigkeiten von Bruchsteinmauerwerk im regelmäßigem Schichtenverband erfolgt über die Division durch abmindernde Formfaktoren. In Abhängigkeit, ob die geometrischen Eingangswerte in lokal begrenzten Bereichen des ersten Versagens oder gemittelt über den gesamten Probekörper ermittelt wurden, schwankt der Formfaktor zwischen 1.8 und 3.4.

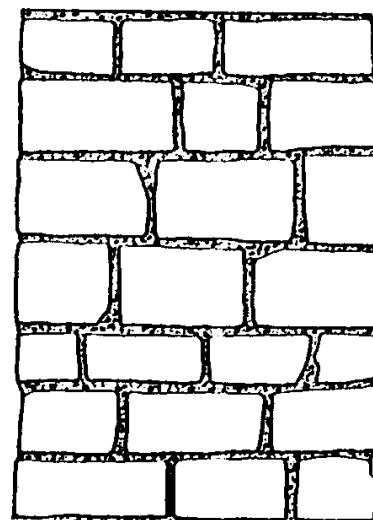
Aufgrund der starken Abhängigkeiten von den schwierig zu bestimmenden Eigenschaften φ , c und des weit streuenden Formfaktors erscheint eine allgemeine Anwendung als schwierig und unsicher.

3.4 Anwendung und Beurteilung der Bemessungsgleichungen

In [Warnecke 1995] werden ein- und mehrschalige Natursteinmauerwerksstrukturen experimentell untersucht. Auf drei ausgewählten Verbände werden die vorgestellten Bemessungs- und Traglastgleichungen angewendet und mit den Traglasten aus den Versuchen verglichen.

3.4.1 Regelmäßiges Schichtenmauerwerk mit Mörtel der Gruppe I

Sandstein	$f_{c,St} = 99.6 \text{ MN/m}^2$ (Nennfestigkeit am Zylinder)
	$f_{t,St} = 3.0 \text{ MN/m}^2$ (90 % der Spaltzugfestigkeit)
Mörtel	$f_{c,Mö} = 1.1 \text{ MN/m}^2$ (Mittelwert [DIN 18555-3])
	$f_{c,Mö} = 12 \text{ MN/m}^2$ (ibac-Verfahren)
Fugenhöhe	0.5-1.5 cm (im Inneren) 2 cm in Ansicht
Steinhöhe	15 cm
Mauerwerksdicke	$15 \pm 2.5 \text{ cm}$



Versagensspannung $\sigma_u = 11.0 \text{ MN/m}^2$

3.4.1.1 Nennfestigkeit β_M des Mauerwerks nach [DIN 1053-1]

Mit Mörtelgruppe I ist aus Tabelle 4a der [DIN 1053-1] als maximaler Grundwert $\sigma_0 = 1.0 \text{ MN/m}^2$ für Steinfestigkeitsklasse 20 zu entnehmen. Für höhere Steinfestigkeitsklassen werden keine Werte angegeben. Nach Tabelle 3-2 berechnet sich $\beta_M = \sigma_0 / 0.35 = 2.86 \text{ MN/m}^2$.

3.4.1.2 Grundwert σ_0 der zulässigen Druckspannungen für Natursteinmauerwerk nach [DIN 1053-1], Abschnitt 12

Das regelmäßige Schichtenmauerwerk wird Güteklasse N3 zugeordnet. Mit $\beta_{St} > 100 \text{ MN/m}^2$ und Mörtelgruppe I ergibt sich der Grundwert der zulässigen Druckspannungen $\sigma_0 = 1.0 \text{ MN/m}^2$. Dies entspricht einer Gebrauchsspannung. Der Sicherheitsabstand zum Versuchsergebnis beträgt $\gamma=11$.

3.4.1.3 Charakteristische Mauerwerksdruckfestigkeit nach [EC 6]

Es handelt sich um Einsteinmauerwerk aus Vollsteinen, der Abminderungsfaktor K ergibt sich nach Tabelle 3-4 zu $K=0.6$. Um die größeren Streuweiten in den Festigkeiten des Sandsteines zu berücksichtigen wird anstelle des Mittelwertes der Steindruckfestigkeit der Nennwert $f_{c,St}$ berücksichtigt. Dieser muss auf den lufttrockenen Prüfkörper mit der Schlankheit $h/d=1$ normiert werden. Der Normierungsfaktor δ ergibt sich aus Tabelle 3.2 in [EC 6] zu $\delta=1.3$. Die in der Potenzformel Gl.(3-14) zu benutzende Steindruckfestigkeit wird zu $f_b = 1.3 \cdot f_{c,St}$. Damit wird die charakteristische Mauerwerksdruckfestigkeit f_k zu:

$$f_k = K \cdot f_b^{0.65} \cdot f_m^{0.25} = 0.6 \cdot (1.3 \cdot 99.6)^{0.65} \cdot 1.1^{0.25} = 14.5 \text{ MN/m}^2$$

3.4.1.4 Druckfestigkeit von Bruchsteinmauerwerk nach [Mann 1983-1]

Für regelmäßiges Schichtenmauerwerk wird der Übertragungsfaktor \ddot{u} zu 0.85 angenommen. Die wirksame Fugenhöhe beträgt 2 cm, die wirksame Fugenlänge in Dickenrichtung 15 cm. Als Mauerwerksdruckfestigkeit ergibt sich:

$$\begin{aligned} f_{c,MW} &= f_{c,M\ddot{o}(h/d=1)} \cdot \ddot{u} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{1 - \left(1 - \frac{2h}{3d}\right)^2 \cdot \cos^4 \alpha} \\ &= 1.1 \cdot 0.85 \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{1 - \left(1 - \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 15}\right)^2 \cdot \cos^4 0^\circ} = 4.9 \text{ MN/m}^2 \end{aligned}$$

Dies entspricht in etwa dem von [Warnecke 1995] beobachteten anfänglichen Fugenausbruch bei etwa 50 % der Versagenslast.

3.4.1.5 Druckfestigkeit von Bruchsteinmauerwerk aus Sandsteinen nach [Stiglat 1984]

Die zulässige Gebrauchslast ergibt sich für Mörtelgruppe I und unter der Annahme, dass das 5 % -Fraktil der Steindruckfestigkeit nicht wesentlich kleiner als das geforderte 10 % Fraktil, zu:

$$zul \sigma = 0.007 f_{c,St,10\%-Fraktil} = 0.007 \cdot 99.6 = 0.7 \leq 0.7 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

Unter der angenommenen Sicherheit von $\gamma=5$ würde die Versagenslast bei $f_{c,MW}=3.5 \text{ MN/m}^2$ liegen.

3.4.1.6 Mauerwerksdruckfestigkeit nach [Pöschel 1996]

Als Steinbreite wird die Mauerwerksdicke mit durchschnittlich 15 cm angenommen.

Das Verhältnis von Steinzug- zu Steindruckfestigkeit beträgt $\frac{\beta_{Z,St}}{\beta_{D,St}} = 0.03$. Die

Mauerwerksdruckfestigkeit ergibt sich zu:

$$\beta_{D,MW} = \frac{2 \frac{t}{b} \beta_{D,Mö} \left(2.32 \frac{\beta_{Z,St}}{\beta_{D,St}} + 1.6 \right) + \beta_{Z,St}}{\frac{t}{b} \left(2.32 \frac{\beta_{Z,St}}{\beta_{D,St}} + 1.6 \right) + \frac{\beta_{Z,St}}{\beta_{D,St}}} = \frac{2 \frac{2}{15} 1.1 \cdot (2.32 \cdot 0.03 + 1.6) + 3.0}{\frac{2}{15} (2.32 \cdot 0.03 + 1.6) + 0.03} = 13.8 \text{ MN/m}^2$$

3.4.1.7 Mauerwerksdruckfestigkeit nach [Berndt 1996-2]

Aus der Steinhöhe von 15 cm ergibt sich für $h'=10 \text{ cm}$ und für $h''=15 \text{ cm}$. Die Mörtelgruppe I führt zu einer beidseitigen Ausbröckelungstiefe von $d'=3.4 \text{ cm}$ und einer ideellen Querdehnzahl von $\bar{\mu}_{Mö} = 0.5$. Das Verhältnis von Steindruck- zu

Steinzugfestigkeit beträgt $\frac{\beta_{D,St}}{\beta_{Z,St}} = 33.2$. Die Mauerwerksdruckfestigkeit berechnet sich zu:

$$\beta_{D,MW} = \frac{\beta_{D,St}}{\left(\frac{t}{h'} \frac{\bar{\mu}_{Mö}}{1 - \bar{\mu}_{Mö}} + k_1 \frac{d'}{d} \frac{d}{h''} \right) \frac{\beta_{D,St}}{\beta_{Z,St}} + 0.7} = \frac{99.6}{\left(\frac{2}{10} \frac{0.5}{1 - 0.5} + 0.3 \frac{3.4}{15} \frac{15}{15} \right) 33.2 + 0.7} = 10.4 \text{ MN/m}^2$$

3.4.2 Regelmäßiges Schichtenmauerwerk mit Mörtel der Gruppe III

Sandstein $f_{c,St} = 99.6 \text{ MN/m}^2$
(Nennfestigkeit am Zylinder)
 $f_{t,St} = 3.0 \text{ MN/m}^2$
(90 % der Spaltzugfestigkeit)

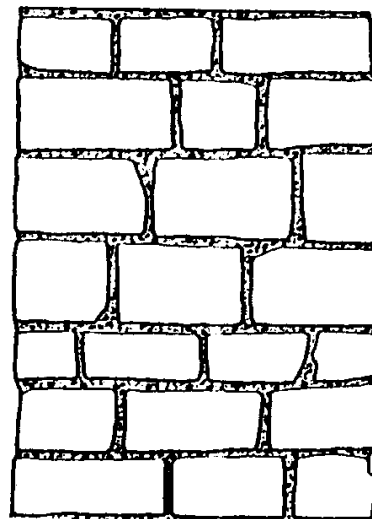
Mörtel $f_{c,Mö} = 16.9 \text{ MN/m}^2$
(Mittelwert [DIN 18555-3])
 $f_{c,Mö} = 46.0 \text{ MN/m}^2$
(ibac-Verfahren)

Fugenhöhe 0.5-1.5 cm (im Inneren)
2 cm in Ansicht

Steinhöhe 15 cm

Mauerwerksdicke $15 \pm 2.5 \text{ cm}$

Verspannungsspannung $\sigma_u = 23.5 \text{ MN/m}^2$



3.4.2.1 Nennfestigkeit β_M des Mauerwerks nach [DIN 1053-1]

Mit Mörtelgruppe III ist aus Tabelle 4a der [DIN 1053] als maximaler Grundwert $\sigma_0 = 4.5 \text{ MN/m}^2$ für Steinfestigkeitsklasse 60 zu entnehmen. Für höhere Steinfestigkeitsklassen werden keine Werte angegeben. Nach Tabelle 3-2 berechnet sich $\beta_M = \sigma_0 / 0.35 = 12.9 \text{ MN/m}^2$.

3.4.2.2 Grundwert σ_0 der zulässigen Druckspannungen für Natursteinmauerwerk nach [DIN 1053-1], Abschnitt 12

Das regelmäßige Schichtenmauerwerk wird Güteklasse N3 zugeordnet. Mit $\beta_{St} > 100 \text{ MN/m}^2$ und Mörtelgruppe III ergibt sich der Grundwert der zulässigen Druckspannungen σ_0 zu 4.0 MN/m^2 . Dies entspricht einer Gebrauchsspannung. Der Sicherheitsabstand zum Versuchsergebnis beträgt $\gamma=5.9$.

3.4.2.3 Charakteristische Mauerwerksdruckfestigkeit nach [EC 6]

Es handelt sich um Einsteinmauerwerk aus Vollsteinen, der Abminderungsfaktor K ergibt sich nach Tabelle 3-4 zu $K=0.6$. Um die größeren Streuweiten in den Festigkeiten des Sandsteines zu berücksichtigen wird anstelle des Mittelwertes der Steindruckfestigkeit der Nennwert $f_{c,St}$ berücksichtigt. Dieser muss auf den luft-trockenen Prüfkörper mit der Schlankheit $h/d=1$ normiert werden. Der Normierungsfaktor δ ergibt sich aus Tabelle 3.2 in [EC 6] zu $\delta = 1.3$. Die in der Potenzformel Gl.(3-14) zu benutzende Steindruckfestigkeit wird zu $f_b = 1.3 \cdot f_{c,St}$. Damit wird die Mauerwerksdruckfestigkeit f_k zu:

$$f_k = K \cdot f_b^{0.65} \cdot f_m^{0.25} = 0.6 \cdot (1.3 \cdot 99.6)^{0.65} \cdot 16.9^{0.25} = 28.7 \text{ MN/m}^2$$

3.4.2.4 Druckfestigkeit von Bruchsteinmauerwerk nach [Mann 1983-1]

Für regelmäßiges Schichtenmauerwerk wird der Übertragungsfaktor \ddot{u} zu 0.85 angenommen. Die wirksame Fugenhöhe beträgt 2 cm, die wirksame Fugenlänge in Dickenrichtung 15 cm. Als Mauerwerksdruckfestigkeit ergibt sich:

$$\begin{aligned} f_{c,MW} &= f_{c,M\ddot{o},(h/d=1)} \cdot \ddot{u} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{1 - \left(1 - \frac{2h}{3d}\right)^2 \cdot \cos^4 \alpha} \\ &= 16.9 \cdot 0.85 \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{1 - \left(1 - \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 15}\right)^2 \cdot \cos^4 0^\circ} = 75.2 \text{ MN/m}^2 \end{aligned}$$

3.4.2.5 Druckfestigkeit von Bruchsteinmauerwerk aus Sandsteinen nach [Stiglat 1984]

Die zulässige Gebrauchslast ergibt sich für Mörtelgruppe III und unter der Annahme, dass das 5 % -Fraktil der Steindruckfestigkeit nicht wesentlich kleiner ist als das geforderte 10 % Fraktil, zu:

$$zul \sigma = 0.024 f_{c,St,10\%-Fraktil} = 0.024 \cdot 99.6 = 2.4 \leq 2.4 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

Unter der angenommenen Sicherheit von $\gamma=5$ würde die Versagenslast bei $f_{c,MW}=12 \text{ MN/m}^2$ liegen.

3.4.2.6 Mauerwerksdruckfestigkeit nach [Pöschel 1996]

Als Steinbreite wird die Mauerwerksdicke mit durchschnittlich 15 cm angenommen.

Das Verhältnis von Steinzug- zu Steindruckfestigkeit beträgt $\frac{\beta_{Z,St}}{\beta_{D,St}} = 0.03$. Die

Mauerwerksdruckfestigkeit ergibt sich zu:

$$\beta_{D,MW} = \frac{2 \frac{t}{b} \beta_{D,Mö} \left(2.32 \frac{\beta_{Z,St}}{\beta_{D,St}} + 1.6 \right) + \beta_{Z,St}}{\frac{t}{b} \left(2.32 \frac{\beta_{Z,St}}{\beta_{D,St}} + 1.6 \right) + \frac{\beta_{Z,St}}{\beta_{D,St}}} = \frac{2 \frac{2}{15} 16.9 \cdot (2.32 \cdot 0.03 + 1.6) + 3.0}{\frac{2}{15} (2.32 \cdot 0.03 + 1.6) + 0.03} = 41.7 \text{ MN/m}^2$$

3.4.2.7 Mauerwerksdruckfestigkeit nach [Berndt 1996-2]

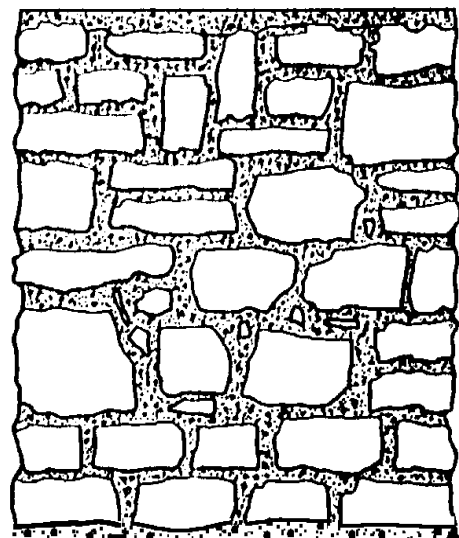
Aus der (angenommenen) Steinhöhe von 15 cm ergibt sich für $h'=10$ cm und für $h''=15$ cm. Die Mörtelgruppe III führt zu einer beidseitigen Ausbröckelungstiefe von $d'=2.9$ cm und einer ideellen Querdehnzahl von $\bar{\mu}_{Mö} = 0.3$. Die Mauerwerksdruckfestigkeit berechnet sich zu:

$$\beta_{D,MW} = \frac{\beta_{D,St}}{\left(\frac{t}{h'} \frac{\bar{\mu}_{Mö}}{1 - \bar{\mu}_{Mö}} + k_1 \frac{d'}{d} \frac{d}{h''} \right) \frac{\beta_{D,St}}{\beta_{Z,St}} + 0.7} = \frac{99.6}{\left(\frac{2}{10} \frac{0.3}{1 - 0.3} + 0.3 \frac{2.9}{15} \frac{15}{15} \right) 33.2 + 0.7} = 18.2 \text{ MN/m}^2$$

3.4.3 Regellooses Bruchmauerwerk mit Mörtel der Gruppe I

Kalkstein	$f_{c,St} = 22.0 \text{ MN/m}^2$ (Nennfestigkeit am Zylinder)
	$f_{t,St} = 1.6 \text{ MN/m}^2$ (90 % der Spaltzugfestigkeit)
Mörtel	$f_{c,Mö} = 1.1 \text{ MN/m}^2$ (Mittelwert nach DIN 18555-3)
	$f_{c,Mö} = 12 \text{ MN/m}^2$ (ibac-Verfahren)
Fugenhöhe	1.5-3.5 cm (im Inneren) 2-5.5 cm in Ansicht (i.M. 3.75)
Steinhöhe	durchschnittlich 15 cm
Mauerwerksdicke	$17.5 \pm 4.5 \text{ cm}$

Versagensspannung $\sigma_u = 4.5 \text{ MN/m}^2$



3.4.3.1 Nennfestigkeit β_M des Mauerwerks nach [DIN 1053-1]

Mit Mörtelgruppe I ist aus Tabelle 4a der [DIN 1053-1] als maximaler Grundwert $\sigma_0 = 1.0 \text{ MN/m}^2$ für Steinfestigkeitsklasse 20 zu entnehmen. Für höhere Steinfestigkeitsklassen werden keine Werte angegeben. Nach Tabelle 3-2 berechnet sich $\beta_M = \sigma_0 / 0.35 = 2.86 \text{ MN/m}^2$.

3.4.3.2 Grundwert σ_0 der zulässigen Druckspannungen für Natursteinmauerwerk nach [DIN 10531] Abschnitt 12

Das regellose Bruchmauerwerk wird Güteklasse N1 zugeordnet. Mit $\beta_{St} > 20 \text{ MN/m}^2$ und Mörtelgruppe I ergibt sich der Grundwert der zulässigen Druckspannungen σ_0 zu 0.2 MN/m^2 . Dies entspricht einer Gebrauchsspannung. Der Sicherheitsabstand zum Versuchsergebnis beträgt $\gamma=22.5$.

3.4.3.3 Charakteristische Mauerwerksdruckfestigkeit nach EC 6

Es handelt sich um Einsteinmauerwerk aus Vollsteinen, der Abminderungsfaktor K ergibt sich nach Tabelle 3-4 zu $K=0.6$. Um die größeren Streuweiten in den Festigkeiten des Sandsteines zu berücksichtigen wird anstelle des Mittelwertes der Steindruckfestigkeit der Nennwert $f_{c,St}$ berücksichtigt. Dieser muss auf den lufttrockenen Prüfkörper mit der Schlankheit $h/d=1$ normiert werden. Der Normierungsfaktor δ ergibt sich aus Tabelle 3.2 in [EC 6] zu $\delta = 1.3$. Die in der Potenzformel Gl.(3-14) zu benutzende Steindruckfestigkeit wird zu $f_b = 1.3 \times f_{c,St}$. Damit wird f_k :

$$f_k = K \cdot f_b^{0.65} \cdot f_m^{0.25} = 0.6 \cdot (1.3 \cdot 22.0)^{0.65} \cdot 1.1^{0.25} = 5.4 \text{ MN/m}^2$$

3.4.3.4 Druckfestigkeit von Bruchsteinmauerwerk nach [Mann 1983-1]

Für das vorliegende Bruchsteinmauerwerk wird der Übertragungsfaktor \ddot{u} von [Warnecke 1995] zu 0.6 übernommen. Die wirksame, durchschnittliche Fugenhöhe beträgt 3.75 cm, die wirksame, mittlere Fugenlänge in Dickenrichtung 17.5 cm. Als Mauerwerksdruckfestigkeit ergibt sich:

$$\begin{aligned} f_{c,MW} &= f_{c,Mö,(h/d=1)} \cdot \ddot{u} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{1 - \left(1 - \frac{2h}{3d}\right)^2 \cdot \cos^4 \alpha} \\ &= 1.1 \cdot 0.6 \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{1 - \left(1 - \frac{2 \cdot 3.75}{3 \cdot 17.5}\right)^2 \cdot \cos^4 0^\circ} = 2.21 \text{ MN/m}^2 \end{aligned}$$

3.4.3.5 Druckfestigkeit von Bruchsteinmauerwerk aus Sandsteinen nach [Stiglat 1984]

Die zulässige Gebrauchslast ergibt sich für Mörtelgruppe I und unter der Annahme, dass das 5 % - Fraktil der Steindruckfestigkeit nicht wesentlich kleiner als das geforderte 10 % Fraktil, zu:

$$\text{zul } \sigma = 0.007 f_{c,St,10\%-Fraktil} = 0.007 \cdot 22.0 = 0.15 \leq 0.7 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

Unter der angenommenen Sicherheit von $\gamma=5$ würde die Versagenslast bei $f_{c,MW}=0.77 \text{ MN/m}^2$ liegen.

3.4.3.6 Mauerwerksdruckfestigkeit nach [Pöschel 1996]

Als Steinbreite wird die Mauerwerksdicke mit durchschnittlich 17.5 cm angenommen.

Das Verhältnis von Steinzug- zu Steindruckfestigkeit beträgt $\frac{\beta_{Z,St}}{\beta_{D,St}} = 0.07$. Die

Mauerwerksdruckfestigkeit ergibt sich zu:

$$\beta_{D,MW} = \frac{2 \frac{t}{b} \beta_{D,Mö} \left(2.32 \frac{\beta_{Z,St}}{\beta_{D,St}} + 1.6 \right) + \beta_{Z,St}}{\frac{t}{b} \left(2.32 \frac{\beta_{Z,St}}{\beta_{D,St}} + 1.6 \right) + \frac{\beta_{Z,St}}{\beta_{D,St}}} = \frac{2 \frac{3.75}{17.5} 1.1 \cdot (2.32 \cdot 0.07 + 1.6) + 1.6}{\frac{3.75}{17.5} (2.32 \cdot 0.07 + 1.6) + 0.07} = 5.4 \text{ MN/m}^2$$

3.4.3.7 Mauerwerksdruckfestigkeit nach [Berndt 1996-2]

Aus der (angenommenen) Steinhöhe von 15 cm ergibt sich für $h'=10$ cm und für $h''=15$ cm. Die Mörtelgruppe I führt mit einer Fugenhöhe $t=3.75$ cm zu einer beidseitigen Ausbröckelungstiefe von $d'=6.38$ cm und einer ideellen Querdehnzahl von $\bar{\mu}_{Mö} = 0.5$. Das Verhältnis von Steindruck- zu Steinzugfestigkeit beträgt

$\frac{\beta_{D,St}}{\beta_{Z,St}} = 13.8$. Die Mauerwerksdruckfestigkeit berechnet sich zu:

$$\begin{aligned} \beta_{D,MW} &= \frac{\beta_{D,St}}{\left(\frac{t}{h'} \frac{\bar{\mu}_{Mö}}{1 - \bar{\mu}_{Mö}} + k_1 \frac{d'}{d} \frac{d}{h''} \right) \frac{\beta_{D,St}}{\beta_{Z,St}} + 0.7} \\ &= \frac{22.0}{\left(\frac{3.75}{10} \frac{0.5}{1 - 0.5} + 0.3 \frac{6.38}{17.5} \frac{17.5}{15} \right) 13.8 + 0.7} = 2.9 \text{ MN/m}^2 \end{aligned}$$

3.4.4 Zusammenfassung und Beurteilung der berechneten Mauerwerksdruckfestigkeiten

Die Bemessung der Probekörper nach [DIN 1053-1], Abschnitt 12 führt für die aufgeführten Beispiele zu Sicherheiten gegenüber dem Versagen zwischen $\gamma=6$ für Schichtenmauerwerk mit Mörtelgruppe III und $\gamma=22$ für Bruchsteinmauerwerk mit Mörtelgruppe I. Die Ergebnisse liegen sehr auf der sicheren Seite. Eine Abschätzung des Abstandes zwischen zulässiger Spannung und Versagensspannung kann nicht vorgenommen werden.

Die Ergebnisse der Berechnung der Nennfestigkeit β_M nach DIN 1053 liegen für alle drei Fälle deutlich unterhalb der Versagenslast. Die Ermittlung des Grundwertes σ_0 für die Varianten mit den hochfesten Sandsteinen musste in Tabelle 4a der [DIN 1053-1] für geringere Steinfestigkeitsklassen als vorhanden durchgeführt werden, weil die notwendigen Kombinationen bei künstlichem Mauerwerk nicht vorhanden sind. Die Anwendung, vor allem auf das Bruchsteinmauerwerk, ist allerdings als nicht-regelkonform zu bewerten.

Die Ermittlung der charakteristischen Mauerwerksfestigkeiten f_k nach EC 6 führt zu Spannungen, die zwischen 20 % und 32 % oberhalb der Versuchsergebnisse liegen. Die Potenzformel Gl.(3-14) wird sehr von der Steindruckfestigkeit geleitet. Die

Zugfestigkeit ist nur implizit enthalten, weil die Gleichung auf Versuchsergebnissen von künstlichem Mauerwerk beruht. Dabei waren die Steine mit dem kleinsten Verhältnis von Zug- zu Druckfestigkeit für die Ermittlung des Exponenten in Gl.(3-14) maßgebend. Die Fugenhöhe und von der Quaderform abweichende Steingeometrien werden nicht berücksichtigt. Somit ist die Anwendung nur eingeschränkt für Quader- und Schichtenmauerwerk mit relativ dünnen Fugen zu empfehlen.

Die Berechnung der Mauerwerksfestigkeit nach [Mann 1983-1] ist besonders für das Schichtenmauerwerk mit Mörtelgruppe III ungeeignet. Die berechnete Versagensspannung liegt um 220 % zu hoch. Die Herleitung von Gl.(3-15) gilt allerdings auch hauptsächlich für Bruchsteinmauerwerk mit niederfestem Mörtel. Für diese Variante liegt die berechnete Versagensgröße rund 50 % unterhalb des Versuchsergebnisses. Das Verfahren reagiert sehr empfindlich auf das schwierig zu ermittelnde Verhältnis von wirksamer Fugenhöhe zu –länge und dem Übertragungsfaktor \bar{u} . Die Herleitung schließt Mauerwerksversagen durch Steinrisse aus und liegt damit im Widerspruch zu Versuchsbeobachtungen. Es scheint für Natursteinmauerwerk mit niedriger Mörtelgüte möglicherweise geeignet, den Zeitpunkt des Fugenausbruches zu beschreiben. Dieser wird in den vorliegenden Veröffentlichungen leider nur qualitativ bei etwa 50 % der Bruchlast angegeben, so dass eine Überprüfung dieser These bis hierhin nicht möglich ist

Das Verfahren von [Stiglat 1984] liefert Versagensspannungen die deutlich zu niedrig sind. Als Eingangsgröße in Gl.(3-17) geht nur die Steindruckfestigkeit ein. Deren Herleitung beruht auf vier(!) Versuchen für Bruchsteinmauerwerk aus Sandstein und ist für eine allgemeingültige Anwendung ungeeignet.

Die Mauerwerksfestigkeiten die sich nach [Pöschel 1996] ergeben, liegen durchweg deutlich über den Versuchsergebnissen. Die Herleitung von Gl.(3-18) erfolgt für Quadermauerwerk mit Mörtelgruppe I. Entsprechend ist der Abstand zwischen Rechen- und Versuchsergebnis hier mit 25 % am geringsten. Während der Herleitung wird, unabhängig von der Fugenhöhe, davon ausgegangen, dass bei einer Vertikalspannung von $\sigma_z = 2\beta_{D,M0}$ die Fuge ausbricht. Die Ausbruchtiefe entspricht der Fugenhöhe. Der Ort des Steinrisses wird in Steinmitte angenommen, wobei das Verhältnis von Steinhöhe zu Steinbreite konstant zu 1 angenommen wird. Der resultierende Versagensmechanismus entspricht einer reiner Spaltzugwirkung. Diese Annahmen gehen in die richtige Richtung, vernachlässigen aber:

- den Einfluss der Fugenhöhe auf die Beanspruchungshöhe bei Ausbruch
- das Verhältnis Steinhöhe/Steinbreite
- den möglichen Rissort im Stein, der ungefähr auf einer Diagonalen zwischen Steinmitte in Höhe und Breite und der Kontaktfläche Steinmörtel am äußeren Rand liegen muss.

Das Bruchmodell von [Berndt 1996-2] berücksichtigt diese Zusammenhänge. Folgerichtig beschreibt es die Versagensspannungen der drei Varianten auch am genauesten. Für Schichtmauerwerk mit Mörtelgruppe I liegt es 5 % unterhalb der maximalen Versuchsspannung, für Schichtmauerwerk mit Mörtelgruppe III 23 %. Erstaunlicherweise nur ca. 35 % unter der Versagensspannung des Versuches liegt das Berechnungsergebnis für Bruchsteinmauerwerk mit Mörtelgruppe I, obwohl Gl.(3-19) für Quadermauerwerk hergeleitet wurde. In der Berechnung sind die Mittelwerte der stark schwankenden Geometriedaten eingegangen.

In Abbildung 3-17 sind die Ergebnisse der berechneten Versagensspannungen, bezogen auf die Versagensspannung des jeweiligen Versuches, prozentual dargestellt.

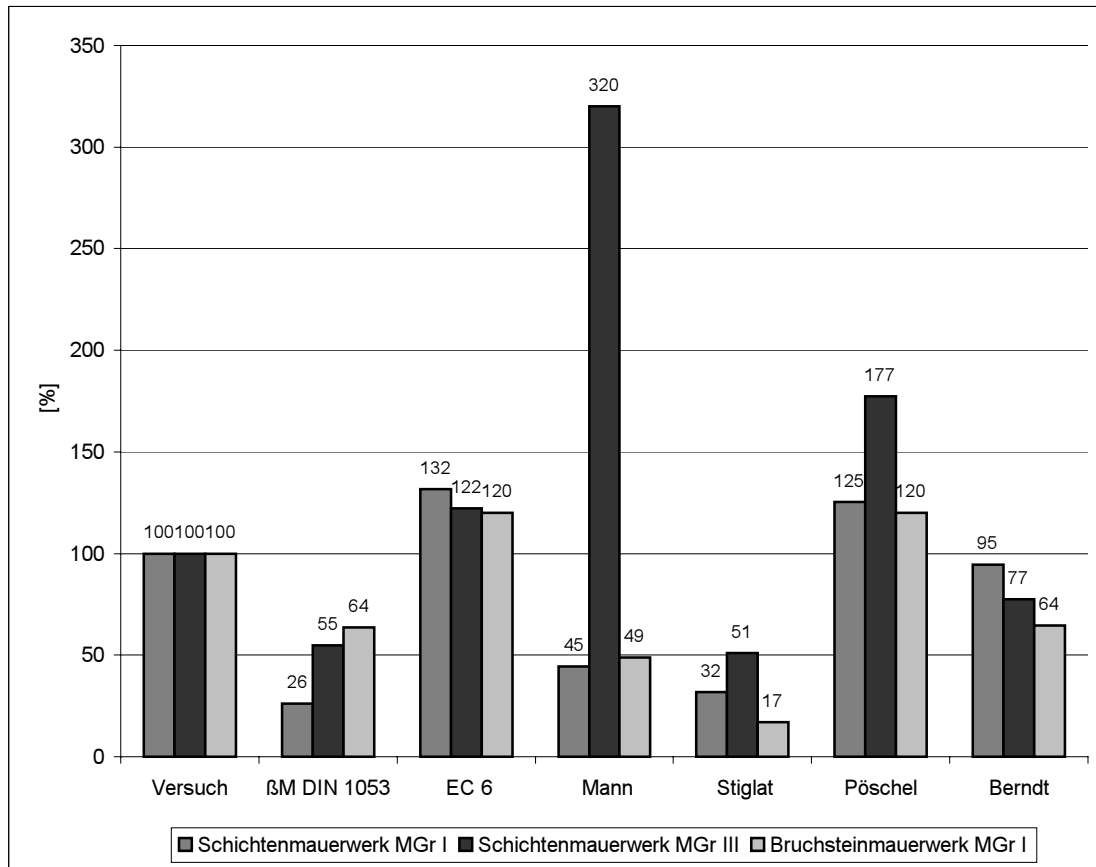


Abbildung 3-17 Bezogene Versagensspannungen aus Versuch [Warnecke 1995] und Berechnung

Das Modell von [Berndt 1996-2] beschreibt die Versagensspannung von zentrisch gedrücktem Natursteinmauerwerk, auf der sicheren Seite liegend, mit den geringsten Abweichungen von den vorgestellten Ansätzen.

In der vorliegenden Arbeit wird versucht, im Rahmen der Parameterstudie in Kapitel 7 die Annahmen, die zu Gl.(3-19) geführt haben zu überprüfen, Anwendungsgrenzen festzulegen und die Qualität der Ergebnisse zu beurteilen.

4 Numerische Analysen von Mauerwerk- Stand der Forschung

Zwei verschiedene numerische Verfahren haben zur Modellierung und Berechnung von Mauerwerksstrukturen Anwendung gefunden. Die Finite Element-Methode (FEM) und die Methode der Distinkten Elemente (MDE).

4.1 FEM Analysen von Mauerwerk

Mit Hilfe der FEM lässt sich Mauerwerk auf zwei grundsätzlich unterschiedliche Weisen modellieren. Die Makromodelle unterscheiden Steine und Fugen in den Elemententeilungen nicht und es wird ein Materialverhalten für den Werkstoff Mauerwerk berücksichtigt. Bei Mikromodelle werden Stein und Fuge durch jeweils separate Elemente mit unterschiedlichen mechanischen Eigenschaften abgebildet.

4.1.1 Mikromodelle

[Page 1978] modelliert die Steine aus elastischen Scheibenelementen und die Fugen aus nichtlinearen Kontaktelementen. Die Anwendung erfolgt an einer vertikal belasteten Mauerwerksscheibe als wandartigem Träger. Das grundsätzliche Tragverhalten konnte simuliert werden, da das Tragverhalten maßgebend durch das Aufreißen von Fugen beeinflusst wird. Eine Abschätzung der Versagenslast gelang, wegen eines fehlenden Bruchkriteriums für die Steine und der Nichtberücksichtigung der Fugenquerdehnung, nicht.

Probst [Probst 1981] bildet Mauerwerk mit 4-Knoten-Scheibenelementen ab. Steine und Mörtel werden homogen und isotrop mit einem linear elastischen Werkstoffgesetz im Ebenen Spannungszustand (ESZ) abgebildet. Durch Querdehnungsunterschiede treten im Stein Querkzug und im Mörtel Querdruckspannungen auf. Die Querkzugspannungen im Stein werden als riss- und versagensauslösend angesehen. Schubspannungen in der Kontaktfläche stellen das horizontale Gleichgewicht her. Am freien Rand sind diese Spannungen null. Der Übertragungsbereich der Querspannungen wird als Eintragungsbereich definiert. Dessen Länge entspricht in etwa der Steinhöhe. Im darauffolgenden inneren, ungestörten Bereich sind die Querspannungen konstant und die Schubspannungen null. Die größten Querkzugspannungen befinden sich im Stein nahe des freien Randes an der Kontaktfläche. Das Verhältnis Steinhöhe zu Fugenhöhe $h_{St}/h_{Mö}$ führt zu Veränderungen der Querspannungen im ungestörten Bereich. Die Querkzugspannungen im Stein nehmen mit wachsendem Verhältnis $h_{St}/h_{Mö}$ ab, während die Querdruckspannungen im Mörtel betragsmäßig anwachsen. Die Eintragungslänge verringert sich mit zunehmendem Höhenverhältnis. Die maximale Querkzugspannung wächst mit größer werdender Fugenhöhe an und ist vom Höhenverhältnis abhängig. Die Variation von E-Modul und Querdehnzahl führt entsprechend der jeweiligen Querdehnungsbehinderung zu Veränderungen in den Extremwerten der Querspannungen, während der Spannungsverlauf qualitativ gleich bleibt. Die räumliche Berechnung führt zu qualitativ ähnlichen Spannungsverläufen auf um etwa 30 % erhöhtem Niveau. Eine Stoßfuge führt zu leichten Umlagerungen im Stein und zu Querkzugspannungen in der Stoßfuge, die rissauslösend sein können. Eine Verdoppelung der Querkzugspannungen im Stein wird durch einen vertikalen Riss in der Stoßfuge ausgelöst. Die Simulation eines verschieblichen Verbundes führt zu einem Abbau der Spannungsspitzen im Eintragungsbereich, die Spannungen im ungestörten Bereich bleiben unverändert. Die maximal aufnehmbaren Vertikalspannungen können nicht berechnet werden.

In [Schulenberg 1982] wird in einem kleinen Teil der Arbeit das Tragverhalten von zentrisch gedrücktem Mauerwerk mit dem FE-Programm *ADINA* untersucht. Angaben zu verwendeten Elementen und Materialgesetzen werden nicht gemacht. Es ist von einer linear-elastischen Berechnung auszugehen. Erstmals wird die Lagerfuge nicht mit durchgängig gleichen Steifigkeiten modelliert. Zum freien Rand hin wird der E-Modul des Mörtels verringert, weil

- Mauerwerk in der Baustellenpraxis oft nicht vollfugig hergestellt wird
- durch das Abstreifen des überschüssigen Mörtels bei der Herstellung ein Spalt zwischen Fuge und darüber liegendem Stein aufgrund der Setzung des Frischmörtels entsteht.
- durch die schnellere Austrocknung des Mörtels an der Wandaußenfläche ungünstigere Erhärtungsbedingungen vorliegen, so dass hier die mechanischen Eigenschaften schlechter als im Fugeninneren sind.
- die Fuge unter Umständen nachträglich verfugt wird und somit ein volles Zusammenwirken von Verfugmörtel mit Steinen und Mauermörtel nicht gewährleistet ist.
- dadurch der beobachtete Mörtelausbruch lange vor dem Gesamtversagen berücksichtigt werden kann.

Dadurch ergibt sich ein Abbau der Querkzugspannungsspitzen an den Steinrändern und die maximalen, mutmaßlich bruchauslösenden, Querkzugspannungen stellen sich, wie im Versuch beobachtet, in Steinmitte ein. Bei einem angenommenen Reibungsbeiwert $\mu=0.6$ wird ein Schubversagen in der Kontaktfläche ausgeschlossen, da die Schubspannungen jeweils nur maximal 40 % der Vertikalspannungen betragen. Eine Verifikation oder Vorhersage der Traglasten erfolgt nicht.

Meyer [Meyer 1990] untersucht experimentell den Einfluss der Güte der Ausführung auf die Druckfestigkeit von Mauerwerk. In diesem Zusammenhang werden 5-schichtige Mauerwerkskörper mit dem FE-Programm *SOLVIA* im ESZ berechnet. Sowohl für die Steine als auch für den Mörtel werden isotrope, homogene und linear elastische Materialeigenschaften angenommen. Der Verbund zwischen Stein und Mörtel ist starr. In einer Parameterstudie werden E-Moduln, Querdehnzahlen und die Verhältnisse von Steinhöhe zu Fugenhöhe variiert. Die Berechnungsergebnisse werden über Verhältnisse von Vertikal- zu Querspannungen in Steinmitte unmittelbar über der Lagerfuge ausgewertet. Dieser Ort entspricht allerdings nicht dem der größten Querspannungen. Möglicherweise wurden hybride Elemente verwendet, die bei starrem Verbund zu falschen Spannungen an der Kontaktfläche führen. Die berechneten Verhältnisse werden denen aus der geschlossenen Lösung nach der Elastizitätstheorie gegenübergestellt. Die Aussagekraft der analytischen Lösung wird als ausreichend genau betrachtet, so dass die Ergebnisse aus der FE-Berechnung nicht weiter verwendet werden. Eine Schlussfolgerung über Versagensmechanismus und Versagensspannungen kann nicht getroffen werden.

In [Franke 1993] werden Mauerwerksprobekörper aus Feldbrandziegel und Mörtel aus MGr I und II hergestellt und unter zentrischem Druck belastet. Ziel der Arbeit ist, den Einfluss der Streuung von Festigkeits- und Verformungskennwerten auf das Tragverhalten zu untersuchen. Die experimentellen Ergebnisse werden mit numerischen Berechnungen verglichen. Voruntersuchungen führen zu dem Schluss, dass Mauerwerk in einer nichtlinearen Analyse nur dreidimensional wirklichkeitsnah abgebildet werden kann. Vor allem die entstehenden Querkzugspannungen, die für

das Steinversagen maßgebend sind, liegen um bis 130 % höher als in zweidimensionalen Berechnungen. Die Mauerwerksscheiben werden mit 8-Knoten-Quaderelementen modelliert. Das gewählte FE-Programm ANSYS weist Fehler in der Bruchumhüllenden auf, die von den Autoren korrigiert werden. Gleichzeitig wird ein Programm-Modul eingebaut, welches die Größe der spannungsabhängigen Querdehnzahl berücksichtigt. Eine Angabe über Spannungsalgorithmus, Fließfunktion und Fließregel fehlt. Für die Ziegel wird ein lineares Vertikalspannungs-Vertikaldehnungsverhalten angenommen, die Querdehnzahl jedoch ist spannungsabhängig. Die Mörtel haben eine nichtlineare Spannungs-Dehnungskurve, ebenfalls mit spannungsabhängiger Querdehnzahl. Diese Kennwerte werden aus Versuchen an Mörtelwürfeln und Verbundkörpern mit Dehnungs-Mess-Streifen ermittelt. Unverständlich und unkommentiert wird für den Mörtel der MGr I eine Festigkeit in der Fuge von 17 MN/m^2 , für MGr II von 8 MN/m^2 ermittelt.

Nur für die Steine wird eine Bruchumhüllende angenommen, für den Mörtel werden keine Versagenskriterien beschrieben. Entgegen den üblichen Stein-Mörtel-Kombinationen liegt in den beschriebenen Beispielen der E-Modul der Steine erheblich unter denen des Mörtels. Aus diesem Grund entstehen in der Fuge im elastischen Bereich Querkzugspannungen (!).

Im Vergleich zwischen numerischen und experimentellen Ergebnissen werden Unterschiede in den Traglasten von maximal 20 % festgestellt. Der Versagensmechanismus wird durch Aufreißen der Steine beschrieben. Das gewählte FE-Modell wird zu Parameterstudien herangezogen.

Die Auswirkungen einer ungleichmäßigen Fugegeometrie auf den Spannungs- und Verformungszustand werden in [Babilon 1994] experimentell und theoretisch untersucht. Die linear-elastischen FE-Berechnungen erfolgen mit SAP IV. Benutzt werden Scheibenelemente im EVZ und Volumenelemente für eine dreidimensionale Vergleichsrechnung. Der Verbund zwischen Stein und Mörtel wird unverschieblich angenommen. Die Auswertung erfolgt über maximale Querkzugspannungen im Stein, die hauptsächlich vom Verhältnis der unterschiedlichen E-Moduln und der Fugenhöhe abhängen. Bei ungleichmäßigen Fugegeometrien konzentriert sich die Übertragung der Vertikalspannungen auf Bereiche mit dünnen Fugen. Ist die Fugendicke im Inneren der Struktur dünner als am freien Rand erhöht sich die Tragfähigkeit (bzw. vermindern sich die Querkzugspannungen), im umgekehrten Fall vermindert sie sich gegenüber Strukturen mit konstanter Fugendicke. Der Vergleich mit ausgewählten Versuchsergebnissen zeigt eine gute Übereinstimmung im elastischen Bereich in den Verschiebungen, nachdem die Verformungseigenschaften von Stein und Mörtel, abweichend von Ergebnissen der Materialprüfungen (!), angepasst wurden. Zur Abschätzung der Tragfähigkeit von Natursteinmauerwerk müssen Fugenform und -höhe, Steinhöhe und Steinfestigkeit unter Druck-Zug-Beanspruchung berücksichtigt werden.

In [Stavrakakis 1995] werden Stein und Fugen mit Scheibenelementen modelliert. Alle Materialien verhalten sich nichtlinear und besitzen verschiedene Versagensmechanismen. Untersucht werden die Auswirkungen biaxialer Druckbelastungszustände bei verschiedenen rechteckigen Steingeometrien und Fugendicken auf die Versagensspannung $f_{c,MW}$ des Mauerwerks in einem selbst entwickeltem FE-Programm. Für die einaxiale Belastung werden folgende Zusammenhänge ermittelt:

Die Mauerwerksdruckfestigkeit $f_{c,MW}$ wächst für längere Steine und dünner werdende Fugen an. Dabei hat die Fugendicke einen größeren Einfluss als die Steinlänge. Bei gleicher Fugendicke wächst $f_{c,MW}$ mit länger werden Steinen an. Bei dünnen Fugen ($h_{Mo} < 10\% \cdot h_{St}$) spielt die Steingeometrie nur eine untergeordnete Rolle. Ein funktionaler Zusammenhang zwischen Eingangsparameter und Versagensspannung und eine Beschreibung der Versagensmechanismen ist nicht enthalten.

[Bierwirth 1995] benutzt seine experimentellen Erkenntnisse über das drei-axiale Mörtelverhalten für die numerische Untersuchung an zwei ausgewählten Stein-Mörtel-Kombinationen. Mit dem Programmsystem SOLVIA werden 3-Stein-Modellkörper rotationssymmetrisch mit 8-knotigen Scheibenelementen abgebildet. Beide Materialien verhalten sich nicht-linear, der Verbund wird als starr angenommen. Die Verwendung gleichen Mörtels führt in Kombination mit unterschiedlichen Steinsorten zu unterschiedlichen Spannungszuständen, die auch unterschiedliche Versagensmechanismen nach sich führen. Für die quantitative Vorhersage von Traglasten ist die Kenntnis weiterer Materialparameter, insbesondere die lokal unterschiedlichen Festigkeits- und Verformungseigenschaften in der Fuge, sowie die Anwendung verfeinerte Rechenmethoden erforderlich.

Im Unterschied zu bekannten linear-elastischen Berechnungen, in denen ausschließlich die maximalen Querkzugspannungen im Stein ausgewertet werden, beschreiten [Hertel 1994] für zweidimensionale und [Münch 1997] für dreidimensionale Modellierungen einen verbesserten Weg. Die Auswertung erfolgt über den Vergleich der Lage der vorhandenen Spannungen mit einer Bruchumhüllenden im dreidimensionalen Hauptspannungsraum. Über die oben beschriebenen Abhängigkeiten von Verformungsunterschieden und Stein- und Fugegeometrien hinausgehend, können die Orte, an denen erstmals Versagen eintritt, beschrieben werden. Für den Mörtel sind dies Bereiche in der Lagerfuge an der Wandaußenfläche und in Kreuzungspunkten zwischen Lager- und Stoßfugen. Das Aufreißen der Steine beginnt an den freien Rändern unmittelbar über bzw. unter Lagerfugen oder bei abnehmender Steifigkeit oder zunehmender Dicke der Stoßfugen direkt über und unter diesen.

Die wirklichkeitsnahe Berechnung von Tragmechanismen und Versagensspannungen von zentrisch gedrückten Mauerwerk gelingt mit vorhandenen kommerziellen FE-Programmen ohne Modifikationen bisher nicht.

4.1.2 Makromodelle

Für die Modellierung größerer Mauerwerksstrukturen scheiden Mikromodelle aufgrund der benötigten großen Anzahl von Elementen, verbunden mit langen Rechenzeiten und hohem Speicherbedarf, aus.

In [Middleton 1991] werden verschiedene Strukturen linear-elastisch und viskoplastisch berechnet. Die durchschnittlichen Werkstoffeigenschaften werden aus den Verformungseigenschaften von Stein und Mörtel, den Steinabmessungen und den Fugendicken homogenisiert. Die berechneten Spannungen stimmen nicht mit den tatsächlich vorhandenen Spannungen überein, sondern müssen erst durch *Structural Matrices* auf Mörtel bzw. Stein umgerechnet werden. Die Auswirkungen der Spannungs-kombinationen in Stein und Mörtel auf Verformungseigenschaften und Versagen werden in folgenden Iterationsschritten im Zuge der Homogenisierung berücksichtigt. Ein Anwendungsbeispiel simuliert Frostschäden an einer Mauerwerkswand.

Ein anderer Weg wird von [Seim 1995] beschrrieben. Nicht die mechanischen Eigenschaften und Versagensbedingungen der Einzelkomponenten werden benötigt, sondern die gerichteten Eigenschaften des Mauerwerks. Die materielle Nichtlinearität wird idealplastisch unter Verwendung einer assoziierten Fließregel berücksichtigt. Es wird eine leicht modifizierte Fließfläche nach [Ganz 1985] verwendet. Eingangswerte dafür sind die vertikale und horizontale Mauerwerksdruckfestigkeit, die horizontale Mauerwerkszugfestigkeit sowie der Winkel der inneren Reibung und die Kohäsion der Fuge. Gleichzeitig mit diesen, experimentell zu bestimmenden Festigkeitseigenschaften, werden die orthotropen, elastischen Verformungseigenschaften ermittelt. Je nach Lage der entsprechenden Spannungscombination auf der Fließfläche werden ein Versagen der Lagerfuge, Druckversagen des Mauerwerks, Schubversagen oder horizontales Zugversagen unterschieden. Der Einfluss der elastischen Anisotropie auf die rechnerische Versagenslast ist nicht erkennbar, wohl aber auf das Verformungsverhalten.

4.2 MDE Analysen von Mauerwerk

Die MDE geht von Mauerwerk als Diskontinuum aus, bei dem die Steine als Kontinuumselemente und die Fugen als verbindende Federn abgebildet werden. Dieses Verfahren wurde vor allem für felsmechanische Anwendungen entwickelt. Der Vorteil gegenüber der FEM besteht darin, dass große Verschiebungen und Rotationen der Elemente ohne Verletzung der Verträglichkeitsbedingungen erfasst werden können. Der Nachteil besteht in der großen Abhängigkeit der Rechenergebnisse von der Wahl der gerichteten Fugensteifigkeiten und der Dämpfungszahl, für die keine experimentelle Daten vorliegen. Aus diesem Grund ist die Anwendung kaum verbreitet. Hintergründe, Einschränkungen und ein Berechnungsbeispiel sind in [Dialer 1993] enthalten.

4.3 Anforderungen und Wahl eines numerischen Verfahrens für Traglastanalysen von vertikal beanspruchten Strukturen aus Natursteinmauerwerk

Die **Finite-Element-Methode** wird aus Gründen der persönlichen Erfahrung und den im vorherigem Abschnitt erläuterten Einschränkungen der Methode der Distinkten Elemente als numerisches Verfahren vorgezogen. Um Traglastanalysen unterschiedlicher Mauerwerksstrukturen mit verschiedenen Materialeigenschaften vorzunehmen, ist eine **Mikromodellierung** erforderlich. Mauerwerksversagen wird offensichtlich von Rissen in den Steinen ausgelöst. Die dazu notwendigen Zugspannungen im Stein können gleichzeitig in zueinander orthogonalen Richtungen entstehen, so dass eine **dreidimensionale** Abbildung der untersuchten Strukturen notwendig ist. Gleichzeitig kann durch geeignete Randbedingungen, das dreidimensionale Modell, ohne Mehraufwand, auf zwei Dimensionen (EVZ) reduziert werden. Auf die Annahme eines verschieblichen Verbundes zwischen Stein und Mörtel wird in Ermangelung experimenteller Kenndaten und wegen des weniger großen Einflusses verzichtet. In der vorliegenden Arbeit wird ausschließlich von einem **starrten Verbund** zwischen Stein- und Mörtелеlementen ausgegangen. Die einaxiale Druckfestigkeit von Mauerwerk liegt in der Regel über der einaxialen Mörteldruckfestigkeit und deutlich unter der Steindruckfestigkeit. Deshalb ist die Berücksichtigung eines **nichtlinearen Materialverhaltens für den Mörtel** einschließlich **Versagenssimulation** unerlässlich. Das entsprechende Materialmodell muss eine Zunahme der Mörtelquerdehnung unter plastischer Belastung berücksichtigen, weil gerade die Verformungsunterschiede die rissauslösenden Querkzugspannungen im

Stein verursachen. Der wachsende hydrostatische Druck in der Lagerfuge muss gegenüber der einaxialen Mörteldruckfestigkeit zu einer deutlich erhöhten mehraxialen Druckfestigkeit führen. An freien Rändern kann der Mörtel vor der Traglast der Gesamtstruktur lokal versagen. Um numerische Schwierigkeiten, die mit einem plötzlichen Spannungsabfall entstehen, zu minimieren, ist die Simulation eines **Nachbruchverhaltens** erforderlich. Ein **linear-elastisches Werkstoffverhalten** wird für die **Steine** angenommen, weil die Mauerwerksdruckfestigkeit unter normalen Umständen in Bereichen liegt, in denen die Steine, wenn überhaupt, nur ein schwaches nichtlineares Verhalten aufweisen. Allerdings müssen Versagensbedingungen, insbesondere **Risse**, und das dazugehörige Nachbruchverhalten simuliert werden können. Für Steine und Mörtel wird **Materialisotropie** vorausgesetzt. Die Anisotropie ist auch bei geschichteten Natursteinen wesentlich weniger ausgeprägt als bei gelochten Kunststeinen. Zum anderen hat sie, wie in [Seim 1995] beschrieben, geringe Auswirkungen auf die Traglast von Mauerwerksstrukturen. Die größeren Auswirkungen auf die Verformungen werden als hinnehmbar akzeptiert. Eine Anisotropie der Gesamtstruktur ergibt sich aus lokalen Steifigkeitsunterschieden, bedingt durch das nichtlineare Mörtelverhalten und lokalen Versagensstellen. Die vorhandenen Streuungen in den Materialeigenschaften der Steine werden in dieser Arbeit negiert; es wird von einer **homogenen Verteilung** ausgegangen.

Der Erfahrungsaustausch mit Wissenschaftlern, die ebenfalls Fragestellungen im Mauerwerksbau mit der Methode der Finiten Elemente bearbeiten, führte zu dem Entschluss, kein kommerzielles FE-Programm zu erweitern, sondern ein eigenes [Huster 1994] entsprechend den oben genannten Anforderungen weiter zu entwickeln.

5 Materialmodelle und ihre Umsetzung in die Finite Element Methode

5.1 Herleitung der FEM bei materieller Nichtlinearität

Im vorherigen Kapitel wurden die Anforderungen an ein Materialmodell für Mörtel formuliert. Einige dieser Anforderungen, nicht-linearer Spannungs-Dehnungs-Zusammenhang, veränderliche Querdehnung und erhöhte Festigkeit bei mehraxialer Druckbeanspruchung, lassen sich durch elastisch-plastische Materialbeziehungen abbilden. Der Zusammenhang zwischen Spannungen und Verzerrungen ist nicht mehr linear. Die Verzerrungen lassen sich in einen elastischen, reversiblen und in einen plastischen, irreversiblen Anteil zerlegen. Die Deformationsgeschichte geht also in die Beschreibung des Spannungszustandes mit ein. Die Berücksichtigung der Deformationsgeschichte geschieht über gewöhnliche Differentialgleichungen für innere Variable q_1, \dots, q_j . Innere Variable stellen Größen dar, die das Verfestigungsverhalten des Werkstoffes beschreiben. Neben den Materialgleichungen sind die Gleichgewichtsbedingungen [Eschenauer 1993]:

$$\text{div } \underline{T} + \rho \vec{f} = \vec{0} \quad (5-1)$$

bzw. in kartesischen Koordinaten

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho f_x &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \rho f_y &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \rho f_z &= 0 \end{aligned} \quad (5-2)$$

mit den Normalspannungen σ_{ii} , den Schubspannungen τ_{ij} und den Volumenkräften ρf_i die wohl wichtigsten Grundgleichungen.

In der FEM können die gewöhnlichen und gekoppelten, partiellen Differentialgleichungen (Gl.(5-1) bzw. Gl.(5-2)) numerisch umgesetzt und durch eine inkrementelle und iterative Vorgehensweise berücksichtigt werden. Die Herleitung der FEM erfolgt in dieser Arbeit über das Prinzip der virtuellen Verschiebungen, das dann räumlich und zeitlich diskretisiert wird. Die räumliche Diskretisierung führt zur Berücksichtigung von Kräften und Verschiebungen an den Knoten der finiten Elemente, die zeitliche Diskretisierung erfordert die Einführung von Zeitschritten $\Delta t = {}^{n+1}t - {}^nt$. Es entsteht in jedem Zeitschritt ein nicht-lineares Gleichungssystem, welches iterativ gelöst werden muss. Anstelle von tatsächlichen Zeitinkrementen wird hier die Last schrittweise aufgebracht. In jedem Lastschritt wird der Zusammenhang zwischen Knotenkräften \mathbf{F} und Knotenverschiebungen \mathbf{U} solange iteriert, bis die äußeren Knotenkräften \mathbf{F} mit den inneren Kräften \mathbf{R} , die aus den Elementspannungen resultieren, im Gleichgewicht stehen. Aus den Iterationsschritten ergeben sich jeweils Zuwächse in den Knotenverschiebungen. In jeder Gleichgewichtsiteration wird der Zuwachs an Verschiebungen zu den bereits ermittelten Gesamtverschiebungen addiert. Die benötigten Spannungen werden während jeder Iteration eines jeden Belastungsschrittes aus den Materialgleichungen integriert.

Die hier vorgestellte Form der Finite-Element-Methode basiert auf dem Prinzip der virtuellen Verschiebungen (P.d.v.V.) (z.B.: [Mehlhorn 1983]; [Hofstetter 1995];). Dabei müssen die innere und die äußere virtuelle Arbeit gleich sein, damit der betrachtete Körper im Gleichgewicht steht:

$$\Gamma(\vec{u}, \delta \vec{u}) = \underbrace{\int_V \underline{T} \cdot \delta \underline{E} dV}_{\text{Arbeit der Volumenkräfte}} - \underbrace{\int_O \vec{t} \cdot \delta \vec{u} dO}_{\text{Arbeit der Oberflächenkräfte}} - \underbrace{\vec{F} \cdot \delta \vec{U}}_{\text{Arbeit der Einzelkräfte}} = 0 \quad (5-3)$$

mit

\vec{u}	Verschiebungsfeld
$\delta \vec{u}$	virtuelles Verschiebungsfeld
$\delta \vec{U}$	virtuelle Verschiebungen
$\delta \underline{E}$	virtueller Verzerrungstensor
\underline{T}	Spannungstensor
\vec{f}	Erdbeschleunigung
\vec{t}	Oberflächenkraftdichte
\vec{F}	Einzelkräfte
ρ	Dichte
V	Volumen
O	Oberfläche

Das P.d.v.V. ist linear in den virtuellen Verschiebungen $\delta \vec{u}$ und bei entsprechenden Materialgleichungen $\underline{T} = f(\underline{E}, q_1, \dots, q_j)$ nichtlinear in den Verschiebungen \vec{u} . Die äußeren Kräfte sollen in dieser Arbeit von den Verschiebungen unabhängig sein. Wegen der prozessabhängigen Materialgleichungen wird die Last inkrementell aufgebracht. Der letzte Gleichgewichtszustand zum Zeitpunkt $^n t$ sei bekannt und der nächste Gleichgewichtszustand zum Zeitpunkt $^{n+1} t$ wird gesucht. Auch für $^{n+1} t$ muss das P.d.v.V. erfüllt sein, welches durch den linken oberen Index $n+1$ angedeutet wird:

$$\Gamma(^{n+1} \vec{u}, \delta \vec{u}) = \underbrace{\int_V ^{n+1} \underline{T} \cdot \delta \underline{E} dV}_{\text{Arbeit der Volumenkräfte}} - \underbrace{\int_O ^{n+1} \vec{t} \cdot \delta \vec{u} dO}_{\text{Arbeit der Oberflächenkräfte}} - \underbrace{^{n+1} \vec{F} \cdot \delta \vec{U}}_{\text{Arbeit der Einzelkräfte}} = 0 \quad (5-4)$$

Es entsteht so ein Nullstellenproblem, dessen Lösung (z.B. Newton-Verfahren) eine Linearisierung in den Verschiebungen erfordert. Im Newton-Verfahren ergibt sich die Iterationsvorschrift:

$$\Gamma(\vec{u}^{i+1}, \delta \vec{u}) = \Gamma(\vec{u}^i, \delta \vec{u}) + D\Gamma(\vec{u}^i, \delta \vec{u})[\vec{u}^{i+1} - \vec{u}^i] = 0 \quad (5-5)$$

$[\vec{u}^{i+1} - \vec{u}^i] = \Delta \vec{u}$ gibt im Iterationsverlauf den Verschiebungszuwachs an, der bei Konvergenz gegen Null geht. In diesem Falle konvergiert \vec{u}^{i+1} gegen die gesuchte Lösung $^{n+1} \vec{u}$.

Die Umstellung von Gl. (5-5) liefert:

$$D\Gamma(\vec{u}^i, \delta \vec{u})[\Delta \vec{u}] = -\Gamma(\vec{u}^i, \delta \vec{u}) \quad (5-6)$$

Nur die Spannungen \underline{T} , nicht aber die äußeren Kräfte, hängen in dieser Arbeit von den Verschiebungs- bzw. den Verzerrungszuwächsen ab. Es muss also im Linearisierungsprozess nur das Differential der Spannungen gebildet werden:

$$D\Gamma(\bar{u}^i, \delta \bar{u})[\Delta \bar{u}] = D \left\{ \int_V \underline{T}(\underline{E}(\bar{u}^i)) \cdot \delta \underline{E} dV \right\} [\Delta \bar{u}] = \int_V D \underline{T}(\underline{E}(\bar{u}^i)) [\Delta \bar{u}] \cdot \delta \underline{E} dV \quad (5-7)$$

Die Anwendung der Kettenregel auf Gl. (5-7) liefert:

$$\begin{aligned} D \underline{T}(\underline{E}(\bar{u}^i)) [\Delta \bar{u}] &= D \underline{T}(\underline{E}) \underbrace{[D \underline{E}(\bar{u}^i) [\Delta \bar{u}]]}_{\underline{H}_I} \\ &= \frac{\partial \underline{T}}{\partial \underline{E}^i} \underline{H}_I = \underline{C}_k^i \underline{H}_I \end{aligned} \quad (5-8)$$

Dabei entspricht \underline{C}_k^i dem konsistente Tangentenoperator, der üblicherweise auch als Materialmatrix bezeichnet wird.

\underline{H}_I ergibt sich zu:

$$\begin{aligned} \underline{H}_I &= D \underline{E}(\bar{u}^i) [\Delta \bar{u}] = \frac{1}{2} (\text{grad } \Delta \bar{u} + \text{grad}^T \Delta \bar{u}) \\ &= \frac{1}{2} (\text{grad } \bar{u}^{i+1} + \text{grad}^T \bar{u}^{i+1}) - \frac{1}{2} (\text{grad } \bar{u}^i + \text{grad}^T \bar{u}^i) \\ &= \underline{E}^{i+1} - \underline{E}^i \\ &= \Delta \underline{E} \end{aligned} \quad (5-9)$$

Einsetzen von Gl.(5-8) und Gl.(5-9) in Gl.(5-6) ergibt unter Berücksichtigung von Gl.(5-7) dann das linearisierte Prinzip der virtuellen Verschiebungen:

$$\int_V \underline{C}_k^i [\Delta \underline{E}] \cdot \delta \underline{E} dV = \int_V \rho^{n+1} \vec{f} \cdot \delta \bar{u} dV + \int_0^{n+1} \vec{t} \cdot \delta \bar{u} dO + \vec{F} \cdot \delta \bar{U} - \int_V \underline{T}^i \cdot \delta \underline{E} dV \quad (5-10)$$

Der Ersatz von $\underline{T} = \underline{C} \underline{E}$ in Gl.(5-3) zeigt die Analogie zur linear-elastischen Theorie:

$$\int_V \underline{C} \underline{E} \cdot \delta \underline{E} dV = \int_V \rho \vec{f} \cdot \delta \bar{u} dV + \int_0 \vec{t} \cdot \delta \bar{u} dO + \vec{F} \cdot \delta \bar{U} \quad (5-11)$$

Die Programmierung erfordert den Übergang zur Matrixnotation:

$$\int_V \delta \mathbf{E}^T \mathbf{C}_k^i \Delta \mathbf{E} dV = \int_V \delta \mathbf{u}^T \rho^{n+1} \mathbf{f} dV + \int_0 \delta \mathbf{u}^T \rho^{n+1} \mathbf{t} dO + \delta \mathbf{U}^T \rho^{n+1} \mathbf{F} - \int_V \delta \mathbf{E}^T \mathbf{T}^i dV \quad (5-12)$$

Tatsächliche und virtuelle Verschiebungen, \mathbf{u} und $\delta \mathbf{u}$, werden mit Hilfe der Matrix der Formfunktionen \mathbf{N} auf die Elementknoten bezogen:

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \mathbf{N} \mathbf{U} \\ \delta \mathbf{u} &= \mathbf{N} \delta \mathbf{U} \end{aligned} \quad (5-13)$$

Der Zusammenhang zwischen Verschiebungen und Verzerrungen wird durch die Verzerrungs-Verschiebungsmatrix \mathbf{D} hergestellt:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^i &= \mathbf{D} \mathbf{U}^i \\ \delta \mathbf{E} &= \mathbf{D} \delta \mathbf{U} \\ \Delta \mathbf{E} &= \mathbf{D} \Delta \mathbf{U} = \mathbf{D} (\mathbf{U}^{i+1} - \mathbf{U}^i) \end{aligned} \quad (5-14)$$

Einsetzen von Gl.(5-13) und Gl.(5-14) in Gl.(5-12) liefert:

$$\int_V (\mathbf{D}\delta\mathbf{U})^T \mathbf{C}_k^i \mathbf{D} \Delta\mathbf{U} dV = \int_V (\mathbf{N}\delta\mathbf{U})^T \rho^{n+1} \mathbf{f} dV + \int_O (\mathbf{N}\delta\mathbf{U})^T {}^{n+1}\mathbf{t} dO + \delta\mathbf{U}^T {}^{n+1}\hat{\mathbf{F}} - \int_V (\mathbf{D}\delta\mathbf{U})^T \mathbf{T}^i dV \quad (5-15)$$

Die virtuellen Knotenpunktverschiebungen $\delta\mathbf{U}$ lassen sich nunmehr ausklammern:

$$\delta\mathbf{U}^T \left[\int_V \mathbf{D}^T \mathbf{C}_k^i \mathbf{D} \Delta\mathbf{U} dV - \int_V \mathbf{N}^T \rho^{n+1} \mathbf{f} dV - \int_O \mathbf{N}^T {}^{n+1}\mathbf{t} dO - {}^{n+1}\hat{\mathbf{F}} + \int_V \mathbf{D}^T \mathbf{T}^i dV \right] = 0 \quad (5-16)$$

und für beliebige $\delta\mathbf{U}$ muss der Ausdruck in eckigen Klammern zu Null werden:

$$\underbrace{\int_V \mathbf{D}^T \mathbf{C}_k^i \mathbf{D} dV}_{\mathbf{K}^i} \Delta\mathbf{U} = \underbrace{\int_V \mathbf{N}^T \rho^{n+1} \mathbf{f} dV + \int_O \mathbf{N}^T {}^{n+1}\mathbf{t} dO + {}^{n+1}\hat{\mathbf{F}}}_{{}^{n+1}\mathbf{F}} - \underbrace{\int_V \mathbf{D}^T \mathbf{T}^i dV}_{\mathbf{R}^i} \quad (5-17)$$

Die Abbildung einer Struktur erfolgt in der Regel mit mehreren Elementen. Dabei werden die Elemente an den Knoten miteinander verknüpft und Elementsteifigkeitsmatrix, Elementknotenverschiebungen und -kräfte werden in Gl.(5-17) über eine Koinzidenzmatrix zu einem für die Gesamtstruktur gültigen System zusammengesetzt.

Gl.(5-17) stellt in jedem Iterationsschritt i ein lineares Gleichungssystem dar. Die Gesamtverschiebungen im Iterationsschritt $i+1$ ergeben sich jeweils aus:

$$\mathbf{U}^{i+1} = \mathbf{U}^i + \Delta\mathbf{U} \quad (5-18)$$

Gleichgewicht ist gefunden, wenn die äußeren Knotenkräfte ${}^{n+1}\mathbf{F}$ den inneren, aus den Spannungen \mathbf{T}^i resultierenden, Knotenkräften \mathbf{R}^i entsprechen und der Verschiebungszuwachs $\Delta\mathbf{U}$ genügend klein ist.

In dieser Arbeit werden die Beanspruchungen über eingeprägte Verformungen an bekannten Freiheitsgraden (FHG) eingeleitet. Die Gültigkeit von Gl.(5-17) bleibt davon unberührt. Die FHG einer FE-Struktur lassen sich in gesperrte bzw. vorgegebene und damit bekannte (vb) und unbekannte (va) Größen einteilen. Somit ergeben sich die Startwerte in jeder Iterationsschleife zum Zeitpunkt ${}^{n+1}t$ aus den Endwerten der Iteration nach dem Zeitpunkt ${}^n t$:

$$\begin{aligned} {}^{n+1}\mathbf{K}^1 &= {}^n \mathbf{K} \\ {}^{n+1}\mathbf{R}^1 &= {}^n \mathbf{R} = {}^n \mathbf{F} \\ {}^{n+1}\mathbf{U}^1 &= \begin{bmatrix} {}^n \mathbf{U}_{vb} + \Delta\mathbf{U}_{vb} \\ {}^n \mathbf{U}_{va} + \mathbf{0} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5-19)$$

Die mit Gl.(5-17) und Gl.(5-19) vorgestellte Iterationsvorschrift entspricht der vollständigen Newton-Raphson Methode [Wunderlich 1996]. Ihr Kennzeichen ist die Neubildung der Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} in jedem Iterationsschritt. Damit wird die Rechenzeit jedes Iterationsschrittes groß, aber die Gesamtanzahl der Iterationen in jedem Lastschritt bleibt in der Regel gering. Die vollständige Newton-Raphson Methode wird in dieser Arbeit genauso durchgängig verwendet wie der verformungsgesteuerte Lasteintrag.

5.1.1 Lösung von $\mathbf{K} \Delta \mathbf{U} = \mathbf{F} - \mathbf{R}$ für verformungsgesteuerte Verfahren

Entsprechend der Aufteilung der FHG in bekannte (vb) und unbekannte (va) Größen wird das Gleichungssystem Gl.(5-17) partitioniert:

$$\mathbf{K}^i \Delta \mathbf{U} = {}^{n+1}\mathbf{F} - \mathbf{R}^i \quad (5-20)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{va,va}^i & \mathbf{K}_{va,vb}^i \\ \mathbf{K}_{vb,va}^i & \mathbf{K}_{vb,vb}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U}_{va} \\ \Delta \mathbf{U}_{vb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{n+1}\mathbf{F}_{va} \\ {}^{n+1}\mathbf{F}_{vb} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{va}^i \\ \mathbf{R}_{vb}^i \end{bmatrix}$$

Im jeweils ersten Iterationsschritt einer Verformungsstufe werden die unbekannten Verschiebungszuwächse abgeschätzt [de Borst 1995]:

$$\Delta \mathbf{U}_{va}^1 = (\mathbf{K}_{va,va}^1)^{-1} ((\mathbf{F}_{va} - \mathbf{R}_{va}^1) - \mathbf{K}_{va,vb} \Delta \mathbf{U}_{vb}) \quad (5-21)$$

Dabei sind in $\Delta \mathbf{U}_{vb}$ die vorgegebenen Verformungszuwächse enthalten. \mathbf{F}_{va} ist, wenn an den entsprechenden FHG keine äußeren Knotenkräfte angreifen, mit Nullen besetzt. Die unbekannten Kräfte \mathbf{F}_{vb} im ersten Iterationsschritt ergeben sich zu

$$\mathbf{F}_{vb}^1 = (\mathbf{K}_{va,vb}^1)^T \Delta \mathbf{U}_{va}^1 + \mathbf{K}_{vb,vb}^1 \Delta \mathbf{U}_{vb} + \mathbf{R}_{vb}^1 \quad (5-22)$$

Weil die vorgegebenen Verformungszuwächse in $\Delta \mathbf{U}_{vb}$ während der Gleichgewichtsiteration in einer Verformungsstufe unverändert bleiben und ihr Einfluss in Gl.(5-21) und Gl.(5-22) berücksichtigt wurde, reduzieren sich die entsprechenden Gleichungen in allen folgenden Iterationen $i > 1$ zu:

$$\Delta \mathbf{U}_{va}^i = (\mathbf{K}_{va,va}^i)^{-1} (\mathbf{F}_{va} - \mathbf{R}_{va}^i) \quad \text{für } i > 1 \quad (5-23)$$

$$\mathbf{F}_{vb}^i = (\mathbf{K}_{va,vb}^i)^T \Delta \mathbf{U}_{va}^i + \mathbf{R}_{vb}^i \quad \text{für } i > 1 \quad (5-24)$$

5.1.2 Konvergenzkriterium

Der Iterationsprozess ist beendet, wenn die Differenz zwischen äußeren Kräften \mathbf{F}^i und den aus den Spannungen resultierenden Kräften \mathbf{R}^i , $\mathbf{F}^i - \mathbf{R}^i$, bzw. der Zuwachs in $\Delta \mathbf{U}_{va}^i$ genügend klein ist. Um ein Kriterium zu verwenden, das sowohl die Verschiebungen als auch die Kräfte berücksichtigt, wird in Anlehnung an [Bathe 1986] folgendes Energiekriterium verwendet:

$$\frac{\|(\Delta \mathbf{U}^i)^T ({}^{n+1}\mathbf{F}^i - {}^{n+1}\mathbf{R}^i)\|}{\|(\Delta \mathbf{U}^1)^T ({}^{n+1}\mathbf{F}^i - {}^n\mathbf{F})\|} \leq tol \quad (5-25)$$

Dabei wird der Zuwachs an innere Energie mit dem Anfangszuwachs unter Berücksichtigung sämtliche Knotenverschiebungen und -kräfte verglichen. Die Toleranzgrenze in Gl.(5-25) wird in dieser Arbeit im Regelfall zu $tol = 1 \cdot 10^{-7}$ angenommen.

5.2 Materialmodelle für Stein und Mörtel

Mauerwerk wird im Rahmen dieser Arbeit dreidimensional abgebildet. Wie bereits in Kapitel 4 begründet, sollen die Steine linear elastisch und der Mörtel elastisch-plastisch bis zu einem noch zu definierenden Versagenskriterium modelliert werden. In Kapitel 3 wurde deutlich gemacht, dass das Versagen von mineralischen Materialien, unter Annahme der Isotropie, von bestimmten Hauptspannungs-

kombinationen ausgelöst wird. Dabei können sowohl Risse als auch Druckversagen eintreten. Die im Folgenden beschriebenen Materialmodelle werden im dreidimensionalen Hauptspannungsraum $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ über Spannungsinvarianten definiert. Spannungsinvarianten sind skalare Größen und nehmen für eine Spannungszustand \underline{T} bei beliebiger Achsenorientierung jeweils konstante Werte an. Der Zusammenhang zwischen der Spannungsmatrix \mathbf{T} und den benötigten Invarianten erfolgt im anschließenden Abschnitt.

5.2.1 Darstellung der Spannungen

Im dreidimensionalen Hauptspannungsraum können die Spannungen über Tensoren beschrieben werden. Der Spannungstensor \underline{T} stellt sich wie folgt dar:

$$\underline{T} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \vec{e}_i \otimes \vec{e}_j \quad (5-26)$$

Wird der Bezug auf ein orthonormales Basissystem (z.B. 1=x, 2=y, 3=z) hergestellt, gleichen die Tensoren den entsprechenden Matrizen.

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (5-27)$$

\underline{T} wie auch \mathbf{T} sind symmetrisch bezüglich der Hauptdiagonalen. Der Spannungstensor \underline{T} lässt sich in einen hydrostatischen (Kugel-) und einen deviatorischen Anteil zerlegen.

$$\underline{T} = \underline{T} - \frac{1}{3} sp(\underline{T}) \underline{1} + \frac{1}{3} sp(\underline{T}) \underline{1} = \underline{T}^D + \frac{1}{3} sp(\underline{T}) \underline{1} \quad (5-28)$$

Aus dem Spannungstensor \underline{T} und dem Spannungsdeviator $\underline{T}^D = \underline{T} - \frac{1}{3} sp(\underline{T}) \underline{1}$ lassen sich für die Beschreibung der gewählten Materialmodelle folgende Invarianten [Klingbeil 1985] berechnen:

$$\begin{aligned} I_1 &= sp(\underline{T}) \\ J_2 &= -\frac{1}{2} sp(\underline{T}^D)^2 \\ J_3 &= \det(\underline{T}^D) \end{aligned} \quad (5-29)$$

Sie sind unabhängig von der Orientierung des jeweilig benutzten Basissystems. Durch die drei Invarianten I_1, J_2, J_3 aus Gl.(5-29) lassen sich alle möglichen Spannungskombinationen im dreidimensionalen Hauptspannungsraum eindeutig darstellen.

Alle Punkte auf der hydrostatischen Achse im Hauptspannungsraum sind durch $\sigma_1=\sigma_2=\sigma_3$ gekennzeichnet. Die hydrostatische Achse wird durch die Oktaedernormalspannung σ_{okt} beschrieben und ist direkt proportional zur Invarianten I_1 :

$$\sigma_{okt} = \frac{1}{3} \cdot I_1 \quad (5-30)$$

Sie entspricht einer mittleren Normalspannung, die senkrecht an den acht Flächen eines, durch die drei orthonormalen Richtungsvektoren der Hauptspannungen

aufgespannten, Oktaeders [Hartmann 1995] wirkt. Senkrecht zur Oktaedernormalspannung σ_{okt} liegt die Oktaederschubspannung τ_{okt} auf diesen acht Flächen. Sie berechnet sich aus der zweiten Invariante J_2 des Spannungsdeviators \underline{T}^D :

$$\tau_{\text{okt}} = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{-J_2} \quad (5-31)$$

τ_{okt} beschreibt den Abstand des vorhandenen Spannungszustandes \underline{T} von der hydrostatischen Achse, wie in Abbildung 5-1 prinzipiell dargestellt.

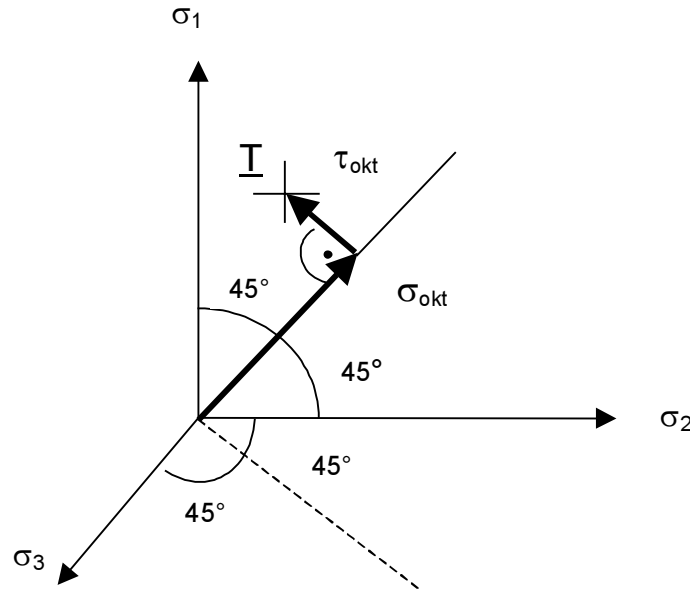


Abbildung 5-1 σ_{okt} und τ_{okt} im 3-dimensionalen Hauptspannungsraum

Zur vollständigen Beschreibung der Lage des Spannungstensors \underline{T} im Hauptspannungsraum wird noch die Richtung von τ_{okt} benötigt. In einer Ebene, die sich senkrecht auf der hydrostatischen Achse befindet, der Deviatorebene, zeigt der Winkel Θ die Richtung von τ_{okt} an.

$$\Theta = \frac{1}{3} \cdot \arccos \left(\frac{\sqrt{27} J_3}{2(J_2)^{3/2}} \right) \quad (5-32)$$

In der Deviatorebene, bei der zu \underline{T} gehörenden Oktaedernormalspannung σ_{okt} , lässt sich nun der Spannungspunkt mit τ_{okt} und Θ darstellen, wie in Abbildung 5-2 gezeigt wird.

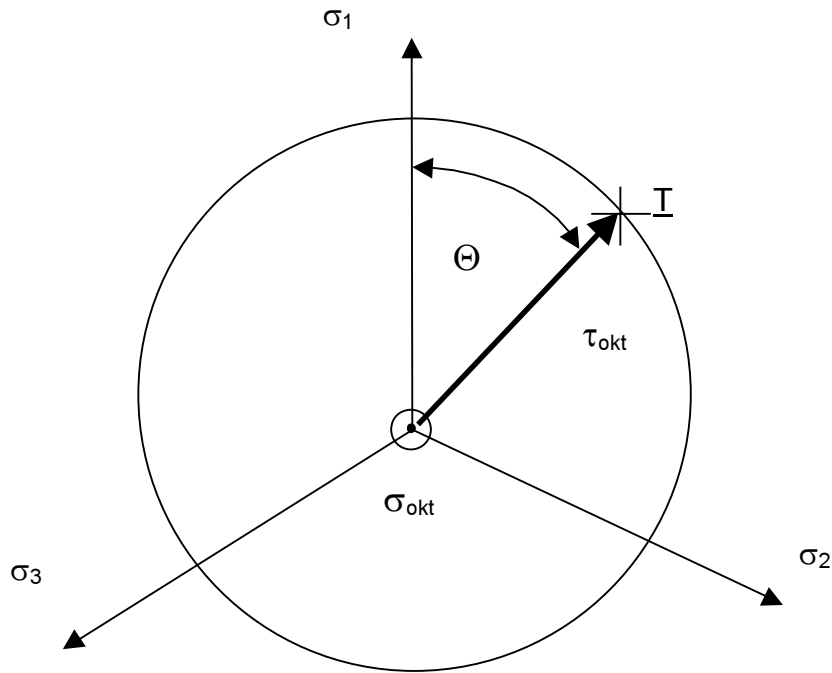


Abbildung 5-2 Darstellung von σ_{okt} , τ_{okt} und Θ in der Deviatorebene

Im folgenden Materialmodell wird τ_{okt} durch den Radius

$$\rho = \sqrt{3}\tau_{\text{okt}} = \sqrt{2 \cdot (-J_2)} \quad (5-33)$$

ersetzt.

5.2.2 Spannungsabhängiges Versagensmodell für mineralisch gebundene Materialien

Im oben eingeführtem Hauptspannungsraum können über die vorgestellten Parameter σ_{okt} , ρ und Θ Körper konstruiert werden. Die Oberfläche eines Körpers beschreibt verschiedene Spannungs-kombinationen, die sich in gleichen Zuständen befinden. Ein wesentlicher Körper wird durch die Bruchumhüllende dargestellt. Deren Oberfläche, die Versagensoberfläche, beschreibt alle möglichen Spannungs-kombinationen, die zum Versagen der Struktur führen. Folgerichtig existieren keine zulässigen Spannungspunkte, die sich außerhalb der Bruchumhüllenden befinden. Alle Punkte innerhalb der Bruchumhüllenden beschreiben Spannungs-kombinationen, die nicht zum Versagen führen.

Bedingt durch die unterschiedlichen Festigkeiten von mineralisch gebundenen Materialien unter Druck- und Zugbeanspruchungen sind die anwendbaren Bruchumhüllenden prinzipiell gleich aufgebaut. Ausgehend von einem Punkt auf der positiven hydrostatischen σ_{okt} -Achse ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 \geq 0$) öffnet sich der Versagenskörper in Richtung der negativen σ_{okt} -Achse, ohne sich wieder zu schließen. Für eine reine hydrostatische Druckbelastung stellt sich also kein Versagen ein. Bei experimentellen Untersuchungen von Chinn und Zimmermann [Chinn 1965] konnte Beton einem hydrostatische Druckspannungszustand ausgesetzt werden, bei denen die erste Invariante des Spannungstensors I_1 den 79-fachen(!) Wert der einaxialen Druckfestigkeit f_c annahm, ohne dass eine Tendenz zum Schließen der Bruchumhüllenden erkennbar war.

Die Bruchumhüllenden bzw. der Versagenskörper können sich anschaulich als ein sich öffnender Tubus vorgestellt werden, der Radius ρ wächst also für konstante Winkel Θ mit zunehmendem, hydrostatischem Druck. Gleichzeitig variiert der Radius ρ des Tubus kontinuierlich zwischen $0^\circ \leq \Theta \leq 60^\circ$ bei konstanter hydrostatischer Spannung. Die Radien ρ , die mit $\Theta=0^\circ$ korrespondieren, werden über der hydrostatischen Achse abgetragen. Die sich ergebende Funktion wird als Zugmeridian ρ_t bezeichnet, während jene die mit $\Theta=60^\circ$ zusammenhängt, als Druckmeridian ρ_c [Chen 1982] bekannt ist.

Aufgrund der angenommen Materialisotropie liegt in den deviatorischen Schnitten eine 60° Symmetrie vor. So wiederholt sich der Funktionsverlauf in der Deviator-ebene periodisch alle 120° .

5.2.3 Modifiziertes 5-Parameter Modell von Willam und Warnke

1975 wurde von Willam und Warnke [Willam 1975] für den Werkstoff Beton ein 5-Parameter-Modell entwickelt. Die Versagensspannungskombinationen von fünf unterschiedliche Versuchen sind erforderlich, um die Bruchumhülle an den jeweiligen Werkstoff anzupassen. In der Originalquelle [Willam 1975] werden Druck- und Zugmeridian über quadratische Parabeln beschrieben:

$$\begin{aligned}\rho_t &= a_0 + a_1 \frac{\sigma_{okt}}{|f_c|} + a_2 \left(\frac{\sigma_{okt}}{|f_c|} \right)^2 \\ \rho_c &= b_0 + b_1 \frac{\sigma_{okt}}{|f_c|} + b_2 \left(\frac{\sigma_{okt}}{|f_c|} \right)^2\end{aligned}\tag{5-34}$$

Der Ansatz einer quadratischen Parabel bedeutet, dass sich die Bruchumhülle im Hochdruckbereich wieder schließen muss, was im Widerspruch zu den oben erwähnten Versuchen [Chinn1965] steht.

In [Chen 1988] wird, ohne erläuternde Angabe, der in Gl.(5-34) angegebene Funktionsverlauf modifiziert. Nun wird der Zusammenhang zwischen der Oktaeder-normalspannung σ_{okt} über quadratische Anteile von Druck- bzw. Zugmeridian, ρ_c bzw. ρ_t , bestimmt. Dabei sind σ_{okt} und ρ_t bzw. ρ_c auf den Absolutwert der einaxialen Druckfestigkeit f_c normiert.

$$\begin{aligned}\frac{\sigma_{okt}}{|f_c|} &= a_0 + a_1 \frac{\rho_t}{|f_c|} + a_2 \left(\frac{\rho_t}{|f_c|} \right)^2 \\ \frac{\sigma_{okt}}{|f_c|} &= b_0 + b_1 \frac{\rho_c}{|f_c|} + b_2 \left(\frac{\rho_c}{|f_c|} \right)^2\end{aligned}\tag{5-35}$$

Der inverse Zusammenhang zeigt sich folgendermaßen:

$$\begin{aligned}\frac{\rho_t}{|f_c|} &= -\frac{1}{2a_2} \left(a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4a_2 \left(a_0 - \frac{\sigma_{okt}}{|f_c|} \right)} \right) \\ \frac{\rho_c}{|f_c|} &= -\frac{1}{2b_2} \left(b_1 + \sqrt{b_1^2 - 4b_2 \left(b_0 - \frac{\sigma_{okt}}{|f_c|} \right)} \right)\end{aligned}\tag{5-36}$$

Mit Gl.(5-36) zeigt sich die Auswirkung der Modifikation im Vergleich zu Gl. (5-34) deutlich. Weil, wie später begründet wird, $b_2 < 0$ bzw. $a_2 < 0$ sein müssen, wachsen ρ_c

bzw. ρ_t mit $\frac{\sigma_{okt}}{|f_c|} \rightarrow -\infty$ monoton steigend an. Deshalb ist die Bruchumhülle in dieser Richtung nicht geschlossen. Hingegen muss die Bruchumhülle in Richtung der positiven hydrostatischen Achse, wegen der begrenzten Möglichkeit von mineralisch gebundenen Werkstoffen Zugspannungen aufzunehmen, geschlossen sein.

Der Verlauf von ρ im Bereich $0^\circ < \Theta < 60^\circ$, also zwischen Druck- und Zugmeridian, ist ellipsenförmig. Die Bruchumhülle wird über ihre Versagensoberfläche ρ_u nach [Willam 1975] und [Chen 1988] wie folgt beschrieben:

$$\rho_u(\sigma_{okt}, \Theta) = \frac{s+t}{v} \quad (5-37)$$

mit

$$\begin{aligned} s &= s(\sigma_{okt}, \Theta) = 2\rho_c(\rho_c^2 - \rho_t^2)\cos\Theta \\ t &= t(\sigma_{okt}, \Theta) = \rho_c(2\rho_t - \rho_c)u^{0.5} \\ u &= u(\sigma_{okt}, \Theta) = 4(\rho_c^2 - \rho_t^2)\cos^2\Theta + 5\rho_t^2 - 4\rho_t\rho_c \\ v &= v(\sigma_{okt}, \Theta) = 4(\rho_c^2 - \rho_t^2)\cos^2\Theta + (\rho_c - 2\rho_t)^2 \end{aligned} \quad (5-38)$$

In den Abbildungen 5-3 bis 5-5 werden, nachdem eine Anpassung der Parameter a_0 , a_1 , a_2 , b_1 und b_2 für Naturstein und Mörtel in den beiden folgenden Abschnitten vorgenommen wird, geometrisch anschaulich dargestellt.

Mit der funktionalen Darstellung der Versagensoberfläche ρ_u nach Gl.(5-37) wird der Zusammenhang mit den vorhandenen Spannungen \underline{T} über die Versagensfunktion f_u [Chen 1988] hergestellt:

$$f_u(\underline{T}, \sigma_{okt}(\underline{T}), \Theta(\underline{T})) = \rho(\underline{T}) - \rho_u(\sigma_{okt}(\underline{T}), \Theta(\underline{T})) = 0 \quad |\Theta| \leq 60^\circ \quad (5-39)$$

Ist für eine Spannung \underline{T} Gl.(5-39) erfüllt, verursacht die vorliegende Spannungscombination ein Versagen. Für $f_u < 0$ befindet sich der Spannungspunkt \underline{T} innerhalb der Bruchumhüllen und es gilt das jeweilige Materialgesetz.

5.2.3.1 Notwendige Anpassungsversuche für modifizierte Bruchumhülle nach Willam und Warnke

Druck- und Zugmeridian der modifizierten Bruchumhülle werden über Gl.(5-35) [Chen 1988] beschrieben. Die Anpassung an verschiedene Materialien erfolgt über die in Gl.(5-35) enthaltenen Parameter a_0 , a_1 , a_2 , b_0 , b_1 und b_2 . Die Bruchumhülle öffnet sich von einem Punkt auf der positiven hydrostatischen Achse in Richtung hydrostatischen Druck. In diesem Punkt müssen sich Druck- und Zugmeridian schneiden, deshalb gilt:

$$a_0 = b_0 \quad (5-40)$$

Es verbleiben fünf Parameter, die experimentell bestimmt werden müssen. In den Versuchen müssen folgende, definierte Spannungszustände ermittelt werden, die zum Versagen führen. Aus den jeweiligen Versagensspannungskombinationen dieser fünf Versuche werden jeweils σ_{okt} , ρ und Θ berechnet.

Versuch 1: einaxiale Druckfestigkeit f_c :

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} f_c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \sigma_{okt} = -\frac{1}{3} \cdot |f_c|, \quad \rho_c = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot |f_c|, \quad \Theta = 60^\circ \quad (5-41)$$

Versuch 2: einaxiale Zugfestigkeit mit $f_t = \alpha |f_c|$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \alpha |f_c| & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \sigma_{okt} = \frac{\alpha}{3} \cdot |f_c|, \quad \rho_t = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \alpha |f_c|, \quad \Theta = 0^\circ \quad (5-42)$$

Versuch 3: biaxiale Druckfestigkeit mit $f_{bc} = \beta f_c$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \beta f_c & 0 & 0 \\ 0 & \beta f_c & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \sigma_{okt} = -\frac{2\beta}{3} \cdot |f_c|, \quad \rho_t = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \beta |f_c|, \quad \Theta = 0^\circ \quad (5-43)$$

Versuch 4: Spannungspunkt im Hochdruckbereich auf dem Druckmeridian mit $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$ (vorzeichengerecht)

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} \Rightarrow \sigma_{okt} = \delta \cdot |f_c|, \quad \rho_c = \eta \cdot |f_c|, \quad \Theta = 60^\circ \quad (5-44)$$

Unter der Vorgabe von δ und η ergeben sich die dazugehörigen Spannungen zu:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \left(\delta + \frac{1}{\sqrt{6}} \eta \right) |f_c| \quad \text{und} \quad \sigma_3 = \left(\delta - \sqrt{\frac{2}{3}} \eta \right) |f_c|$$

Versuch 5: Spannungspunkt im Hochdruckbereich auf dem Zugmeridian mit $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ (vorzeichengerecht)

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \sigma_{okt} = \nu \cdot |f_c|, \quad \rho_t = \psi |f_c|, \quad \Theta = 0^\circ \quad (5-45)$$

Unter der Vorgabe von ν und ψ ergeben sich die dazugehörigen Spannungen zu:

$$\sigma_1 = \left(\nu + \sqrt{\frac{2}{3}} \psi \right) |f_c| \quad \text{und} \quad \sigma_2 = \sigma_3 = \left(\nu - \frac{\psi}{\sqrt{6}} \right) |f_c|$$

Werden die sich aus diesen Versuchen ergebenden Werte für σ_{okt} und ρ_t bzw. ρ_c in die entsprechenden Gleichungen (5-35) eingesetzt, ergibt sich ein lineares Gleichungssystem, dessen Lösung die fünf gesuchten Parameter $a_0=b_0$, a_1 , a_2 , b_1 und b_2 liefert. Mit diesen können dann Druck- und Zugmeridian der Bruchumhüllenden (Gl.(5-36)) beschrieben werden.

Anmerkung: Für die Beschreibung der Bruchumhüllenden werden u.a. die **einaxiale** Druckfestigkeit f_c und die **einaxiale** Zugfestigkeit f_t verwendet. Bei der Anpassung an zu untersuchende Materialien ist deshalb zu beachten, dass die notwendigen Versuchsdurchführungen auch tatsächlich einaxialen Bedingungen entsprechen.

5.2.3.2 Anpassung der Bruchumhüllenden an verwendete Materialien

Für Natursteine und Mörtel werden im folgenden Spannungskombinationen vorgestellt, die den in Kapitel 5.2.3.1 vorgestellten, notwendigen Anpassungsversuchen entsprechen. Die Hauptspannungen σ_1 , σ_2 und σ_3 dieser Kombinationen sind jeweils auf ihre einaxiale Druckfestigkeit f_c normiert.

Die Anpassung der Bruchumhüllende für Natursteine erfolgt über deren einaxiale Druckfestigkeit $f_{c,St}$ und einaxiale Zugfestigkeit $f_{t,St}$. Für mehraxiale Druckspannungszustände liegen keine Versuchsdaten vor, so dass für die Versuche Nr.3-Nr.5 durchschnittliche Werte aus Betonversuchen [Chen 1988] übernommen werden.

Versuchsnummer aus Kapitel 5.2.3.1	angenommene Spannungskombinationen für Natursteine		
	$\sigma_1/ f_c $	$\sigma_2/ f_c $	$\sigma_3/ f_c $
1 (einaxiale Druckfestigkeit)	-1	0	0
2 (einaxiale Zugfestigkeit)	variabel zwischen 0.04 und 0.1	0	0
3 (biaxiale Druckfestigkeit)	-1.15	-1.15	0
4 (Spannungspunkt im Hochdruckbereich für $\Theta=60^\circ$)	-0.7997	-0.7997	-4.1996
5 (Spannungspunkt im Hochdruckbereich für $\Theta=0^\circ$)	-1.0741	-5.3129	-5.3129

Tabelle 5-1 Versagensspannungskombinationen für Natursteine

In den numerischen Berechnungen werden für die Natursteine nur jeweils die einaxialen Druck- und Zugfestigkeiten variiert. Die normierten Zusammenhänge im Hochdruckbereich bleiben unverändert.

Für Mörtel der Gruppe IIa liegen alle notwendigen Versuchsergebnisse vor [Bierwirth 1995]. Mit den von Bierwirth ermittelten Bruchspannungskombinationen gelingt es allerdings nicht, die modifizierte Bruchumhüllende, Gln.(5-36) und (5-37), korrekt abzubilden. Die Meridiane schneiden nicht die positive hydrostatische Achse und bilden somit keine geschlossene und stetige Bruchfläche. Dies wird im wesentlichen durch die geringen Steigungen der Meridiane im Hochdruckbereich verursacht. Weil, wie später deutlich wird, das Mörtelversagen am freien Rand auch durch Druck-Zug-Kombinationen ausgelöst werden kann, werden die experimentell ermittelten Spannungspunkte im Hochdruckbereich so modifiziert (Tabelle 5-2), dass

die Konstruktion eines einseitig geschlossenen und stetigen Bruchkörpers nach Gl.(5-37) möglich ist.

Versuchsnummer aus Kapitel 5.2.3.1	Spannungskombinationen für Mörtel nach [Bierwirth 1995].			modifizierte Spannungs- kombinationen für Mörtel		
	$\sigma_1/ f_c $	$\sigma_2/ f_c $	$\sigma_3/ f_c $	$\sigma_1/ f_c $	$\sigma_2/ f_c $	$\sigma_3/ f_c $
1 (einaxiale Druckfestigkeit)	-1	0	0	-1	0	0
2 (einaxiale Zugfestigkeit)	0.1	0	0	0.1	0	0
3 (biaxiale Druckfestigkeit)	-1.07	-1.07	0	-1.07	-1.07	0
4 (Spannungspunkt im Hochdruckbereich für $\Theta=60^\circ$)	-0.6	-0.6	-2.0323	-0.6	-0.6	-2.5404
5 (Spannungspunkt im Hochdruckbereich für $\Theta=0^\circ$)	-0.6	-2.1409	-2.1409	-0.6	-2.5045	-2.5045

Tabelle 5-2 Versagensspannungskombinationen für Mörtel

Die grau unterlegten Felder sind gegenüber den von Bierwirth experimentell ermittelten Faktoren modifiziert. In den numerischen Berechnungen werden für den Mörtel nur jeweils die einaxialen Druck- und Zugfestigkeiten variiert. Die normierten Zusammenhänge im Hochdruckbereich bleiben, vereinfachend für alle untersuchten Mörtelgruppen, unverändert.

Die Spannungskombinationen aus den Tabelle 5-1 und 5-2 können nun, entsprechend den Angaben in Abschnitt 5.2.3.1, benutzt werden, um die gesuchten Parameter $a_0=b_0$, a_1 , a_2 , b_1 und b_2 zu ermitteln.

Die notwendige Konvexität der Bruchumhüllenden ist gewährleistet, wenn die Parameter a_1 , a_2 , b_1 und b_2 negative Werte annehmen. Zusätzlich ist zu prüfen, ob in Richtung positiver σ_{okt} -Achse ein stetiger geschlossener Körper entsteht. Vorgreifend auf Kapitel 6 und Kapitel 7 seien an dieser Stelle einige Anmerkungen zur Modifikation erlaubt.

Anmerkung: Durch die Modifikation sind im Hochdruckbereich bis zum Versagen etwas größere Spannungen möglich. Der dabei entstehende Fehler wird zugunsten einer größeren Rechenstabilität akzeptiert. Für die Mörtelfuge hat dieser Fehler zwei Auswirkungen. Im Bereich des freien Randes, wo die Querdruckspannungen gering sind, wird das Mörtelversagen etwas hinausgezögert. Im Fugeninneren ist das Mörtelversagen nicht mehr maßgebend, da nach einem Versagen der Bindemittelmatrix die Mörtelbestandteile bei ausreichend dünnen Fugen durch Reibung in ihrer Lage gehalten werden und somit weiterhin Spannungen übertragen. Im Rechenmodell wird für entsprechende

Mörtelelemente nach Erreichen der Bruchumhüllenden Idealplastizität simuliert.

5.2.3.3 Grafische Darstellung der Bruchumhüllenden für Naturstein und Mörtel

In Abbildung 5-3 sind Druck- und Zugmeridian für Natursteine und Mörtel mit, zur besseren Vergleichbarkeit, identischen einaxialen Festigkeiten ($f_{c,St}=f_{c,Mö}=1.0 \text{ MN/m}^2$, $f_{t,St}=f_{t,Mö}=0.1 \text{ MN/m}^2$), dargestellt.

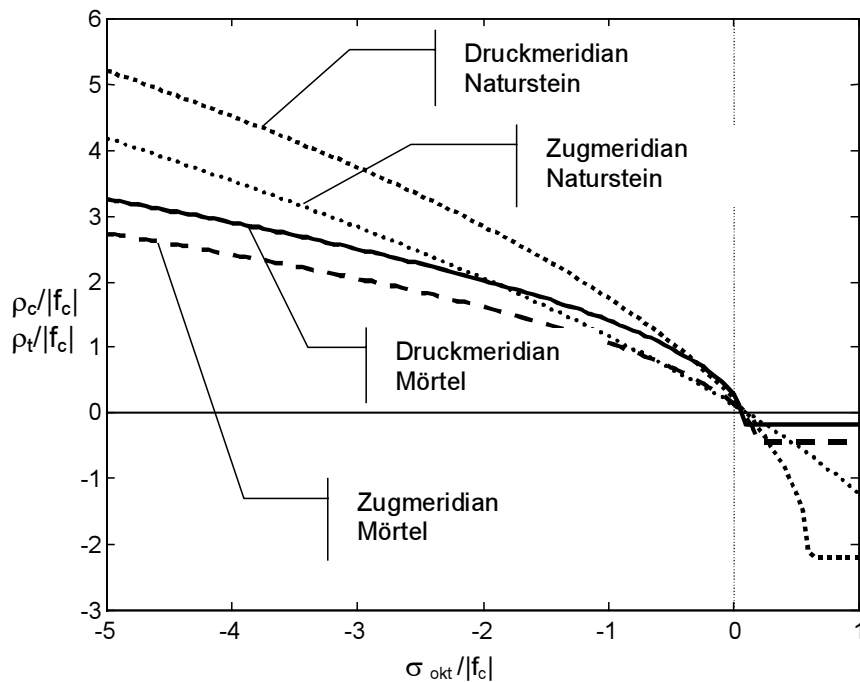


Abbildung 5-3 Verlauf von Druck- und Zugmeridian für Naturstein und Mörtel nach Gl.(5-36)

Verschiedene Schnitte der Bruchumhüllenden in Schritten von $\sigma_{okt}=-0.5 \text{ MN/m}^2$ in der Deviatorebene sind in Abbildung 5-4 enthalten. Der Verlauf von ρ zwischen Druck- und Zugmeridian ρ_c und ρ_t ist ellipsenförmig. An der geschlossenen Spitze der Bruchumhüllenden ist der Verlauf in der Deviatorebene nahezu dreiecksförmig, während er in Richtung der negativen hydrostatischen Achse fast kreisförmig erscheint. Die modifizierte Bruchumhüllende entspricht der geometrischen Figur eines elliptischen Paraboloiden.

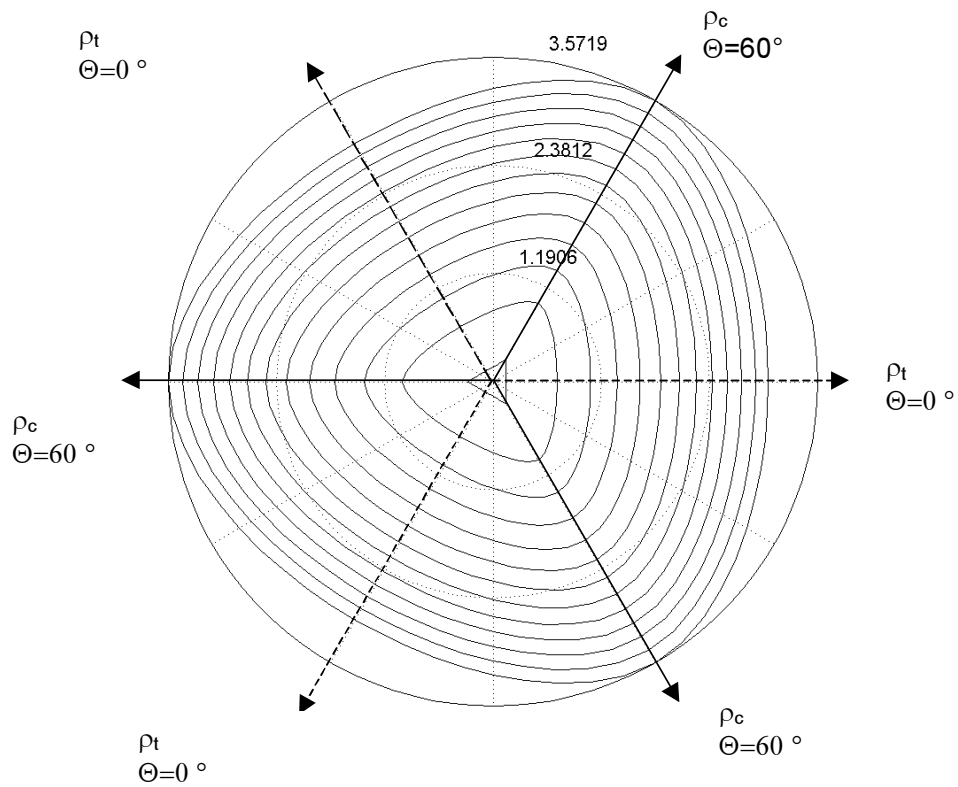


Abbildung 5-4 Modifizierte Bruchumhülle für Mörtel in Deviatorebene
Eine räumliche Vorstellung der Bruchumhüllenden bietet Abbildung 5-5.

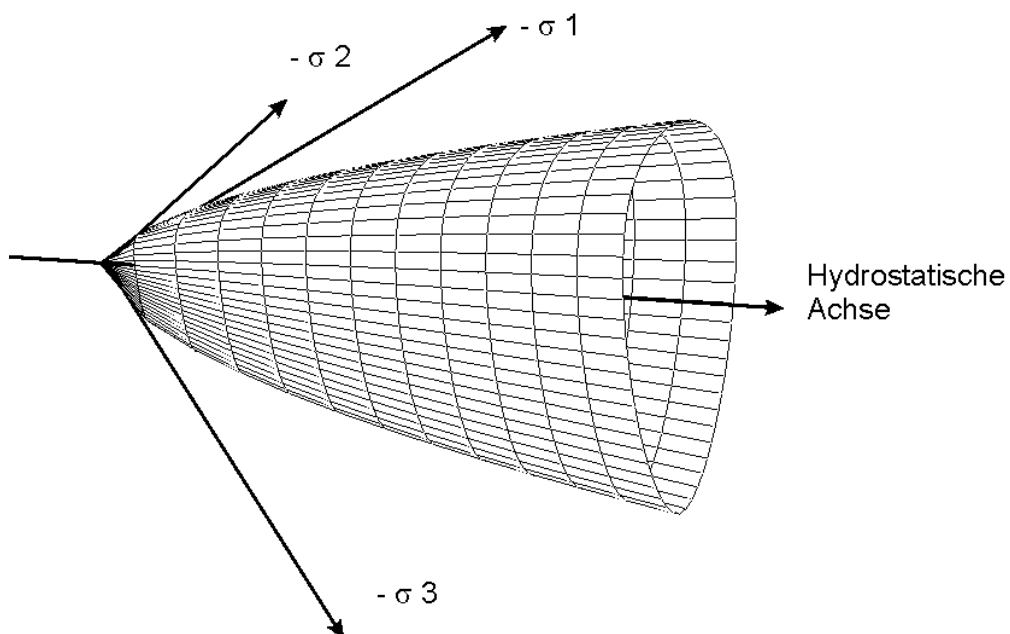


Abbildung 5-5 Modifizierte Bruchumhülle für Mörtel im 3-dimensionalen Hauptspannungsraum

5.2.4 Elasto-Plastisches Werkstoffgesetz

Für die Beschreibung der Tragmechanismen von Mauerwerksstrukturen unter zentrischer Druckbeanspruchung ist die Annahme eines elasto-plastischen Materialverhaltens für Mörtel unerlässlich. In dieser Arbeit wird ein elasto-plastisches, dreidimensionales Werkstoffgesetz nach Han und Chen [Han 1987], welches für Beton entwickelt wurde, leicht modifiziert verwendet. Weitere Beschreibungen und Anwendungen dieses Modell finden sich in [Chen 1988], [Meschke 1991] und [Hofstetter 1995].

Die mechanischen Grundlagen des verwendeten Modells sind die klassischen Postulate der Plastizitätstheorie [Chen 1988]:

- Existenz einer Fließfläche
- Definition einer Fließregel
- Verfestigungsfunktion

Die Fließfläche beschreibt im dreidimensionalen Hauptspannungsraum die Oberfläche eines Körpers. Spannungskombinationen auf der Fließfläche lösen die Entwicklung von plastischen Verzerrungen aus. In den oben beschriebenen Quellen wird zwischen Fließfläche, Belastungsfläche und Bruch- oder Versagensfläche unterschieden. Diese Terminologie soll hier beibehalten werden. Dabei ist Fließfläche im Sinne einer Anfangsfließfläche zu verstehen. Das Erreichen der Fließfläche löst erstmalig plastische Verzerrungen aus. Aus der Fließfläche entwickeln sich für wachsende plastische Verzerrungen Belastungsflächen. Bei Erreichen der Bruchspannung gehen die Belastungsflächen in die Bruch- bzw. Versagensfläche über. Sie ist identisch mit der Oberfläche der Bruchumhüllenden.

Die Fließregel beschreibt im plastischen Belastungsprozess die Entwicklung der plastischen Verzerrungen. Sie ist im verwendeten Modell nicht assoziiert, d.h. die Form der Entwicklung ist unabhängig von der Fließ- oder Belastungsfläche.

Durch die Festlegung einer Verfestigungsfunktion kann die Fließfläche im Belastungsprozess ihre Ausdehnung (isotrope Verfestigung) oder ihre Gestalt (anisotrope Verfestigung) ändern. Die dann entstehende Belastungsfläche definiert einen elastischen Entlastungs- sowie einen elasto-plastischen Belastungsbereich.

Das Modell von Han und Chen wird an zwei Stellen modifiziert:

- Eine Reduktion des plastischen Basismoduls H_b^p nach Gl.(5-67) im Hochdruckbereich wird nicht vorgenommen.
- Das Modell für den Nachbruchbereich wird nicht übernommen.

5.2.4.1 Fließ- und Belastungsflächen

Die verwendete Bruchumhüllende im dreidimensionalen Hauptspannungsraum ist in Kapitel 5.2.3 mit Gl.(5-39) beschrieben. Aus ihr heraus entwickeln sich Fließ- und Belastungsflächen [Chen 1988]:

$$f(\underline{T}, k) = \rho(\underline{T}) - k(\sigma_{okt}, k_o(\bar{\varepsilon}^p)) \rho_u(\sigma_{okt}(\underline{T}), \Theta(\underline{T})) = 0 \quad (5-46)$$

Dabei stellt k einen positiven Formfaktor dar, der die Versagensfläche in Abhängigkeit des Ortes σ_{okt} auf der hydrostatischer Achse und des Verfestigungsparameter k_o verkleinert und in ihrer Gestalt ändert. Durch die Abhängigkeit von σ_{okt}

liegt keine isotrope Verfestigung vor. Vielmehr ist die Form der Fließfläche an das Verhalten von mineralisch gebundenen Materialien angepasst. Der Verfestigungsbereich ist im Bereich dreiaxialer Druckspannungen groß, für Druck-Zugspannungen geringer und für dreiaxialen Zug nicht vorhanden.

Für den Verfestigungsparameter k_o gilt $k_{oy} \leq k_o \leq 1$. Er beschreibt eine proportionale Verkleinerung der Bruchfläche. Für seinen kleinsten Wert $k_o = k_{oy}$ beschreibt Gl.(5-46) die Fließfläche und Gl.(5-46) wird Fließfunktion genannt. Mit Erreichen der Fließfläche beginnt das nicht-lineare Materialverhalten verbunden mit der Entwicklung plastischer Verzerrungen. Mit dem Anwachsen von k_o werden die Belastungsflächen beschrieben. Erreicht k_o seinen Maximalwert $k_o=1$ (damit verbunden ist auch $k=1$) fällt Gl.(5-46) mit Gl.(5-39) zusammen und die Belastungsfläche mutiert zur Versagensfläche.

Um dem unterschiedlichen Materialverhalten im Druck- und Zugbereich gerecht zu werden, wird die hydrostatische Achse in 4 Teilregionen mit den Regionsgrenzen $\infty, \xi_t, \xi_c, \xi_k$ und ξ_u unterteilt. In diesen Teilregionen werden für die Beschreibung des Formfaktors k aus Gl.(5-46) unterschiedliche Ansätze gemacht.

Für $\sigma_{okt} \geq \xi_t$, dem Bereich, wo Hauptzugspannungen dominieren, fällt die Fließfläche mit der Versagensfläche zusammen ($k=1$) und beschreibt so das bis zum Riss elastische Materialverhalten.

Im anschließenden Bereich bis zu einem relativ geringen hydrostatischen Druck $\xi_t \geq \sigma_{okt} \geq \xi_c$ nimmt der Formfaktor von $k=1$ bei $\sigma_{okt} = \xi_t$ auf $k = k_o$ bei $\sigma_{okt} = \xi_c$ ab. Zwischen $\xi_c \geq \sigma_{okt} \geq \xi_k$ fällt der Formfaktor mit dem Verfestigungsparameter k_o zusammen $k_o = k$.

Im Bereich hohen hydrostatischen Drucks $\xi_k \geq \sigma_{okt} \geq \xi_u$ sinkt k auf $k=0$ ab, wenn $\sigma_{okt} = \xi_u$ ist. Dieser Bereich ist geprägt von einer großen Verfestigungsregion, der die experimentellen Beobachtungen von einem großem Abstand zwischen Beginn des Fließens und des Versagens unter dreiaxialer Druckbeanspruchung bei Beton widerspiegelt. Dieses Verhalten ist auch vom Lagerfugenmörtel zu erwarten.

Im einzelnen ergeben sich folgende Funktionsansätze [Chen 1988]:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{okt} \geq \xi_t: & \quad k = 1 \\
 \xi_t \geq \sigma_{okt} \geq \xi_c: & \quad k(\sigma_{okt}, k_o) = 1 + (1 - k_o) \frac{\xi_t(2\xi_c - \xi_t) - 2\xi_c\sigma_{okt} + \sigma_{okt}^2}{(\xi_c - \xi_t)^2} \\
 \xi_c \geq \sigma_{okt} \geq \xi_k: & \quad k = k_o \\
 \xi_k \geq \sigma_{okt} \geq \xi_u: & \quad k(\sigma_{okt}, \xi_u(k_o)) = k_o \frac{(\xi_u - \sigma_{okt})(\xi_u + \sigma_{okt} - 2\xi_k)}{(\xi_u - \xi_k)^2}
 \end{aligned} \tag{5-47}$$

Durch die Wahl von

$$\xi_u = \frac{A}{1 - k_o} \tag{5-48}$$

mit A als einem Materialparameter, wandert ξ_u auf der negativen hydrostatischen Achse mit zunehmender Plastizität. Erreicht k_o seinen Maximalwert von 1 wird $\xi_u = -\infty$ und die Belastungsfläche fällt mit der Versagensfläche zusammen. Der

Materialparameter A lässt sich experimentell ermitteln, indem ein Probekörper hydrostatischem Druck ausgesetzt und bis zur Fließgrenze belastet wird. Die Oktaedernormalspannung an diesem Punkt wird mit ξ_u gleichgesetzt und Gl.(5-48) nach A ausgewertet. Leider liegen entsprechende Versuche für Mörtel nicht vor. Auch [Chen 1988], [Meschke 1991] und [Hofstetter 1995] geben keine expliziten Werte an. Nach Auswertung der Versuchsergebnisse der BAM von dreiaxial belasteten Betonprobekörpern [Schickert 1977] wird in der vorliegenden Arbeit $A = -c_y \cdot |f_c|$ mit $c_y = 0.3$ gewählt. Dies entspricht dem Wert einer einaxialen Vergleichsdruckspannung bei Beginn des nichtlinearen Materialverhaltens.

Für die anderen drei Werte wird dem Vorschlag von [Han 1987] gefolgt:

$$\xi_t = 0, \xi_c = \xi_k = \frac{f_c}{3} \quad (5-49)$$

Der Formfaktor k steuert also die Gestalt und Größe von Fließ- und Belastungsflächen. Mit zunehmender Größe weitet sich die Anfangsfließfläche über Belastungsflächen bis zur Versagensfläche auf. Für jeden zulässigen Wert $k < 1$ ist die Belastungsfläche allseitig geschlossen. In Abbildung 5-6 ist die Entwicklung in der Druckmeridianenebene über normierten Achsen dargestellt. Eingeklammert ist der jeweilige Wert des Formfaktors k und, vorgehend auf Kapitel 5.2.4.3, die dazugehörige einaxiale Vergleichsspannung $\bar{\sigma}$. Der lokal begrenzte konkave Verlauf der Anfangsfließfläche ergibt sich aus den übernommenen Funktionen Gl.(5-47), führt aber zu keinen erkennbaren numerischen Schwierigkeiten.

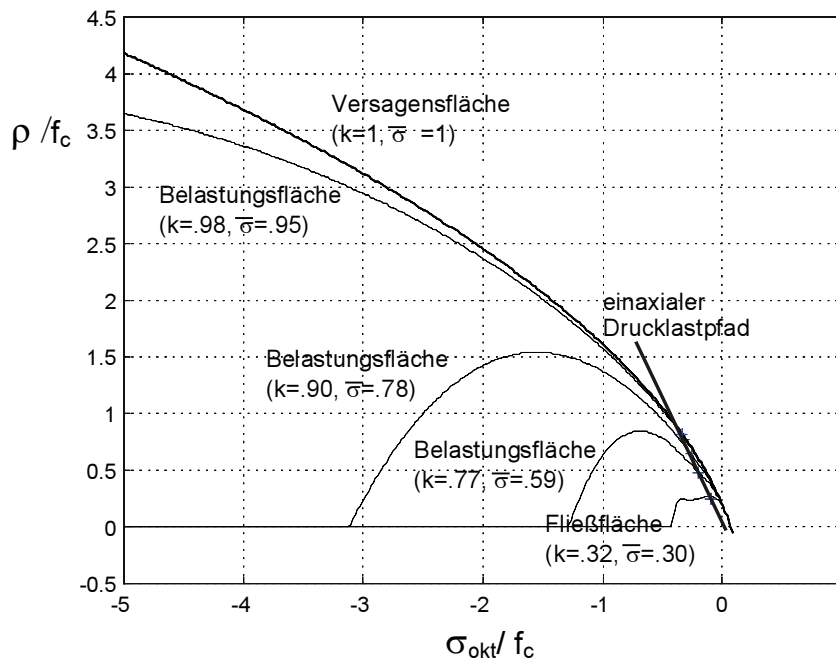


Abbildung 5-6 Fließ- Belastungs- und Versagensfläche in der Druckmeridianenebene

5.2.4.2 Konsistenzbedingung, Belastungskriterium, Fließregel

Definitionsgemäß tritt plastisches Fließen erst bei Erreichen der Fließfläche auf. Sobald der Spannungspunkt diese Fläche erreicht, ist die Fließbedingung erfüllt.

$$f(\underline{T}, k) - k(\sigma_{okt}, k_o(\bar{\varepsilon}^p)) \rho_u(\sigma_{okt}(\underline{T}), \Theta(\underline{T})) = 0 \quad (5-46)$$

Diese Bedingung gilt in jeder Phase des plastischen Belastungsprozesses [Meschke 1991]:

$$f(\underline{T}, k) = 0 \quad \text{und} \quad f(\underline{T} + d\underline{T}, k + dk) = 0 \quad (5-50)$$

Daraus folgt die Konsistenzbedingung:

$$\dot{f}(\underline{T}, k) = \frac{\partial f}{\partial \underline{T}} \cdot \dot{\underline{T}} + \frac{\partial f}{\partial k} \cdot \dot{k} = 0 \quad (5-51)$$

Vorausgesetzt, dass die Verfestigung nur durch den Parameter k ausgelöst wird, lassen sich die Be- und Entlastungsbedingungen herleiten [Meschke 1991]:

$f < 0$ elastisches Materialverhalten

$f = 0$ und $\frac{\partial f}{\partial \underline{T}} \cdot \dot{\underline{T}} < 0$ elastische Entlastung von einem plastischen Zustand

$f = 0$ und $\frac{\partial f}{\partial \underline{T}} \cdot \dot{\underline{T}} = 0$ neutrale Belastung von einem plastischen Zustand (5-52)

$f = 0$ und $\frac{\partial f}{\partial \underline{T}} \cdot \dot{\underline{T}} > 0$ plastische Belastung

(5-52)₂₋₄ lassen sich geometrisch anschaulich erklären:

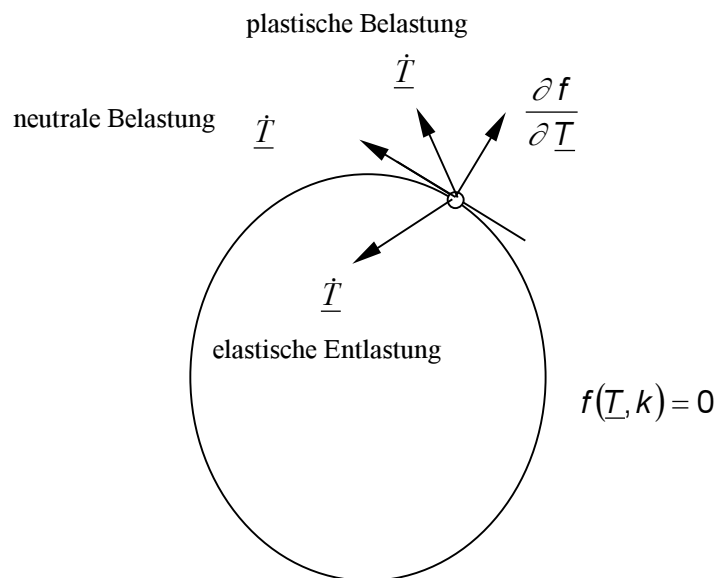


Abbildung 5-7 Be- und Entlastungskriterien

Für ideal-plastisches Materialverhalten kann nicht mehr zwischen neutraler Belastung von einem plastischen Zustand und plastischer Belastung unterschieden werden. Durch die Einführung des Zuwachses der elastischen Trialspannungen

$$\dot{\underline{T}}^{Trial} = \underline{\underline{C}} \dot{\underline{\underline{E}}} \quad (5-53)$$

lassen sich die Be- bzw. Entlastungskriterien Gl.(5-52) nach [Hofstetter 1995] alternativ darstellen, um diese Schwierigkeiten zu umgehen:

$$\begin{aligned}
 f < 0 & \quad \text{elastisches Materialverhalten} \\
 f = 0 \text{ und } \frac{\partial f}{\partial \underline{T}} \cdot \dot{\underline{T}}^{Trial} < 0 & \quad \text{elastische Entlastung von einem plastischen Zustand} \\
 f = 0 \text{ und } \frac{\partial f}{\partial \underline{T}} \cdot \dot{\underline{T}}^{Trial} = 0 & \quad \text{neutrale Belastung von einem plastischen Zustand} \\
 f = 0 \text{ und } \frac{\partial f}{\partial \underline{T}} \cdot \dot{\underline{T}}^{Trial} > 0 & \quad \text{plastische Belastung}
 \end{aligned} \tag{5-54}$$

Gl.(5-54) wird in dieser Arbeit verwendet. Elastische Entlastung wird aus numerischen Gründen erst simuliert, wenn der Winkel zwischen $\dot{\underline{T}}^{Trial}$ und $\frac{\partial f}{\partial \underline{T}}$ größer als 90.5° ist.

Die Richtung und die Größe des Zuwachses der plastischen Verzerrungen wird über die Fließregel festgelegt. In der Plastizität für Metalle wird meist mit assoziierten Fließregeln gearbeitet. Dort gilt:

$$\dot{\underline{E}}_p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \underline{T}} \tag{5-55}$$

Die Richtung der plastischen Verzerrungen wird über die partielle Ableitung gebildet, die Größe durch den Proportionalitätsfaktor λ . Weil bei Metallen die Fließfläche meist parallel zur hydrostatischen Achse verläuft (f ist nicht abhängig von I_1 und J_3) lässt sich bei einaxialer Spannungsbeanspruchung und Plastizität über den Deviator² die Querdehnzahl von 0.5 zeigen. Bei der Plastizität von mineralisch gebundenen Materialien läuft die Fließfläche nicht parallel zur hydrostatischen Achse. Bei einer assoziierten Fließregel wäre die Richtung der plastischen Verzerrungszuwächse zu jedem Zeitpunkt t senkrecht zu dieser Fläche. Die, den experimentellen Beobachtungen entsprechende Wiedergabe der Entwicklung der plastischen Verzerrungen über eine assoziierte Fließregel gelingt nicht. Bei der gewählten Fließfunktion scheidet daher eine assoziierte Fließregel aus. Gewählt wird eine nicht assoziierte Fließregel, eine Fließregel die nicht in Zusammenhang mit der Fließfunktion steht [Chen 1988]:

$$g = \alpha I_1 + \sqrt{-J_2} - k = 0 \tag{5-56}$$

Von der Fließregel vom Drucker-Prager-Typ wird zur Bestimmung des Zuwachses der plastischen Verzerrungen nur die Ableitung benötigt:

$$\dot{\underline{E}}_p = \lambda \frac{\partial g}{\partial \underline{T}} = \lambda \left(\alpha \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \frac{\underline{T}^D}{\sqrt{-J_2}} \right) \tag{5-57}$$

² $f(\text{Metall}) = f(J_2)$, $\frac{\partial f}{\partial \underline{T}} = \frac{\partial J_2}{\partial \underline{T}} = \underline{T}^D$

Damit entfällt der Materialparameter k . Der erste Term in Gl.(5-57) spiegelt den volumetrischen Anteil des plastischen Verzerrungszuwachses wieder. Er wird durch den Ausdehnungsfaktor α gesteuert und zeigt in Richtung der hydrostatischen Achse. Um die experimentellen Beobachtungen (für Beton: z.B.[Kupfer 1973]; für Mörtel [Bierwirth 1995]) von einer plastischen Volumenabnahme bei Einsetzen des Fließens und eines plastischen Volumenzuwachses kurz vor Erreichen der Versagensoberfläche wiederzugeben, wird von [Chen1994] für den Ausdehnungsfaktor α eine lineare Funktion von $\alpha \approx -0.7$ bei $k_0 = k_{oy}$ (bei Beginn des Fließens) bis zu $\alpha = \alpha_u \approx 0.28$ bei $k_0=1$ (Erreichen der Versagensfläche) für Betone mit geringen Festigkeiten vorgeschlagen. Diese wird hier für Mörtel unverändert übernommen. Ist der hydrostatische Anteil von $\underline{\tau}$ positiv (Zugspannung) entstehen keine plastischen Verzerrungen, daraus folgt $\alpha = 0$. Für hydrostatischen Druck erfolgt für α ein Ansatz nach Gl.(5-58).

$$\alpha = (\alpha_l - \alpha_u) \frac{1 - k_0}{1 - k_{oy}} + \alpha_u \quad \text{für } \sigma_{okt} < 0 \quad (5-58)$$

$$\alpha = 0 \quad \text{für } \sigma_{okt} \geq 0$$

α_l und α_u sind dabei vom Verhältnis der maximalen zur minimalen Hauptspannung

$$\Psi = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}} \text{ abhängig:}$$

$$\begin{array}{lll} \Psi \leq 0 & : & \alpha_l = -0.7(1 + \Psi) \quad \alpha_u = 0.28(1 + \Psi) \\ 0 < \Psi \leq 0.1 & : & \alpha_l = -0.7 - 0.1\Psi \quad \alpha_u = 0.28 - 1.8\Psi \\ 0.1 < \Psi & : & \alpha_l = -0.7 - 0.1\Psi \quad \alpha_u = 0.28 \end{array} \quad (5-59)$$

Der zweite Term in Gl.(5-57) zeigt die plastischen Verformungszuwächse in der Deviatorebene. Diese Verzerrungsanteile bewirken nur eine Gestaltänderung des Materials. Sie werden umso dominanter, je näher die Belastungsfläche an die Versagensfläche heranreicht ($k_0 \rightarrow 1$).

Abbildung 5-8 zeigt die Richtung der plastischen Verzerrungszuwächse $\dot{\underline{E}}_p$ bei Fließbeginn und bei Erreichen der Bruchfläche in der Druckmeridianebene auf dem einaxialen Spannungspfad an. Horizontale Komponenten der Richtungsvektoren zeigen eine Volumenänderung, vertikale eine Gestaltänderung an.

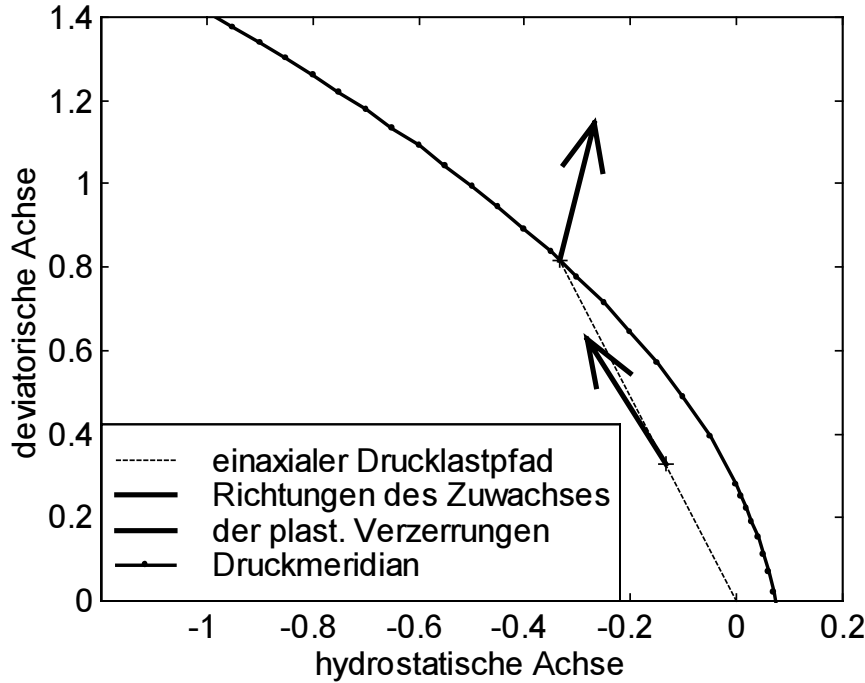


Abbildung 5-8 Richtung der plastischen Verzerrungszuwächse $\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_p$

5.2.4.3 Verfestigungsfunktion

Die Form und die Größe der Belastungsflächen werden über den Formfaktor $k(\sigma_{okt}, k_o)$ (Gl.(5-47)) gesteuert. Der Verfestigungsparameter k_o bestimmt dabei die Größe der Belastungsflächen und damit das Stadium der plastischen Beanspruchung. Die Größe des Verfestigungsparameter k_o wird für den dreiaxialen Spannungszustand über einen einaxialen Vergleichszustand ermittelt. Die einaxiale Vergleichsspannung wird mit $\bar{\sigma}$ bezeichnet; die dazugehörige plastische Vergleichsdehnung mit $\bar{\varepsilon}^p$ bezeichnet. Der Bezug zwischen dem dreiaxialen Spannungszustand $\underline{\underline{T}}$ und der einaxialen Vergleichsspannung $\bar{\sigma}$ wird über den Zuwachs der plastischen Arbeit \dot{W}^p hergestellt. Dieser Zuwachs muss für beide Zustände in einem Zeitschritt gleich groß sein. Der Verfestigungsparameter k_o ist von der plastischen Vergleichsdehnung abhängig $k_o = k_o(\bar{\varepsilon}^p)$.

Für den dreiaxialen Spannungszustand gilt:

$$\dot{W}_p = \underline{\underline{T}} \cdot \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}_p = \lambda \underline{\underline{T}} \cdot \frac{\partial g}{\partial \underline{\underline{T}}} \quad (5-60)$$

für den einaxialen Vergleichszustand:

$$\dot{W}_p = \bar{\sigma} \dot{\bar{\varepsilon}}^p \quad (5-61)$$

Damit ergibt sich für den Zuwachs der einaxialen plastischen Vergleichsverzerrung:

$$\dot{\bar{\varepsilon}}^p = \lambda \frac{1}{\bar{\sigma}} \underline{\underline{T}} \cdot \frac{\partial g}{\partial \underline{\underline{T}}} \quad (5-62)$$

Die gesamte plastische Vergleichsverzerrung $\bar{\varepsilon}^p$ setzt sich aus der plastischen Vergleichsverzerrung ${}^n\bar{\varepsilon}^p$ zum Zeitpunkt nt und dem Zuwachs $\int \dot{\bar{\varepsilon}}^p dt$ zusammen.

$$\begin{aligned}\bar{\varepsilon}^p &= {}^n\bar{\varepsilon}^p + \lambda \int \dot{\bar{\varepsilon}}^p dt \\ &= {}^n\bar{\varepsilon}^p + \lambda \int \frac{1}{\bar{\sigma}} \underline{T} \cdot \frac{\partial g}{\partial \underline{T}} dt\end{aligned}\quad (5-63)$$

Aus der gesamten plastischen Vergleichsverzerrung $\bar{\varepsilon}^p$ lässt sich mit Hilfe einer dem Material angepassten Funktion

$$\bar{\sigma} = f(\bar{\varepsilon}^p) \quad (5-64)$$

die plastische Vergleichsspannung $\bar{\sigma}$ ermitteln.

Der gesuchte Verfestigungsparameter k_0 findet sich nun im dreidimensionalen Hauptspannungsraum durch den Schnittpunkt des einaxialen Druckspannungspfades

$$\rho_{\bar{\sigma}} = \sqrt{\frac{2}{3}} \bar{\sigma} \quad (5-65)$$

mit der Belastungsfläche an der Stelle $\sigma_{okt} = -\frac{\bar{\sigma}}{3}$.

Da $\bar{\sigma}$ eine einaxiale Druckspannung darstellt, ist nur der Druckmeridian ρ_c als Belastungsfläche maßgebend. Unter Verwendung der Fließbedingung, Gl.(5-46), ergibt sich:

$$k = \frac{\rho_{\bar{\sigma}}}{\rho_c(\bar{\sigma})} \quad (5-66)$$

k_0 berechnet sich schließlich aus der Umstellung von Gl.(5-47)₂.

Für die Ermittlung der Spannungen und der plastischen Werkstoffmatrix wird die Ableitung von Gl.(5-64) nach der einaxialen Vergleichsverzerrung benötigt. Daraus ergibt sich der plastische Basismodul [Chen 1988]:

$$H_b^p(\bar{\varepsilon}^p) = \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\varepsilon}^p} \quad (5-67)$$

Der plastische Basismodul ist für alle Spannungspunkte einer Belastungsfläche gleich. Die gewählte Fließregel führt unter mehraxialen Druckspannungszuständen zu einem steiferen Betonverhalten als in Versuchen zu beobachten ist. Aus diesem Grund werden in [Chen 1988] und [Meschke 1991] für die Berechnung der Elasto-Plastizitätsmatrix verschiedene Varianten für eine Reduktion des plastischen Basismoduls bei entsprechenden Spannungszuständen eingeführt. Auf diesen Schritt wird in dieser Arbeit verzichtet, weil eine Berücksichtigung die Ableitung von Gl.(5-67) mathematisch inkonsistent manipuliert und dadurch Konvergenzprobleme im Spannungsalgorithmus (Kapitel 5.2.5) auftreten. Zudem sind die Mörtel Eigenschaften im Hochdruckbereich so unsicher, dass eine Reduktion eine Genauigkeit in der Anpassung vorspiegelt, die nicht vorhanden ist.

5.2.4.4 Beschreibung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung für den einaxialen Vergleichszustand

Nur in [Meschke 1991] wird für den Zusammenhang zwischen einaxialer Vergleichsspannung $\bar{\sigma}$ und plastischer Vergleichsdehnung $\bar{\varepsilon}^p$ Gl.(5-64) eine entsprechende Funktion vorgeschlagen, die aber für $\bar{\varepsilon}^p \rightarrow 0$ eine Unstetigkeit aufweist. Vorgreifend auf die nächsten Abschnitte sind aber für die numerische Behandlung stetige

Funktionen vorteilhaft. Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit folgende Funktionsansatz gewählt:

$$\bar{\sigma} = \frac{\arctan\left(\frac{\bar{\varepsilon}^p}{\bar{\varepsilon}_u^p \cdot 10}\right)}{\arctan 10} \cdot (1 - c_y) \cdot f_c + c_y \cdot f_c \quad (5-68)$$

Für die Parameter einaxiale Druckfestigkeit $f_c=1 \text{ MN/m}^2$, E-Modul $E=500 \text{ MN/m}^2$, plastische Vergleichsdehnung $\bar{\varepsilon}_u^p=10 \text{ }^0/_{00}$ bei $\bar{\sigma}=f_c$ und die Beschreibung des Fließbeginns bei $c_y \cdot f_c$ mit $c_y=0.3$ ist der Zusammenhang zwischen einaxialer Vergleichsspannung und –dehnung in Abbildung 5-9 dargestellt.

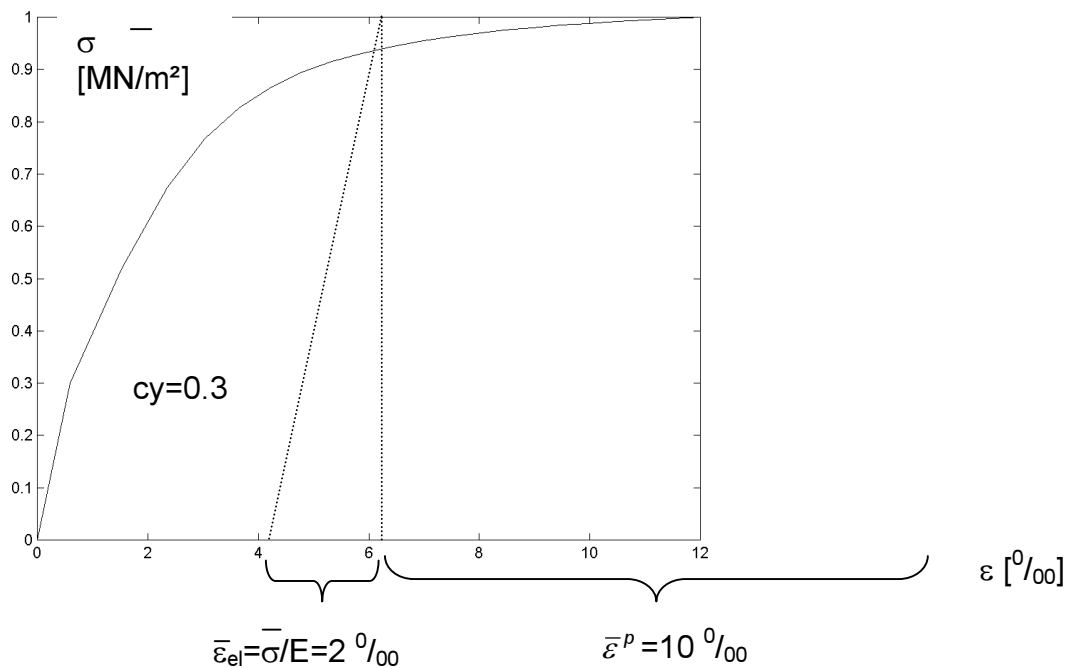


Abbildung 5-9 $\bar{\sigma} - \bar{\varepsilon}$ Zusammenhang für ausgewählte Parameter

5.2.5 Spannungsalgorithmus — Prädiktor-Korrektor-Verfahren —

Im Zuge der Gleichgewichtsiterationen während der Finite Element Berechnungen muss aus den ermittelten Verschiebungen \underline{U} bzw. den Dehnungen

$$\underline{\underline{E}} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \text{sym.} & & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \text{ an jedem Gaußpunkt die dazugehörige Spannung ermittelt}$$

werden. 4 Grundgleichungen sind für diesen Spannungsalgorithmus erforderlich:

$$\text{Materialgesetz}^3 \quad \underline{T} = \underline{\underline{C}} \quad \underline{\underline{E}}_{elastisch} = \underline{\underline{C}}(\underline{\underline{E}}^i - {}^n \underline{\underline{E}}_p) \quad (5-69)$$

$$\text{Versagensfunktion} \quad f_u(\underline{T}) = \rho(\underline{T}) - \rho_u(\sigma_{okt}(\underline{T}), \Theta(\underline{T})) = 0 \quad |\Theta| \leq 60^\circ \quad (5-39)$$

$$\text{Fließfunktion} \quad f(\underline{T}, k) = \rho(\underline{T}) - k(\sigma_{okt}(\underline{T}), k_o(\bar{\varepsilon}^p)) \rho_u(\sigma_{okt}(\underline{T}), \Theta(\underline{T})) = 0 \quad (5-46)$$

$$\begin{array}{l} \text{nichtassoziierte} \\ \text{Fließregel} \end{array} \quad \underline{\dot{\underline{E}}}_p = \lambda \frac{\partial g(\underline{T}, \alpha(k_o))}{\partial \underline{T}} = \lambda \left(\alpha \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \frac{\underline{T}^D}{\sqrt{-J_2}} \right) \quad (5-57)$$

Das hier benutzte Prädiktor-Korrektor-Verfahren basiert auf Veröffentlichungen von [Simo 1985], [Hartmann 1993] und [Hofstetter 1995]. Dort werden, entgegen der Wahl in dieser Arbeit, ausschließlich assoziierte Fließregeln verwendet. Mit vorgegebener Gesamtverzerrung $\underline{\underline{E}}^i$ und konstant gehaltenen plastischen Verzerrungen $\underline{\dot{\underline{E}}}_p = 0$ wird das Materialgesetz Gl.(5-69) ausgewertet und man erhält elastische Trialspannungen ${}^T \underline{T}$, den sogenannten *elastischen Prädiktor*:

$${}^T \underline{T} = \underline{\underline{C}}(\underline{\underline{E}}^i - {}^n \underline{\underline{E}}_p) \quad (5-70)$$

Diese elastischen Trialspannungen und der Verfestigungsparameter k_o aus dem letztem Gleichgewichtszustand werden als Eingangswerte für die Fließfunktion Gl.(5-46) benutzt.

$$f(\sigma_{okt}({}^T \underline{T}), \Theta({}^T \underline{T}), k_o) \quad (5-71)$$

Das Ergebnis aus Gl.(5-71) wird überprüft:

Falls $f \leq 0$ war die elastische Spannungsberechnung korrekt und die Trialspannungen entsprechen den tatsächlichen. Es wird $\underline{T}^i = {}^T \underline{T}$ und $\underline{\underline{E}}_p^i = {}^n \underline{\underline{E}}_p$ gesetzt. Der Spannungsalgorithmus wird am nächsten Gaußpunkt fortgesetzt.

Falls $f > 0$ war die elastische Spannungsberechnung falsch. Das Material fließt oder versagt. Die ermittelten Trialspannungen sind zu groß, da sie außerhalb der Belastungsfläche liegen. Die Spannungen müssen auf die Belastungsfläche zurückprojiziert werden. Diese Projektion geschieht in Richtung des Zuwachses der plastischen Verzerrungen.

³ Das Superskript ⁿ() beschreibt den letzten globalen Gleichgewichtszustand.

Der Index i beschreibt den Iterationsschritt i zur Erlangung des globalen Gleichgewichts

Die korrekte Spannung im Iterationsschritt i berechnet sich mit:

$$\underline{T}^i = \underline{C}(\underline{E}^i - \underline{E}_p^i) \quad (5-72)$$

Die unbekannten plastischen Verzerrungen \underline{E}_p^i werden mit Hilfe eines impliziten Eulerschrittes⁴ entwickelt:

$$\begin{aligned} \underline{E}_p^i &= {}^n \underline{E}_p + \Delta t \cdot \dot{\underline{E}}_p^i \\ &= {}^n \underline{E}_p + \underbrace{\lambda \Delta t}_{\zeta^i} \cdot \frac{\partial g(\underline{T}^i)}{\partial \underline{T}} \end{aligned} \quad (5-73)$$

Mit dem Einsetzen von Gl.(5-73) in Gl.(5-72) erhält man eine Bestimmungsgleichung für den auf der Belastungsfläche liegenden Spannungspunkt:

$$\begin{aligned} \underline{T}^i &= \underline{C} \left(\underline{E}^i - {}^n \underline{E}_p - \zeta^i \frac{\partial g(\underline{T}^i)}{\partial \underline{T}} \right) \\ &= {}^r \underline{T} - \zeta^i \underline{C} \frac{\partial g(\underline{T}^i)}{\partial \underline{T}} \end{aligned} \quad (5-74)$$

wobei das Abzugsglied dem *plastischen Korrektur* entspricht. Gl.(5-74) entspricht einem nichtlinearen Gleichungssystem mit 6 Gleichungen und 8 Unbekannten (6 Spannungen, ζ als plastischen Multiplikator und dem Verfestigungsparameter k_0). Als erste zusätzliche Bedingung gilt, dass der gefundene Spannungspunkt auf der Fließ- bzw. Belastungsfläche liegen muss. Diese Bedingung beschreibt Gl.(5-46):

$$f(\underline{T}^i, k) = \rho(\underline{T}^i) - k(\sigma_{\text{okt}}(\underline{T}^i), k_0(\bar{\varepsilon}^p)) \rho_u(\sigma_{\text{okt}}(\underline{T}^i), \Theta(\underline{T}^i)) = 0 \quad (5-46)$$

Als weitere Bedingung gilt die Gleichheit des Zuwachses der plastischen Arbeit unter dem 3-dimensionalen Spannungszustand und dem einaxialen Vergleichszustand (siehe Gl.(5-63)). Daraus ergibt sich eine Bestimmungsgleichung für die gesamte plastische Vergleichsverzerrung

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}^{p,i} &= {}^n \bar{\varepsilon}^p + \Delta t \dot{\bar{\varepsilon}}^p \\ &= {}^n \bar{\varepsilon}^p + \zeta^i \frac{1}{\bar{\sigma}^i} \underline{T}^i \cdot \frac{\partial g}{\partial \underline{T}^i} \end{aligned} \quad (5-75)$$

Gln.(5-74), (5-46) und (5-75) bilden folgendes nichtlineares Gleichungssystem, um die korrekten Spannungen \underline{T}^i , den plastischen Multiplikator ζ^i und die Vergleichsverzerrung $\bar{\varepsilon}^{p,i}$ (und damit dem Verfestigungsparameter k_0^i) zu finden:

⁴ $\dot{y} = f(t, y)$

implizite Integration:

$y^k = y^{k-1} + \Delta t \cdot f(t^k, y^k)$

explizite Integration:

$y^k = y^{k-1} + \Delta t \cdot f(t^{k-1}, y^{k-1})$

$$\begin{aligned}
 \Phi_T &= \underline{T}^i - {}^T \underline{T} + \zeta^i \underline{\underline{C}} \frac{\partial g(\underline{T}^i, k_o^i)}{\partial \underline{T}} = \underline{0} \\
 \Phi_r &= \rho(\underline{T}^i) - k(\underline{T}^i, k_o^i) \rho_u(\underline{T}^i) = 0 \\
 \Phi_v &= \bar{\varepsilon}^{p,i} (k_o^i)^{-n} \bar{\varepsilon}^p - \zeta^i \frac{1}{\bar{\sigma}^i} \underline{T}^i \cdot \frac{\partial g(\underline{T}^i, k_o^i)}{\partial \underline{T}} = 0
 \end{aligned} \tag{5-76}$$

In Matrizenschreibweise stellt sich (5-76) folgendermaßen dar:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \\ \rho \\ \bar{\varepsilon}^p \end{bmatrix}^i - \begin{bmatrix} {}^T \sigma_{xx} \\ {}^T \sigma_{yy} \\ {}^T \sigma_{zz} \\ {}^T \sigma_{xy} \\ {}^T \sigma_{xz} \\ {}^T \sigma_{yz} \\ k^i \rho_u \\ {}^n \bar{\varepsilon}^p \end{bmatrix} + \zeta^i \begin{bmatrix} Z_{11} \\ Z_{22} \\ Z_{33} \\ Z_{12} \\ Z_{13} \\ Z_{23} \\ 0 \\ -\frac{1}{\bar{\sigma}^i} \underline{T}^i \cdot \frac{\partial g}{\partial \underline{T}^i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{5-76}_2$$

mit

$$\begin{aligned}
 \underline{\underline{Z}} &= \underline{\underline{C}} \frac{\partial g(\underline{T}^i, k_o^i)}{\partial \underline{T}} \\
 &= G \cdot \left[\frac{2\nu}{1-2\nu} \cdot \frac{4}{1} + 1 + \frac{4}{1} \right] \frac{\partial g(\underline{T}^i, k_o^i)}{\partial \underline{T}} \\
 &= G \cdot \left[\frac{2\nu}{1-2\nu} \cdot \frac{4}{1} + 1 + \frac{4}{1} \right] \left(\alpha(k_o^i) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \frac{\underline{T}^D}{\sqrt{-J_2}} \right) \\
 &= 2G \cdot \left[\alpha(k_o^i) \frac{\nu+1}{1-2\nu} + \frac{\underline{T}^D}{\sqrt{-J_2}} \right]
 \end{aligned} \tag{5-77}^5$$

$$\begin{aligned}
 sp(\underline{T}^D) &= 0 \\
 \underline{T}^D &= \underline{T}^{D,T} \\
 \frac{4}{1} \underline{A} &= (sp \underline{A}) \underline{1} \\
 \frac{4}{1} \underline{A} &= \underline{A} \\
 \frac{4}{1} \underline{A} &= \underline{A}^T
 \end{aligned}$$

⁵ unter Beachtung von

Mörtelelemente, die im Inneren von Mauerwerksstrukturen liegen, verhalten sich nach Erreichen der Bruchumhüllenden ideal-plastisch. Sie bewegen sich dann auf der Versagensfläche f_u . Dann vereinfacht sich Gl.(5-76), weil der Verfestigungsparameter $k=1$ =konstant wird, zu:

$$\begin{aligned}\underline{\Phi}_T &= \underline{T}^i - {}^T\underline{T} + \varsigma^i \underline{C} \frac{\partial g(\underline{T}^i)}{\partial \underline{T}} = \underline{0} \\ \Phi_{ru} &= \rho(\underline{T}^i) - \rho_u(\underline{T}^i) = 0\end{aligned}\tag{5-78}$$

5.2.5.1 Numerische Anmerkungen

Gl.(5-76) bzw. Gl.(5-78) werden im Programm durch eine Kombination von Newton-Verfahren und line-search Algorithmus [MATLAB 1994] gelöst. Die notwendigen Jacobimatrizen werden analytisch berechnet. Die einzelnen Zeilen der entsprechenden Gleichungssysteme werden aus numerischen Gründen auf ihren betragsmäßig größten Wert normiert. Das Verfahren ist beendet, wenn in zwei aufeinanderfolgenden Iterationsschritten die Änderungen in den Einzelparametern und Ergebnissen von Φ weniger als $1 \cdot 10^{-4}$ betragen.

Anders als bei der Verwendung von assoziierten Fließregeln, bei denen die Richtung des plastischen Korrektors senkrecht zur Bruchumhüllenden ist, kann nicht immer ein zulässiger Punkt auf der Belastungs- oder Bruchfläche gefunden werden. Dieses Risiko steigt mit großen Lastschritten. Deshalb sind im Programmablauf im Falle der lokalen Divergenz drei Notfallschienen enthalten. Zum ersten wird der Startpunkt bezüglich $\bar{\varepsilon}^p$ variiert. Führt auch das nicht zum Erfolg, wird der gesamte Verformungszuwachs des Lastschrittes in fünf Subinkremente unterteilt. Wird auch damit keine globale Konvergenz erzielt, werden die bisherigen Ergebnisse im Verformungsschritt $n+1$ annulliert. Mit halbierten eingepprägten Verformungen wird im gleichen Verformungsschritt erneut versucht, einen Gleichgewichtszustand zu ermitteln.

Bei der Verwendung nicht-assoziierter Fließregeln werden oft explizite Spannungsalgorithmen verwendet. Dabei wird mit einem vorgegebenen Verzerrungszuwachs ${}^{(n+1)}\Delta \underline{E}^i$ ein elastischer Trialspannungszuwachs $\Delta^T \underline{T}$ berechnet. Mit ${}^n \underline{T} + \Delta^T \underline{T}$ und konstant gehaltenen Verfestigungsparametern wird die Fließfunktion f ausgewertet. Für $f > 0$ wird der Trialspannungszuwachs über einen Faktor r so skaliert, dass $f=0$ erfüllt ist. Der restliche Anteil des Verzerrungszuwachses $(1-r)\Delta \underline{E}^i$ wird nun benutzt, um die Zuwächse in den plastischen Dehnungen, den inneren Variablen und der Spannung explizit numerisch zu integrieren. Eine verbesserte Genauigkeit der Integration wird durch eine Unterteilung von $(1-r)\Delta \underline{E}^i$ in weitere Subinkremente erreicht. Dennoch erfüllt die gefundene Lösung oft nicht die Fließbedingung $f=0$, so dass der gefundene Spannungspunkt nochmals korrigiert werden muss [Owen 1980].

Hier zeigt sich der Vorteil des hier benutzten impliziten Prädiktor-Korrektor-Verfahrens. Die Fließbedingung $f=0$ (Gl.(5-46)) wird im iterativen Prozess automatisch eingehalten. Zusätzlich lässt sich aus dem Spannungsalgorithmus relativ schnell der konsistente Tangentenoperator \underline{C}_k herleiten. Dessen Verwendung verspricht in der globalen Gleichgewichtsiteration schnellere Konvergenz als die der elasto-plastischen Werkstoffmatrix bei expliziten Verfahren.

5.2.6 Konsistente Tangentenoperatoren

Der Zusammenhang zwischen Spannungs- und Verzerrungszuwächsen im plastischen Bereich über den *Elastoplastizitätstensor* $\underline{\underline{C}}_{ep}$ wird aus den entsprechenden Differentialgleichungen der Kontinuumsmechanik hergeleitet. Im Rahmen der Herleitung der (nichtlinearen) Finite Element Methode werden als Gleichgewichtsbedingung jedoch nicht die Differentialgleichungen, sondern - äquivalent- das *Prinzip der Virtuellen Verschiebungen* (P.d.v.V.) verwendet. In Abschnitt 5.1 wurde das linearisierte Prinzip der virtuellen Verschiebungen hergeleitet. Es ergab sich folgende Iterationsvorschrift:

$$\int_V \underline{\underline{C}}_k^i [\Delta \underline{E}] \cdot \delta \underline{E} dV = \int_V \rho^{n+1} \vec{f} \cdot \delta \vec{u} dV + \int_O^{n+1} \vec{t} \cdot \delta \vec{u} dO + {}^{n+1} \vec{F} \cdot \delta \vec{U} - \int_V \underline{T}^i \cdot \delta \underline{E} dV \quad (5-10)$$

In diesem Iterationsprozess sind zwei sich ändernde Größen erkennbar: die Spannungen \underline{T}^i und der konsistente Tangentenoperator $\underline{\underline{C}}_k^i$. Wird für diesen eine Grenzwertbetrachtung durchgeführt $\lim \Delta \underline{E} \rightarrow 0$ ergibt sich der Elastoplastizitätstensor $\underline{\underline{C}}_{ep}$ aus dem konsistenten Tangentenoperator $\underline{\underline{C}}_k$ [Hartmann 1995]. Die Nutzung des konsistenten Tangentenoperators anstelle des Elastoplastizitätstensors spart, bei assoziierten Fließregeln, bis zur 3-fachen Menge an Iterationsschritten ein [Hofstetter 1995].

5.2.6.1 Ermittlung des konsistenten Tangentenoperators

Der konsistente Tangentenoperator $\underline{\underline{C}}_k$ stellt die Beziehung zwischen den Spannungs- und Verzerrungszuwächsen her, die zu einem Gleichgewichtszustand gehören:

$$\underline{\underline{C}}_k \Delta \underline{E} = \Delta \underline{T} \quad (5-79)$$

Innerhalb jedes inkrementellen Verformungsschrittes wird zu Beginn der Gleichgewichtsiteration i eine neue Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} benötigt. Sie berechnet sich bei plastischem Materialverhalten nach Gl.(5-17). Zu diesem Zeitpunkt erfüllen die Spannungen \underline{T} , der plastische Multiplikator ς und die einaxiale Vergleichsverzerrung $\bar{\varepsilon}^p$ Gl.(5-76).

$$\begin{aligned} \Phi_T &= \underline{T}^i - {}^T \underline{T} + \varsigma^i \overbrace{\underline{\underline{C}}}^{Z^i} \frac{\partial g(\underline{T}^i, k_0^i)}{\partial \underline{T}} = 0 \\ \Phi_f &= \rho(\underline{T}^i) - k(\underline{T}^i, k_0^i) \rho_u(\underline{T}^i) = 0 \\ \Phi_v &= \bar{\varepsilon}^{p,i} (k_0^i)^{-n} \bar{\varepsilon}^p - \varsigma^i \frac{1}{\bar{\sigma}^i} \underline{T}^i \cdot \frac{\partial g(\underline{T}^i, k_0^i)}{\partial \underline{T}} = 0 \end{aligned} \quad (5-76)$$

Eine Laststeigerung bewirkt eine Veränderung der Verzerrungen. Die zugehörigen Spannungen dürfen jedoch die Belastungsfläche bei plastischer Belastung nicht verlassen. Mathematisch bedeutet dies, dass das totale Differential von Gl.(5-76) nach den Verzerrungen Null bleibt.

$$\text{Mit } \tilde{\Phi} = \begin{bmatrix} \Phi_T \\ \Phi_f \\ \Phi_v \end{bmatrix} \text{ und } \underline{s} = \begin{bmatrix} \underline{T} \\ \varsigma \\ \bar{\varepsilon}^p \end{bmatrix} \quad (5-80)$$

ergibt sich diese Forderung [Hartmann 1995] zu:

$$\frac{d\tilde{\Phi}}{d\mathbf{E}^i} = \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial \mathbf{E}^i} + \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial \mathbf{s}} \cdot \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{E}^i} = 0 \quad (5-81)$$

Nach Umwandlung der Tensoren 4.Stufe in 6x6 bzw. Tensoren 2.Stufe in 1x6 Matrizen stellt sich Gl.(5-81) in Matrixschreibweise folgendermaßen dar:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi_T}{\partial \mathbf{E}} \\ \frac{\partial \Phi_f}{\partial \mathbf{E}} \\ \frac{\partial \Phi_v}{\partial \mathbf{E}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi_T}{\partial \mathbf{T}} & \frac{\partial \Phi_T}{\partial \zeta} & \frac{\partial \Phi_T}{\partial \bar{\varepsilon}^p} \\ \frac{\partial \Phi_f}{\partial \mathbf{T}} & \frac{\partial \Phi_f}{\partial \zeta} & \frac{\partial \Phi_f}{\partial \bar{\varepsilon}^p} \\ \frac{\partial \Phi_v}{\partial \mathbf{T}} & \frac{\partial \Phi_v}{\partial \zeta} & \frac{\partial \Phi_v}{\partial \bar{\varepsilon}^p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{E}} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial \mathbf{E}} \\ \frac{\partial \bar{\varepsilon}^p}{\partial \mathbf{E}} \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (5-82)$$

Dabei stellt $\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{E}}$ den konsistenten Tangentenoperator als 6x6 Matrix dar (siehe auch Gl.(5-8)). Umstellung von Gl.(5-82) liefert das zu lösende lineare Gleichungssystem:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{E}} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial \mathbf{E}} \\ \frac{\partial \bar{\varepsilon}^p}{\partial \mathbf{E}} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \Phi_{T,T} & \Phi_{T,\zeta} & \Phi_{T,\bar{\varepsilon}^p} \\ \Phi_{f,T} & \Phi_{f,\zeta} & \Phi_{f,\bar{\varepsilon}^p} \\ \Phi_{v,T} & \Phi_{v,\zeta} & \Phi_{v,\bar{\varepsilon}^p} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi_T}{\partial \mathbf{E}} \\ \frac{\partial \Phi_f}{\partial \mathbf{E}} \\ \frac{\partial \Phi_v}{\partial \mathbf{E}} \end{bmatrix} \quad (5-83)$$

mit den Dimensionen:

$$\underbrace{[8 \times 6]}_X = \underbrace{[8 \times 8]}_Y \underbrace{[8 \times 6]}_Z$$

Die Matrix **Y** entspricht der inversen Jacobimatrix, die sich aus dem Spannungsalgorithmus ergibt und im Rahmen dieser Arbeit analytisch berechnet wird. Die obere 6x6 Untermatrix der Matrix **Z** entspricht der Ableitung von Φ_T nach den Verzerrungen. In dieser Gleichung sind nur die Trialspannungen $^T \mathbf{T}$ von den Verzerrungen **E** abhängig, die Spannungen \mathbf{T}^i werden aus der Iteration gewonnen. Damit ergibt sich die obere 6x6 Untermatrix der rechten Seite zu der elastischen Werkstoffmatrix **C**. Die Funktionen Φ_f und Φ_v sind von den Verzerrungen unabhängig, so dass die letzten beiden Zeilen in **Z** mit **0** besetzt sind. Die obere 6x6 Untermatrix aus **X** stellt den konsistenten Tangentenoperator **C_k** dar. Durch die Verwendung der nicht-assozierten Fließregel ist er in der Regel nicht symmetrisch. Dies führt aber bei den in dieser Arbeit verwendeten Gleichungslösern zu keinen erkennbaren Schwierigkeiten.

5.2.7 Zug- und Druckversagen

Im Regelfall versagen Spannungspunkte \underline{T} , die sich auf der Bruchumhüllenden, Gl.(5-39), befinden oder sie durchstoßen haben. Zwei verschiedene Versagensarten sind im vorliegenden Modell möglich: Risse als Zugversagen und Druckversagen.

5.2.7.1 Rissmodellierung in der FEM

Die Modellierung von Rissen in der FEM kann auf zwei grundsätzlich verschiedenen Arten geschehen: dem diskreten und dem verschmierten Risskonzept.

Das diskrete Rissmodell basiert auf der Voraussetzung, dass sich bei Entstehung eines Risses die Knotenpunkte benachbarter Elemente voneinander trennen. Dies bedeutet in der Regel die nachträgliche Einführung zusätzlicher Freiheitsgrade, wenn nicht an diesen Stellen Kontaktelemente die Auseinanderbewegung der beiden Rissufer gewährleisten können. Die ursprüngliche Elementierung hat dabei einen Einfluss auf die Rissfortpflanzung.

Das verschmierte Risskonzept untersucht die Entstehung eines Risses nicht an den Knoten, sondern an den Integrationspunkten. Der E-Modul senkrecht zur Rissrichtung wird dabei reduziert. Der Steifigkeitsverlust wird verschmiert über das Elementvolumen bei der Integration berücksichtigt. Einige der verschiedenen Modelle der Rissentwicklung (siehe auch [Crisfield 1989]) für das verschmierte Risskonzept sind im folgenden kurz vorgestellt.

Das stationäre orthogonale Rissmodell [Owen 1983] verändert die Lage eines Risses im Belastungsverlauf nicht, neue Risse können nur senkrecht zueinander entstehen.

Das stationäre nicht orthogonale Rissmodell basiert auf Beobachtungen von Collins, Vecchio und Mehlhorn [Collins 1985], die an untersuchten Betonscheiben nicht senkrecht zueinander stehende Risse beobachten. Dies wird durch die verminderte Schubübertragung entlang der Rissufer verursacht.

Das rotierende Rissmodell [Gupta 1984] erlaubt den Rissen, sich mit den Hauptzugspannungen zu drehen. Die Rechtfertigung für diese Rotationen liegt an der Tendenz eines Risses, sich zu schließen, falls ein neuer Riss in einer anderen Richtung entsteht.

In der vorliegenden Arbeit wird ein verschmiertes Risskonzept mit orthogonalen Rissen verwendet. Solange sich am Rissstatus nichts ändert, bleiben die Risse stationär. Tritt am selben Integrationspunkt ein neuer Riss auf, werden die Rissrichtungen entsprechend der Lage der Hauptspannungen angepasst.

5.2.7.2 Risse: Entstehung und angenommenes Materialverhalten

Für einen Spannungspunkt, der sich auf der Versagensfläche befindet, gibt die Untersuchungen der Hauptspannungen Auskunft darüber, ob Druckversagen oder Rissentstehung simuliert werden muss. Entspricht eine der Hauptspannungen einer Zugspannung, entsteht ein Riss senkrecht zu der größten Hauptzugspannungsrichtung. Die Bedingung der Rissentstehung für Spannungen \underline{T} , die f_u erfüllen Gl.(5-39), lautet also:

$$\sigma_1 > 0 \text{ mit } \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \quad (5-84)$$

Diese Bedingung lässt sich auch mit Hilfe der Spannungsinvarianten darstellen:

$$\sqrt{-J_2} \cos \Theta + \frac{I_1}{2\sqrt{3}} > 0 \quad |\Theta| \leq 60^\circ \quad (5-85)$$

Um eine Übereinstimmung mit der Bedingung für Druckversagen zu erhalten, wird Gl.(5-85) zu einer Versagenskennzahl α [Chen 1982] umgestellt. Für $\alpha < 1$ und $f_u = 0$ entsteht im verwendeten Modell mindestens ein Riss:

$$\alpha = \frac{-l_1}{2\sqrt{3}\sqrt{-J_2} \cos \Theta} < 1 \quad (5-86)$$

Mit der Entstehung eines Risses senkrecht zu der Hauptzugspannung vermindert sich die Steifigkeit in Richtung dieser Spannung. Aus Gründen der numerischen Stabilität wird in Rissrichtung ein softening angenommen. Die damit verbundene Entfestigung ist linear und der Softening-Modul hat eine konstante Größe von $E_{\text{soft}} = -E/10$. Für den einaxialen Fall ist das entsprechende Werkstoffgesetz in Abbildung 5-10 dargestellt.

Im mehraxialen Fall ist die rissauslösende Zugspannung kleiner als die einaxiale Zugfestigkeit f_t , aus diesem Grund wird dann die entsprechende Hauptzugspannung σ_1 als obere Grenze im Werkstoffgesetz für Zugbeanspruchungen verwendet. In dem hier verwendeten Modell soll die Übertragung von Schubspannungen über Risse nicht mehr möglich sein.

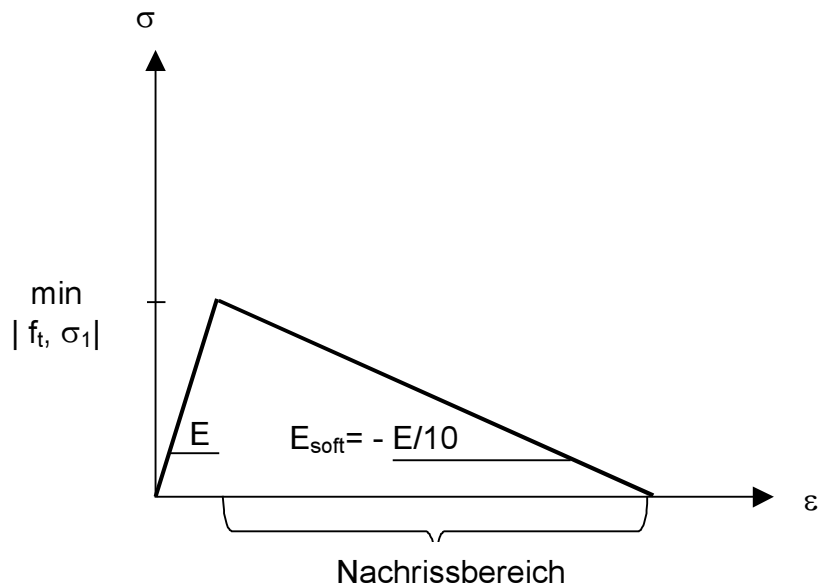


Abbildung 5-10 Spannungs-Dehnungsbeziehung bei einaxialer Zugspannung

Löst der Spannungszustand \mathbf{T}_R (betrachtet werden nur die Hauptspannungen) mit $\sigma_1 > 0$, $\sigma_2 < 0$ und $\sigma_3 < 0$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_R &= \mathbf{C}(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_p) = \mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon}_{el} \\ \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{bmatrix} &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu \\ \nu & 1-\nu & \nu \\ \nu & \nu & 1-\nu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{el,1} \\ \varepsilon_{el,2} \\ \varepsilon_{el,3} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5-87)$$

einen Riss aus, werden die Trialspannungen \mathbf{T}_{Riss}^T zunächst mit sehr geringer Steifigkeit in Rissrichtung berechnet:

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{Riss}^T &= \mathbf{C}_{Riss}(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_p) = \mathbf{C}_{Riss} \boldsymbol{\varepsilon}_{el} \\ \begin{bmatrix} \approx 0 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{bmatrix} &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} \approx 0 & \approx 0 & \approx 0 \\ \approx 0 & 1-\nu & \nu \\ \approx 0 & \nu & 1-\nu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{el,1} \\ \varepsilon_{el,2} \\ \varepsilon_{el,3} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5-88)$$

Die zugehörigen Querdruckspannungen σ_2 und σ_3 erhöhen sich geringfügig um den Anteil:

$$\Delta\sigma_{2,3} = -\frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \varepsilon_{el,1} \quad (5-89)$$

Die Spannungen \mathbf{T}_{Riss}^T werden im Spannungsalgorithmus ausgewertet. In einem anschließenden Nachlauf werden die Spannungen in Rissrichtung über die angenommenen Werkstoffbeziehung nach Abbildung 5-10 im Nachrissbereich korrigiert.

Für die Berechnung der Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} wird die dann auf das globale Koordinatensystem zu transformierende Werkstoffmatrix \mathbf{C}_{soft} verwendet:

$$\mathbf{C}_{soft} = \begin{bmatrix} -\frac{E}{10} & \approx 0 & \approx 0 \\ \approx 0 & \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \\ \approx 0 & \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \end{bmatrix} \quad (5-90)$$

Das verwendete Modell ermöglicht die Simulation von maximal 3 Rissen an jedem Integrationspunkt. Die Risse können gleichzeitig oder aufeinanderfolgend entstehen. Die Ermittlung der maßgebenden Rissspannung für weitere Risse in nachfolgenden Verformungsschritten wird über die Auswertung der elastischen Verzerrungen mit der ungerissenen Werkstoffmatrix vorgenommen Gl.(5-87). Die Übertragung von Druckspannungen über geschlossene Risse ist nicht vorgesehen.

Ein im Mörtel der Lagerfuge entstehender Riss wird negiert und als Druckversagen behandelt.

5.2.7.2.1 Transformation von Spannungs-, Verzerrungs- und Werkstoffmatrizen in orthogonalen Koordinatensystemen

Verursacht ein Spannungszustand \mathbf{T}_{Riss} einen oder mehrere Risse, müssen die entsprechenden Hauptzugspannungen reduziert werden. Die Richtungen der Hauptspannungen lassen sich über die Eigenvektoren \vec{e}_i des Eigenwertproblems, die Richtungen des x,y,z Koordinatensystems über die Basisvektoren \vec{e}_j darstellen. Beiden Vektorengruppen ist gemeinsam, dass sie jeweils orthogonal zueinander sind. Für die Transformation einer Spannungsmatrix \mathbf{T} in die Hauptspannungsmatrix $\hat{\mathbf{T}}$ gilt [Eschenauer 1993]:

$$\hat{\mathbf{T}} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{Q}^T \quad (5-91)$$

mit

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \vec{e}_1 \cdot \vec{e}_1 & \vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 & \vec{e}_1 \cdot \vec{e}_3 \\ \vec{e}_2 \cdot \vec{e}_1 & \vec{e}_2 \cdot \vec{e}_2 & \vec{e}_2 \cdot \vec{e}_3 \\ \vec{e}_3 \cdot \vec{e}_1 & \vec{e}_3 \cdot \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \cdot \vec{e}_3 \end{bmatrix} \quad (5-92)$$

Werden die Spannungen als Spaltenmatrizen \mathbf{t} dargestellt und Gl.(5-91) ausmultipliziert, lässt sich die Transformation auch über die Matrix \mathbf{W} schreiben:

$$\hat{\mathbf{t}} = \mathbf{W} \mathbf{t}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{t}_{11} \\ \hat{t}_{22} \\ \hat{t}_{33} \\ \hat{t}_{12} \\ \hat{t}_{23} \\ \hat{t}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11}^2 & Q_{12}^2 & Q_{13}^2 & 2Q_{12}Q_{11} & 2Q_{13}Q_{12} & 2Q_{13}Q_{11} \\ Q_{21}^2 & Q_{22}^2 & Q_{23}^2 & 2Q_{22}Q_{21} & 2Q_{23}Q_{22} & 2Q_{23}Q_{21} \\ Q_{31}^2 & Q_{32}^2 & Q_{33}^2 & 2Q_{32}Q_{31} & 2Q_{33}Q_{32} & 2Q_{33}Q_{31} \\ Q_{11}Q_{21} & Q_{12}Q_{22} & Q_{13}Q_{23} & Q_{12}Q_{21} + Q_{11}Q_{22} & Q_{13}Q_{22} + Q_{12}Q_{23} & Q_{13}Q_{21} + Q_{11}Q_{23} \\ Q_{21}Q_{31} & Q_{22}Q_{32} & Q_{23}Q_{33} & Q_{22}Q_{31} + Q_{21}Q_{32} & Q_{23}Q_{32} + Q_{22}Q_{33} & Q_{23}Q_{31} + Q_{21}Q_{33} \\ Q_{11}Q_{31} & Q_{12}Q_{32} & Q_{13}Q_{33} & Q_{12}Q_{31} + Q_{11}Q_{32} & Q_{13}Q_{32} + Q_{12}Q_{33} & Q_{13}Q_{31} + Q_{11}Q_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_{11} \\ t_{22} \\ t_{33} \\ t_{12} \\ t_{23} \\ t_{13} \end{bmatrix}$$

(5-93)

Die Transformation der Verzerrungen in technischer Darstellung erfolgt analog zu Gl.(5-93), in der vorliegenden Arbeit werden jedoch die Schubverzerrungen ingenieurgemäß mit $\gamma_{ik} = 2\varepsilon_{ik}$ verwendet, dadurch ergibt sich:

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \tilde{\mathbf{W}} \boldsymbol{\varepsilon}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\varepsilon}_{11} \\ \hat{\varepsilon}_{22} \\ \hat{\varepsilon}_{33} \\ \hat{\gamma}_{12} \\ \hat{\gamma}_{23} \\ \hat{\gamma}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11}^2 & Q_{12}^2 & Q_{13}^2 & Q_{12}Q_{11} & Q_{13}Q_{12} & Q_{13}Q_{11} \\ Q_{21}^2 & Q_{22}^2 & Q_{23}^2 & Q_{22}Q_{21} & Q_{23}Q_{22} & Q_{23}Q_{21} \\ Q_{31}^2 & Q_{32}^2 & Q_{33}^2 & Q_{32}Q_{31} & Q_{33}Q_{32} & Q_{33}Q_{31} \\ 2Q_{11}Q_{21} & 2Q_{12}Q_{22} & 2Q_{13}Q_{23} & Q_{12}Q_{21} + Q_{11}Q_{22} & Q_{13}Q_{22} + Q_{12}Q_{23} & Q_{13}Q_{21} + Q_{11}Q_{23} \\ 2Q_{21}Q_{31} & 2Q_{22}Q_{32} & 2Q_{23}Q_{33} & Q_{22}Q_{31} + Q_{21}Q_{32} & Q_{23}Q_{32} + Q_{22}Q_{33} & Q_{23}Q_{31} + Q_{21}Q_{33} \\ 2Q_{11}Q_{31} & 2Q_{12}Q_{32} & 2Q_{13}Q_{33} & Q_{12}Q_{31} + Q_{11}Q_{32} & Q_{13}Q_{32} + Q_{12}Q_{33} & Q_{13}Q_{31} + Q_{11}Q_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \end{bmatrix}$$

(5-94)

Aus Gl.(5-93) und Gl.(5-94) lassen sich nun die Transformationsvorschriften für die Werkstoffmatrix herleiten [Link 1989].

Für die Transformation der Werkstoffmatrix \mathbf{C} in das Hauptspannungskoordinatensystem gilt:

$$\hat{\mathbf{t}} = \mathbf{W} \mathbf{t}$$

$$\hat{\mathbf{t}} = \mathbf{W} \mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon}$$

$$\hat{\mathbf{t}} = \mathbf{W} \mathbf{C} \tilde{\mathbf{W}}^{-1} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$$

$$\hat{\mathbf{t}} = \hat{\mathbf{C}} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad \text{mit } \hat{\mathbf{C}} = \mathbf{W} \mathbf{C} \tilde{\mathbf{W}}^{-1}$$

(5-95)

Bei der Rissmodellierung wird allerdings der umgekehrte Weg benötigt. Aus der ungerissenen, isotropen Werkstoffmatrix $\hat{\mathbf{C}} = \mathbf{C}$ werden die den Hauptzugspannungen entsprechenden Stellen durch $\hat{\mathbf{C}}_{\text{Riss}}(i, j) = \mathbf{E}_{\text{soft}}$ für $i=j$ und durch $\hat{\mathbf{C}}_{\text{Riss}}(i, j) = \mathbf{C}(i, j) \cdot 10^{-5}$ für $i \neq j$ ersetzt. Die Transformation der Risswerkstoffmatrix $\hat{\mathbf{C}}_{\text{Riss}}$ zurück in das Basissystem erfolgt über:

$$\mathbf{C}_{\text{Riss}} = \mathbf{W}^{-1} \hat{\mathbf{C}}_{\text{Riss}} \tilde{\mathbf{W}} \quad (5-96)$$

5.2.7.3 Druckversagen

Sind alle Hauptdehnungen negativ (gleichbedeutend mit Stauchungen) und der Spannungspunkt liegt auf der Bruchfläche, wird Druckversagen simuliert. Diese Bedingung lässt sich wie zuvor mit der Versagenskennzahl α (Gl.(5-86)) untersuchen. Für

$$1 \leq \alpha \leq \frac{1+\nu}{1-2\nu} \quad (5-97)$$

liegt ein zwischen Riss- und Druckversagen gemischter Mechanismus vor. In [Meschke 1991] wird für den gemischten Versagensbereich ideal-plastisches Werkstoffverhalten angenommen und die Versagensfläche wird als Belastungsfläche interpretiert.

Für

$$\alpha > \frac{1+\nu}{1-2\nu} \quad (5-98)$$

liegt ein reines Druckversagen vor.

In der vorliegenden Arbeit wird eine Unterscheidung zwischen gemischten Mechanismus und reinem Druckversagen nicht vorgenommen. Für Steine und Mörtel, der sich nach Erreichen der Bruchumhüllenden nicht idealplastisch verhalten soll, gilt:

Druckverhalten wird simuliert für Spannungspunkte, die auf der Bruchumhüllenden liegen und für die $\alpha > 1$ gilt. Damit verbunden ist eine Reduktion der jeweils elastischen Werkstoffmatrix \mathbf{C} um den Faktor $1 \cdot 10^{-5}$.

Die Notwendigkeit der Simulation des Nachbruchverhaltens auch im Druckbruchbereich war erst in einem fortgeschrittenen Stadium dieser Arbeit zu erkennen. Aus diesem Grund ist ein einfaches, aber verzerrungs- und steifigkeitsunabhängiges Modell implementiert. Der Spannungszustand \mathbf{T} , der zum Druckversagen führt, wird in Abhängigkeit von aktueller zu Anfangslastgröße um maximal 2.5 % je Lastinkrement gleichmäßig reduziert.

5.3 Isoparametrisches 16-Knoten-Quaderelement

Das Tragverhalten von Mauerwerk ist stark geprägt von den unterschiedlichen Verformungseigenschaften von Stein und Mörtel. In dieser Arbeit wird von einem starren Verbund zwischen beiden Materialien ausgegangen. Die Verschiebungen an den Kontaktflächen müssen gleich sein, insbesondere deshalb können die Querspannungen in angrenzenden Elementen unterschiedlicher Materialien in Größe und Vorzeichen erheblich differieren. Aus diesem Grund ist für das verwendete Element ein reiner Verschiebungsansatz notwendig.

In Kapitel 3 wurde deutlich, dass das Druckversagen von Mauerwerk durch Risse im Stein ausgelöst wird. Diese Risse können sowohl senkrecht als auch parallel zur Wandebene entstehen. Deshalb ist eine dreidimensionale Modellierung unumgänglich. Vor allem in Erwartung großer Rechenzeiten wird ein Element gewählt, dass in einer Richtung eine verminderte Knotenanzahl besitzt. Gewählt wird ein isoparametrisches 16-Knoten-Quaderelement mit quadratischem Verschiebungsansatz in der ξ - ζ -Ebene und linearem Ansatz in ξ - η - und η - ζ -Ebene. Die numerische Integration des Elements erfolgt über 3 x 3 Gaußpunkte in der ξ - ζ -Ebene und 3 x 2 Gaußpunkte in der ξ - η - und η - ζ -Ebene, so dass insgesamt 18 Integrationspunkte je Element notwendig sind. Das Element ist in Abbildung 5-11 im Einheitskoordinatensystem dargestellt. Die Beschreibung der Knotennummerierung, der Ansatzfunktionen und der Gaußpunktkoordinaten sowie deren Gewichte findet sich in Anhang A.

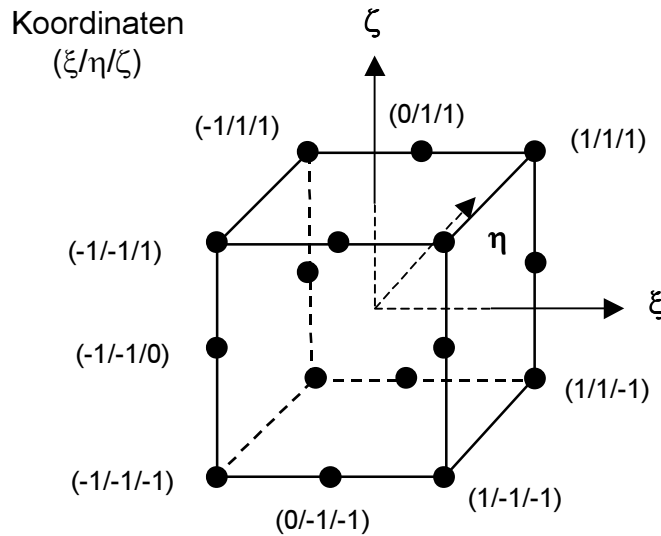


Abbildung 5-11 Isoparametrisches 16-Knoten Quaderelement

5.3.1 Knotenkondensation

In Bereichen der Fugen treten zum Teil große Spannungsgradienten auf. Dies erfordert eine feinere Elementierung als in entfernten Steinbereichen. Eine Möglichkeit der Netzverfeinerung bei der Elementierung mit nur einer Elementklasse besteht in der geometrischen Knotenkondensation. Dabei werden geometrische Abhängigkeiten genutzt, um die Verformungen abhängiger FHG durch unabhängige darzustellen [Link 1989].

Das Prinzip ist in Abbildung 5-12 erläutert. Es wird zur Vereinfachung nur eine Ebene und nur die FHG in z-Richtung betrachtet. Die Mittelknoten 9 und 10 der oberen Elemente haben keine Knotenverbindung zum unteren Element. Es darf aber keine Klaffungen bzw. Überschneidungen zwischen benachbarten Elementen geben. Die Verformungen der Knoten 9 und 10 sind deshalb abhängig von denen der unabhängigen Knoten 6, 7 und 8. Diese Abhängigkeit lässt sich über die Formfunktionen darstellen

$$\begin{aligned}
 u_9 &= \varphi(\xi_{Element 1} = -0.5, \zeta_{Element 1} = 1) \quad \mathbf{U}_{Element 1} \\
 \text{bzw.} \\
 u_{10} &= \varphi(\xi_{Element 1} = 0.5, \zeta_{Element 1} = 1) \quad \mathbf{U}_{Element 1}
 \end{aligned}
 \tag{5-99}$$

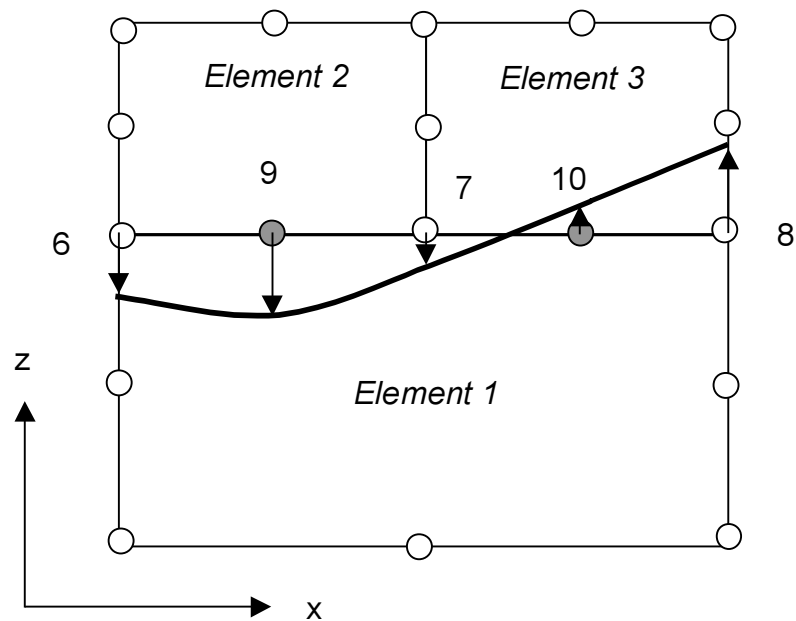


Abbildung 5-12 Knotenkondensation: mögliche Verformungen in z-Richtung

Solange die Mittelknoten jeweils in der Mitte ($\xi_{\text{lokal}}=0$) liegen gilt folgende Abhängigkeitsvorschrift:

$$\begin{bmatrix} u_9 \\ u_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.375 & 0.75 & -0.125 \\ -0.125 & 0.75 & 0.375 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_6 \\ u_7 \\ u_9 \end{bmatrix} \quad (5-100)$$

$$\mathbf{u}_{\text{abhängig}} = \tilde{\mathbf{T}} \mathbf{u}_{\text{unabhängig}}$$

Wird nun die Transformationsmatrix $\tilde{\mathbf{T}}$ durch eine Einheitsmatrix entsprechend erweitert, lassen sich alle Knotenpunktverschiebungen \mathbf{U} durch die unabhängigen Knotenpunktverschiebungen $\mathbf{U}_{\text{unabhängig}}$ darstellen:

$$\mathbf{U} = \mathbf{T} \mathbf{U}_{\text{unabhängig}} \quad (5-101)$$

Die kondensierten Kräfte ergeben sich aus dem vollständigen Lastvektoren der äußeren und Residualkräften, \mathbf{F} und \mathbf{R} zu:

$$\mathbf{F}_{\text{kondensiert}} = \mathbf{T}^T \mathbf{F} \quad \text{bzw.} \quad \mathbf{R}_{\text{kondensiert}} = \mathbf{T}^T \mathbf{R} \quad (5-102)$$

Die kondensierte Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} im auf die unabhängigen Knoten reduzierten System ergibt sich nach

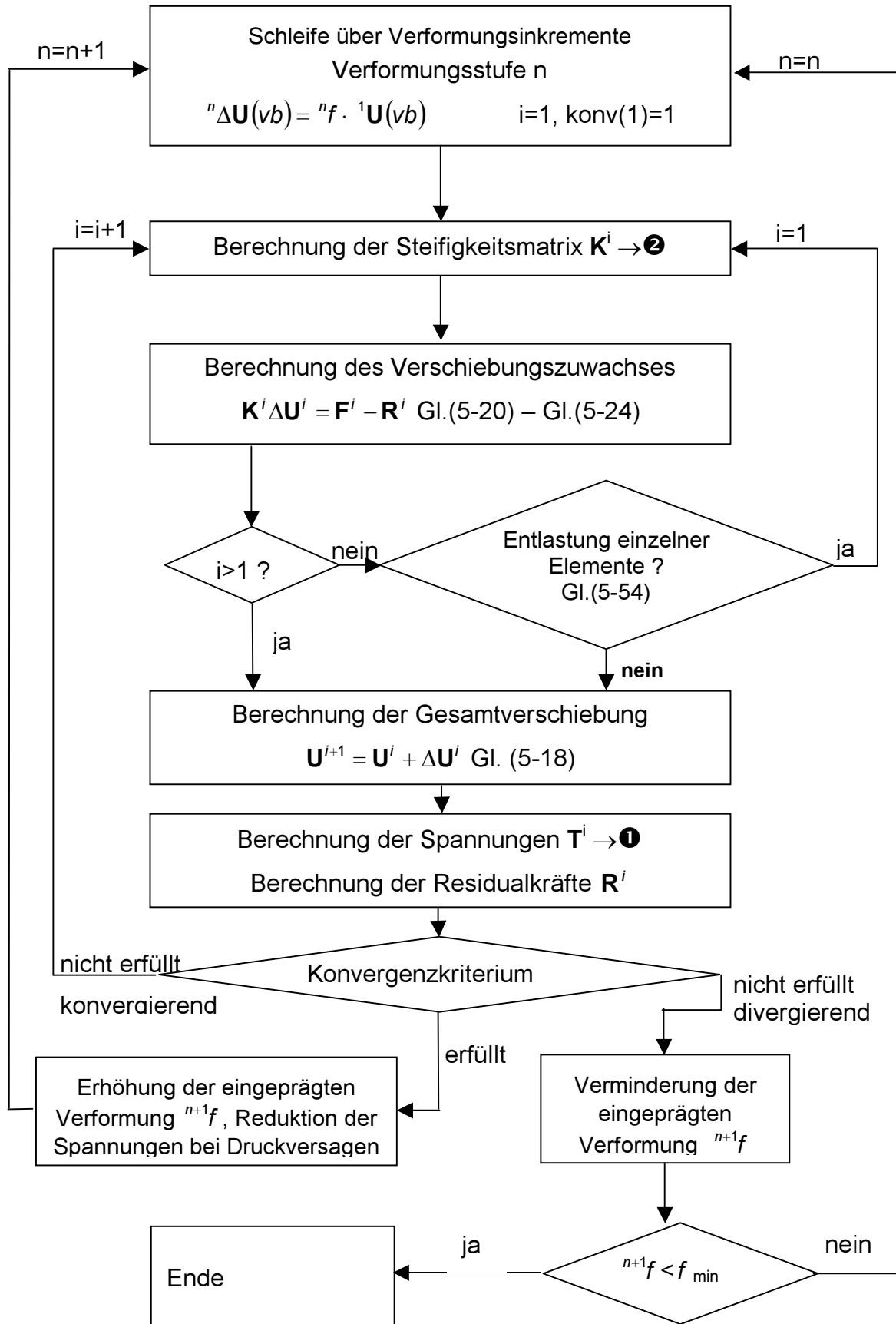
$$\mathbf{K}_{\text{kondensiert}} = \mathbf{T}^T \mathbf{K} \mathbf{T} \quad (5-103)$$

Nun können in Gl.(5-17) die entsprechenden Größen durch die unabhängigen Knotenpunktverschiebungen, die kondensierten Kräfte und die kondensierten Steifigkeitsmatrix ersetzt werden.

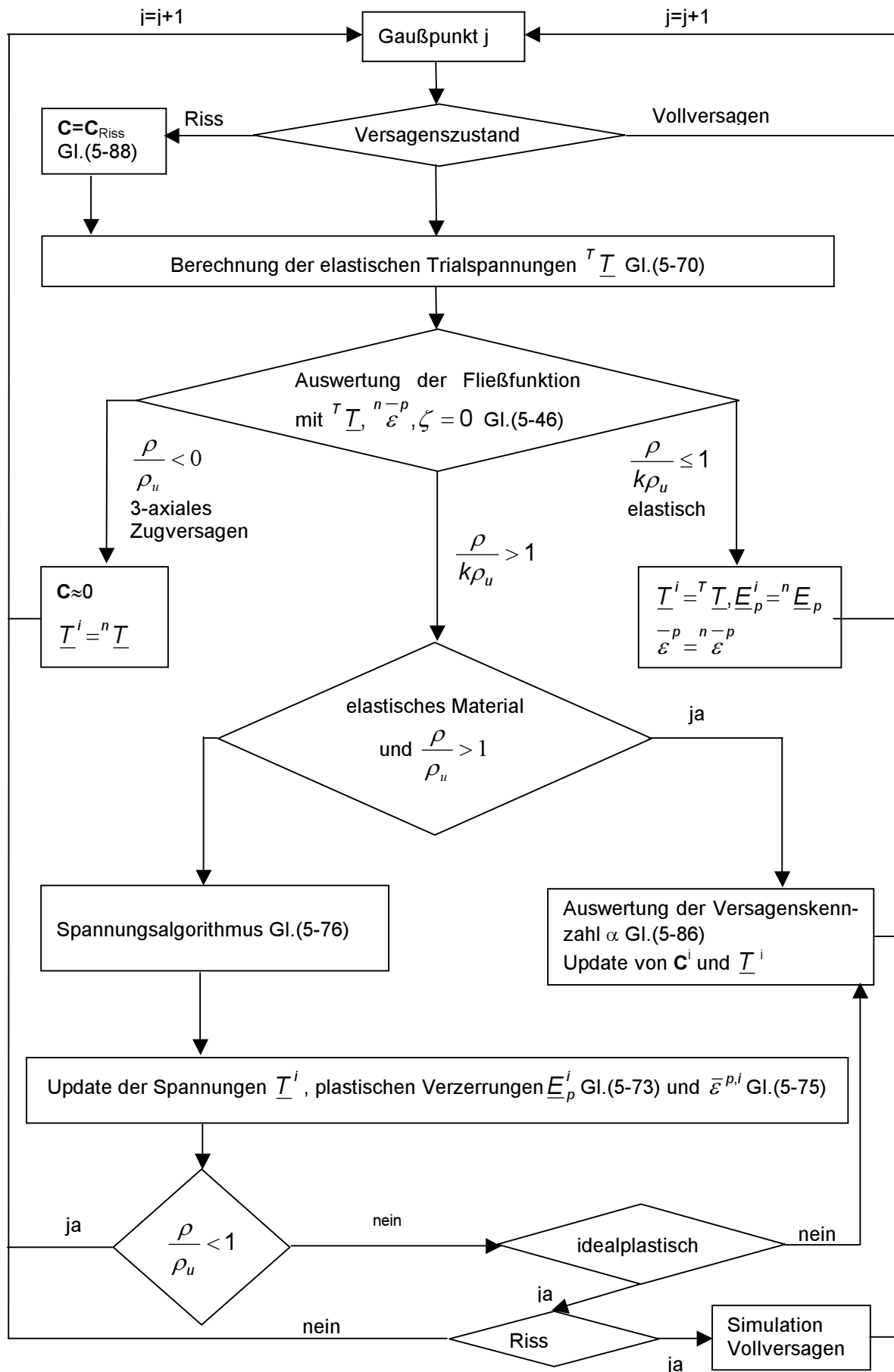
5.4 Programmtechnische Umsetzung

Die Programmierung erfolgt mit der Interpretersprache [MATLAB[®]] Version 5.2.1. In den folgenden Unterkapitel sind wesentliche Flussdiagramme dargestellt. Alle Berechnungen erfolgten auf einem PC mit Pentium II 450Mhz und 128 MB Arbeitsspeicher.

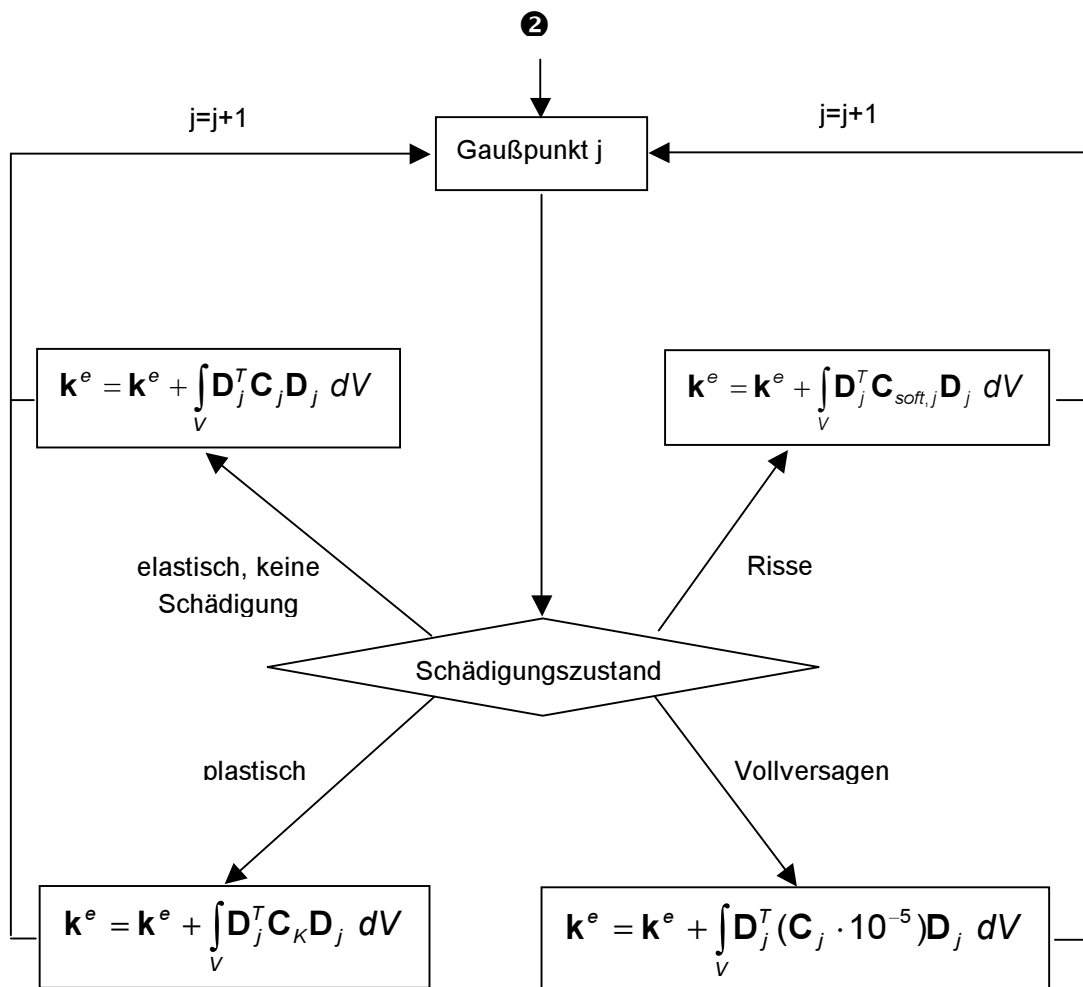
5.4.1 Flussdiagramm Berechnungsablauf



5.4.2 Flussdiagramm Spannungsberechnung ②



5.4.3 Berechnung der Elementsteifigkeitsmatrix \mathbf{k}^e



6 Modellbildung und Verifikation

Die Verifikation des entwickelten Programms erfolgt in drei Stufen. Zuerst werden Versuche an Betonprobekörpern nachgerechnet, um die grundsätzliche Eignung des nichtlinearen Materialmodells, des Spannungsalgorithmus und die programmtechnische Umsetzung zu überprüfen. Anschließend erfolgt eine Betrachtung an einer starr eingespannten Fuge, um das nichtlineare Verhalten des gedruckten Körpers zu untersuchen. Im gleichen Abschnitt werden verschiedene Elementierungen auf ihre Güte hin überprüft. Im dritten Abschnitt erfolgt schließlich die Verifikation über die Nachrechnung von einfachen 3-Stein-Mauerwerkskörpern, die in unserem Fachgebiet im Rahmen einer Diplomarbeit experimentell untersucht wurden.

Die Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} wird in allen Berechnungen in jedem Iterationsschritt neu berechnet. Gleichgewicht wird angenommen, wenn ein Energiekonvergenzkriterium von $\text{tol}=1 \cdot 10^{-7}$ unterschritten wird.

6.1 Verifikation des Programms an Betonversuchen

Die Verifikation an Beton bietet sich aus zwei Gründen an: das grundsätzlich dem Mörtel ähnliche Materialverhalten und die Existenz gut dokumentierter Messdaten von dreiaxial beanspruchten Versuchskörpern. Die Ergebnisse entsprechender Versuche sind in [Schickert 1977] veröffentlicht. Im Rahmen eines internationalen Programms wurden an der Bundesanstalt für Materialprüfung ein- und mehraxiale Druckversuche an Betonprobekörpern durchgeführt. Die Kontrolle des Verhaltens unter mehraxialen Druckspannungszuständen ist wegen der grundsätzlichen Ähnlichkeit zum Spannungszustand in Lagerfugen besonders wichtig. Als Probekörper kamen Würfel mit der Kantenlänge von 10 cm zum Einsatz. Der verwendete Beton hatte folgende einaxiale Eigenschaften:

einaxiale Druckfestigkeit f_c	30,6	[MN/m ²]
Fließgrenze $f_{c, \text{elastisch}}$	9,2	[MN/m ²]
E-Modul E	21500	[MN/m ²]
Querdehnzahl ν	0,18	[-]
einaxiale plastische Dehnung bei f_c , $\bar{\varepsilon}_u^p$	1,2	[‰]

Die Anpassung der mehraxialen Festigkeiten an die modifizierte Bruchumhüllende von Willam- Warnke [Chen 1988] wurde von [Meschke 1991] übernommen: $a_0 = 0.708$, $a_1 = -0.783$, $a_2 = -0.168$, $b_1 = -0.3209$, $b_2 = -0.2132$.

In Abbildung 6-1 ist die Spannungs-Dehnungs-Linie unter einaxialer Belastung dargestellt. Im Versuch wurde die einaxiale Lasteintragung über schlaaffe Druckplatten realisiert.

Die berechnete Versagensspannung zeigt eine ebenso genaue Übereinstimmung wie der Verlauf von Druckspannung σ_z und Vertikaldehnung ε_z . Dies ist aber nicht verwunderlich, da die oben aufgeführten Modellparameter, f_c , $f_{c, \text{elastisch}}$, E , ν und $\bar{\varepsilon}_u^p$, gerade über die einaxiale Vergleichskurve angepasst wurden. Nur qualitativ wird der Verlauf der Querdehnungen wiedergegeben. Eine bessere Anpassung kann nur über eine Modifikation der nicht-assoziierten Fließregel geschehen. Auf diesen Schritt wird aber verzichtet, unter anderem auch wegen der relativ guten Übereinstimmung der Querdehnungen bei allseitiger Druckbeanspruchung wie in der nachfolgenden Abbildung 6-2 gezeigt wird.

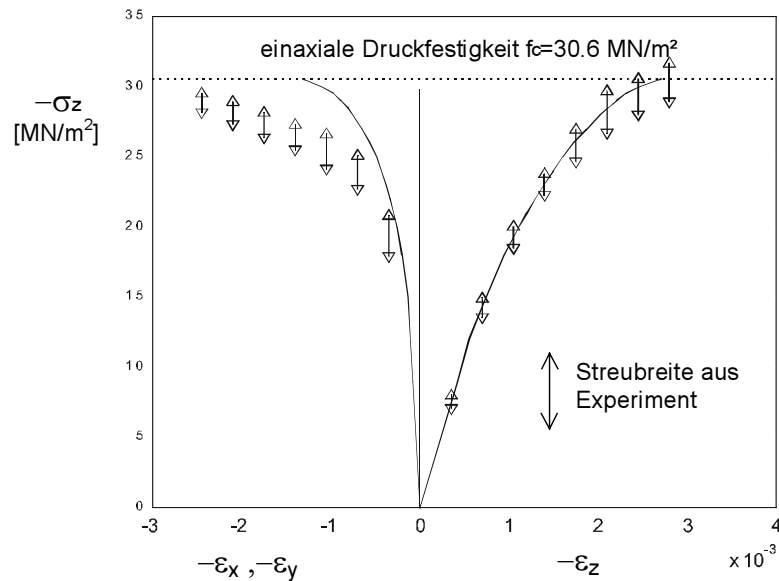


Abbildung 6-1 Spannungs-Dehnungs-Linien Betonwürfel unter einaxialer Druckbelastung aus Experiment und Berechnung

In einer weiteren Versuchsserie wurden Betonwürfel dreiaxial auf Druck beansprucht. Der Belastungspfad erfolgt bis $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = -25.5 \text{ MN/m}^2$ hydrostatisch. Anschließend wird die Druckspannung σ_z gesteigert, während σ_x und σ_y gleichmäßig reduziert werden. Die Größe der Veränderungen beträgt $\Delta\sigma_z = -\frac{1}{2} \Delta\sigma_x = -\frac{1}{2} \Delta\sigma_y$. Die Darstellung der experimentell ermittelten Kennlinien endet aus versuchstechnischen Gründen kurz vor Erreichen der Versagenslast. Im Versuch wurde eine mittlere Versagensspannung von $\sigma_{z,u,\text{Experiment}} = -60.7 \text{ MN/m}^2$ erreicht, die Nachrechnung ergibt für $\sigma_{z,u,\text{Berechnung}} = -61.4 \text{ MN/m}^2$. Die berechneten Spannungs-Dehnungs-Linien zeigen in vertikaler z-Richtung ein zu steifes Verhalten, während in Querrichtungen, x und y, die Übereinstimmung akzeptabel erscheint.

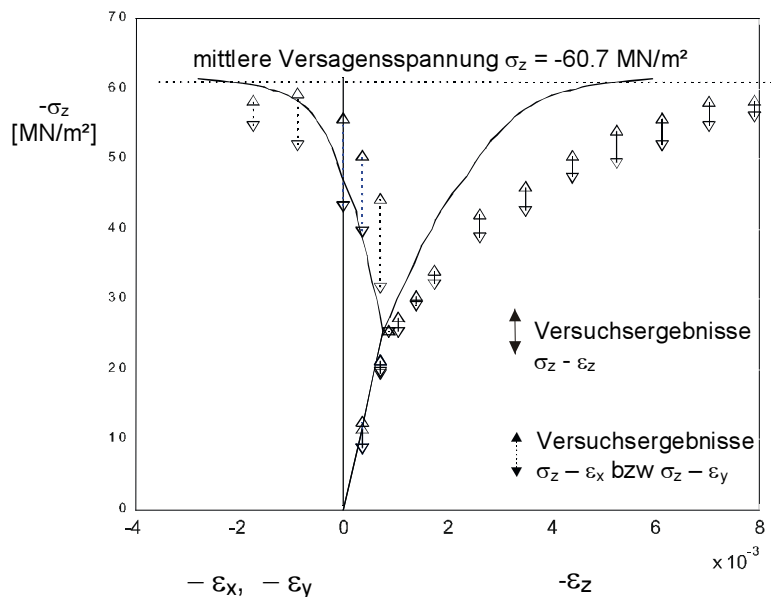


Abbildung 6-2 Spannungs-Dehnungs-Linien Betonwürfel unter mehraxialer Druckbelastung (hydrostatisch bis $\sigma_z = -25.5 \text{ MN/m}^2$, anschließend deviatorisch) aus Experiment und Berechnung

6.2 Numerische Untersuchungen an isolierter Fuge

Allen in dieser Arbeit untersuchten Mauerwerksvarianten ist die Annahme des nicht-linearen, plastischen Mörtelverhaltens und das linear-elastische Steinverhalten gemeinsam. Das nichtlineare Verhalten des Mauerwerks wird, abgesehen von den Rissentwicklungen in den Steinen, durch den Mörtel verursacht. Aus diesem Grund wird in diesem Abschnitt das Verhalten der Lagerfuge unter idealisierten Bedingungen untersucht. Die Materialeigenschaften des Mörtels bleiben konstant, variiert werden Elementierungen und Lagerungsbedingungen.

Der Mörtel wird mit folgenden Eigenschaften und Annahmen modelliert:

einaxiale Druckfestigkeit $f_{c,M\ddot{o}}$	1.0	[MN/m ²]
einaxiale Zugfestigkeit $f_{t,M\ddot{o}}$	0.1	[MN/m ²]
biaxiale Druckfestigkeit $f_{bc,M\ddot{o}}$	1.07	[MN/m ²]

Die Spannungspunkte im Hochdruckbereich entsprechen den gewählten Standardwerten aus Kapitel 5.2.3.2

E-Modul $E_{M\ddot{o}}$	500	[MN/m ²]
Querdehnzahl $\nu_{M\ddot{o}}$	0.18	[-]
plastische Vergleichsdehnung $\bar{\varepsilon}_u^p$ bei $f_{c,M\ddot{o}}$	6.0	[‰]
Beginn des plastischen Verhaltens bei einaxialer Vergleichsspannung $\bar{\sigma} =$	0.3	[MN/m ²]

Idealplastizität nach Erreichen der Bruchumhüllenden

lineare Entfestigung nach Riss

ein Riss zieht Vollversagen nach sich, wenn die plastische Vergleichsdehnung $\bar{\varepsilon}_u^p \geq 6\text{‰}$.

Die Belastung wird jeweils durch vertikale, in jedem Verformungsschritt über die Fläche konstante, Verschiebungen am oberen Rand eingetragen. Die Belastung ist also einaxial. Durch entsprechende Randbedingungen kann aber ein mehraxialer Beanspruchungszustand erzwungen werden.

6.2.1 Einaxiale Beanspruchung

Um die Unterschiede zum mehraxialen Spannungszustand in der Fuge deutlich zu machen, wird in diesem Abschnitt das einaxiale Verhalten unter Druck- und Zugbeanspruchung dargestellt. Berechnet wird ein Würfel mit der Kantenlänge von 1 m, bestehend aus einem Quaderelement mit 16 Knoten und 48 Freiheitsgraden (FHG). Die Randbedingungen sind in Abbildung 6-3 enthalten.

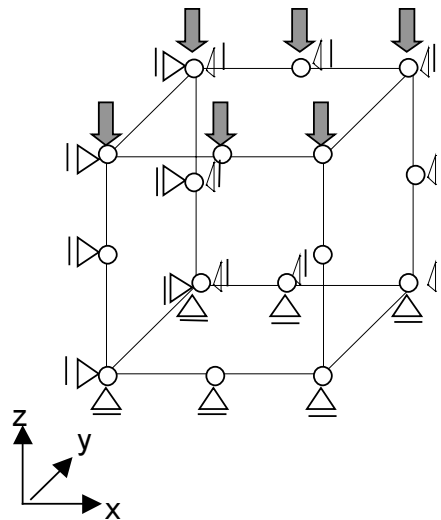


Abbildung 6-3 einaxial belasteter Würfel: Elementierung, Lagerung, Randbedingungen

In Abbildung 6-4 ist die Spannungs-Dehnungslinie unter einaxialer Druckbelastung dargestellt.

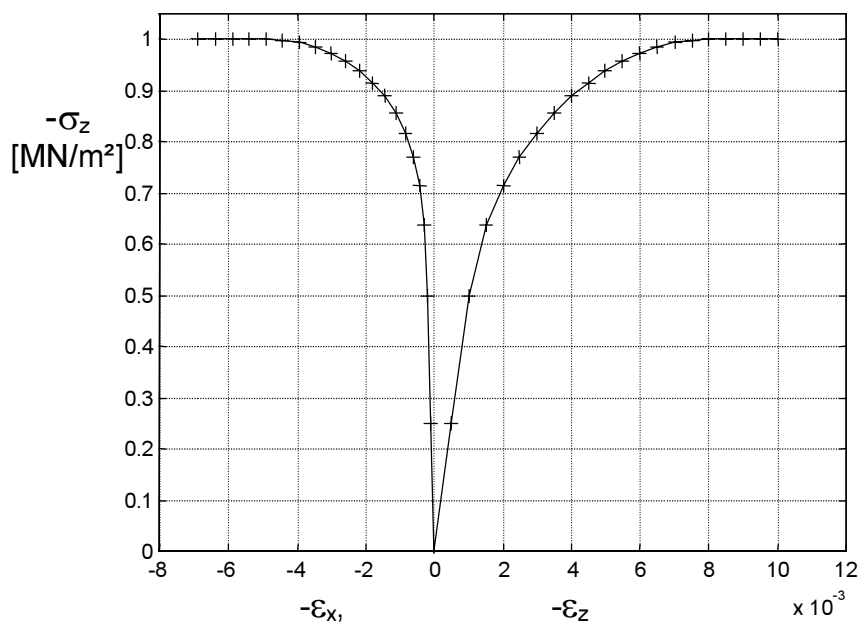


Abbildung 6-4 Spannungs-Dehnungslinie unter einaxialer Druckbeanspruchung

Die einaxiale Festigkeit f_c ist bei $\epsilon_z = -8 \text{ ‰}$ erreicht. Eine weitere Erhöhung der vertikalen Kopfverschiebungen verändert die Vertikalspannung nicht mehr, das Material verhält sich idealplastisch. In diesem Beispiel wurde die Laststeigerung bei $\epsilon_z = -10 \text{ ‰}$ beendet, dennoch ist eine beliebige Erhöhung der Kopfverschiebungen möglich.

In Abbildung 6-5 ist der Spannungs-Dehnungsverlauf des einaxial gezogenen Würfels dargestellt. Bei Erreichen der einaxialen Zugfestigkeit f_t reißt der Querschnitt über die gesamte Fläche auf. Die Zugspannungen werden bei weiterer Steigerung der Dehnungen mit einem Softening-Modul von $E_{\text{soft}} = -E/10 = -50 \text{ MN/m}^2$ relaxiert.

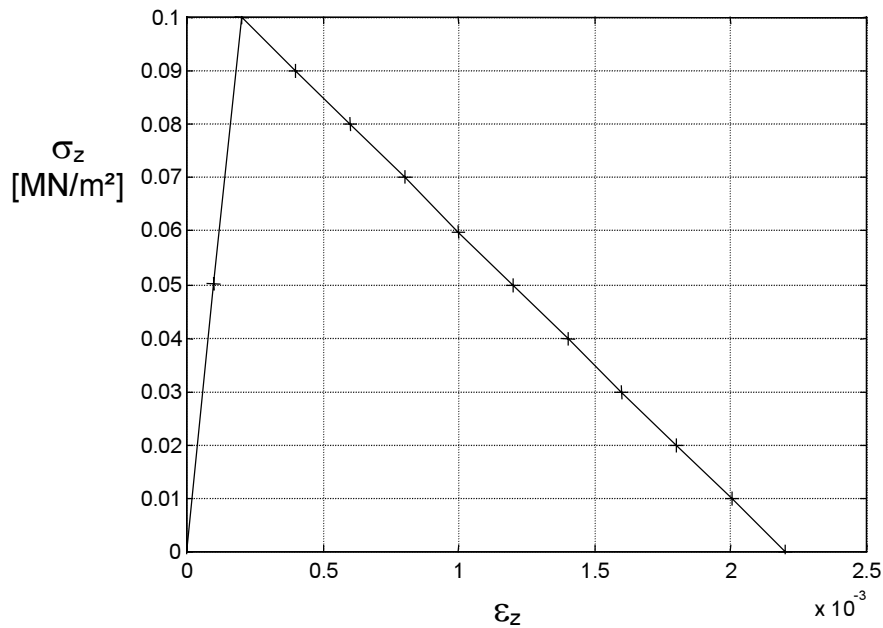


Abbildung 6-5 einaxiale Zugbelastung mit softening nach Rissentstehung

6.2.2 Mehraxiale Beanspruchung am Würfel

In der Lagerfuge ist der Mörtel im wesentlichen einem dreiaxialen Druckspannungszustand ausgesetzt. In einer ersten Näherung wird der Würfel aus Abschnitt 6.2.1 querdehnungsbehindert gelagert. In y-Richtung wird ein Ebener Verzerrungszustand (EVZ) simuliert, in x-Richtung sind der linke und obere Rand gesperrt. Am unteren Rand ist in z-Richtung keine Verschiebung möglich.

Der linke und der untere Rand stellen so Symmetrieachsen einer Fuge mit den Abmessungen $l/h/t = 2m/ 2m/ 1m$ dar, die oben und unten durch starre Steine begrenzt sind.

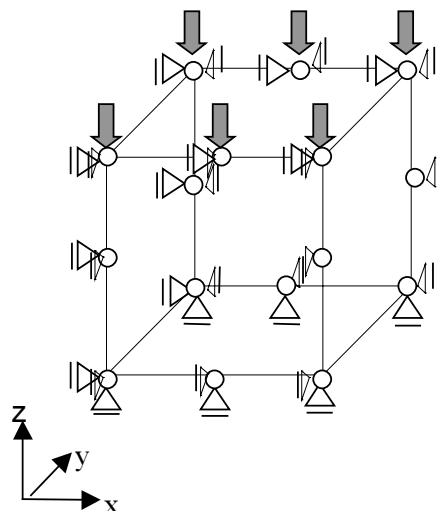


Abbildung 6-6 Querdehnungsbehindert gelagerter Würfel

In Abbildung 6-7 ist der Verlauf der gemittelten Vertikalspannung σ_z über die Vertikaldehnung ϵ_z dargestellt. σ_z erreicht eine Größe von -2.44 MN/m^2 gegenüber der ein-

axialen Druckfestigkeit von $f_c = 1 \text{ MN/m}^2$. Auch hier ist eine Erhöhung der Stauchung ohne weitere Spannungssteigerung möglich.

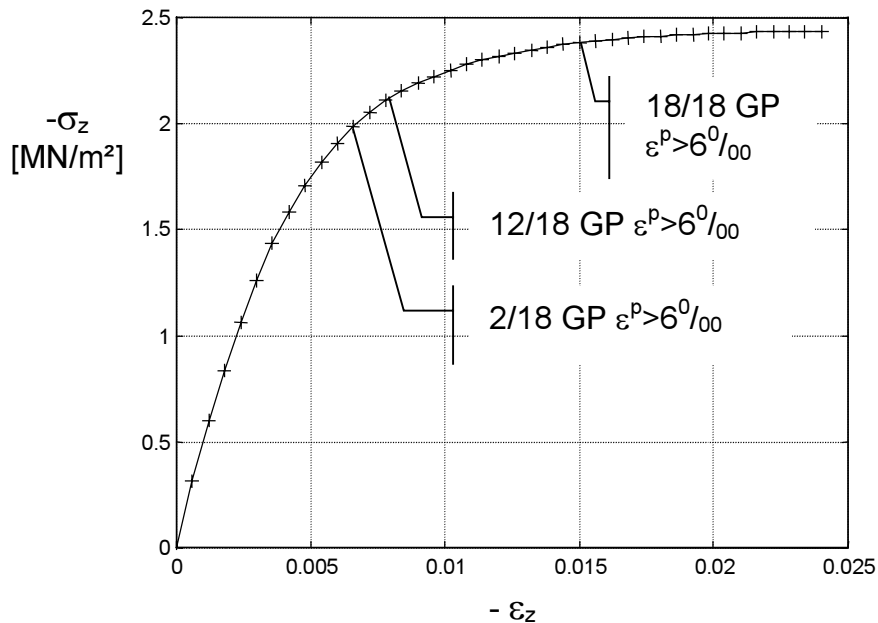


Abbildung 6-7 Spannungs-Dehnungsverlauf querdehnungsbehinderter Würfel

Auf eine detaillierte Spannungsdarstellung über den ganzen Körper wird hier verzichtet, weil der Informationsgehalt gegenüber den folgenden Beispielen gering ist. Bemerkenswert sind die in Abbildung 6-7 dargestellten Werte der plastischen Vergleichsdehnung $\bar{\varepsilon}^p$ in den einzelnen Laststufen. Ab $\sigma_z = -2.38 \text{ MN/m}^2$ sind an allen 18 Gaußpunkten (GP) die plastischen Vergleichsdehnungen $\bar{\varepsilon}^p > \bar{\varepsilon}_u^p = 6 \text{ ‰}$. Die weitere Verfestigung erfolgt durch ein Wandern der Spannungspunkte auf der Bruchumhüllenden. In der letzten Laststufe liegt die maximale plastische Vergleichsdehnung bei $\bar{\varepsilon}^p = 6.5 \text{ ‰}$!

6.2.3 Mehraxiale Beanspruchung am Quader

Um sich der Fugengeometrie weiter anzunähern, wird der Würfel aus dem vorherigen Abschnitt zum Quader mit den Abmessungen $l/h/t = 7.5\text{cm}/1\text{cm}/1\text{cm}$ verzerrt. Die Randbedingungen bleiben identisch, so dass in diesem Beispiel unter Ausnutzung der Symmetriebedingung eine 2cm hohe Fuge mit 15 cm Länge im EVZ abgebildet wird, die oben und unten durch starre Steine gehalten ist.

In Abbildung 6-8 sind die gemittelten Vertikalspannungen σ_z über den Vertikaldehnungen ε_z abgetragen. Bei $\sigma_z = -4.4 \text{ MN/m}^2$ erreicht die plastische Vergleichsdehnung $\bar{\varepsilon}^p$ am ersten Gaußpunkt $\bar{\varepsilon}^p = \bar{\varepsilon}_u^p = 6 \text{ ‰}$, bereits bei $\sigma_z = -6.1 \text{ MN/m}^2$ erreichen die plastischen Vergleichsdehnungen an allen 18 Gaußpunkten Werte von $\bar{\varepsilon}^p > \bar{\varepsilon}_u^p = 6 \text{ ‰}$. Danach treten noch erhebliche Spannungssteigerung auf, die durch das plastische Fließen auf der Bruchumhüllenden verursacht werden. Der Zuwachs in den Vertikalspannungen ist verbunden mit einem Zuwachs in den Querdruckspannungen. Diese extrem hohen Querdruckspannungen können nur durch die starren Randlagerungen aufgebaut werden. In einer realen Mauerwerksstruktur müssten diese Zwängungskräfte durch den Verbund und die Zugfestigkeit $f_{t,st}$ der Steine aufgenommen werden.

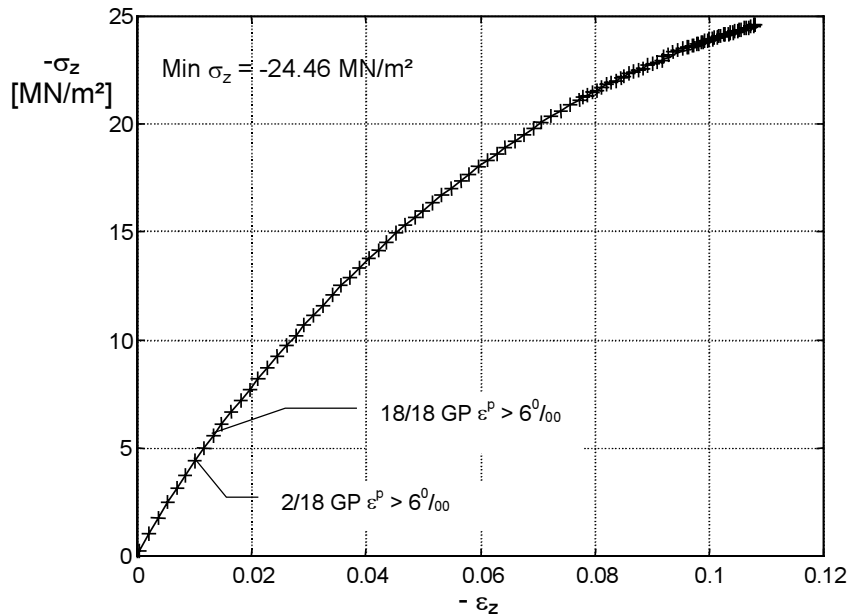


Abbildung 6-8 Spannungs-Dehnungsbeziehung am Quader

Neben den um ca. 25 -fach höheren Vertikalspannungen gegenüber der einaxialen Druckfestigkeit, ist auch das steife Verhalten bemerkenswert, nachdem an allen Gaußpunkten die plastischen Vergleichsdehnungen den Wert von $\bar{\varepsilon}_u^p = 6\text{‰}$ überschritten haben. Dieser Unterschied zu den vorangegangenen Beispielen begründet sich durch den nahezu hydrostatischen Spannungszustand in der gedrungenen Fuge, der auch die plastischen Verzerrungen fast hydrostatisch anwachsen lässt.

Bei dieser sehr einfachen Modellierung der Fuge werden von den Verschiebungen der insgesamt 48 FHG nur 10 Verschiebungen durch Lösen des Gleichungssystems gefunden, alle anderen sind gesperrt oder durch Vorgabe fixe Werte. Diese Berechnung kann als nahezu verschiebungsgesteuert gelten. Damit kann für jede vorgegebene Verschiebung auch eine eindeutige Lösung in den Spannungen gefunden werden.

6.2.4 Einflüsse und Anforderungen an die Elementierung der horizontal unverschieblich gelagerten Fuge

Das plastische Verhalten des Mörtels beginnt am freien Rand. Der Gradient der plastischen Vergleichsverzerrungen $\bar{\varepsilon}^p$ wird gerade in den ersten Verformungsschritten in Richtung des freien Randes sehr groß. Voruntersuchungen haben ergeben, dass in diesem Bereich die Elementteilung in horizontaler Richtung feiner sein muss als in tieferen Abschnitten. Für eine 2 cm dicke Fuge treten die steilsten Gradienten bis zu einer Tiefe auf, die der Fugendicke entspricht. Eine Teilung in vier Elemente mit einer Länge von jeweils 0.5 cm hat sich als guter Kompromiss zwischen Rechengenauigkeit und Rechenzeit erwiesen. Auf die Teilung in Höhenrichtung wird später eingegangen. Um die Simulation eines Fugenausbruches zu ermöglichen versagt die äußerste Elementspalte nach Erreichen der Bruchumhüllenden. Alle anderen Fugenelemente verhalten sich ideal-plastisch.

Bevor auf Spannungsentwicklung und -verteilung eingegangen wird, sollen für verschiedene Netzvarianten unter sonst gleichen Bedingungen Vertikalspannungs- und Dehnungsgrößen bei folgenden Ereignissen verglichen werden:

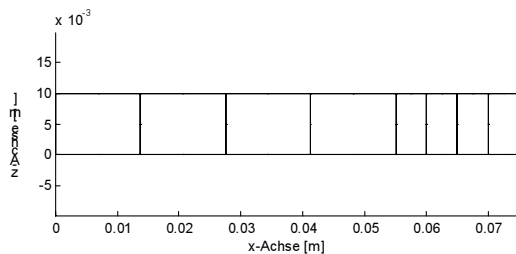
- Versagen an einem ersten Integrationspunkt (Primärversagen)

- An allen Gaußpunkten ist die Bruchumhüllende erreicht (Vollplastizität)
- letzter, möglicher berechneter Gleichgewichtszustand (Finalversagen)

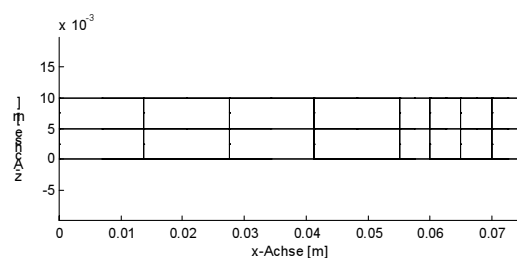
Außerdem wird die Anzahl der Verformungsstufen und die durchschnittliche Anzahl von Gleichgewichtsiterationen innerhalb einer Verformungsstufe dargestellt. Die Spannungen σ_z werden als mittlere Sohlspannung über die gesamte vertikale Auflagerfläche berechnet.

6.2.4.1 Einflüsse der Elementierung auf Berechnungsergebnisse für eine horizontal unverschieblich gelagerte Fuge mit 2 cm Dicke und 15 cm Länge im EVZ

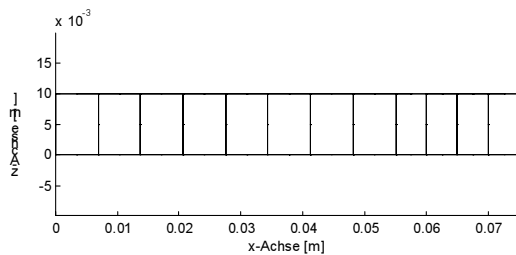
Unter Ausnutzung der Symmetrie in Belastung und Randbedingungen wird nur das obere rechte Viertel der horizontal unverschieblich gelagerten, 2 cm dicken Fuge modelliert. Die Randbedingungen entsprechen sinngemäß denen aus Abbildung 6-6. In Abbildung 6-9 sind vier untersuchte Elementierungen dargestellt:



Elementierung A: 8 Elemente, 258 FHG



Elementierung B: 16 Elemente 414 FHG



Elementierung C: 12 Elemente 378 FHG Elementierung D: 24 Elemente 606 FHG

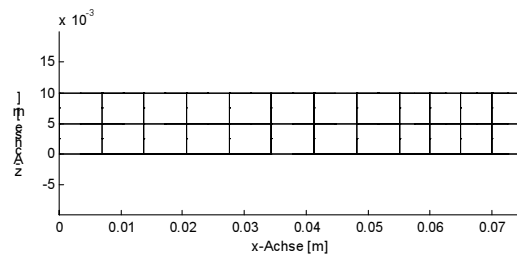


Abbildung 6-9 Untersuchte Netzvarianten 2 cm dicke Fuge

Folgende Ergebnisse bezüglich der Elementierungswahl können aus Tabelle 6-1 abgelesen werden:

- Eine feinere Elementierung im Fugeninneren in horizontaler Richtung hat so gut wie keine Auswirkungen auf die Spannungs- und Verzerrungsgrößen bei Eintritt des Primär- und Finalversagens. Vollplastizität tritt bei den feineren Elementierungen C und D etwas früher, auf einem etwas geringeren Spannungs- und Verzerrungsniveau, ein.
- Eine feinere Elementierung über die halbe Fugenhöhe führt zu einem um etwa 6 % späteren Primärversagen, während die Finalversagensspannungen um ca. 9,5 % unterhalb denen der gröberen Elementierungen A und C liegen. Dabei sind die Vertikalverzerrungen ε_z auch deutlich geringer.

Elementierung	Primärversagen		Vollplastizität		Finalversagen		Anzahl der Verformungsstufen	Ø Anzahl der Iterationen/ Verformungsstufe
	$-\sigma_z$ [MN/m ²]	$-\varepsilon_z$ [‰]	$-\sigma_z$ [MN/m ²]	$-\varepsilon_z$ [‰]	$-\sigma_{z,u}$ [MN/m ²]	$-\varepsilon_{z,u}$ [‰]		
A	2,85	6,5	5,43	15,0	14,44	90,93	488	11,54
B	3,03	7,0	5,40	15,0	13,19	79,69	556	9,36
C	2,85	6,5	4,63	12,0	14,49	92,31	503	12,19
D	3,03	7,0	4,62	12,0	13,13	75,86	495	8,81

Tabelle 6-1 Ausgewählte Detailinformationen zu den Ergebnissen bei unterschiedlichen Netzen für die 2 cm dicke, horizontal unverschieblich gelagerte Fuge

Die hohe Anzahl von Iterationen je Verformungsstufe resultiert aus den großen Verschiebungszuwächsen nach Erreichen der Vollplastizität. In den ersten 200 Verformungsstufen werden im Mittel jeweils 5.5 Iterationen benötigt. Die vier resultierenden Spannungsdehnungslinien sind in Abbildung 6-10 enthalten.

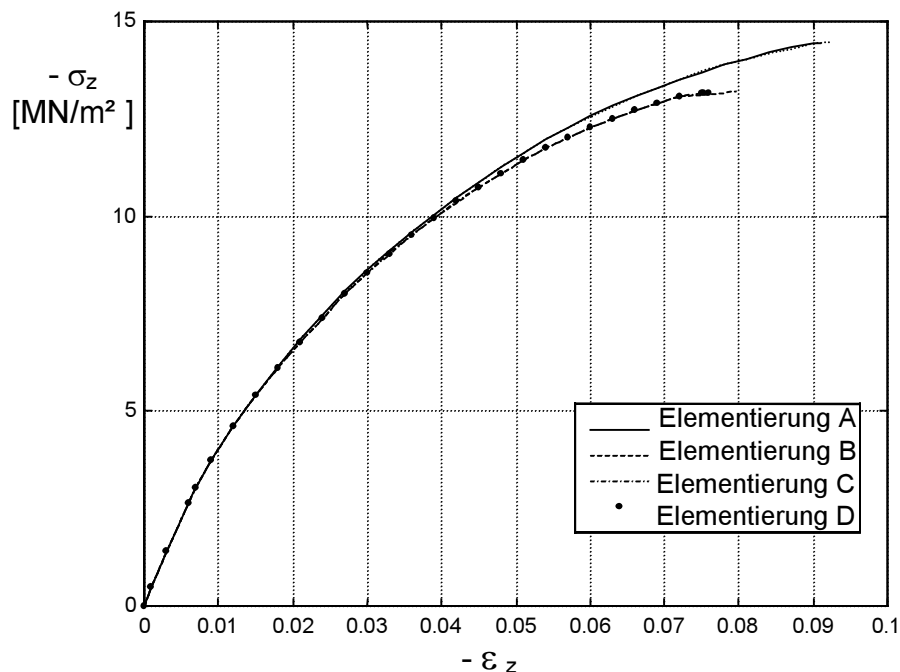


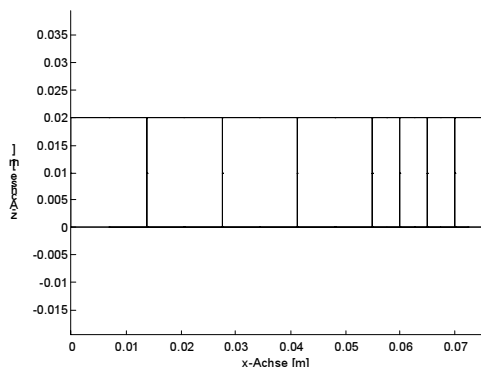
Abbildung 6-10 Spannungs-Dehnungs-Linien der verschiedenen Elementierungen

Signifikante Unterschiede sind nur im Endbereich zwischen den über die Höhe feineren Elementierungen B und D und den größeren Elementierungen A und C zu

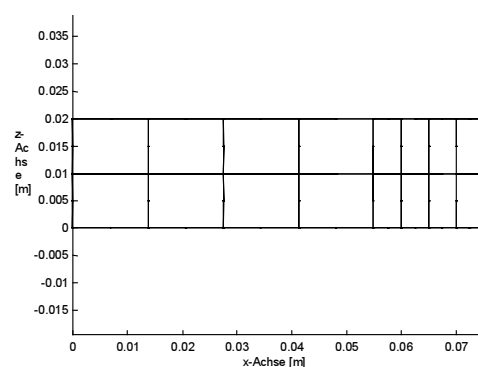
erkennen. Die Unterschiede liegen in den Finalversagensspannungen bei 9.5 % und den dazugehörigen Verzerrungen bis zu $\varepsilon_z=14$ %. Die Elementierungen B und D verhalten sich erst ab ca. $\sigma_z=-10$ MN/m² etwas weicher. Zu diesem Zeitpunkt bewegen sich aber schon alle Spannungen nur noch idealplastisch auf der Bruchumhüllenden.

6.2.4.2 Einflüsse der Elementierung auf Berechnungsergebnisse für eine horizontal unverschieblich gelagerte Fuge mit 4 cm Dicke und 15 cm Länge im EVZ

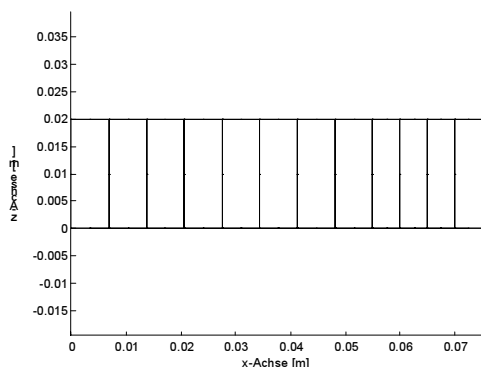
Für die 4cm dicke Fuge werden dieselben Elementierungen wie im vorherigen Abschnitt untersucht. Der einzige Unterschied liegt in der Verdoppelung der Fugedicke von 2 cm auf 4 cm. Weil aus Symmetriegründen nur das obere rechte Viertel modelliert wird, ist das Elementnetz nur 2 cm hoch. In Abbildung 6-11 sind die untersuchten Netzvarianten, in Tabelle 6-2 die Detailergebnisse dargestellt. Die Auswirkungen auf Spannungen und Verzerrungen entsprechen sinngemäß denen aus Abschnitt 6.2.4.1. Während das Primärversagen bei etwa 20 % geringeren Spannungen gegenüber der 2 cm dicken Fuge eintritt, beträgt die Finalversagensspannung nur knapp 40 % der jeweiligen bei der dünneren Fuge. Es werden durchschnittlich nur 5.2 Iterationen je Verformungsstufe benötigt. Das liegt vor allem an dem geringen Abstand zwischen Vollplastizität und Finalversagen; einem Bereich in dem deutlich mehr Iterationen notwendig sind, um einen Gleichgewichtszustand zu finden.



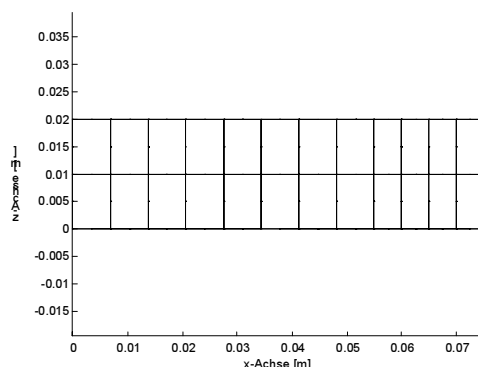
Elementierung A: 8 Elemente, 258 FHG



Elementierung B: 16 Elemente, 414 FHG



Elementierung C: 12 Elemente, 378 FHG



Elementierung D: 24 Elemente, 606 FHG

Abbildung 6-11 Untersuchte Netzvarianten für 4 cm dicke Fuge

Elementierung	Primärversagen		Vollplastizität		Finalversagen		Anzahl der Verformungsstufen	Ø Anzahl der Iterationen/ Verformungsstufe
	$-\sigma_z$ [MN/m ²]	$-\varepsilon_z$ [‰]	$-\sigma_z$ [MN/m ²]	$-\varepsilon_z$ [‰]	$-\sigma_{z,u}$ [MN/m ²]	$-\varepsilon_{z,u}$ [‰]		
A	2,49	6,0	4,04	12,0	5,59	32,00	203	5,32
B	2,48	6,0	4,28	13,75	4,97	20,19	131	5,04
C	2,49	6,0	4,30	13,5	5,59	32,13	204	5,39
D	2,48	6,0	4,28	13,75	5,00	19,10	74	5,09

Tabelle 6-2 Ausgewählte Detailinformationen zu den Ergebnissen bei unterschiedlichen Netzen für die 4 cm dicke, horizontal unverschieblich gelagerte Fuge

6.2.4.3 Schlussfolgerungen zur Netzwahl

Die Netzuntersuchungen zeigen nur geringfügige Unterschiede in den größten Teilen der Spannungs-Dehnungslinien. Nachdem die Spannungen an allen Integrationspunkten die Bruchumhüllende erreicht haben, verhalten sich die 2 – Element hohen Netze etwas weicher und erreichen bei geringeren Dehnungen auch geringere Finalversagensspannungen. Die Verwendung konformer Elemente gewährleistet mit feineren Elementierungen wirklichkeitsnähere Ergebnisse [Link 1989]. Die resultierenden Verformungs- bzw. Verzerrungszuwächse sind, nachdem sich die gesamte Fuge idealplastisch verhält, sehr groß, während die Spannungszunahme immer geringer wird. Aus diesem Grund werden bei Vollplastizität auch sehr viele Verformungsschritte benötigt und innerhalb eines jeden Verformungsschrittes wächst auch die Anzahl der Gleichgewichtsiterationen an. Damit ergeben sich beträchtliche Rechenzeiten. Zusätzlich besteht auch die Gefahr, dass sowohl die Jacobimatrix innerhalb der Spannungsiterationen als auch der konsistente Tangentenoperator \mathbf{C}_k einen Rangabfall erleiden.

Als Kompromiss zwischen Rechengenauigkeit und Rechenzeit wurde lange versucht, die Fuge in Mauerwerksstrukturen drei Elemente hoch abzubilden. Dabei wurde aber für die Spannungs-Dehnungs-Linie nicht annähernd der horizontale Ast erreicht. Dies gelang nur mit Elementierungen, die eine gerade Anzahl von Elementen über die Fughöhe haben. Umfangreiche Untersuchungen legen die Vermutung nahe, dass bei einer ungeraden Anzahl der Elemente keine eindeutige Abbildung in das Einheitskoordinatensystem mehr möglich ist. Zur Veranschaulichung dienen Ausschnitte aus Verformungsbildern. Dargestellt ist das Herausquetschen des Mörtels im letzten, rechnerisch möglichen, Gleichgewichtszustand für Elementierungen mit 2 bzw. 3 Elementreihen über die Fughöhe. Alle sonstigen

Eigenschaften sind gleich. Deutlich ist im oberen Teilbild von Abbildung 6-12 das Herausquetschen des vollplastizierten Fugenmörtels zu erkennen. Die Verformungen sind unverzerrt (!) dargestellt. Die größte horizontale Verformung ist auf der horizontalen Symmetrieachse der Fuge am freien Rand zu erkennen. Die Elementverzerrungen sind groß. Die Versagensspannung für den Mauerwerkskörper beträgt $\sigma_{z,u} = -9.34 \text{ MN/m}^2$. Im unteren Teilbild sind die Verformungen der 3 Elemente hohen Fuge im letzten rechnerisch möglichen Gleichgewichtszustand dargestellt. Die Berechnung konvergiert ab einer Spannung $\sigma_z = -5.44 \text{ MN/m}^2$ nicht mehr. Dies liegt vor allem an den Elementen aus der mittleren Reihe. Das im unterem Teilbild markierte Element ist in Abbildung 6-13 im verformten Zustand in einer Ausschnittsvergrößerung dargestellt. Zusätzlich sind die mutmaßlichen Verformungszuwächse der einzelnen Knoten unter anwachsender Kopfverschiebung enthalten.

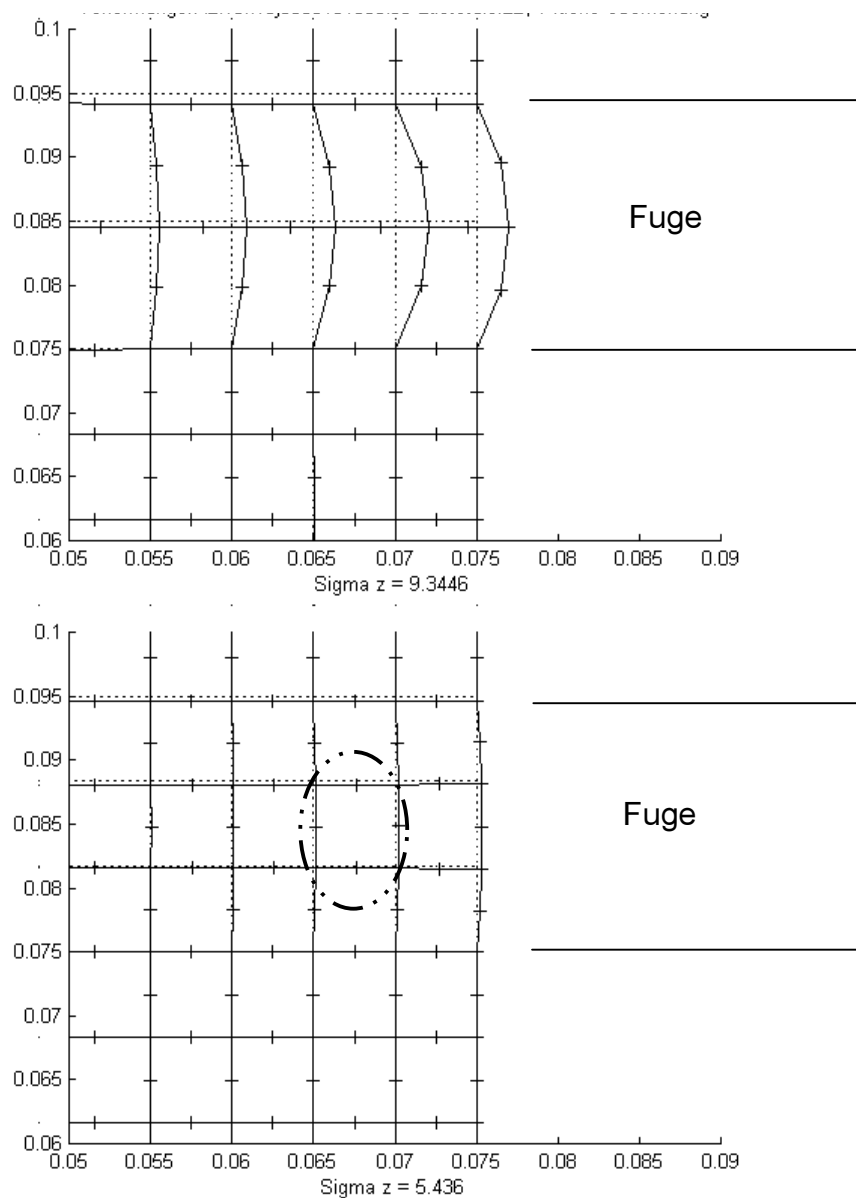


Abbildung 6-12 Verformungsbilder einer Lagerfuge unter Vertikalbeanspruchung bei
oben) 2 Elemente hohe Fuge
unten) 3 Elemente hohe Fuge

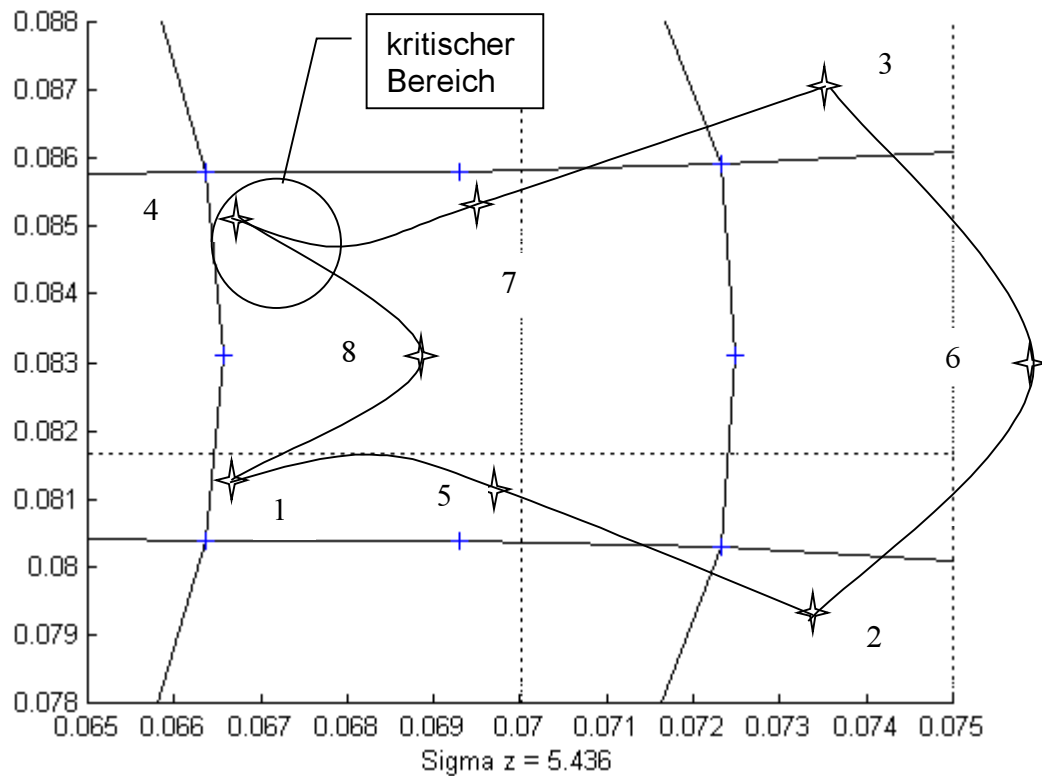


Abbildung 6-13 mögliche Elementverformung mit nicht-eindeutiger Abbildung

Die Geometrie und Verschiebungen an den Rändern werden bei dem 16-Knoten-Quaderelement über quadratische Parabeln beschrieben. Unter dem angenommenen, hier überzogen dargestellten, Verformungszuwachs werden die horizontalen Verschiebungen der Knoten 8 und 6 sehr groß. Gleichzeitig bewegen sich die Knoten 1 und 4 relativ aufeinander zu. Am Rand der Knoten 1-8-4 entsteht eine enge und steile Parabel, die ihr Maximum im Inneren des Elementes hat. Am oberen Rand 4-7-3 ist der horizontale Zuwachs des Knoten 3 größer als die der anderen beiden, Knoten 7 liegt nicht mehr in der Mitte zwischen Knoten 4 und 3. Gleichzeitig weiten sich die äußersten Knoten 2 und 3 durch Lastumlagerung etwas auf, so dass an diesem Rand ebenfalls eine nach innen gewölbte Parabel entsteht. In dem markierten Bereich entsteht eine sehr spitze Ecke, in der während der numerischen Integration die Jacobi-Determinante deutlich kleiner sein wird als in benachbarten Flächenelementen. Möglicherweise können sich die betroffenen Ränder sogar tangieren, so dass keine eindeutige Abbildung des Originalbereiches in den durch die Einheitskoordinaten beschriebenen Bildbereich mehr möglich ist.

Die beschriebenen Schwierigkeiten treten nur bei ungeraden Elementanzahlen über die Fugehöhe auf. Bei einer geraden Elementanzahl über die Fugehöhe treten die größten horizontalen Verschiebungen an den Elementrändern auf, so dass die Ecken nicht so spitz werden können wie oben beschrieben.

Folgende Anforderungen bezüglich der Elementierung der Fuge in Mauerwerksstrukturen werden formuliert:

- Notwendig ist eine gerade Anzahl von Elementen über die Fughöhe
- Die Elementierung an freien Rändern in horizontaler Richtung muss auf einer Tiefe, die der Fugendicke entspricht, feiner sein als im Inneren der Struktur
- Das Längenverhältnis von kleinsten zu größtem Elementrand darf 1:5 nicht unterschreiten

6.2.5 Tragverhalten einer 2 cm dicken, starr eingespannten Fuge

Modelliert wird eine 2 cm dicke und 15 cm lange Lagerfuge, die starr eingespannt ist. Benutzt wird das Elementnetz A aus Abbildung 6-9. Unter Ausnutzung der doppelten Symmetrie wird nur das obere rechte Viertel der Fuge modelliert. Die Belastung wird schrittweise über Kopfverschiebungszuwächse in vertikaler z-Richtung eingetragen. Die Berechnung erfolgt im Ebenen Verzerrungszustand. Spannungskombinationen im äußeren Element a verursachen bei Erreichen der Bruchumhüllenden eine Versagenssimulation. Alle anderen Elemente verhalten sich, nachdem die Bruchumhüllende erreicht ist, ideal-plastisch. In Abbildung 6-14 sind zusätzlich zwei Schnittebenen für die nachfolgenden Spannungsbilder dargestellt. Der untere Schnitt befindet sich also fast in Fugenmitte.

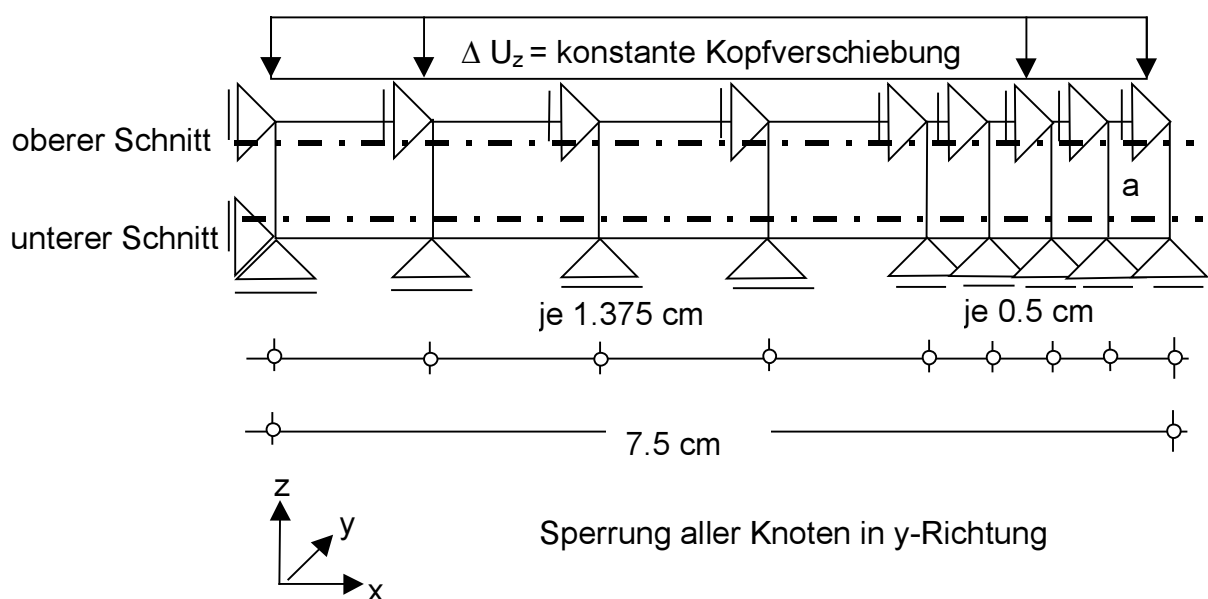


Abbildung 6-14 Elementierung, Randbedingungen und Belastung 2 cm dicke, starr eingespannte Fuge

Die für den Gesamtquerschnitt resultierende σ_z - ε_z -Linie ist bereits in Abbildung 6-10 unter Elementierung A enthalten. Die nachfolgenden Spannungsverläufe werden aus den Mittelwerten einer horizontalen Gaußpunktreihe jeweils eines Elementes gebildet. Die gemittelten Spannungen werden über dem mittleren Gaußpunkt abgetragen, so dass die Verläufe nicht vollständig bis zu den physikalischen Elementengrenzen verlaufen.

In Abbildung 6-15 sind die Verläufe der Vertikalspannungen σ_z über die Fugenlänge in verschiedenen Laststufen dargestellt.

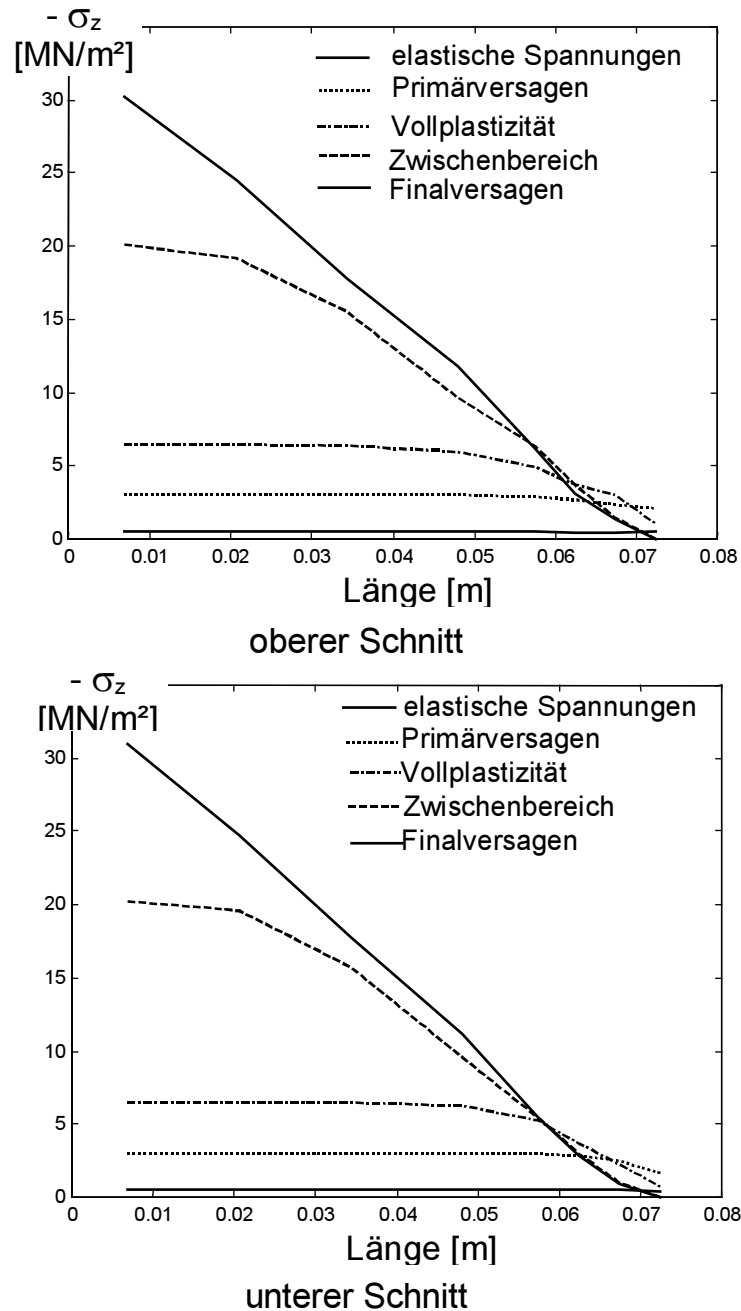


Abbildung 6-15 Verlauf der σ_z -Spannungen über die Fugenbreite in verschiedenen Laststufen

Im ersten, elastischen Lastschritt verlaufen sie nahezu konstant über die Länge verteilt. Bei Eintritt des Primärversagens am freien Rand ist die Spannung hier schon etwas geringer als im inneren Bereich der Fuge. Mit zunehmender Kopfverschiebung tritt am freien Rand eine Entlastung ein, die durch das Versagen des äußersten Elementes und die Idealplastizität der benachbarten Elemente verursacht wird. Im Inneren der Fuge können sich durch den hohen Querdruck weiter Vertikalspannungen aufbauen, bis die Finalversagensspannung erreicht ist. Durch die Abtragung der Spannungen an den Integrationspunkten ist die horizontale Tangente in der vertikalen Symmetrieachse nicht erkennbar, aber vorhanden. Die Verläufe im oberen bzw. unteren Schnitt der Fuge unterscheiden sich nur wenig. Die gemittelte Vertikalspannung über die gesamte Länge beträgt am Ende $\sigma_{z,u} = -14.44 \text{ MN/m}^2$.

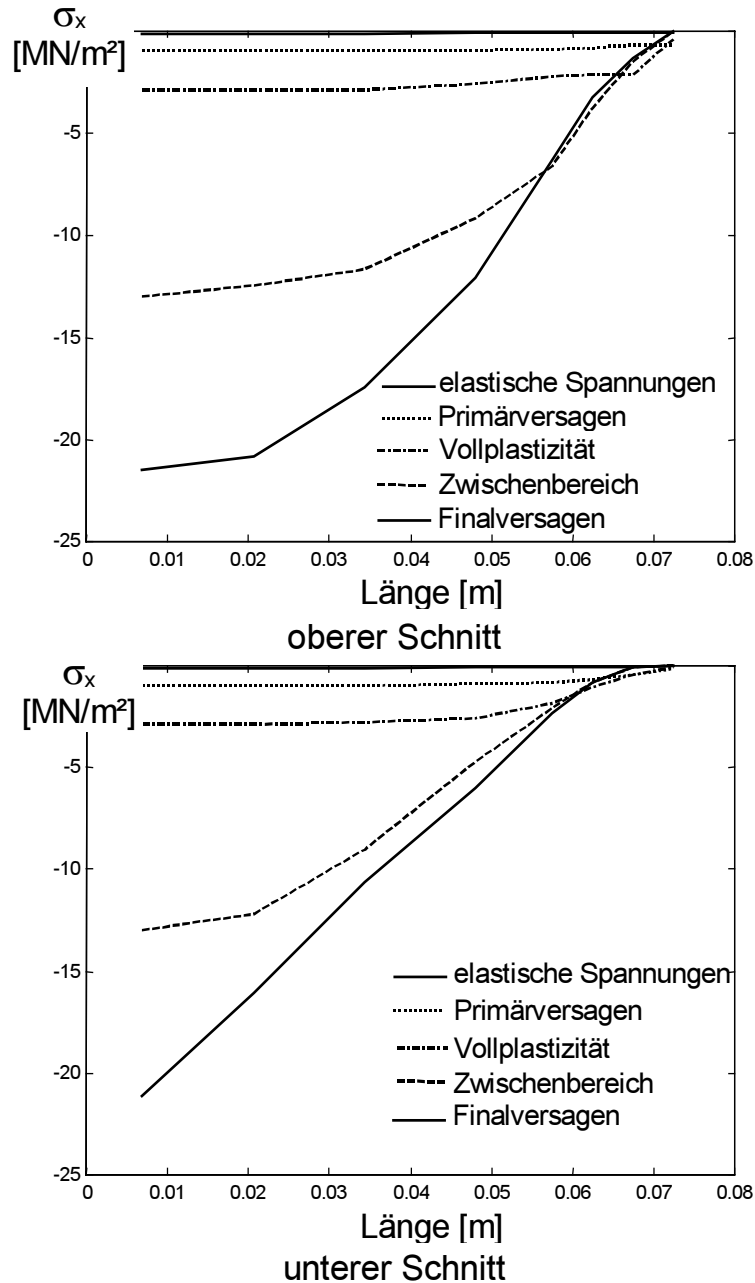


Abbildung 6-16 Verlauf der σ_x -Spannungen über die Fugenlänge in verschiedenen Laststufen

Die Fuge steht während des gesamten Belastungsverlaufes unter Querdruckspannungen σ_x . In der Nähe des freien Randes sind sie betragsmäßig kleiner als in Fugenmitte. Mit zunehmender Belastung bauen auch sie sich dort wieder ab. Im letzten Verformungsschritt betragen die betragsmäßig größten Querdruckspannungen $\sigma_x = -22 \text{ MN/m}^2$, das sind ungefähr $\frac{2}{3}$ der an diesem Ort herrschenden Vertikalspannungen σ_z . Der Einfluss der Querdehnungsbehinderung durch die starre Randlagerung klingt mit zunehmender, vertikaler Entfernung ab. Deshalb sind die Querdruckspannungen nahe des freien Randes im oberen Schnitt größer als in Fugenmitte. Der Verlauf im unteren Schnitt ist weniger gekrümmt als im oberen. Der Verlauf der horizontalen Querspannungen in y-Richtung entspricht dem der σ_x -Spannungen auf etwas höherem Niveau.

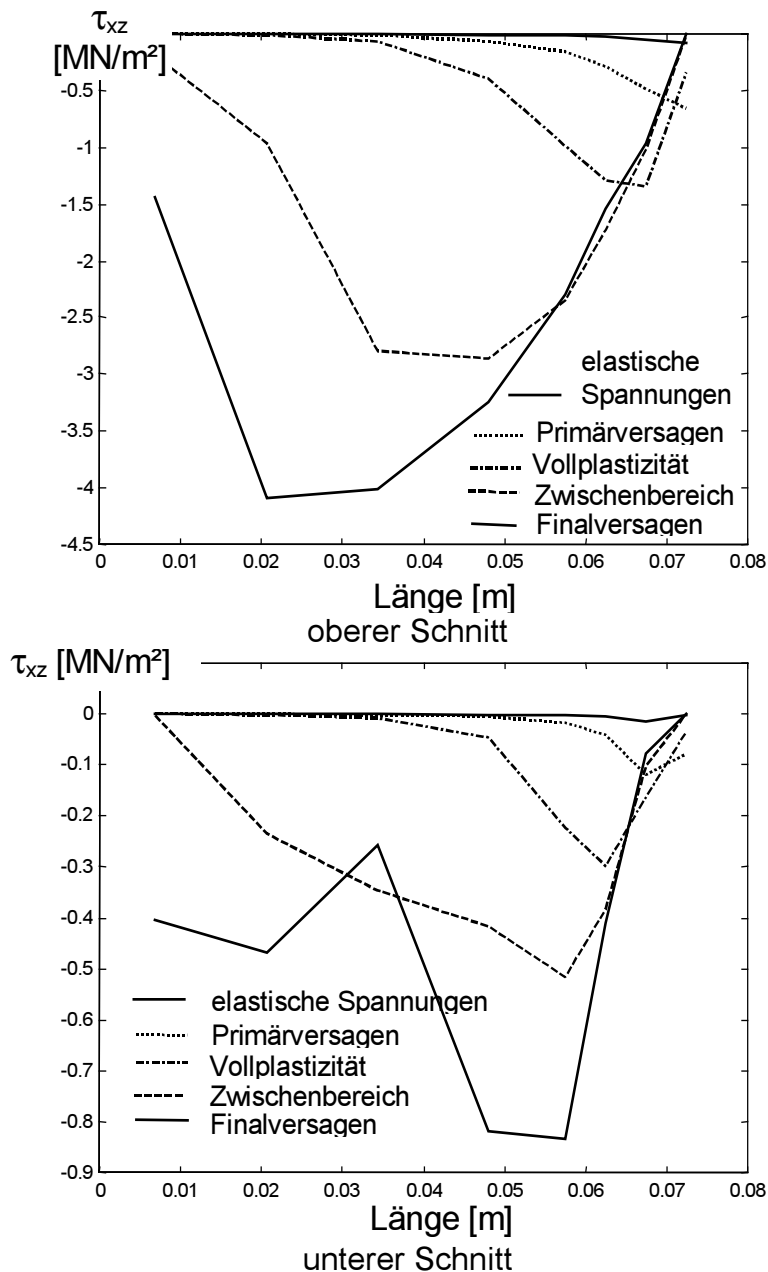


Abbildung 6-17 Verlauf der τ_{xz} -Spannungen über die Fugenlänge in verschiedenen Laststufen

In Abbildung 6-17 sind die Verläufe der Schubspannungen τ_{xz} dargestellt. Die beiden Schnitte unterscheiden sich vor allem in den Spannungsgrößen, die im oberen Schnitt, nahe der starren, horizontalen Lagerung, am größten sind. Im ersten, elastischen Belastungsschritt haben die Schubspannungen ihre Maxima in unmittelbarer Nähe des freien Randes. Zur Fugenmitte hin klingen sie sehr schnell ab. Mit zunehmender Plastizität wachsen die Maxima an und verlagern sich mehr und mehr in die Fugenmitte. Im oberen Schnitt erreichen die maximalen Schubspannungen in der letzten Verformungsstufe $\tau_{xz} = 4.1 \text{ MN/m}^2$. Die Übertragung dieser großen Schubspannungen im oberen Schnitt ist in realen Mauerwerksstrukturen durch die Kohäsion kaum möglich. Allerdings herrschen an den betroffenen Stellen auch enorme vertikale Druckspannungen, so dass wenigstens eine Teilübertragung durch Reibungskräfte vorstellbar scheint. Im unteren Schnitt sind die Schubspannungen

deutlich geringer als in der Nähe des, in horizontaler x-Richtung gehaltenen, oberen Randes.

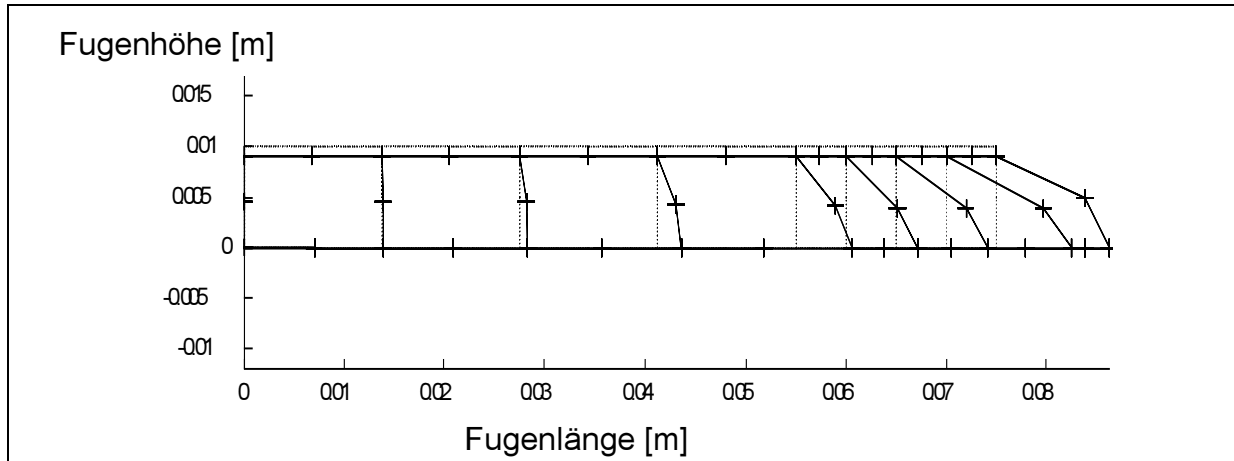


Abbildung 6-18 Verformungen der Fuge im letzten Lastschritt

In Abbildung 6-18 sind die unverzerrten (!) Knotenverschiebungen im letzten Gleichgewichtszustand dargestellt. Zu diesem Zeitpunkt hat das äußerste Element bereits vollständig versagt. Der weiche Fugenmörtel wird herausgequetscht. Es treten enorm hohe Verschiebungen und Verzerrungen auf. Die Querverformungen sind in der Nähe des freien Randes erheblich größer als die dazugehörigen Vertikalverschiebungen. An der mittleren Knotenreihe ist in Richtung des freien Randes eine ungleichmäßige Vertikalverschiebung zu erkennen.

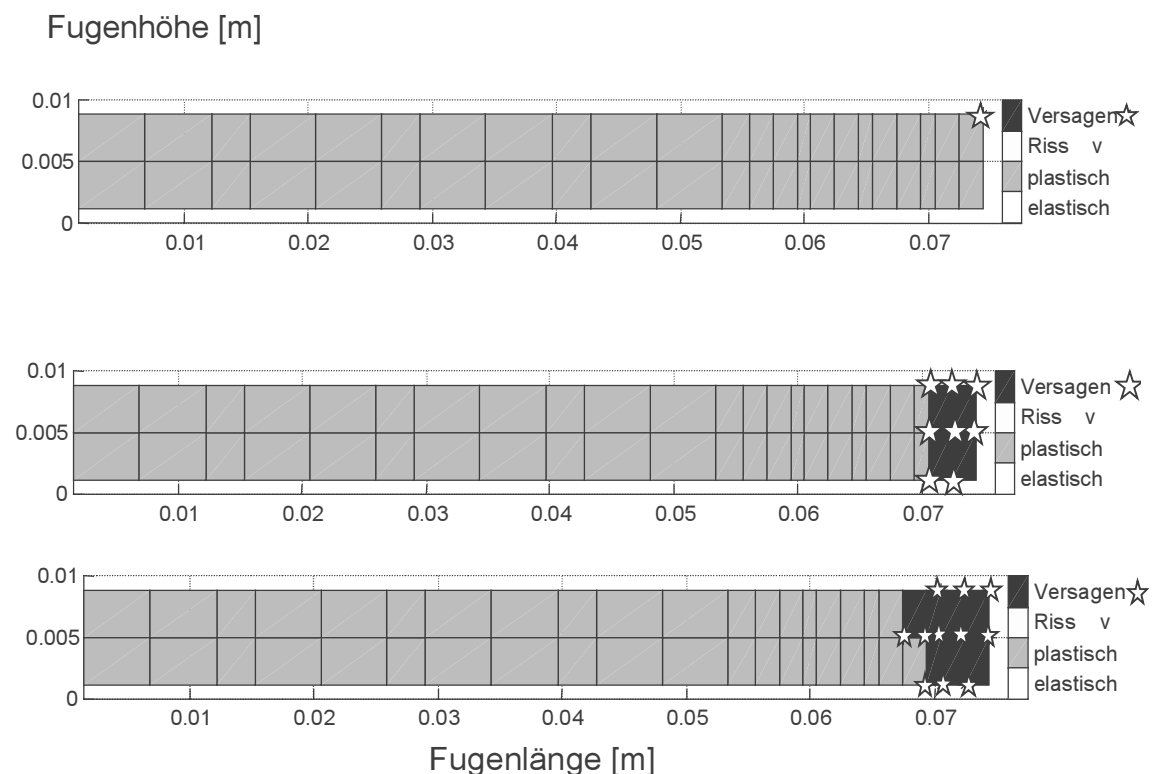


Abbildung 6-19 Versagensdarstellung bei Primärversagen, Vollplastizität und Finalversagensspannung

In Abbildung 6-19 ist die Versagensentwicklung in der Fuge dargestellt. Das Primärversagen wird am obersten, äußersten Integrationspunkt bei $\sigma_z = -2.85 \text{ MN/m}^2$ ausgelöst. Bei $\sigma_z = -5.43 \text{ MN/m}^2$ haben die Spannungen an allen Integrationspunkten die Bruchumhüllende erreicht. Im äußersten Fugenelement wird für 16 von 18 Gaußpunkten Versagen simuliert. Im letzten Gleichgewichtszustand ($\sigma_{z,u} = -14.44 \text{ MN/m}^2$) wird trotz Idealplastizität auch in dem benachbarten Element an weiteren sechs Gaußpunkten ein Vollversagen angezeigt. Dieses Vollversagen wurde nach Erkennen von Rissindikatoren simuliert.

6.2.6 Einfluss der Fugenhöhe auf Primärversagen und Druckfestigkeit

Um den Einfluss der Fugenhöhe auf die Spannungsgrößen bei Eintritt des Primärversagens und des Finalversagens (Druckfestigkeit) vorab einschätzen zu können, wurden mit gleichen Elementteilungen und Materialeigenschaften die Fugenhöhen $h_{M\ddot{o}} = 0.5 \text{ cm}$, $h_{M\ddot{o}} = 1 \text{ cm}$, $h_{M\ddot{o}} = 2 \text{ cm}$ und $h_{M\ddot{o}} = 4 \text{ cm}$ untersucht.

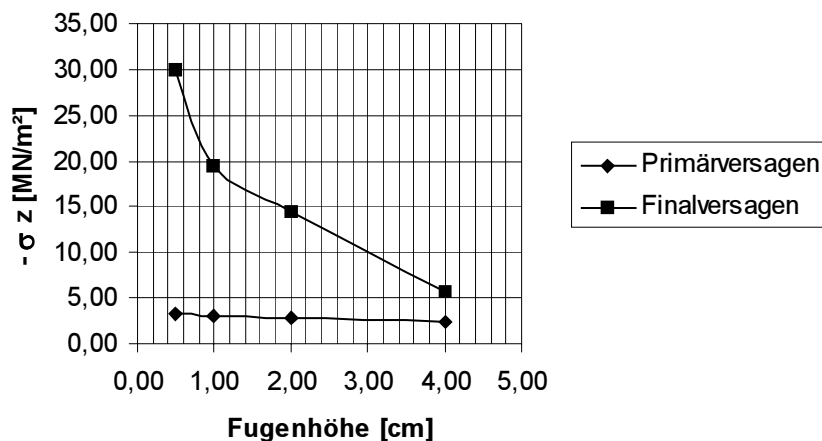


Abbildung 6-20 Primär- und Finalversagensspannungen bei unterschiedlichen Fugenhöhen einer starr eingespannten Fuge mit 15 cm Länge im EVZ

Man erkennt in Abbildung 6-20 den überragenden Einfluss der Fugenhöhe auf die Finalversagensspannung. Der Mörtel mit einer einaxialen Druckfestigkeit von $f_{c,M\ddot{o}} = -1 \text{ MN/m}^2$ erreicht in einer 0.5 cm hohen Fuge eine Festigkeit in vertikaler Richtung von $\sigma_{z,u} = -30.0 \text{ MN/m}^2$. Mit zunehmender Fugenhöhe fällt die Druckfestigkeit degressiv ab. Bei einer Fugenhöhe $h_{M\ddot{o}} = 4 \text{ cm}$ werden nur noch $\sigma_{z,u} = -5.59 \text{ MN/m}^2$ aufgenommen. Der Einfluss auf das Primärversagen ist hingegen kaum feststellbar ($\sigma_z = -3.18 \text{ MN/m}^2$ $h_{M\ddot{o}} = 0.5 \text{ cm}$ bis $\sigma_z = -2.49 \text{ MN/m}^2$ $h_{M\ddot{o}} = 4 \text{ cm}$). Ein Zusammenhang zwischen anfänglichen Fugenausbruch, eben dem Primärversagen, und der Finalversagensspannung muss über die Fugendicke und wahrscheinlich auch die Fugenlänge hergestellt werden.

6.3 Verifikation an Mauerwerksprobekörpern

Für die Verifikation an einfachen 3-Stein-Probekörpern stehen die Versuche von [Dedecke 1992] aus unserem Fachgebiet zur Verfügung. Mit künstlich hergestellten Tuffbetonwürfeln⁶ (Kantenlänge jeweils 15 cm) wurden Fugendicken und Mörtelgüten variiert. Der Probekörper wurde unter zentrischer Beanspruchung bis zum Bruch belastet. Im folgenden Abschnitt werden ausführlich und exemplarisch die Ergebnisse einer ausgewählten Kombination aus Versuch und Berechnung gegenübergestellt und erläutert. Im abschließenden Abschnitt werden die Ergebnisse aller Verifikationsberechnungen an Mauerwerkskörpern zusammengestellt.

6.3.1 Verifikation an 3-Stein-Probekörper mit 2 cm dicker Weißkalkfuge

In Tabelle 6-3 sind die experimentell ermittelten Kennwerte von Tuffbetonwürfel und Weißkalkmörtel und die im Programm verwendeten gegenübergestellt.

Die Auswertung von drei Versuchen dieser Serie im Alter von 34 Tagen ergab eine mittlere Bruchspannung von $\sigma_{z,u} = -9.0 \text{ MN/m}^2$ bei einer Stauchung von $\varepsilon_{z,u} = -11.4 \text{ ‰}$ (!).

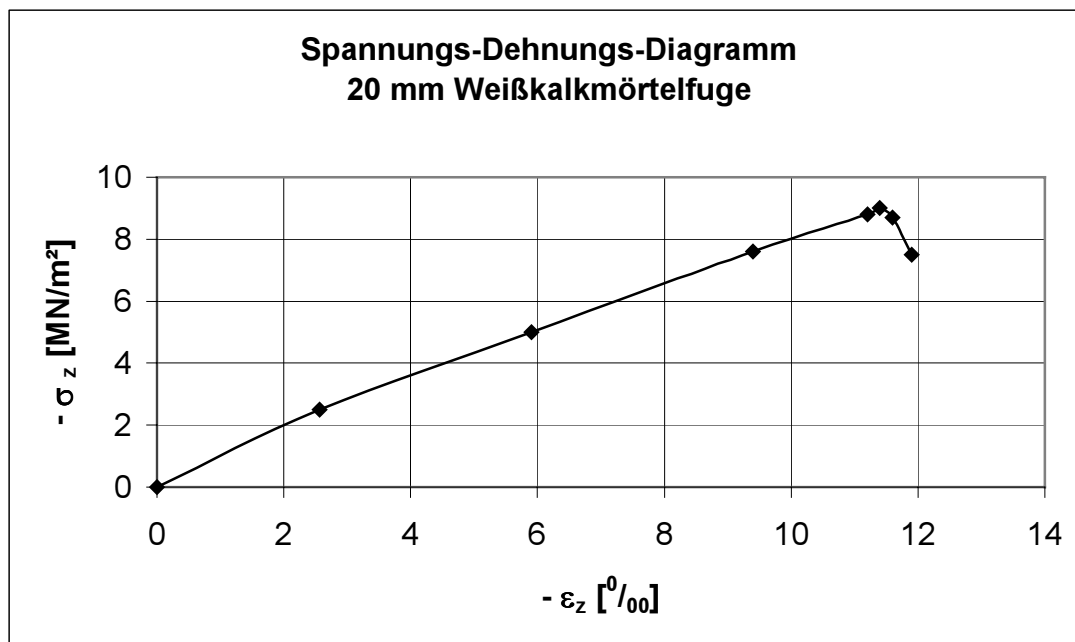


Abbildung 6-21 Spannungs-Dehnungs-Diagramm 3-Stein-Tuffbetonwürfel mit 20 mm Weißkalkmörtelfuge

Bei etwa 50 % der Bruchspannung beginnt das Ausbrechen der Mörtelfuge am freien Rand. Ein typisches Bruchbild ist in Abbildung 6-22 enthalten. Tabelle 6-3 zeigt, dass insbesondere für den Mörtel die meisten Materialparameter geschätzt werden mussten. Grundlagen der Schätzungen sind die Ausführungen im Kapitel 2.2.

⁶ Tuffsteine wurden zerkleinert als Zuschlag für die Herstellung von Tuffbeton verwendet; dadurch sind gegenüber den Tuffsteinen selbst, geringere Streuungen der Materialkennwerte zu erwarten

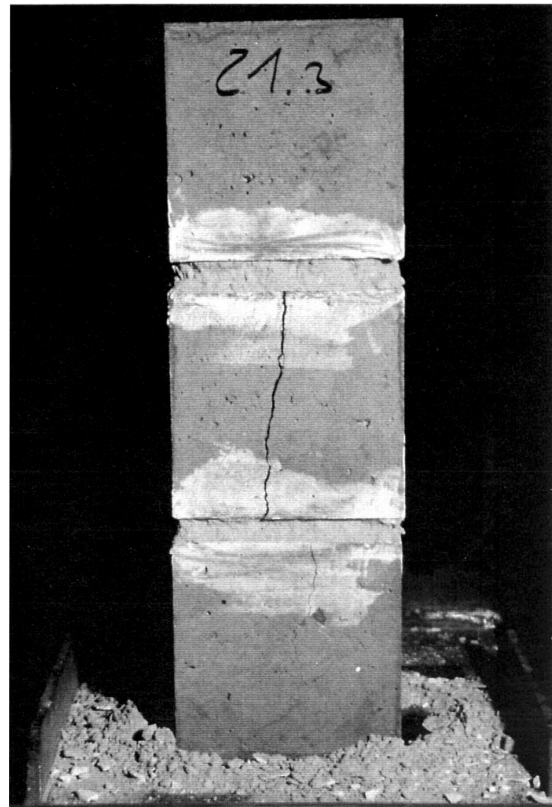
Tuffbetonwürfel			
Eigenschaft	experimentell ermittelt	Rechengröße im Programm	Kommentar
$f_{c,St}$	25.68 MN/m ²	25.68 MN/m ²	
$f_{t,St}$	—	2.57 MN/m ²	Schätzwert
3-axiale Festigkeitseigenschaften	—	nach Kapitel 5.2.3.1	Schätzwert
E-Modul E_{St}	11923 MN/m ² [DIN 1048-5]	11900 MN/m ²	
Querdehnzahl ν_{St}	—	0.18	Schätzwert
Werkstoffverhalten	leichte Nichtlinearität	linear-elastisch	
Weißkalkmörtel			
$f_{c,Mö}$	0.69 MN/m ² [DIN 18555-3]	1.0 MN/m ²	Schätzwert
$f_{bz,Mö}$	0.29 MN/m ²	—	
$f_{t,Mö}$	—	0.1 MN/m ²	Schätzwert
3-axiale Festigkeitseigenschaften	—	nach Kapitel 5.2.3.1	
E-Modul $E_{Mö}$	—	500 MN/m ²	Schätzwert
Querdehnzahl $\nu_{Mö}$	—	0.18	Schätzwert
Werkstoffverhalten	—	nichtlinear, elastisch-plastisch, nach Erreichen der Versagenskurve idealplastisch, nach Riss Simulation von Vollversagen	
plastische Vergleichsdehnung $\bar{\varepsilon}_u^p$	—	10 ‰	Schätzwert

Tabelle 6-3 Kennwerte aus Versuch und Berechnung

In Abbildung 6-22 sind deutlich der allseitige Fugenausbruch und der zum Versagen führende Steinriss zu erkennen.

Abbildung 6-22

Bruchbild:
Tuffbetonversuchskörper
mit 20 mm
Weißkalkmörtelfuge



Aufgrund der Symmetrie der Geometrie und Belastung wird nur ein Viertel der Gesamtstruktur modelliert. Wegen der erheblichen Rechenzeiten wird die dreidimensionale Struktur auf zwei Dimensionen reduziert. Modelliert wird ein Flächenstreifen aus der Achsenmitte des Probekörpers. Dieser wird im Ebenen Verzerrungszustand (EVZ) abgebildet. Deshalb sind etwas höhere Bruchspannungen als im Versuch zu erwarten. Bedingt durch das verwendete Plastizitätsmodell wird sich die Gesamtstruktur insgesamt zu steif verhalten. In Abbildung 6-23 ist das verwendete Elementnetz mit 84 Elementen und 1770 FHG mit den dazugehörigen Lagerungen dargestellt. Die Fuge wird nach den in Abschnitt 6.2.4.3 formulierten Grundsätzen modelliert. Mit Rücksicht auf die Rechenzeit wird die Fuge mit 2 Elementen über die Höhe abgebildet. Die Belastung wird stufenweise als konstante Kopfverschiebung eingeleitet. Um den querdehnungsbehindernden Einfluss der starren Lasteinleitungsplatte zu simulieren, ist der obere Rand in horizontaler Richtung gehalten. Die Lagerungssymbolik in Abbildung 6-23 gilt jeweils für alle Knoten der betroffenen Ränder. In Bereichen, die genügenden Abstand von der Fuge haben, werden die Steine gröber modelliert. Über geometrische Kondensation (Kapitel 5.3.1) sind konsistente Knotenverschiebungen an den Übergängen zwischen Bereichen mit unterschiedlicher Elementanzahl gewährleistet.

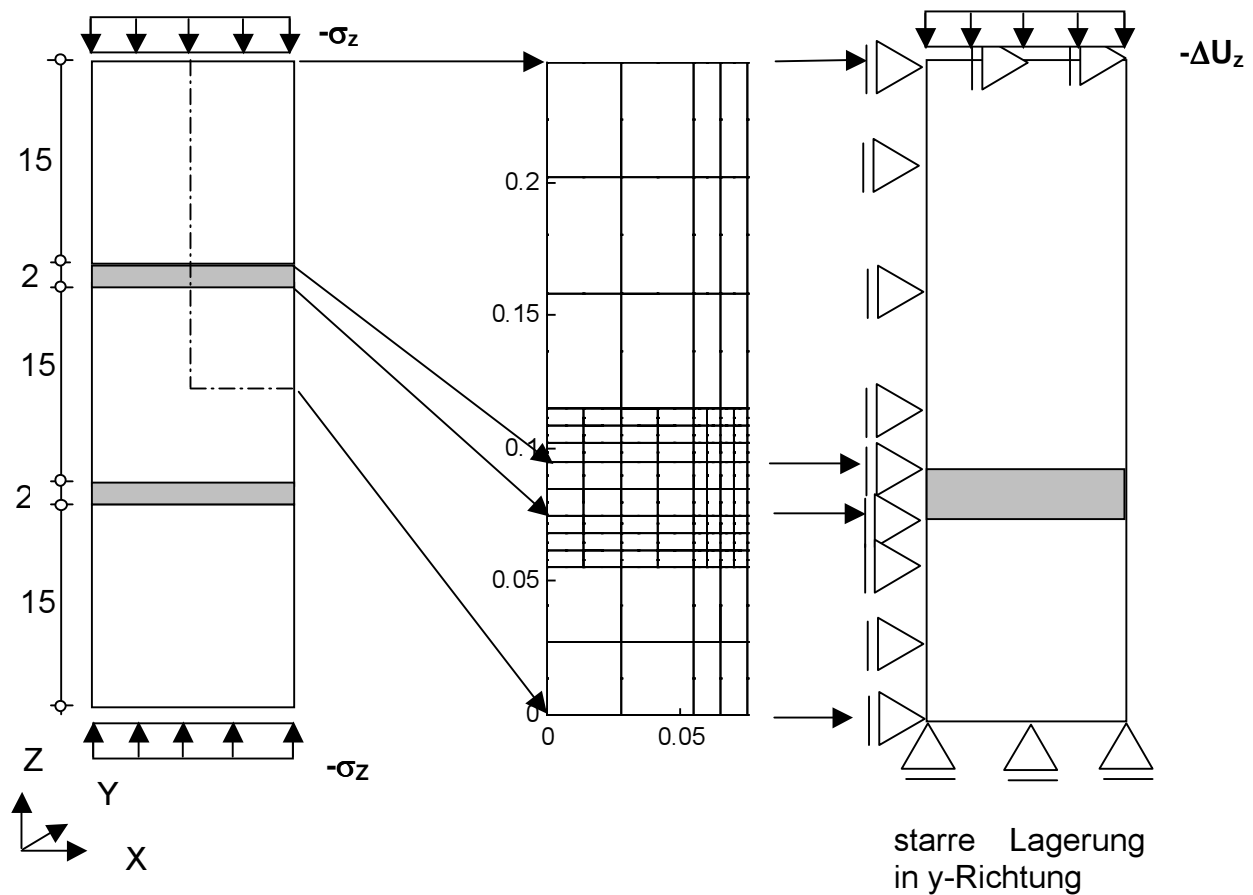
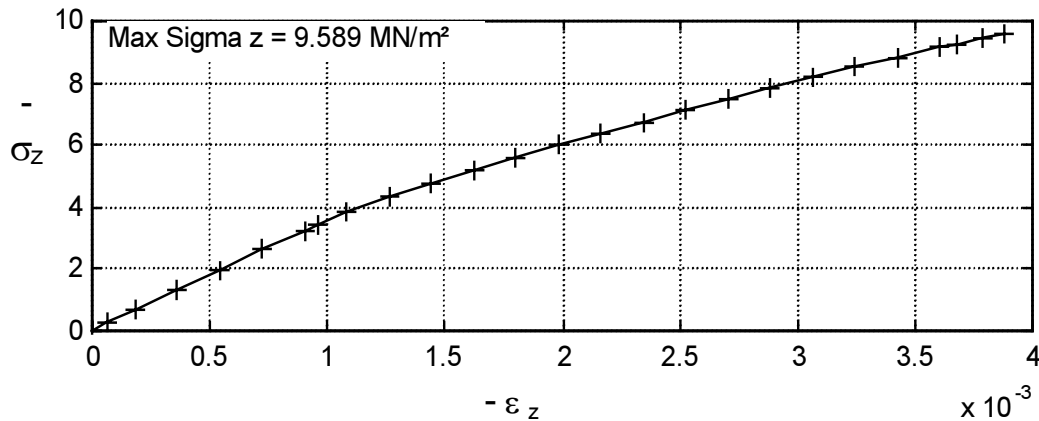


Abbildung 6-23 Probekörper, Elementnetz und Lagerung

Untersuchungen an Modellen mit feinerer Netzunterteilung im Inneren führen bei gleichen Verschiebungen zu identischen Spannungen bei denen erste Gaußpunkte der Mörtelfuge versagen. Bei den resultierenden Finalversagensspannungen σ_z liegen die Differenzen unter 1 %.

Die äußersten Elemente der Mörtelfuge versagen mit Erreichen der Bruchumhüllenden. In Abbildung 6-24 ist die berechnete Spannungs-Dehnungs-Linie dargestellt. Mit Kreuzen sind nur 25 ausgewählte Laststufen gekennzeichnet. Die Lastaufbringung erfolgte in 392, sich verringernden, Verformungsschritten. Durchschnittlich 4.82 Iterationen je Lastschritt waren bei einem Energiekonvergenzkriterium von $\text{tol}=1 \cdot 10^{-7}$ erforderlich. Dabei wurden im Mittel 7.55 Minuten CPU-Zeit in jeder Verformungsstufe benötigt.



Vollversagen bei Elementen 40 48 bei $S_z = 3.4399 \text{ MN/m}^2$

Riss bei Elementen 1 bei $S_z = 9.2504 \text{ MN/m}^2$

Vollversagen bei Elementen 32 39 40 47 48 56 bei $S_z = 9.589 \text{ MN/m}^2$

Riss bei Elementen 1 5 bei $S_z = 9.589 \text{ MN/m}^2$

Abbildung 6-24 Berechnete Spannungs-Dehnungs-Linie

Bei einer über die Gesamtfläche gemittelten Vertikalspannung $\sigma_z = -3.44 \text{ MN/m}^2$ erreichen die ersten Gaußpunkte der Fuge nahe des freien Randes die Bruchumhüllende (sichtbarer Fugenausbruch bei [Dedecke 1992] bei $\sigma_z \approx -4.5 \text{ MN/m}^2$) und verlieren ihre Steifigkeit. Die vorhandenen Spannungen werden hier in den nachfolgenden Schritten verformungsunabhängig degressiv vermindert. Bei $\sigma_z = -9.25 \text{ MN/m}^2$ tritt der erste Steinriss in Steinmitte durch Spaltzug auf. Bedingt durch das gewählte softening-Modell lässt sich die Spannung bis zu $\sigma_{z,u} = -9.59 \text{ MN/m}^2$ steigern. [Dedecke 1992] ermittelt $\sigma_{z,u} = -9.0 \text{ MN/m}^2$ als Versagensspannung. Der Vergleich der Spannungen mit den experimentellen Ergebnisse zeigt unter Berücksichtigung der erwähnten Schätzungen und Annahmen gute Übereinstimmung. Aufgrund des gewählten Plastizitätsmodells verhält sich die Gesamtstruktur allerdings deutlich zu steif. Dieses Manko tritt allerdings zurück, da es, in den mir bekannten veröffentlichten FE-Berechnungen von Mauerwerk, bisher nicht gelungen ist, die Spannungen über das anfängliche Versagen am freien Fugenrand hinaus zu berechnen.

In den nachfolgenden Abbildungen sind Spannungsverläufe in ausgewählten Laststufen über die Gesamtstruktur in der x-z-Ebene dargestellt. Die Übergänge zwischen Bereichen unterschiedlicher Elementierungen sind aus technischen Gründen nicht farbig angelegt.

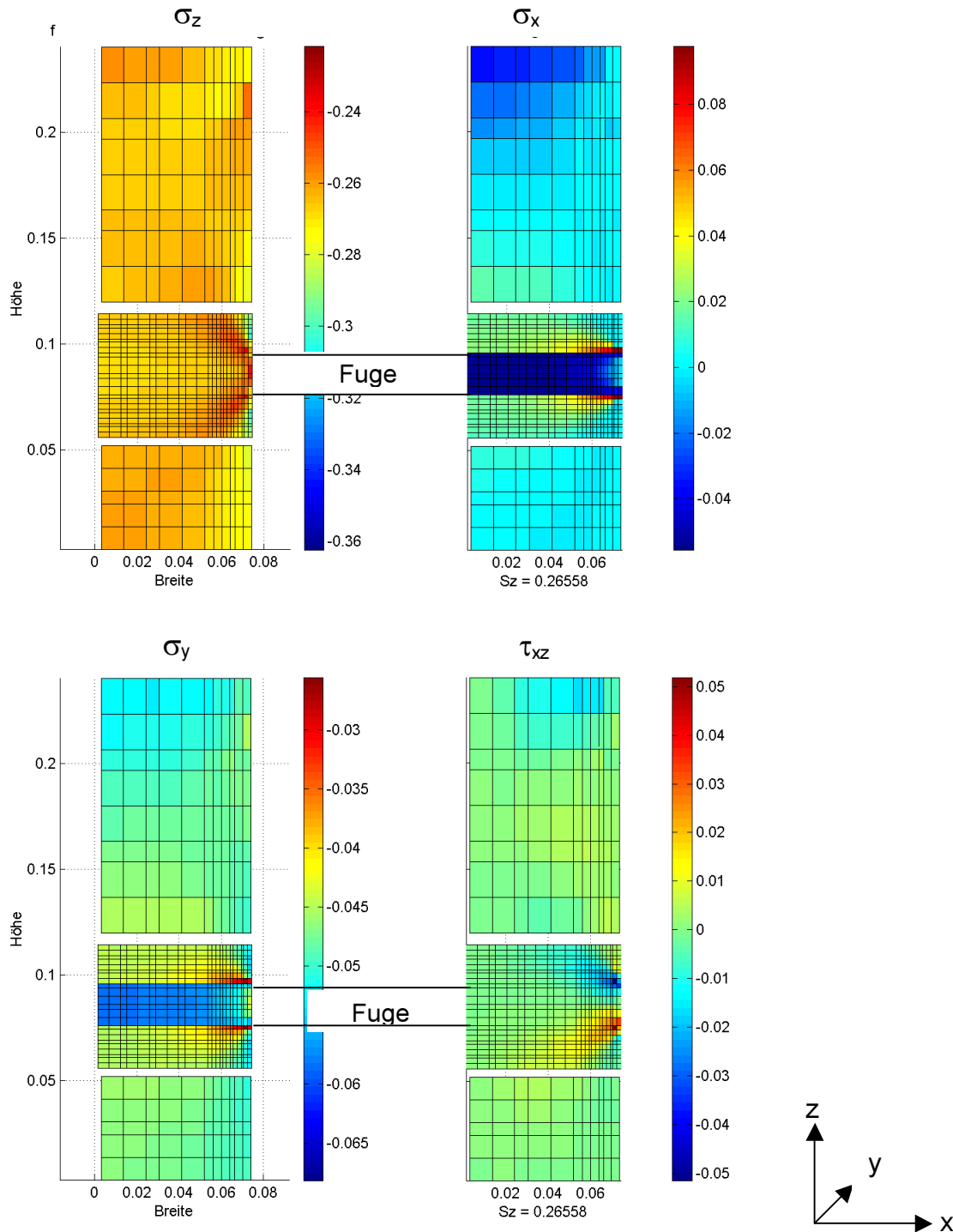


Abbildung 6-25 Spannungsverteilungen über Querschnittshöhe im elastischen Zustand bei $\sigma_z = -0.27 \text{ MN/m}^2$

Im ersten Verformungsschritt (Abbildung 6-25) befindet sich die gesamte Struktur in einem elastischen Spannungszustand. Die Vertikalspannungen σ_z verteilen sich annähernd konstant über den gesamten Querschnitt. Am freien Rand sinken sie in der Mörtelfuge etwas ab, während sie über und unter der Kontaktfläche betragsmäßig geringfügig größere Werte annehmen. In den Querrichtungen entstehen durch die Querdehnungsunterschiede in der Fuge Querdruckspannungen. Sie nehmen zum Rand hin betragsmäßig ab. Im Stein entstehen an der Kontaktfläche in x-Richtung Querkzugspannungen, die ihren Maximalwert in unmittelbarer Nähe des freien

Randes haben. In y-Richtung werden durch den angenommenen Ebenen Verzerrungszustand auch im Stein Querdruckspannungen induziert. Die Schubspannungen in x-z-Richtung haben ihre Extremwerte ebenfalls in Nähe des freien Randes an der Kontaktfläche. Mit zunehmender vertikaler Entfernung von der Fuge fallen diese Schubspannungen ab. Bei einem Abstand von ca. 2.5 cm von der 2 cm dicken Lagerfuge ist die Störung durch den starren Verbund abgeklungen und alle Spannungen sind nahezu konstant über die Breite verteilt.

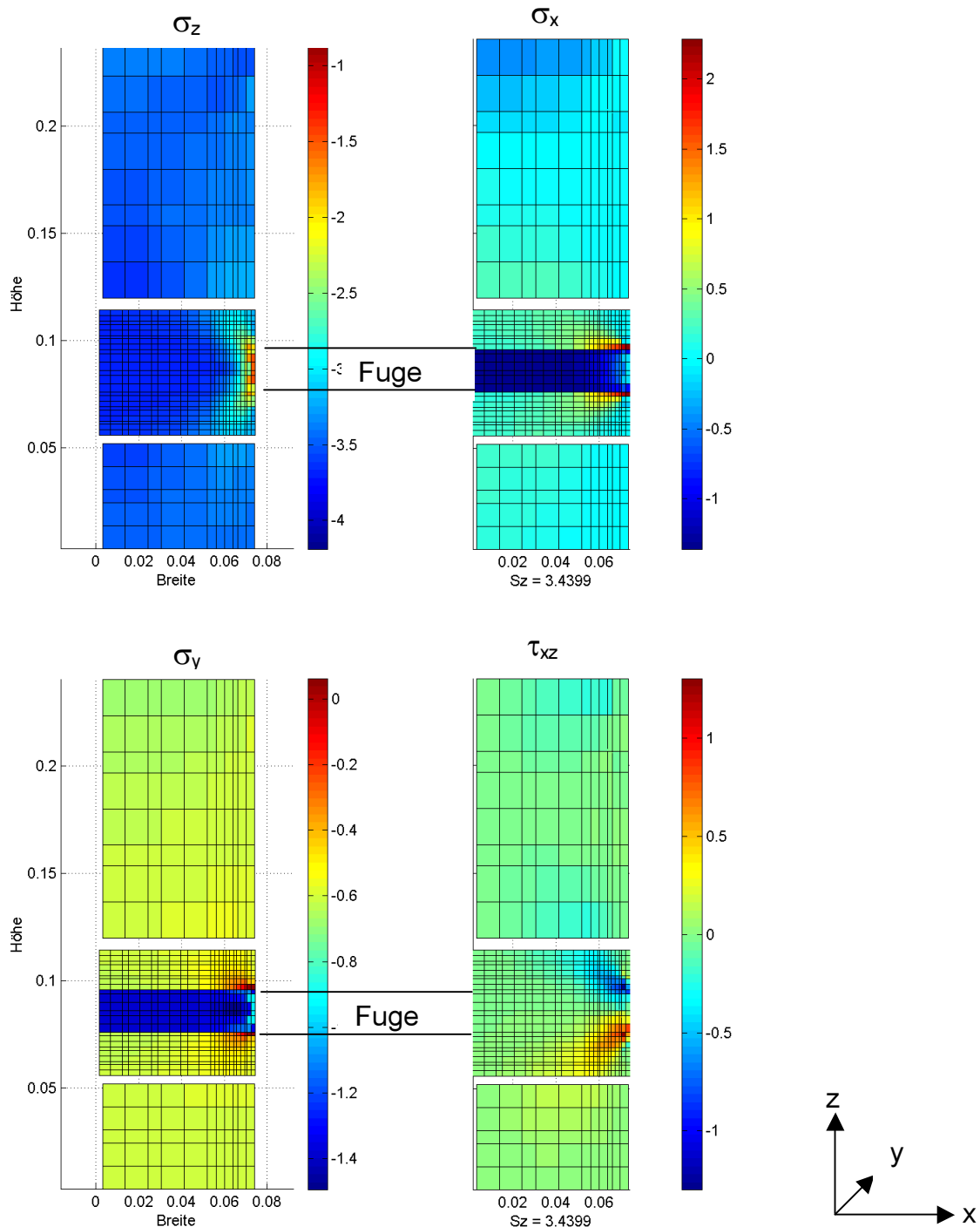


Abbildung 6-26 Spannungsverteilungen über Querschnittshöhe bei $\sigma_z = -3.44 \text{ MN/m}^2$ (Versagensbeginn Mörtelausbruch)

Eine Steigerung der vertikalen Kopfverschiebungen lässt den Mörtel plastizieren. Damit verbunden ist eine Abnahme der vertikalen Steifigkeit am freien Rand und eine überproportionale Steigerung der Querverformungen. Dadurch beginnen sich die vertikalen Druckspannungen mehr in das Innere der Struktur zu verlagern. Die Querdruckspannungen im Fugeninneren werden betragsmäßig größer. Nahe des freien Randes bleiben sie nahezu konstant. Gleichzeitig wachsen auch die Querkzugspannungen im Stein in horizontaler x-Richtung überproportional weiter an. Im Kontaktbereich in unmittelbarer Nähe zum freien Rand wird das primäre Versagen ausgelöst. Entweder die vertikale Druck- und horizontale Zugspannungskombination im Stein führt zu einem Steinriss oder, wie in diesem Beispiel, eine Spannungs-kombination im Mörtel erreicht die Bruchumhüllende. Bei $\sigma_z = -3.44 \text{ MN/m}^2$ wird für die ersten, außen liegenden Gaußpunkte Versagen angezeigt. In Abbildung 6-26 sind die Spannungsverläufe nach diesem Primärversagen dargestellt. Nun lagern sich auch die vertikalen Druckspannungen σ_z im Stein mehr in die inneren Bereiche um. Das Verhältnis der maximalen Querkzugspannungen im Stein zu der gemittelten vertikalen Druckspannung, $\sigma_{x,St}/\sigma_z$, wächst von $\sigma_{x,St}/\sigma_z = -0.3$ im elastischen ersten Verformungsschritt ($\sigma_z = -0.27 \text{ MN/m}^2$) auf $\sigma_{x,St}/\sigma_z = -0.6$ bei dem Primärversagen ($\sigma_z = -3.44 \text{ MN/m}^2$). Ebenso verdoppelt sich das Verhältnis der minimalen Querdruckspannungen σ_x im Mörtel zu der gemittelten vertikalen Druckspannung σ_z auf $\sigma_{x,Mö}/\sigma_z = 0.3$. Der Störeinfluss des starren Verbundes und damit die Schubspannungen τ_{xz} reichen nun weiter in die Steine hinein.

Nach dem anfänglichen Mörtelausbruch wird die Kopfverschiebung weiter gesteigert. An weiteren Gaußpunkten im Mörtel am freien Rand wird ein Versagen simuliert. Im Fugeninneren erreichen die Spannungen an allen Gaußpunkten die Bruchumhüllende und idealplastisches Materialverhalten wird angenommen. In Abbildung 6-27 ist die resultierende Spannungsverteilung über die Querschnittshöhe bei Eintritt der ersten Risse durch Spaltzug dargestellt.

Die Übertragung der vertikalen Druckspannungen konzentriert sich noch tiefer in die Mitte der Struktur. Die Querdruckspannungen im Mörtel wachsen dort auf etwa $\sigma_{x,Mö} = -7.0 \text{ MN/m}^2$ an. Bei der gemittelten Vertikalspannung $\sigma_z = -9.25 \text{ MN/m}^2$ entspricht dies einem Anteil von ungefähr 75 %! In horizontaler x-Richtung steht der Stein bis auf geringe Bereiche an der Kontaktstelle im Inneren der Struktur unter Zugspannungen. Die Schubspannungen τ_{xz} verteilen sich fast über die gesamte Querschnittshöhe. Die resultierende Vertikalspannung σ_z lässt sich durch das verwendete softening-Modell weiter steigern. Die Spannungsverläufe allerdings ändern sich qualitativ nicht.

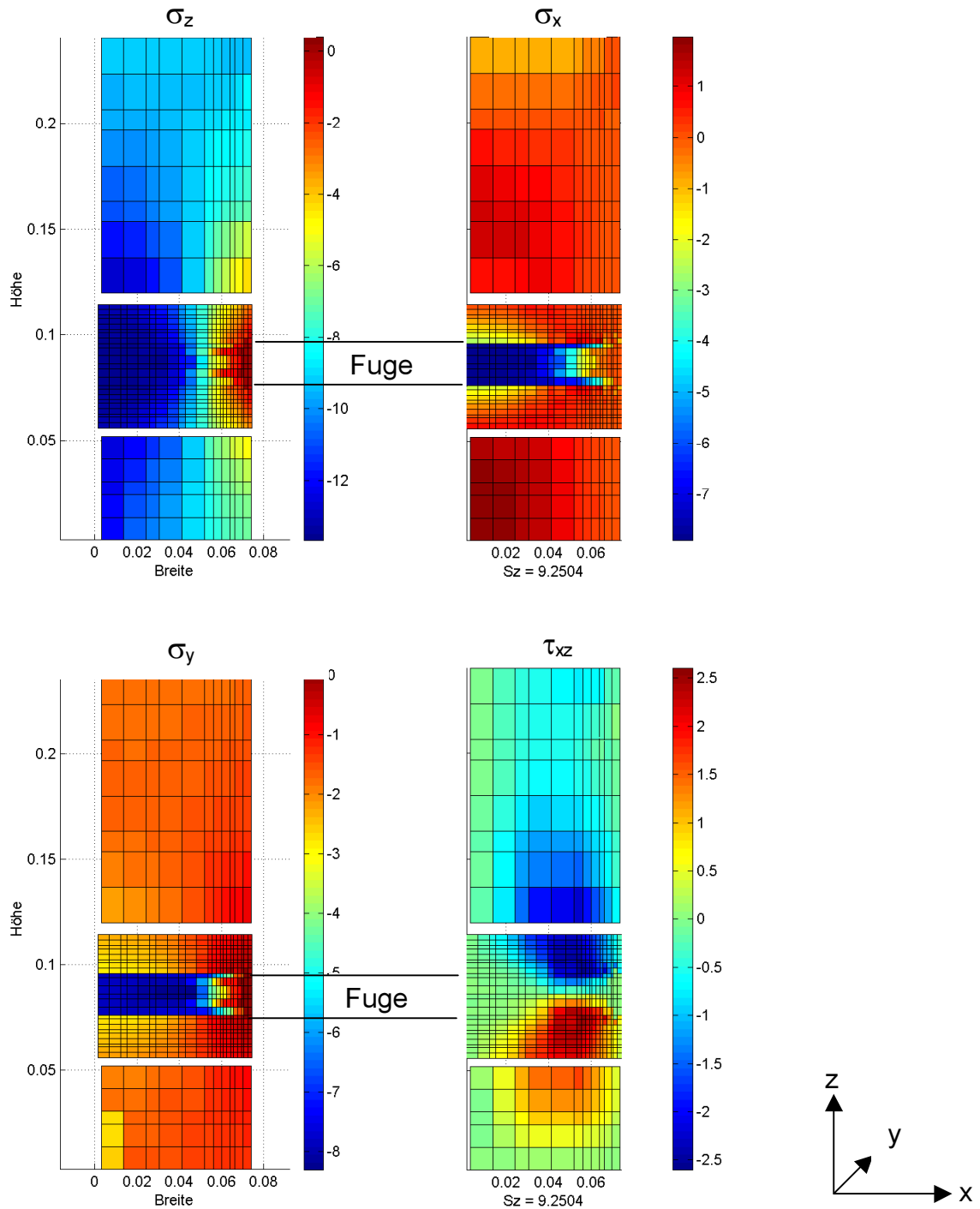
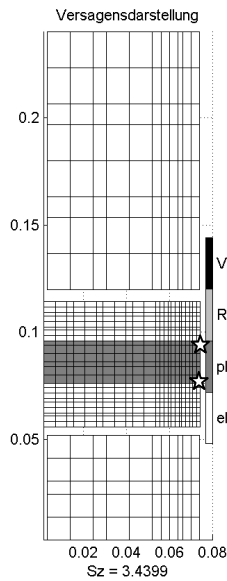
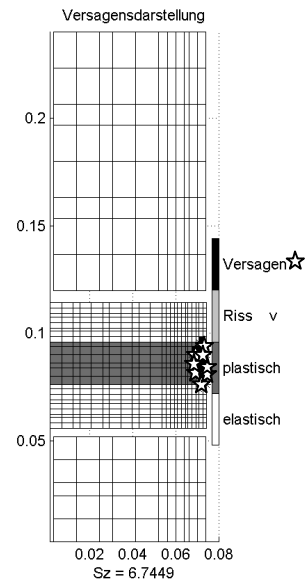


Abbildung 6-27 Spannungsverteilungen über Querschnittshöhe bei $\sigma_z = -9.25 \text{ MN/m}^2$ (erste Steinrisse durch Spaltzugwirkung)

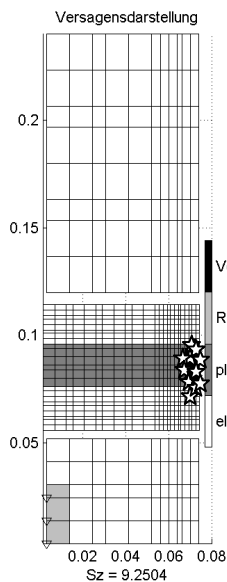
In Abbildung 6-28 sind die Versagensentwicklungen über die verschiedenen Verformungsstufen dargestellt.



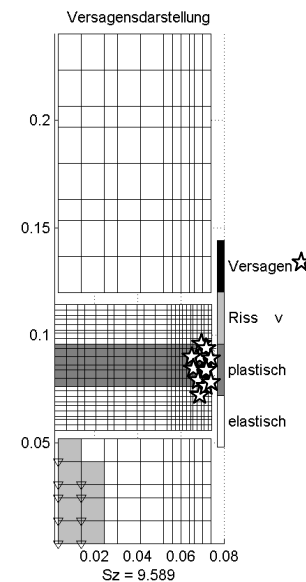
a)



b)



c)



d)

Abbildung 6-28 Versagensdarstellung in ausgewählten Laststufen bei

- a) $\sigma_z = -3.44 \text{ MN/m}^2$, b) $\sigma_z = -6.75 \text{ MN/m}^2$,
c) $\sigma_z = -9.25 \text{ MN/m}^2$, d) $\sigma_z = -9.59 \text{ MN/m}^2$

Ein Mörtelausbruch am freien Rand leitet das Primärversagen (Abbildung 6-28 a) ein. Mit weiterer Belastungssteigerung versagen alle äußeren Gaußpunkte der betroffenen Mörtелеlemente (Abbildung 6-28 b). Zusätzlich kann die Vertikalspannung nur noch auf einem immer schmäler werdenden, inneren Bereich übertragen werden. Im Stein selbst versuchen sich die Vertikalspannungen wieder möglichst breit zu verteilen. Dadurch werden Spaltzugspannungen im Stein induziert, die in Steinmitte Risse auslösen (Abbildung 6-28 c). Nach den ersten Steinrissen breitet sich die Risszone weiter aus (Abbildung 6-28 d). Die Vertikalspannung lässt sich in kleinen Verformungsschritten bis auf $\sigma_{z,u} = -9.59 \text{ MN/m}^2$ steigern. Darüber hinaus ist kein Gleichgewichtszustand zu ermitteln; die Versagenszone breitet sich

über den gesamten mittleren Stein aus. Der zur Divergenz führende Versagenszustand ist in Abbildung 6-29 dargestellt.

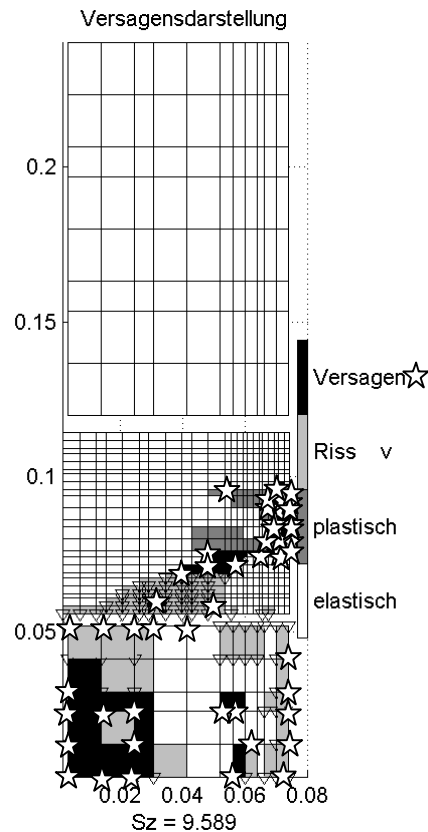


Abbildung 6-29 Zur Divergenz führender Versagenszustand

In den folgenden Abbildungen werden in ausgewählten Schnitten die Entwicklung und Verteilung von Vertikalspannung σ_z , Horizontalspannung σ_x und Schubspannung τ_{xz} während der verschiedenen Verformungsstufen anschaulich dargestellt. Die Spannungen sind, soweit nicht anders vermerkt, jeweils über den Integrationspunkten abgebildet. Die Beschriftungen σ_z in den rechten Teilbildern beziehen sich auf eine über die Querschnittsbreite gemittelte Spannung.

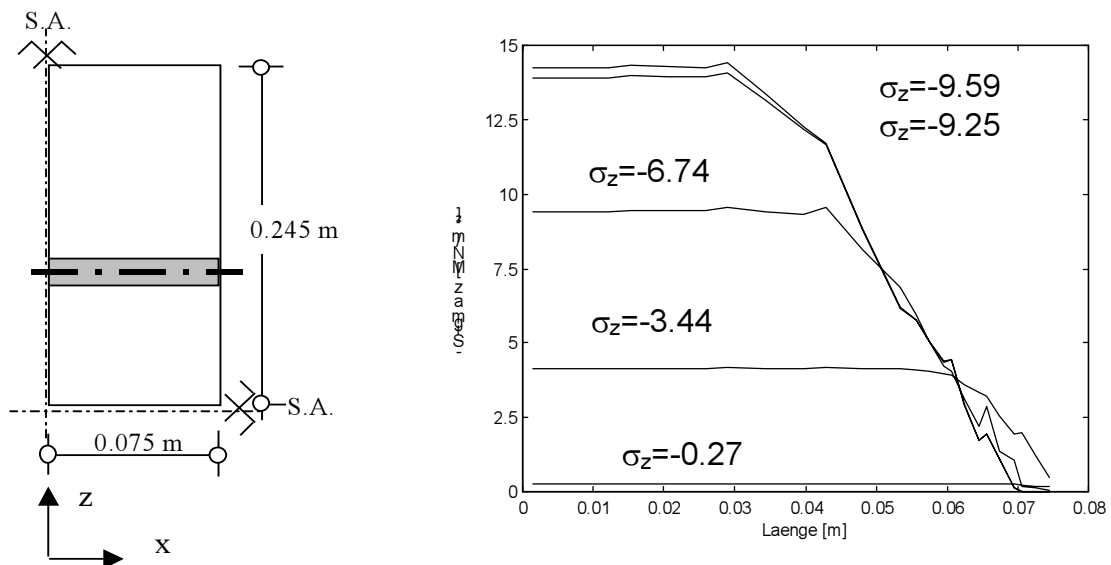


Abbildung 6-30 Verlauf der Vertikalspannungen $\sigma_{z, Mö}$ nahe der Fugenmitte auf verschiedenen Lastniveaus

Abbildung 6-30 enthält die Verläufe der Vertikalspannungen $\sigma_{z,M\ddot{o}}$ in Fugenmitte auf verschiedenen Lastniveaus. Im ersten, elastischen Lastschritt ist die Vertikalspannung nahezu konstant über die Querschnittsbreite verteilt. Bei $\sigma_z = -3.44 \text{ MN/m}^2$ sind die Spannungen am äußeren Rand schon deutlich geringer als im inneren Fugenbereich. In dieser Verformungsstufe wird für die ersten beiden Gaußpunkte im Mörtel außen, in der Nähe der Kontaktfläche, Versagen simuliert. Mit Zunahme der Kopfverschiebungen bauen sich die Spannungen am freien Rand ab und konzentrieren sich immer mehr in das Innere der Struktur. Bedingt durch den großen Querdruck erreicht der Mörtel mit der einaxialen Druckfestigkeit $f_{c,M\ddot{o}} = 1.0 \text{ MN/m}^2$ fast $\sigma_{z,M\ddot{o}} = 15 \text{ MN/m}^2$. Der leicht zackige Verlauf der beiden letzten dargestellten Laststufen wird durch die Versagenssimulationen an einigen Gaußpunkten der betroffenen Elemente verursacht. Mit einer feineren Netzgenerierung in x-Richtung sind glattere Verläufe zu erwarten. Wegen des hohen Rechenaufwandes wird darauf verzichtet.

In Abbildung 6-31 sind im selben Schnitt die Verläufe der Horizontalspannungen $\sigma_{x,M\ddot{o}}$ dargestellt. Im Fugeninneren sind die Querdruckspannungen am größten. In der Nähe des freien Randes wachsen sie langsamer an und nach Eintritt des Primärversagens nehmen sie hier wieder ab.

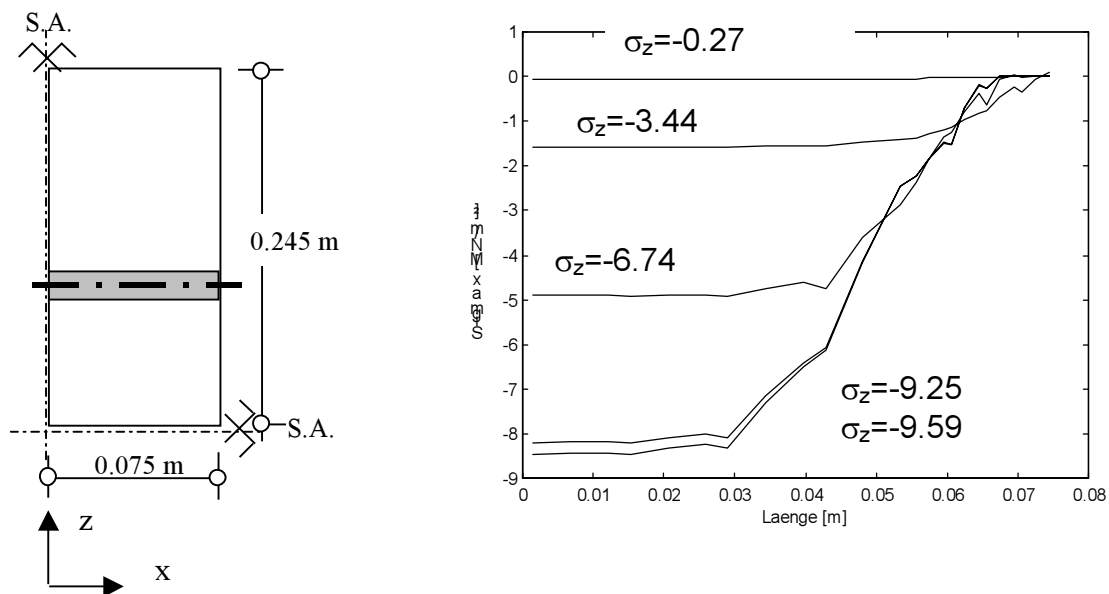


Abbildung 6-31 Verlauf der Horizontalspannungen $\sigma_{x,M\ddot{o}}$ nahe der Fugenmitte auf verschiedenen Lastniveaus

Auf die Darstellung der Schubspannungsverläufe wird hier verzichtet, da sie genau in Fugenmitte aus Symmetriegründen null sind.

Es folgen die Darstellungen der Spannungen in der Fuge kurz über der unteren Kontaktfläche.

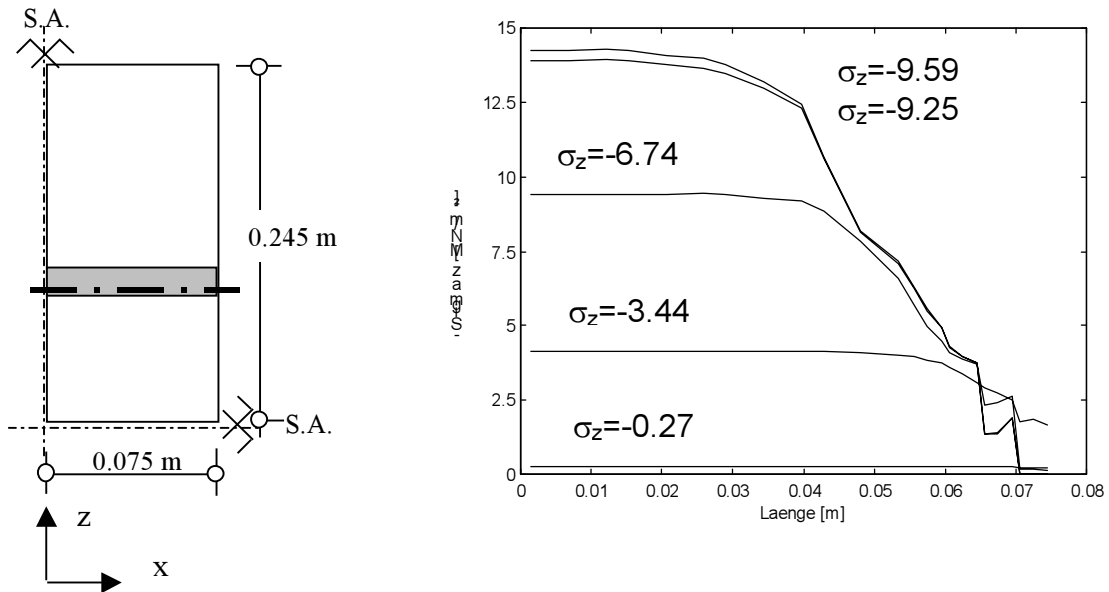


Abbildung 6-32 Verlauf der Vertikalspannungen $\sigma_{z,M0}$ nahe der Kontaktfläche in der Fuge auf verschiedenen Lastniveaus

Die Verläufe der Vertikalspannungen $\sigma_{z,M0}$ im Schnitt nahe der Kontaktfläche aus Abbildung 6-32 sind denen in Fugenmitte nach Abbildung 6-30 sehr ähnlich.

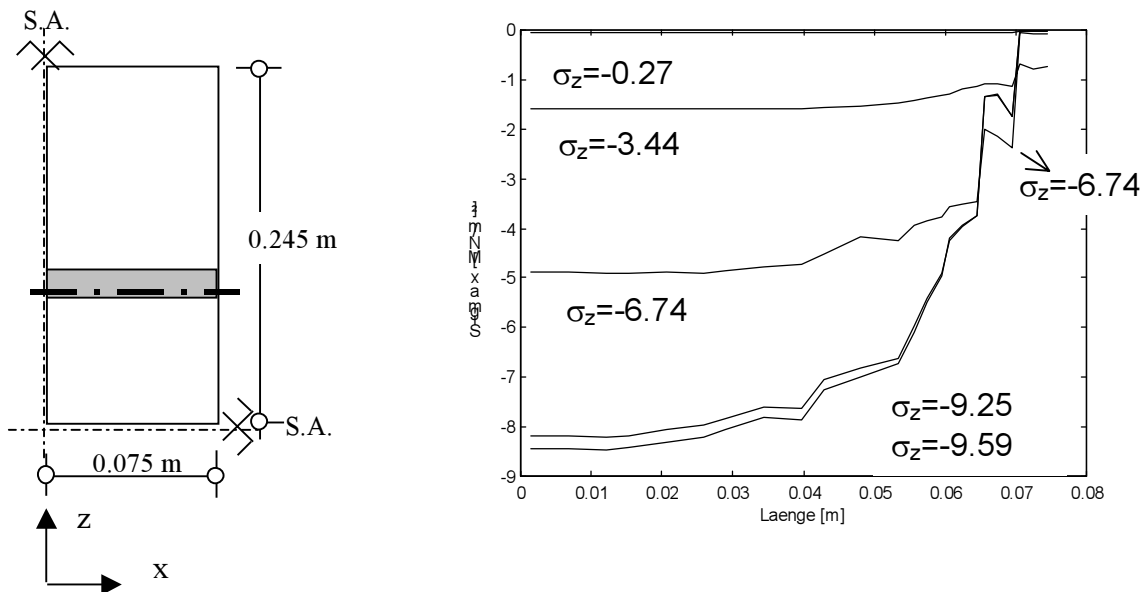


Abbildung 6-33 Verlauf der Horizontalspannungen $\sigma_{x,M0}$ nahe der Kontaktfläche in der Fuge auf verschiedenen Lastniveaus

Eine Ähnlichkeit der Horizontalspannungsverläufe ist ebenfalls zu erkennen. Der stärkere Einfluss des starren Verbundes bewirkt, dass die Querdruckspannungen auf gleich hohem Niveau etwas weiter in Richtung freier Rand wirken.

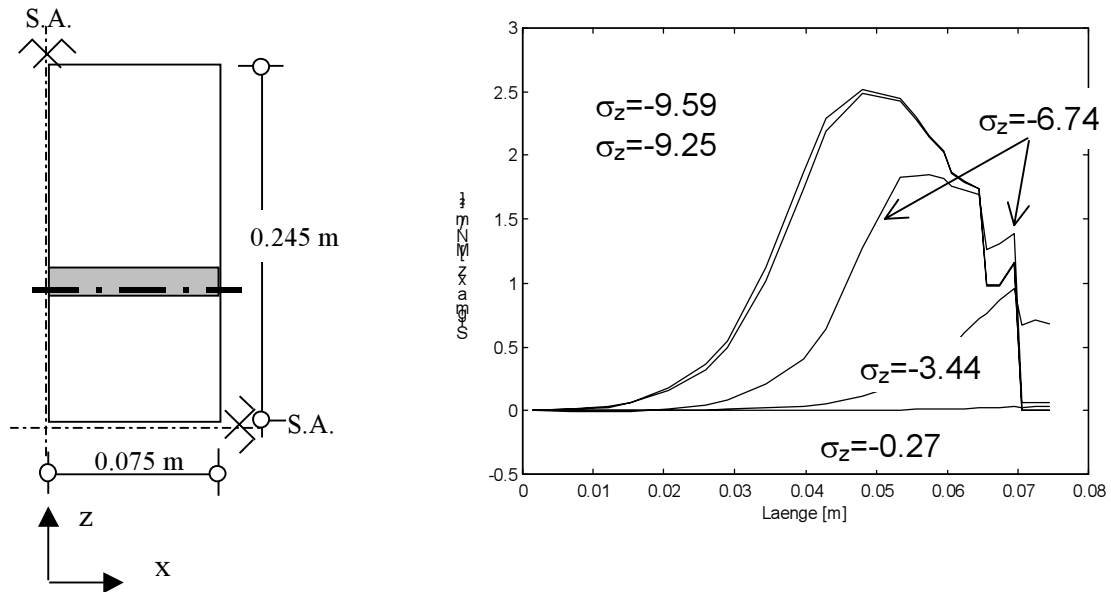


Abbildung 6-34 Verlauf der Schubspannungen $\tau_{xz,Mö}$ nahe der Kontaktfläche in der Fuge auf verschiedenen Lastniveaus

Markanter ist in diesem Schnitt der Verlauf der Schubspannungen $\tau_{xz,Mö}$ nach Abbildung 6-34. Mit zunehmender Belastung wachsen auch die Schubspannungen an. Dabei wandern die Maximalspannungen in die Mitte der 3-Stein-Struktur. Gleichzeitig vergrößert sich auch die eingegrenzte Fläche und damit die gesamte, resultierende Horizontalkraft, die über den Verbund in die Steine eingeleitet werden muss. In dieser Arbeit wird der Verbund als starr angenommen, weil keine Verbundeigenschaften bekannt sind. Deshalb müssen die Maximalwerte von $\tau_{xz,Mö} = 2.5 \text{ MN/m}^2$ kritisch begutachtet werden. Ein angenommenen Reibungsbeiwert $\mu=0.6$ lässt die Aufnahme der Schubspannungen wegen der gleichzeitig wirkenden hohen Vertikalspannung als möglich erscheinen. Die Annahme der Idealplastizität für den im Mauerwerksinneren befindlichen Mörtel beruht auf der Vorstellung, dass selbst bei Verlust der Bindemittelmatrix weiterhin eine Kraftübertragung in vertikaler Richtung möglich ist, da sich der Zuschlag durch die innere Reibung nicht aus der Fuge entfernen kann.

Der Verlauf der Schubspannungen im Stein in Nähe der Kontaktfläche ist sehr ähnlich und bringt keine weiterführenden Informationen.

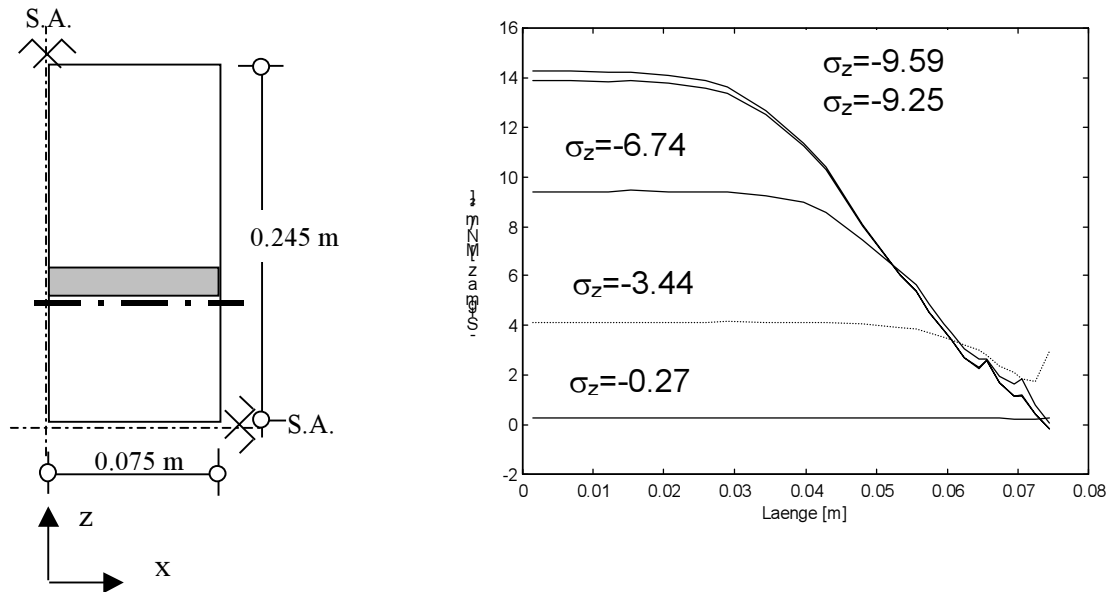


Abbildung 6-35 Verlauf der Vertikalspannungen $\sigma_{z,St}$ nahe der Kontaktfläche im mittleren Stein auf verschiedenen Lastniveaus

Eine Besonderheit im Verlauf der Vertikalspannungen im mittleren Stein in Nähe der Kontaktfläche zeigt Abbildung 6-35. Bis zu dem Lastniveau mit einer mittleren Vertikalspannung $\sigma_z = -3.44$ MN/m² stellen sich am freien Rand leichte Spannungsspitzen ein. Das Herausquetschen des Mörtels ist mit einer leichten, vertikalen Aufweitung verbunden (vergleichbar mit dem aufgeweiteten Strang aus der Zahnpastatube). Diese löst die Spannungsspitzen aus. Nach dem lokalen Versagen in der Mörtelfuge bauen sich diese Spitzen wieder ab.

Abbildung 6-36 zeigt die Verläufe der Horizontalspannungen $\sigma_{x,St}$ im mittleren Stein nahe der Kontaktfläche als gemittelte Elementspannungen.

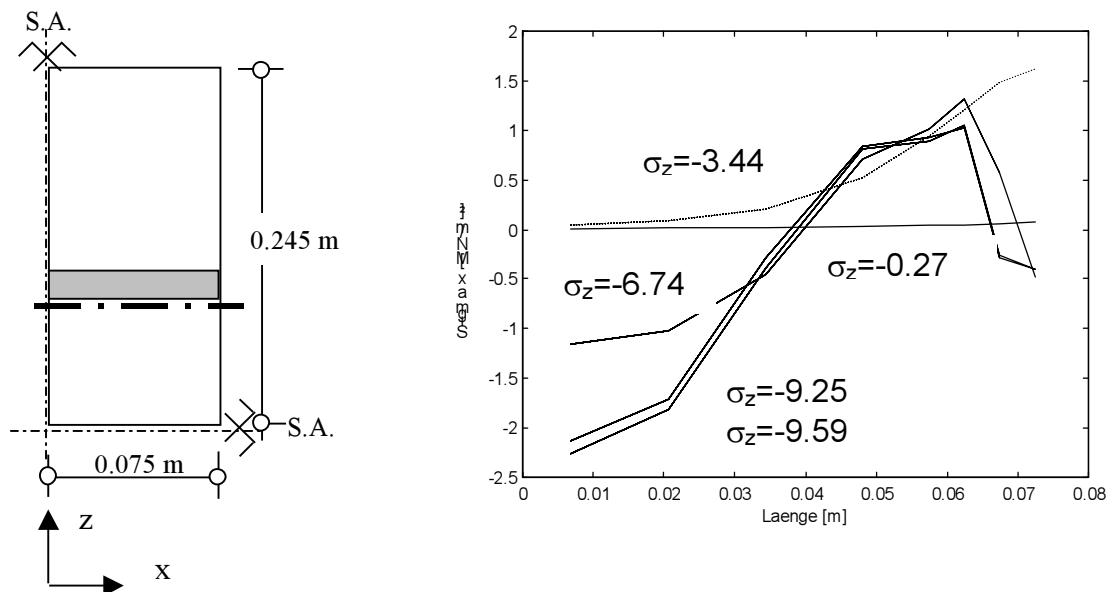
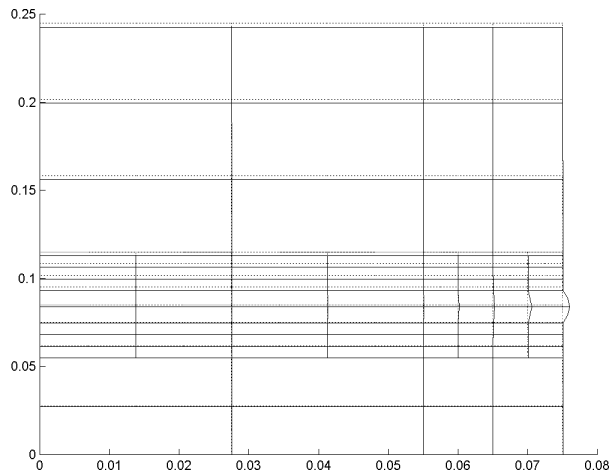
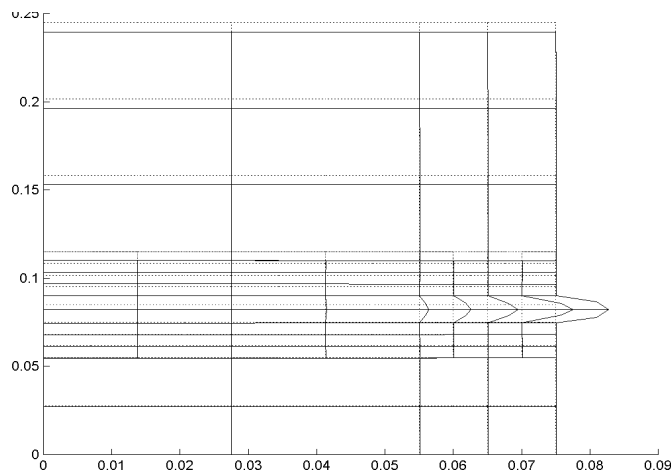


Abbildung 6-36 Verlauf der Horizontalspannungen $\sigma_{x,St}$ nahe der Kontaktfläche im mittleren Stein auf verschiedenen Lastniveaus

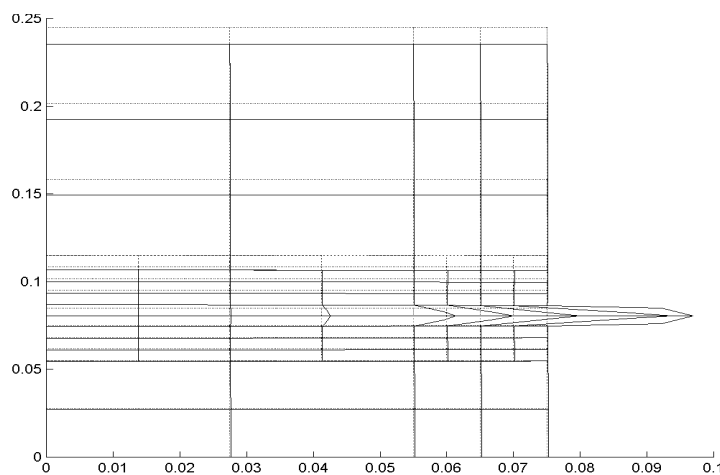
Bis zum Versagenseintritt im Mörtel am freien Rand bauen sich im Stein anwachsende horizontalen Zugspannungen aufgrund der Querdehnungsunterschiede auf. Ihre Maxima liegt in unmittelbarer Nähe zum freien Rand, dort wo der Einfluss der behinderten Querdehnung am größten ist. Nach Eintritt des Primärversagens bauen sich diese Maxima ab, im Inneren der Struktur entstehen erhebliche Querdruckspannungen.



$$\sigma_z = -3.44 \text{ MN/m}^2$$



$$\sigma_z = -6.74 \text{ MN/m}^2$$



$$\sigma_z = -9.59 \text{ MN/m}^2$$

Abbildung 6-37 Verformtes Elementnetz unter 10-facher Erhöhung in Laststufen
bei $\sigma_z = -3.44 \text{ MN/m}^2$, $\sigma_z = -6.74 \text{ MN/m}^2$, $\sigma_z = -9.59 \text{ MN/m}^2$

Abbildung 6-37 zeigt in drei ausgewählten Verformungsschritten die verformte Struktur. Offenkundig ist das Herausquetschen und die vertikale Stauchung des

Mörtels, welche sich in lokal enorm große Stauchungen im einstelligen Prozentbereich widerspiegelt.

6.3.2 Zusammenstellung aller Verifikationsrechnungen an 3-Stein-Probekörpern

Alle Angaben in diesem Abschnitt über Versuchsergebnisse sind [Dedecke 1992] entnommen. Zu den Verifikationsrechnungen werden Versuchsserien mit $h_{M\ddot{o}}=0.5$ cm und $h_{M\ddot{o}}=2$ cm dicker Lagerfuge aus Weißkalk- und Trasskalkmörtel herangezogen. Die Materialeigenschaften des Weißkalkmörtels und der Tuffbetonwürfel wurden bereits in Tabelle 6-3 vorgestellt. Der verwendete Trasskalkmörtel erreichte eine Druckfestigkeit $f_{c,M\ddot{o}}= 7.94$ MN/m² nach [DIN 18555-3]; im Programm wurden folgende Kenndaten verwendet:

$f_{c,M\ddot{o}}= 8.0$ MN/m², $f_{t,M\ddot{o}}= 0.8$ MN/m², $E_{M\ddot{o}}= 3000$ MN/m², $\nu_{M\ddot{o}}= 0.18$ und $\bar{\varepsilon}_u^p = 4$ ‰

Fugendicke [cm]	$f_{c,M\ddot{o}}$ [MN/m ²]	experimentelle Versagensspannung [MN/m ²]	berechnete Primär- versagensspannung [MN/m ²]	berechnete Final- versagensspannung [MN/m ²]	Abweichung Versagensspannung Berechnung/ Experiment [%]
0.5	1.0	15.8	3.4	14.8	- 6
	8.0	17.3 * (11.0**)	12.9	17.7	+2
2.0	1.0	9.0	3.4	9.6	+7
	8.0	16.2 * (10.4**)	10.1	16.2	±0
* Versuchsergebnisse der Ersatzprobekörper: Herstellung der Mauerwerkskörper 2 Tage nach Herstellung der Tuffbetonwürfel					
** mittlere Versuchsergebnisse aus drei Versuchskörpern: Herstellung der Mauerwerkskörper 8 Tage nach Herstellung der Tuffbetonwürfel. Wahrscheinlich ist ein Verbrennen des Mörtels, da die Mauerwerksdruckfestigkeit noch nicht einmal das 1.5 -fache von $f_{c,M\ddot{o}}$ beträgt. Bei Versuchen mit Zementmörtel ist ein vergleichbarer Effekt zu erkennen.					

Tabelle 6-4 Bruchspannungen aus Versuch und Berechnung an 3-Stein-Probekörpern

Da die Berechnungen im EVZ erfolgten, sind allgemein mit gegenüber den 3-Stein-Versuchen höheren Bruchfestigkeiten zu rechnen. Diese Tendenz ist nicht zu erkennen. Die Abweichungen zu den experimentell ermittelten Bruchspannungen liegen immer unter 10 %. In Anbetracht der unsicheren Materialkennwerte, insbesondere denen des Mörtels, ist die Übereinstimmung in Qualität und Quantität gut!

Die erheblichen Abweichungen in den Bruchspannungen der Versuche mit Trasskalk- und Zementmörteln zwischen Normalversuchsserie und Ersatzprobestkörpern [Dedecke 1992] haben ihre Ursache in den unterschiedlichen Erhärtungsbedingungen, die durch das Alter und dem damit unterschiedlichen Saugverhalten der Tuffbetonwürfel ausgelöst werden. Das verdeutlicht die dringende Notwendigkeit der Mörtelprüfung zwischen Steinen.

Fazit

Das entwickelte Berechnungsmodell ist geeignet, das Tragverhalten und den Versagensmechanismus von Mauerwerksstrukturen ausreichend genau zu simulieren. Im folgenden Kapitel werden die Ergebnisse von Parameterstudien bezüglich geometrischer und mechanischer Eigenschaften vorgestellt und im Hinblick auf Bemessungshinweise ausgewertet.

7 Parameterstudie

Die folgenden Untersuchungen beziehen sich auf Ausschnitte einschaliger Mauerwerksstrukturen mit quaderförmigen Steinen. Mit dem in den Kapiteln 5 und 6 vorgestellten numerischen Modell werden die Auswirkungen und Einflüsse verschiedener mechanischer Materialeigenschaften, verschiedener Stein-Mörtelkombinationen und unterschiedlicher Geometrieverhältnisse auf die Spannungen bei Primär- und Finalversagen sowie auf den Versagensmechanismus untersucht. Mit **Primärversagen** wird derjenige Zustand bezeichnet, bei dem in einem ersten Integrationspunkt ein Druckversagen oder Riss angezeigt wird. Diese lokale Schädigung, die oft am freien Fugenrand eintritt, verursacht Lastumlagerungen. Die Vertikalspannung σ_z kann, teilweise erheblich, weiter gesteigert werden, bis das Finalversagen eintritt. Mit **Finalversagen** wird der letzte, rechnerisch mögliche Gleichgewichtszustand definiert, wenn für folgende, erhöhte äußere Verformungszuwächse keine Konvergenz in den Gleichgewichtsiterationen mehr zu erreichen ist. Gleichzeitig muss ein Schädigungsgrad erkennbar sein, der außer Frage stellt, dass ein Versagen der Gesamtstruktur eingetreten ist. Allein die Divergenz kann aus in Kapitel 7.1 genannten Gründen kein Entscheidungskriterium sein. Die Finalversagensspannung ist als Mauerwerksdruckfestigkeit zu interpretieren. Die jeweils angegebenen Vertikalspannungen σ_z werden als über der Grundfläche gemittelte Werte angegeben.

7.1 Kritische Anmerkungen und Einschränkungen zum numerischen Berechnungsmodell

In nichtlinearen, numerischen Berechnungen müssen die Ergebnisse einer besonders kritischen Überprüfung auf Plausibilität standhalten. Das gewählte Modell kann nicht als black box benutzt werden. So divergiert das Verfahren in manchen Fällen, nachdem der Primärversagenszustand durchschritten wurde, bereits vor dem Finalversagen. Mögliche Fehlerquellen liegen in der Modellierung des Materialverhaltens, in der numerischen Umsetzung oder in der Programmierung selbst bzw. in einer Mischung all dieser Punkte.

Große Probleme kann die Verwendung einer nicht-assozierten Fließregel verursachen. Im Gegensatz zu einer assoziierten Fließregel wird der, außerhalb der Fließfläche liegende, Trial-Spannungszustand nicht auf dem kürzesten Weg auf die Fließfläche zurückprojiziert. Dadurch kann der plastische Korrektor sehr groß werden. Entsprechend groß sind im Spannungsalgorithmus die Änderungen in den Spannungen und Verzerrungen. Dies wiederum kann das gesamte Verfahren divergieren lassen. Schlimmstenfalls schneidet der plastische Korrektor die Fließfläche überhaupt nicht, so dass überhaupt kein zulässiger Spannungspunkt gefunden werden kann. Je weiter der Trialspannungszustand von der Fließfläche entfernt ist, desto größer ist die Wahrscheinlichkeit, dass nur schwer oder gar kein Schnittpunkt ermittelt werden kann. Der Zusammenhang wird in Abbildung 7-1 graphisch in der I_1 - p -Ebene veranschaulicht. Die Möglichkeiten des Nicht-Schneidens erhöhen sich mit der Berücksichtigung der dritten Dimension.

Wie im vorherigen Kapitel gezeigt, wachsen die Verzerrungen in der plastisierten Fuge im Bereich des freien Randes auf Größen im einstelligen Prozentbereich an. Die angenommene Verzerrungs-Verschiebungs-Beziehung in der Elementherleitung berücksichtigt allerdings keine Terme höherer Ordnung. Inwieweit hier die Theorie kleiner Verzerrungen und Verformungen noch uneingeschränkt zulässig ist oder die

Verwendung höherwertiger Theorien zu besseren Konvergenzverhalten führt, bleibt zu diskutieren.

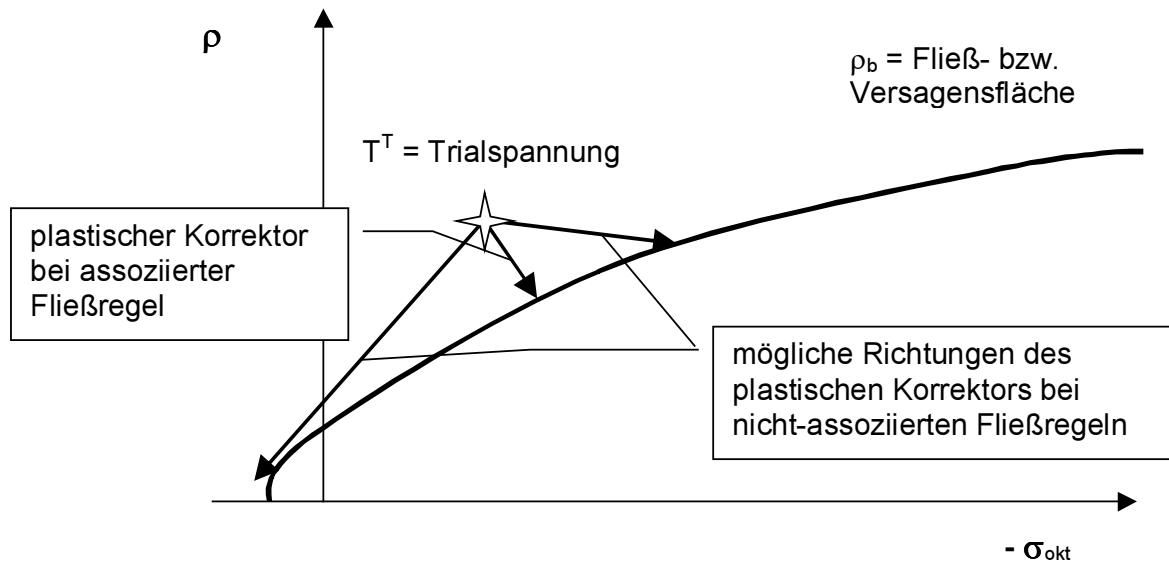


Abbildung 7-1 Mögliche Richtungen des plastischen Korrektors

Die Simulation eines Nachbruchverhaltens ist für die Berechnung aufgrund des frühen Primärversagens unerlässlich. In dem verwendeten Modell werden die Spannungen nach eingetretenem Druckversagen verzerrungsunabhängig degressiv reduziert, die Steifigkeiten in der Werkstoffmatrix aber auf nahezu null gesetzt. Nach Rissentstehung wird ein strain-softening berücksichtigt. Die jeweilige Spannungsreduktion muss zu Umlagerungen und Entlastungen in den umgebenden intakten Elementen führen. Allerdings muss an den betroffenen Elementgrenzen ein Gleichgewicht in den Knotenkräften realisiert werden. Insbesondere wenn an einigen Integrationspunkten im Mörtel und im Stein unmittelbar an der Kontaktfläche fast zeitgleich ein Versagen angezeigt wird, ist dies nicht immer möglich. Vermutlich lassen sich diese Schwierigkeiten mit einer verzerrungsabhängigen Spannungsreduktion im Nachbruchbereich verringern.

Das Risiko, dass das Gesamtverfahren aus oben genannten Gründen divergiert, reduziert sich mit kleiner werdenden Lastschritten. Dies allerdings würde die, mit durchschnittlich etwa 12 h CPU, extrem langen Rechenzeiten beträchtlich erhöhen.

Trotz dieser möglichen Fehlerquellen gelingt in der Mehrzahl der untersuchten Kombinationen das Tragverhalten bis zum Finalversagen zu simulieren. Auch die divergierenden Kombinationen lassen sich für Aussagen über das Primärversagen und für den letzten Gleichgewichtszustand im Sinne einer Mindestfestigkeit nutzen.

7.2 Berechnete Versagensmechanismen

In den nachfolgend beschriebenen Berechnungen werden Ausschnitte aus Wandmitte in der Ebene Wandhöhe – Wanddicke gemäß Abbildung 7-2 gewählt. Dieser Schnitt bietet die Vorteile, Mauerwerk im Ebenen Verzerrungszustand (EVZ) abbilden (und damit gegenüber einem vollständigen dreidimensionalen Modell eine erhebliche Einsparnis von Rechenzeit) und den mutmaßlich entscheidenden Versagensmechanismus, das mittige Aufreißen der Steine, darstellen zu können.

Alle in dieser Arbeit im EVZ geführten Berechnungen beziehen sich auf diesen Schnitt.

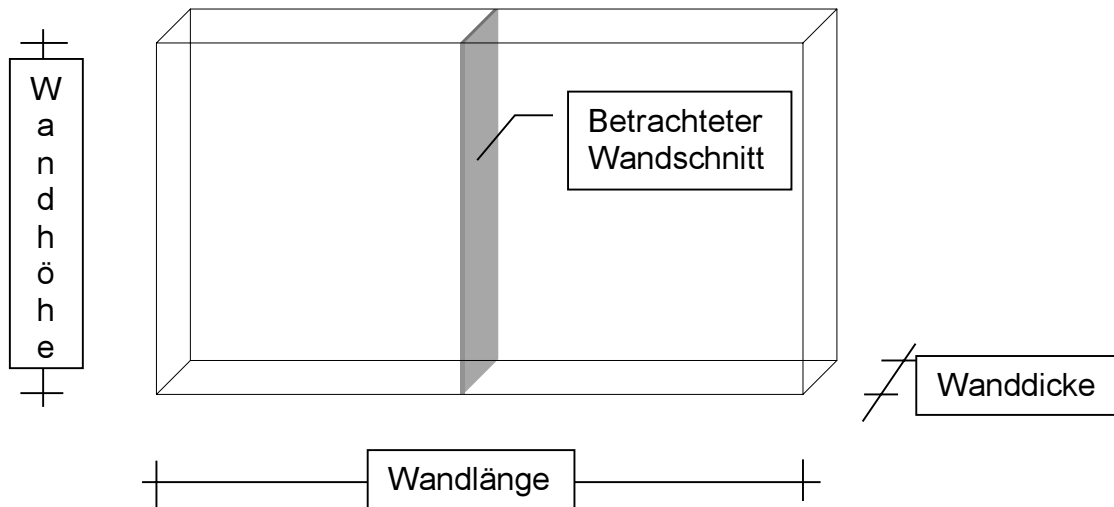


Abbildung 7-2 Betrachtete Wandschnitt

Jeweils drei unterschiedliche Mechanismen ergeben sich aus den Berechnungen für Primär- und Finalversagen einschaliger Mauerwerke im Einsteinverband. Das Primärversagen beginnt in allen Fällen im Bereich des freien Randes in oder in der Nähe der Lagerfuge. Für eine Materialkombination weicher, niederfester Mörtel und Stein mit hoher Querkzugfestigkeit beginnt das Versagen im Mörtel. Primärversagen, das ausschließlich Mörtelausbruch zur Folge hat wird als Typ I bezeichnet. Ist die Querkzugfestigkeit des Steines geringer als die eingeleiteten Querkzugspannungen, reißt der Stein in Nähe der Kontaktfläche. Im realen Mauerwerk ist statt des hier simulierten Steinrisses ein Verbundversagen wahrscheinlicher; die Auswirkungen sind aber ähnlich. Durch die Risse wird der Stein in horizontaler Richtung weicher, im Mörtel verringern sich die eingetragenen Querkdruckspannungen. Bei höherfesten Mörteln hat das eine weitergehende Plastizierung, aber kein Mörtelversagen zur Folge. Diese Art von Primärversagen wird als Typ II definiert. Primärversagen vom Typ III beschreibt eine Mischung von nahezu zeitgleich eintretendem Mörtelversagen und Steinrissen in unmittelbarer Nähe des freien Randes. Alle drei Typen von Primärversagen sind in Abbildung 7-3 dargestellt.

Die Folgen aus den beschriebenen Mechanismen des Primärversagens sind grundsätzlich ähnlich. Im Bereich des freien Randes verringert sich die vertikale Steifigkeit beträchtlich. Ein immer größer werdender Anteil der vertikalen σ_z -Spannungen lagert sich in die Mitte der Struktur um. Ein fortschreitendes Mörtelversagen in Richtung des Mauerwerksinneren ist durch die dort angenommene Idealplastizität nicht möglich. In Abhängigkeit des Plastizitätszustandes des Mörtels und damit dessen Steifigkeit, dem Verhältnis von Steindruck- zu Steinzugfestigkeit und der Fughöhe beginnt sich ein Querkzugspannungsfeld im Stein auszubreiten.

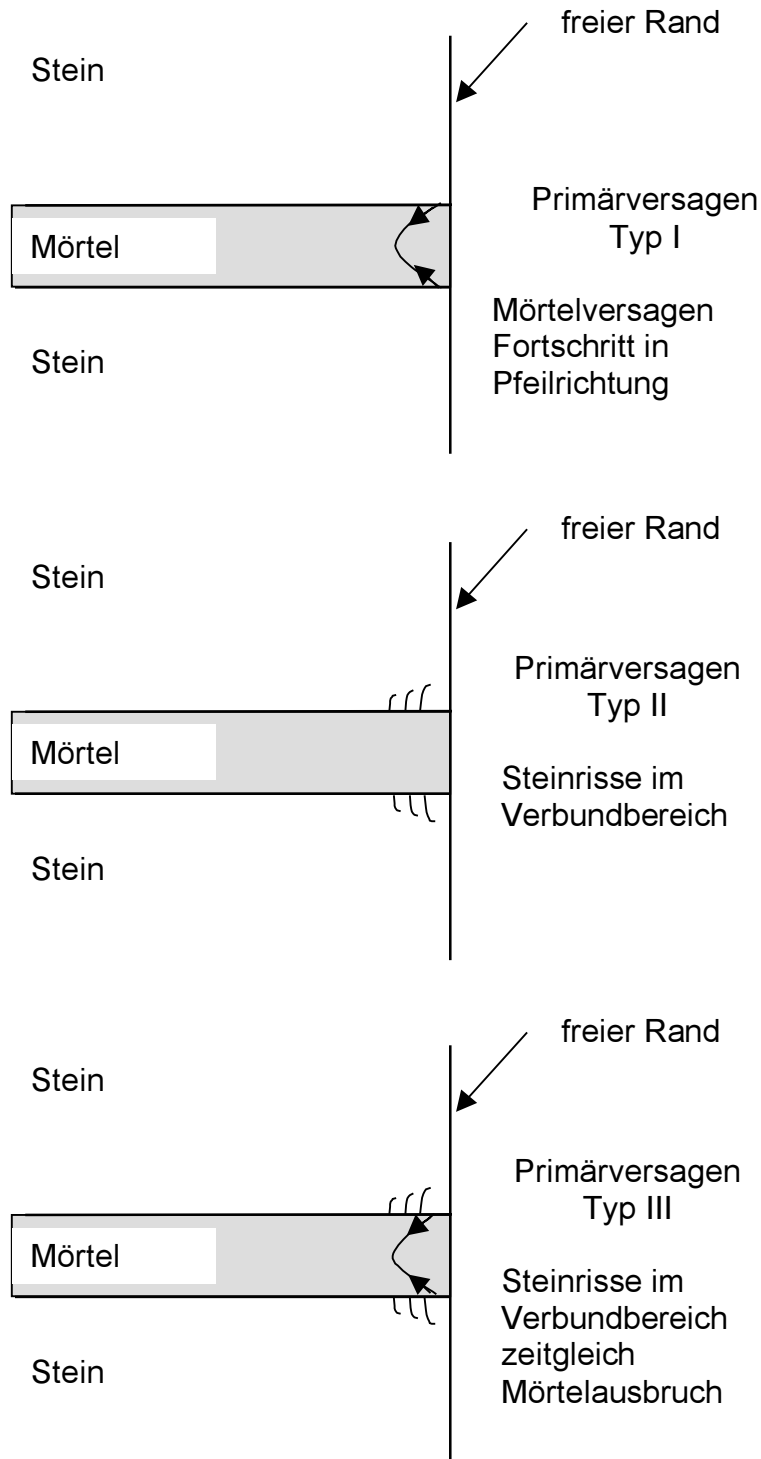


Abbildung 7-3 Primärversagen Typ I, II und III

Bei den Simulationen ergeben sich wiederum drei verschiedene Typen von Finalversagenszuständen. Typ A entwickelt sich meist aus Primärversagen Typ I. Der Mörtelausbruch verursacht erhebliche Spannungsumlagerungen, die Spaltzugspannungen mit daraus folgenden vertikalen Rissen in Steinmitte nach sich ziehen. Bei vergleichsweise niedrigen Steinzugfestigkeiten kann die Ausweitung des Querspannungsfeldes aber auch dazu führen, dass entlang der Kontaktfläche Stein-Mörtel fortschreitend Risse im Stein entstehen. Dies wird als Finalversagenstyp B bezeichnet. Ist in diesem Fall der Mörtel noch ausreichend steif, kommt es nicht zu

den Vertikalspannungsumlagerungen, die ein Spaltzugversagen des Steines auslösen. Bei experimentellen Untersuchungen durch den SFB 315 *Erhalten historisch bedeutsamer Bauwerke – Baugefüge, Konstruktionen, Werkstoffe*, in denen der Lagerfugenmörtel durch eine Gummimatte ersetzt wurde, konnte der Finalversagens-typ B als "Reißverschlussähnliches" Aufreißen der Steine längs der Kontaktfläche beobachtet werden [Neuwald 1999]. Besonders bei dünnen Fugen und hochzugfesten Steinen kann auch Versagenstyp C eintreten, ein Absprengen von Stein und Mörtel im Randbereich. In realen 3-Stein-Versuchen (z.B. Bilder in [Dedecke 1992]) sind Typ B und Typ C als Bruchbilder nicht zu beobachten. Typ C tritt kurz vor dem endgültigen Bruch ein. Alle Versuche zeigen im Bruchzustand vertikale Risse in der Mitte des mittleren Steines, woraus sich folgern lässt, dass auch die Typen B und C durch schnelle und große Spannungsumlagerungen Spaltzugspannungen im Stein auslösen. Die numerische Simulation dieser Vorgänge gelingt nicht. Trotzdem ist davon auszugehen, dass die Spannungen für das Finalversagen auch für die Typen B und C in realistischen Größenordnungen liegen.

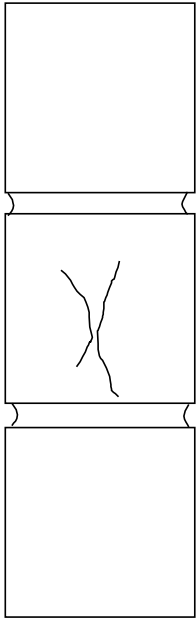
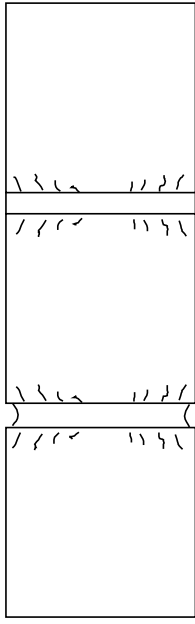
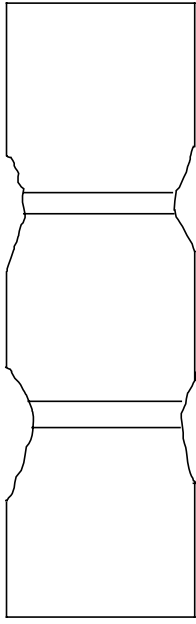
		
<p>Typ A</p> <p>Spaltzugrisse in Steinmitte</p>	<p>Typ B</p> <p>Steinrisse im Verbundbereich</p>	<p>Typ C</p> <p>Stein- und Mörtelabsprengungen</p>

Abbildung 7-4 Berechnete Finalversagenszustände

7.3 Vorbemerkungen zur Parameterstudie

Die Aussagekraft der berechneten Ergebnisse ist mehr von qualitativer als von quantitativer Güte geprägt. Die Ursachen hierfür liegen in dem mangelhaften Kenntnisstand über wesentliche Materialeigenschaften, insbesondere denen des in der Fuge erhärteten Mörtels. Aber auch die sich auf nur wenige Beispiele beziehende Verifikation des Programms beschränkt die allgemeingültige Übertragbarkeit auf beliebige Mauerwerkskombinationen.

Folgende Grundeingaben und –annahmen bleiben für alle in der vorliegenden Arbeit angeführten FE-Berechnungen konstant:

Die Steinelemente verhalten sich linear-elastisch. Die Größe und Form der Bruchumhüllenden vom Willam-Warnke-Typ werden durch die einaxialen Steinfestigkeiten $f_{c,St}$ und $f_{t,St}$ sowie die mehraxialen Zusammenhänge nach Kapitel 5.2.3.2 bestimmt. Mit Erreichen der Bruchumhüllenden kann der Stein aufreißen oder einem Druckversagen erliegen. Bei Elementen, die unmittelbar über oder unter der Kontaktfläche zur Mörtelfuge liegen, wird ein entstehender Riss in Ausnahmefällen als Vollversagen simuliert. Ausnahmefälle liegen dann vor, wenn zeitgleich Steinrisse und Mörtelversagen eintreten und dann keine Konvergenz mehr erreicht werden kann. Dadurch wird die notwendige Lastumlagerung numerisch besser realisiert. In realen Mauerwerksstrukturen ist dieses Versagen mit einer Schädigung des Verbundes vergleichbar.

Für die Mörtel Elemente wird ein elastisch-plastisches Materialverhalten angenommen. Die Größen und Formen von Anfangsfließfläche, Fließflächen und Bruchumhüllender werden durch die einaxialen Mörtelfestigkeiten $f_{c,Mö}$ und $f_{t,Mö}$ sowie die mehraxialen Zusammenhänge nach Kapitel 5.2.3.2 ermittelt. Die Entwicklung plastischer Verzerrungen beginnt, sobald die einaxiale Vergleichsspannung $\bar{\sigma}$ 30% der einaxialen Druckfestigkeit $f_{c,Mö}$ erreicht. Der Zusammenhang zwischen einaxialer Vergleichsspannung $\bar{\sigma}$ und einaxialer plastischer Vergleichsdehnung $\bar{\varepsilon}^p$ wird über Gl. (5-68) beschrieben. An den Integrationspunkten der äußersten Elementspalten an Mauerwerksoberflächen wird mit Erreichen der Bruchumhüllenden Versagen simuliert. Für alle anderen, weiter im Inneren der Struktur liegenden, Mörtel Elemente wird nach Erreichen der Bruchumhüllenden ideal-plastisches Materialverhalten ohne Dehnungsbegrenzung angenommen. Im Mörtel entstehende Risse werden als Vollversagen mit vollständigem Verlust der Steifigkeit und langsamer Spannungsrelaxation simuliert. Mörtelrisse können auch in Integrationspunkten der ideal-plastischen Elemente auftreten und werden dort ebenfalls als Vollversagen behandelt.

Die Belastung wird als über die betroffene Fläche konstante Kopfverschiebung in vertikaler z-Richtung eingetragen. Die dazugehörigen horizontalen FHG werden gesperrt. Damit wird ein wölbfreier Lasteintrag gewährleistet und die Querdehnungsbehinderung üblicher Druckprüfanlagen mit starren Lastplatten ausreichend genau abgebildet. Um die Auswirkungen unterschiedlicher Schrittweiten in den Belastungszuwächsen gering zu halten, orientiert sich die Größe des ersten Verformungsschrittes ΔU_{Kopf} an den E-Moduln, E_{St} und $E_{Mö}$, den Höhen von Stein und Mörtel, h_{St} und $h_{Mö}$, sowie der einaxialen Mörteldruckfestigkeit $f_{c,Mö}$. Sie berechnet sich wie folgt:

$$\Delta U_{Kopf} = \frac{1}{4} \left(\frac{\sum h_{St}}{E_{St}} + \frac{\sum h_{Mö}}{E_{Mö}} \right) \cdot f_{c,Mö} \quad (7-1)$$

Mauerwerk wird dabei als in Reihe geschaltetes Federsystem verstanden. Im ersten, elastischen Verformungsschritt wird dadurch eine durchschnittliche Vertikalspannung σ_z erreicht, die einem Viertel der einaxialen Druckfestigkeit $f_{c,Mö}$ entspricht. In Gl.(7-1) werden Mörteldruckfestigkeiten $[f_{c,Mö}] > 2.0 \text{ MN/m}^2$ negiert und durch 2.0 ersetzt. Die Verformungszuwächse bleiben in der Regel konstant. Wird das Konvergenzkriterium bei zwei aufeinanderfolgenden Lastschritten in jeweils 3 Gleichgewichtsiterationen erreicht, verdoppeln sich Verformungszuwächse. Bei Divergenz halbieren sie sich. Die Berechnung endet, wenn die resultierenden Vertikalspannungen wieder abnehmen, der Verformungszuwachs kleiner als 1/1000 des ersten Verformungsschrittes ist oder wenn kein Gleichgewichtszustand mehr gefunden wird.

Gleichgewicht in jeder Verformungsstufe wird angenommen, wenn das Energiekonvergenzkriterium tol einen Wert von $1 \cdot 10^{-7}$ unterschreitet. Wird in maximal 30 Gleichgewichtsiterationen das Kriterium nicht erfüllt, wird Gleichgewicht trotzdem angenommen, wenn $\text{tol} \leq 1 \cdot 10^{-5}$ erreicht ist.

Die Berechnung erfolgt durchgängig mit dem Full-Newton-Verfahren; die Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} wird in jeder Iteration neu gebildet.

7.3.1 Einflüsse einzelner, mechanischer Eingangsparameter bei vollfugigem Mauerwerk

Im nachfolgenden Abschnitt werden einzelne mechanische Eigenschaften von Stein und Mörtel auf ihre Sensitivität bezüglich Primär- und Finalversagensspannung und Versagenstyp untersucht. Ziel ist zwischen maßgebenden und weniger maßgebenden mechanischen Eigenschaften zu unterscheiden. Der Bezug der Berechnungsergebnisse wird zu dem in Kapitel 6.3.1 vorgestelltem 3-Stein-Modell aus Tuffbetonwürfeln (15cm/15cm/15cm) mit 2 cm dicker Weißkalkfuge hergestellt. Die Berechnung erfolgt wie dort im EVZ mit demselben Elementnetz und identischer Lagerung. Die Ausgangsparameter sind in Tabelle 7-1 dargestellt.

mechanische Eigenschaft	Tuffbetonstein	Weißkalkmörtel
einaxiale Druckfestigkeit f_c	25.26 [MN/m ²]	1.0 [MN/m ²]
einaxiale Zugfestigkeit f_t	2.53 [MN/m ²]	0.1 [MN/m ²]
E-Modul E	11900 [MN/m ²]	500 [MN/m ²]
Querdehnzahl ν	0.18 [-]	0.18 [-]
plastische Vergleichsdehnung $\bar{\varepsilon}_u^p$	—	10 [‰]

Tabelle 7-1 mechanische Eigenschaften Ausgangsfall 1

Das Primärversagen tritt in der Berechnung für den Ausgangsfall 1 bei $\sigma_z = -3.44 \text{ MN/m}^2$ als Versagenstyp I ein. Bei $\sigma_z = -9.59 \text{ MN/m}^2$ reißt der mittlere Stein aufgrund von Spaltzugspannungen: ein Finalversagen vom Typ A.

Die Variation der einzelnen Parameter erfolgt in den, in Kapitel 2, beschriebenen Erwartungsbereichen. In den folgenden Abbildungen 7-5 bis 7-7 sind Primär- und Finalversagensspannungen sowie die dazugehörigen Versagenstypen jeweils über der Größe der variierten Parameter abgetragen. Die anderen mechanischen Eigenschaften bleiben unverändert und entsprechen dabei jeweils den Angaben in Tabelle 7-1. Die Einzelergebnisse sind durch interpolierte Linien verbunden. Diese Linien sind als Trendlinien zu interpretieren. Die Ergebnisse des Ausgangsfall 1 sind jeweils fett hervorgehoben. In Fällen, in denen offensichtlich kein Finalversagenszustand berechnet werden konnte, sind die Spannungen des letzten Gleichgewichtszustandes eingeklammert dargestellt und die Trendlinien fehlen.

Von den Mörtleigenschaften wurden die Verformungskennwerte E-Modul $E_{M\ddot{o}}$, Querdehnzahl $\nu_{M\ddot{o}}$ und plastische Vergleichsdehnung $\bar{\varepsilon}_u^p$ sowie einaxiale Druck- und Zugfestigkeit $f_{c,M\ddot{o}}$ und $f_{t,M\ddot{o}}$ variiert.

Die Variation des E-Moduls $E_{M\ddot{o}}$ verursacht geringe Einflüsse auf die Größe des Primärversagens. Eine Auswertung für das Finalversagen ist nicht dargestellt, weil die Vergleichsrechnungen allesamt divergierten.

In Abbildung 7-5 sind die Ergebnisse bezüglich einer Variation der Mörtelparameter $v_{M\ddot{o}}$ und $\bar{\varepsilon}_u^p$ enthalten. Ihre Änderungen führen zu Verhältnissen der größten zur kleinsten Primärversagensspannungen von 1.5. Die Verwendung der größten Querdehnzahl $v_{M\ddot{o}}=0.4$ verursacht zudem die Veränderung des Primärversagenstyps von I zu II; bevor der Mörtel am freien Rand versagt, werden Steinrisse im Verbundbereich ausgelöst. Trotzdem ergibt sich in allen auswertbaren Fällen der Finalversagenstyp A und die Finalversagensspannungen unterscheiden sich maximal um 2 %.

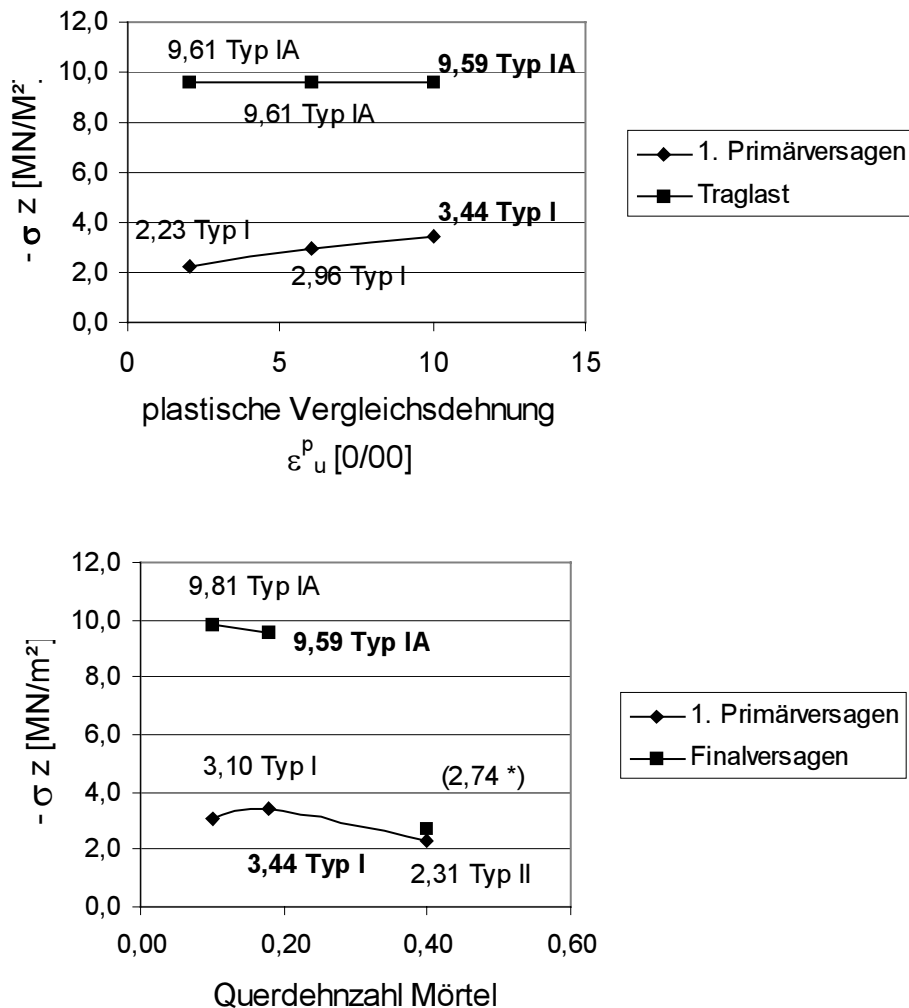
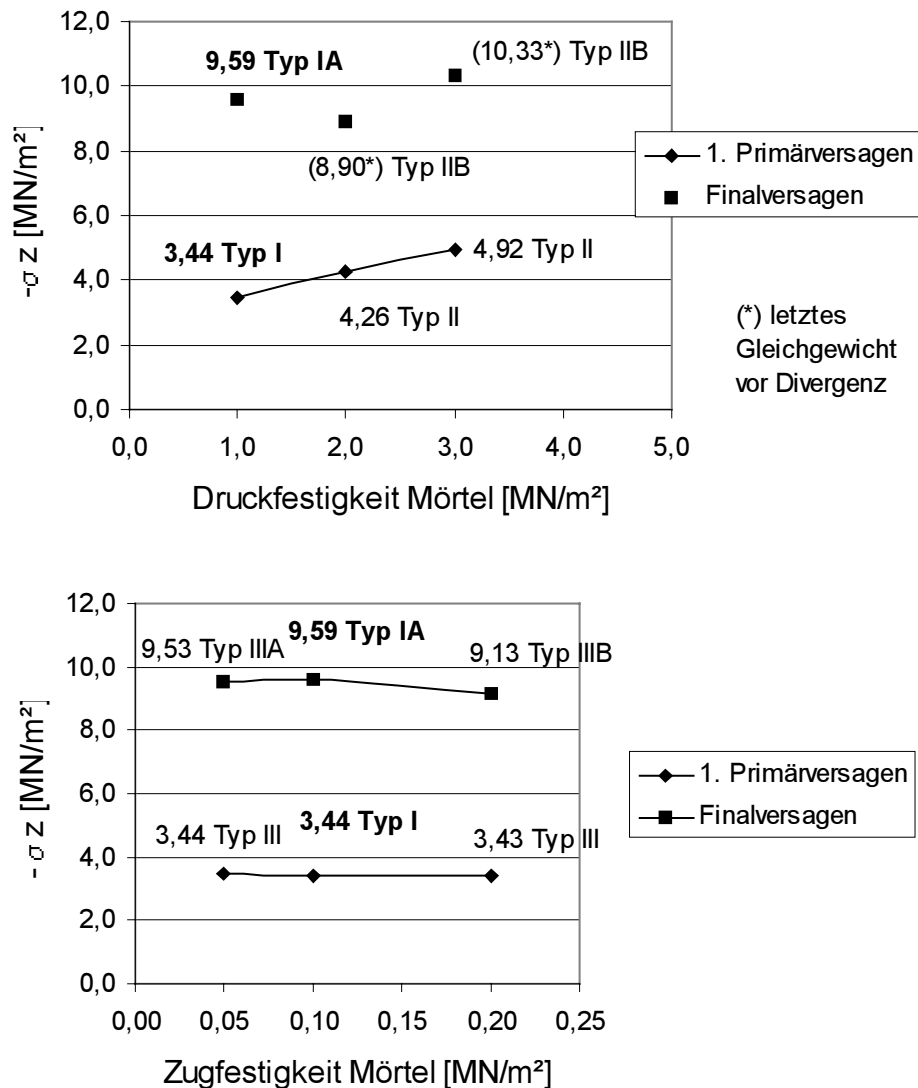


Abbildung 7-5 Variation von $\bar{\varepsilon}_u^p$ und v bei Ausgangsfall 1

Die Auswirkungen der Variation von Mörteldruckfestigkeit $f_{c,M\ddot{o}}$ und der Mörtelzugfestigkeit $f_{t,M\ddot{o}}$ enthält Abbildung 7-6. Die Änderung der Mörtelzugfestigkeit $f_{t,M\ddot{o}}$ verursacht nur geringe Auswirkungen auf die Größen der Primär- und Finalversagensspannung, obgleich sich die Versagenstypen unterscheiden. Ihr Einfluss kann vernachlässigt werden. Die anwachsende Mörteldruckfestigkeit $f_{c,M\ddot{o}}$ von -1.0 auf -3.0 MN/m² hingegen verursacht auch einen Anstieg der Primärversagensspannung von -3.44 MN/m² auf den 1.43-fachen Wert. Das Primärversagen verändert sich vom Mörtelausbruch (Typ I) zu Steinrisse im Verbundbereich (Typ II). Die Auswertung für den Finalversagenzustand gelingt nicht, da die Berechnungen allesamt divergieren, bevor ein Zerstörungsgrad erreicht ist, der einem Finalversagen entsprechen würde.

Abbildung 7-6 Variation $f_{c,Mö}$ und $f_{t,Mö}$ bei Ausgangsfall 1

Die Untersuchung der Steindruckfestigkeit $f_{c,St}$ bleibt in diesem Abschnitt wegen des bekannten großen Einflusses unberücksichtigt. In Abbildung 7-7 werden die Sensitivitäten der Steinzugfestigkeit $f_{t,St}$ und des E-Moduls E_{St} auf das Primär- und Finalversagen dargestellt. Dabei ist die Steinzugfestigkeit $f_{t,St}$ die entscheidende Größe, während der E-Modul E_{St} einen sehr geringen Einfluss ausübt. Die Verringerung der Zugfestigkeit von 10% der Druckfestigkeit ($f_{t,St}=2.6 \text{ MN/m}^2$) auf 4% ($f_{t,St}=1.0 \text{ MN/m}^2$) verringert die Primärversagensspannung auf gut die Hälfte. Das Primärversagen wird in diesem Fall durch Steinrisse im Verbundbereich ausgelöst. Ebenfalls erheblich sind die Auswirkungen auf die Größe der Finalversagensspannungen, die sich von $\sigma_z=-9.59 \text{ MN/m}^2$ auf $\sigma_z=-5.31 \text{ MN/m}^2$ verringern. Das Versagen wird jeweils durch Spaltzugrisse im Stein ausgelöst.

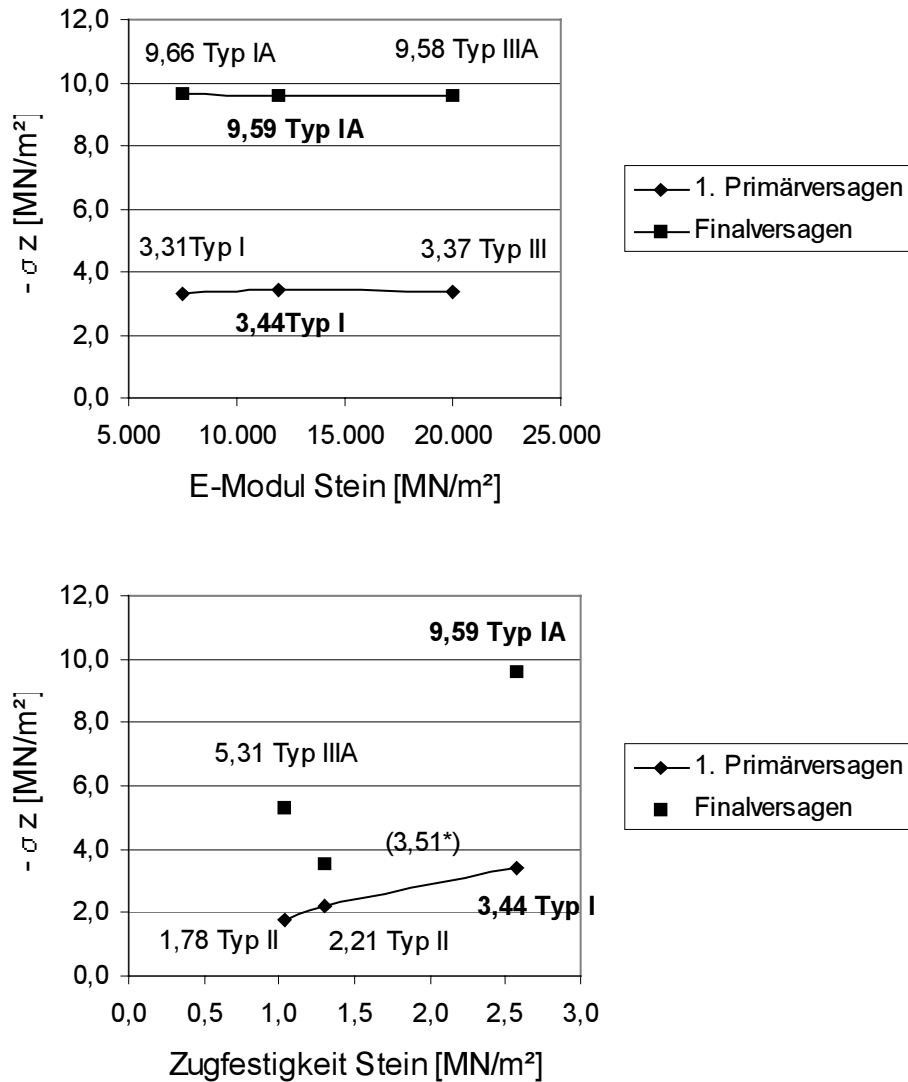


Abbildung 7-7 Variation E_{St} und $f_{t,St}$ bei Ausgangsfall 1

Die Variation von Einzelparametern verursacht auch Änderungen in abhängigen oder verknüpften mechanischen Eigenschaften. Die Änderungen von Festigkeitseigenschaften haben Einflüsse auf Form, Größe und Lage von Anfangsfließfläche, Fließfläche und Bruchumhüllender; die Verformungskennwerte beeinflussen die Völligkeit der $\bar{\sigma} - \bar{\varepsilon}$ Vergleichskurve und damit die Entwicklung der plastischen Verzerrungen. Obwohl nicht alle Berechnungen bis zum Finalversagen konvergieren, lassen sich als erste Ergebnisse festhalten:

Die Steinzugfestigkeit $f_{t,St}$ hat maßgeblichen Einfluss auf Primär- und Finalversagensspannung und deren Versagenstyp.

Der Einfluss der Mörteldruckfestigkeit $f_{c,Mö}$ ist vorhanden, konnte aber für das Finalversagen nur andeutungsweise gezeigt werden.

Die Verformungskennwerte des Mörtels haben allenfalls einen Einfluss auf das Primärversagen, nicht jedoch auf das Finalversagen. Offensichtlich werden diese (Start-) Werte durch das plastische Verhalten (und damit deren Änderung) überlagert und dominiert. Dies gilt uneingeschränkt auch für die Verformungskennwerte des Steines.

7.3.2 Einflüsse einzelner Parameter bei Hohlfugen

Die Außenfläche der Lagerfuge in Mauerwerken ist oft nicht bündig mit den Steinen ausgeführt. Für das künstliche Mauerwerk sind Fugenglattstrich und die nachträgliche Verfugung [Pohl 1992], wie in Abbildung 7-8 angedeutet, bekannt.

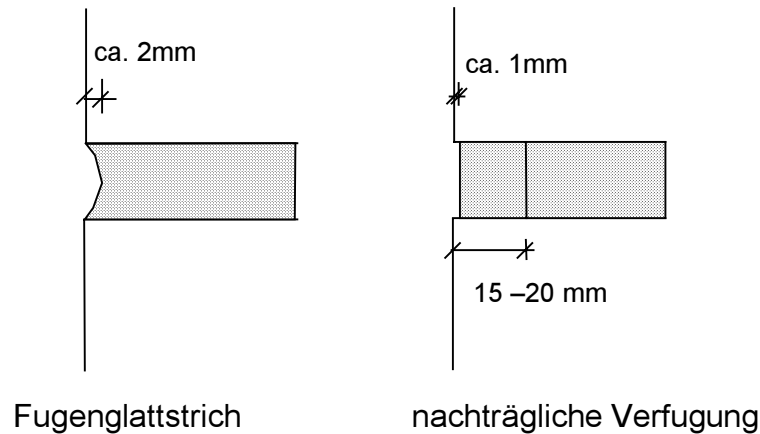


Abbildung 7-8 Fugenglattstrich und nachträgliche Verfugung für modernes Mauerwerk

Bei historischem Natursteinmauerwerk sind die Fugen ebenfalls selten bündig mit den Steinen. Zudem ist die Qualität des Lagerfugenmörtels an den Wandaußenflächen, auch bei bündigem Abschluss, schlechter als im Mauerwerksinneren (Kapitel 2 und 4). Deshalb werden in diesem Abschnitt die Auswirkungen einer nichtbündigen Lagerfuge untersucht. Das Ausgangsmodell 1 aus Kapitel 7.3.1 wird in Elementierung, Lagerung und Materialeigenschaften (siehe Tabelle 7-1) übernommen. Nur die Mörtel Eigenschaften am freien Rand wurden verändert. Für die äußerste Elementspalte wurde der E-Modul auf 1/1000 des Ausgangswertes reduziert. Die gewählte Modellierung der Hohlfuge zwingt die Struktur bei den gewählten Kombinationen vom ersten Lastschritt an, den Verbundbereich am freien Rand nicht zu belasten. Dadurch werden extreme Spannungsumlagerungen, wie sie sich bei der Modellierung der bündigen Fuge ergeben, vermieden. Gleichzeitig begrenzt die äußerste Elementspalte die Mörtelhorizontalverformungen nach lokalem Mörtelversagen, ohne dass sich Spannungsverlauf und -größe nach Eintritt des Primärversagens wesentlich ändern. Das Verfahren wird dadurch numerisch stabiler. Durch die Steifigkeitsreduktion entziehen sich die betroffenen Elemente den Spannungen und es genügt, sie linear elastisch ohne Versagenkriterium zu modellieren. Die benachbarte Elementspalte behält, bis auf die Idealplastizität nach Erreichen der Bruchfläche, ihre ursprünglichen Eigenschaften. Die übrigen, weiter im Inneren liegenden Mörtel Elemente verhalten sich nach Erreichen der Bruchfläche weiterhin idealplastisch. Die dazugehörigen Abmessungen sind Abbildung 7-9 zu entnehmen.

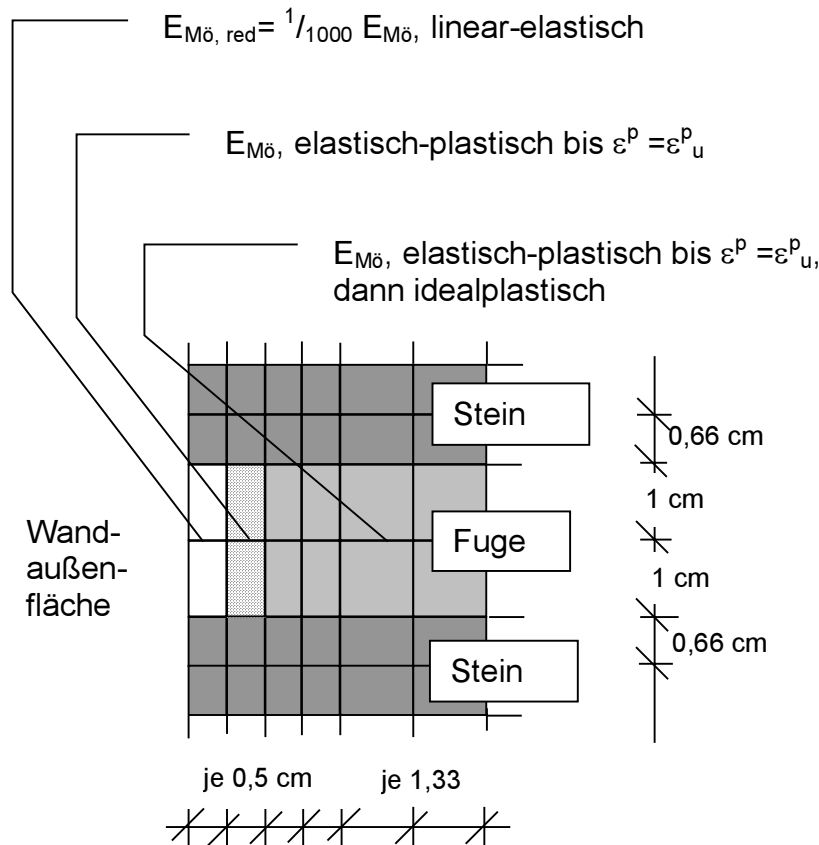


Abbildung 7-9 Mörtel Eigenschaften für Ausgangsfall 2, - Hohlkugelfuge-

Die Modellierung dieser Hohlkugelfuge wird als Ausgangsfall 2 bezeichnet. Im Vergleich zu Ausgangsfall 1 (bündiger Fugenabschluss) vermindert sich die Primärversagensspannung von $\sigma_z = -3.44 \text{ MN/m}^2$ auf $\sigma_z = -3.06 \text{ MN/m}^2$ (-9%) und die Finalversagensspannung von $\sigma_z = -9.59 \text{ MN/m}^2$ auf $\sigma_z = -9.06 \text{ MN/m}^2$ (-6%). Der Versagensmechanismus ändert sich nicht. Die gewählte Modellierung ist numerisch stabiler; in allen untersuchten Fällen konnte der Finalversagenszustand identifiziert werden. Die Berechnungsergebnisse des Ausgangsfall 2 sind in den folgenden Abbildungen fett hervorgehoben.

7.3.2.1 Vergleich der Berechnungsergebnisse zwischen vollständiger, dreidimensionaler Modellierung und Modellierung im EVZ

In der vorgestellten Parameterstudie werden sämtliche Berechnungen im EVZ durchgeführt, um die effektiven Rechenzeiten in einem akzeptablen Rahmen zu halten. Durch die Annahme des EVZ werden senkrecht zur betrachteten Scheibe Querdruckspannungen σ_x induziert. Diese Querdruckspannungen wirken festigkeitssteigernd. Um eine Einschätzung des Festigkeitsgewinns zu erhalten, wird exemplarisch der oben beschriebene Ausgangsfall 2 (Hohlkugelfuge) in einem vollständig dreidimensionalen Modell als 3-Steinmodellkörper abgebildet und berechnet. Die Steine haben Abmessungen von $l_{St,y}/d_{St,x}/h_{St,z} = 30 \text{ cm}/15 \text{ cm}/15 \text{ cm}$, die Fugendicke beträgt $h_{M\ddot{o}} = 2 \text{ cm}$. Das FE-Modell besteht aus 416 Elementen mit 5157 FHG. Die reine Rechenzeit beträgt etwa 60 Stunden.

Die Finalversagensspannung verringert sich von $\sigma_z = -9.06 \text{ MN/m}^2$ im EVZ zu $\sigma_z = -6.72 \text{ MN/m}^2$ in der 3-D Analyse um etwa 25%. Das Primärversagen wird durch Mörtelversagen im Eckbereich am freien Wandende bei $\sigma_z = -2.30 \text{ MN/m}^2$ (gegenüber

$\sigma_z = -3.06 \text{ MN/m}^2$ im EVZ) ausgelöst. Die Steine stehen in den letzten Verformungsstufen vollständig unter Querkzugspannungen in x- wie in y-Richtung. Dabei sind die maximalen Querkzugspannungen in x-Richtung (Steindicke $d_{st} = 15 \text{ cm}$) größer als diejenigen in y-Richtung (Steinlänge l_{st}). Wie im 2-dimensionalen Modell auch konzentrieren sich die vertikalen Spannungen σ_z in Fugennähe in der Mitte der Struktur. Diese Spannungen σ_z breiten sich im Stein wieder aus. Anders als in der EVZ-Berechnung treten im Finalversagenszustand keine Spaltzugrisse in Steinmitte auf, vielmehr wird das Versagen durch Risse im Verbundbereich verursacht.

Der Einfluss von Stoßfugen in der Mauerwerksansicht wird in einer weiteren 3-dimensionalen Berechnung berücksichtigt. Zusätzlich zu dem oben beschriebenen Modell wird im mittleren Stein eine 2 cm dicke Stoßfuge eingeführt. Da der Mörtel in der Stoßfuge einen wesentlich geringen E-Modul als der Stein besitzt, treten in ihr auch keine nennenswerten Übertragungen von Vertikalspannungen auf. Schon bei einer mittleren Vertikalspannung von $\sigma_z = -0.52 \text{ MN/m}^2$ entstehen Risse im Mörtel der Lagerfuge direkt über und unter der Stoßfuge. Nach weiterer Steigerung der Kopfverformungen treten wieder Mörtelausbrüche ein, denen Steinrissen im Verbundbereich folgen. Die Finalversagensspannung liegt schließlich bei $\sigma_z = -6.39 \text{ MN/m}^2$. Auch in diesem Zustand sind die Spannungen gegenüber dem 3-D-Modell ohne Stoßfuge nicht wesentlich anders verteilt. Offensichtlich bewirkt die verminderte Übertragungsfläche nur eine Abnahme der resultierenden Finalversagensspannung σ_z .

In Tabelle 7-2 sind die, in den verschiedenen Abbildungsmodellen, berechneten Finalversagensspannungen gegenübergestellt.

Ausgangsfall 2 Abbildungsmodell	Finalversagensspannung [MN/m ²]	Abweichung gegenüber EVZ [%]
EVZ	9.06	0
3-D	6.72	-25
3-D mit Stoßfuge	6.39	-30

Tabelle 7-2 Gegenüberstellung der Finalversagensspannungen nach Berechnungen in verschiedenen Abbildungsmodellen

Die Ergebnisse aus diesen Vergleichen lassen vermuten, dass die im EVZ berechneten Finalversagensspannungen im Schnitt 20% - 30% über den Druckfestigkeiten einer vergleichbaren Mauerwerksstruktur liegen. Entsprechend ist der Vergleich zwischen numerisch berechneten Finalversagensspannungen und den sich aus Normen bzw. Forschungsarbeiten ergebenden Druckfestigkeiten in den folgenden Abschnitten zu bewerten.

7.3.2.2 Einflüsse einzelner, mechanischer Eingangsparameter bei Modellierungen mit Hohlfugen

In diesem Abschnitt werden die Einflüsse der einaxialen Druckfestigkeit des Mörtels $f_{c,M\ddot{o}}$, plastische Vergleichsdehnung $\bar{\varepsilon}_u^p$, Querdehnzahl $\nu_{M\ddot{o}}$ und E-Modul $E_{M\ddot{o}}$ sowie der Steinzugfestigkeit $f_{t,st}$ bezüglich des Primär- und Finalversagens bei der Annahme einer Hohlfuge untersucht. In Abbildung 7-10 sind die interessierenden Spannungen über den Mörtel Eigenschaften plastische Vergleichsdehnung $\bar{\varepsilon}_u^p$, Querdehnzahl $\nu_{M\ddot{o}}$ und E-Modul $E_{M\ddot{o}}$ abgetragen.

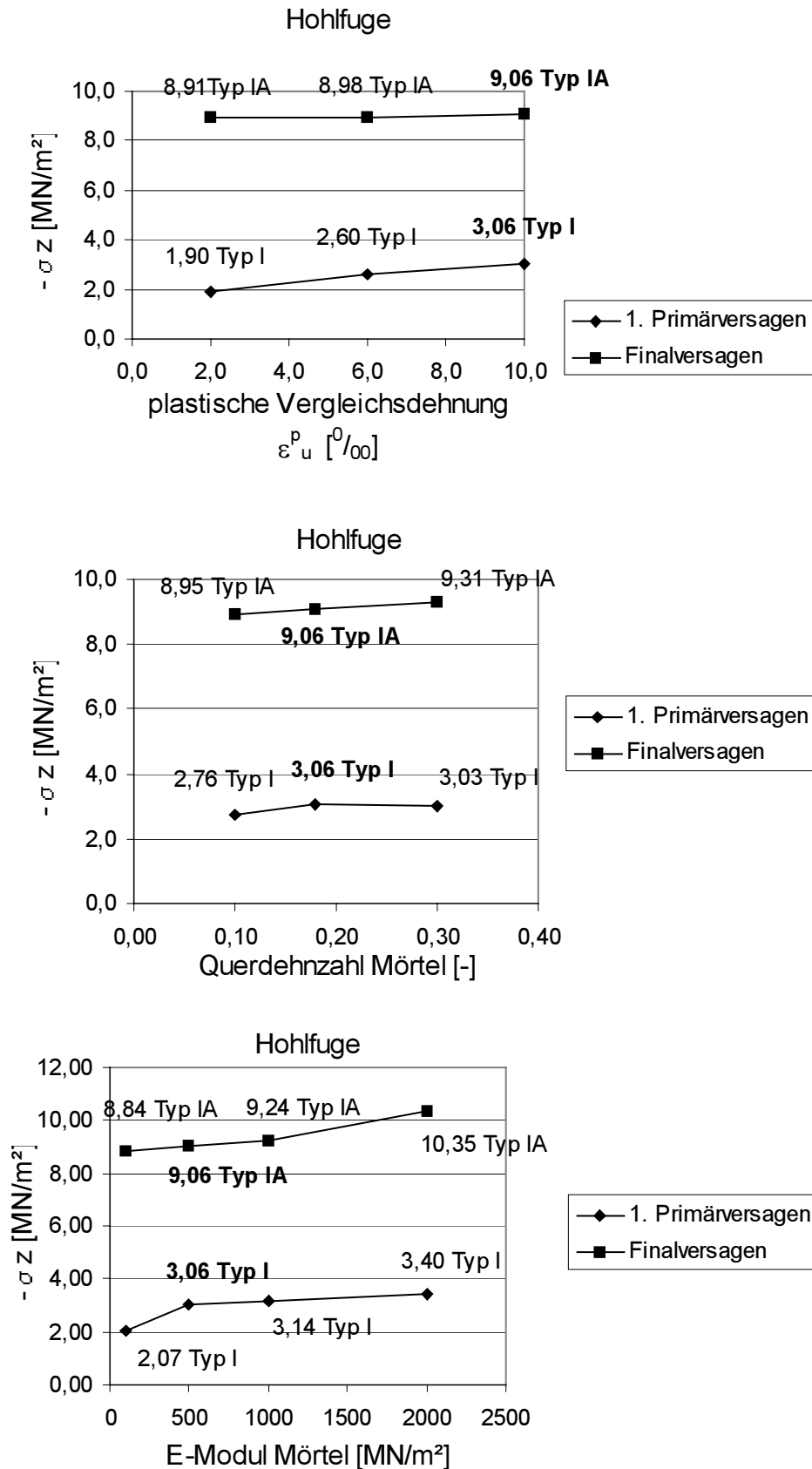


Abbildung 7-10 Hohlfuge: Variation von $\bar{\epsilon}_u^p$, $\nu_{M\ddot{o}}$ und $E_{M\ddot{o}}$, Ausgangsfall 2

Die Auswertung fällt leichter als für den vorherigen Ausgangsfall 1, weil in allen Beispielen das Primärversagen durch Typ I und das Finalversagen durch Typ IA

ausgelöst wird. Das Verhältnis zwischen Maximal- und Minimalwert der Primärversagensspannung beträgt bei einer Variation der Querdehnzahl von $v_{M\ddot{o}}=0.1$ auf $v_{M\ddot{o}}=0.3$ 1:1.11. Die Auswirkungen einer Veränderung von plastischer Vergleichsdehnung ($\bar{\varepsilon}_u^p = 2\text{‰}$ auf $\bar{\varepsilon}_u^p = 10\text{‰}$) und E-Modul ($E_{M\ddot{o}}=100 \text{ MN/m}^2$ auf $E_{M\ddot{o}}=2000 \text{ MN/m}^2$) sind deutlich größer; das Verhältnis zwischen Maximal- und Minimalwert in den Primärversagensspannungen liegt bei rund 1: 1.6. Nennenswerten Einfluss auf die Größe der Finalversagensspannung aber hat nur der E-Modul des Mörtels; mit zunehmendem $E_{M\ddot{o}}$ steigt die Spannung von $\sigma_z=-8.84 \text{ MN/m}^2$ auf $\sigma_z=-10.35 \text{ MN/m}^2$ im Verhältnis 1:1.17 an.

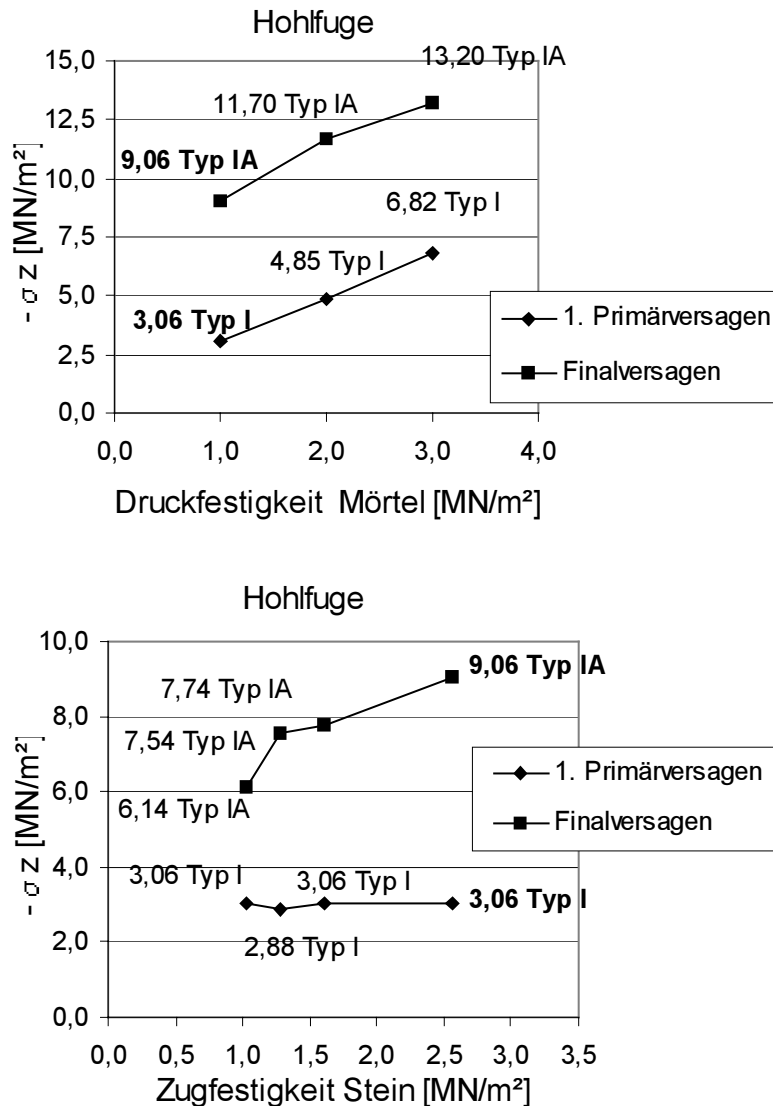


Abbildung 7-11 Hohlfuge: Variation von $f_{c,M\ddot{o}}$ und $f_{t,St}$, Ausgangsfall 2

In Abbildung 7-11 sind die Auswirkungen der Variationen der Mörteldruckfestigkeit $f_{c,M\ddot{o}}$ und der Steinzugfestigkeit $f_{t,St}$ dargestellt. Die Änderung der Mörteldruckfestigkeit $f_{c,M\ddot{o}}$ von $f_{c,M\ddot{o}}=-1.0 \text{ MN/m}^2$ auf $f_{c,M\ddot{o}}=-3.0 \text{ MN/m}^2$ beeinflusst Primär- und Finalversagen eindeutiger als bei den Modellierungen mit bündigem Fugenabschluss. Es ist ein Anstieg der Primärversagensspannung von $\sigma_z=-3.06 \text{ MN/m}^2$ auf $\sigma_z=-6.82 \text{ MN/m}^2$ zu beobachten. Der Anstieg um gut das Doppelte ist gegenüber dem Faktor 1.43 bei der bündigen Fuge größer. Die Ursache hierfür liegt vor allem im Versagenstyp, der bei der bündigen Fuge mit zunehmender Druckfestigkeit durch Verbundrisse im Stein

ausgelöst wurde. Dieses Versagenskriterium wird hier durch die erzwungene Spannungsumlagerung am freien Rand nicht erreicht. Die Modellierung der Hohlfuge erlaubt auch eine eindeutige Auswertung der Finalversagensspannungen. Sie steigen mit zunehmender Mörteldruckfestigkeit $f_{c,M\ddot{o}}$ von $\sigma_z = -9.06 \text{ MN/m}^2$ auf $\sigma_z = -13.20 \text{ MN/m}^2$ im Verhältnis 1:1.45 an. Die Mörteldruckfestigkeit $f_{c,M\ddot{o}}$ ist damit, wie erwartet, als eine maßgebende Größe für die Druckfestigkeit von Mauerwerk identifiziert.

In Abbildung 7-11 ist auch die Variation der Steinzugfestigkeit $f_{t,St}$ enthalten. Der in Abschnitt 7.3.1 beobachtete starke Einfluss bestätigt sich in diesen Beispielen. Während die Primärversagensspannung und der Versagenstyp I im Gegensatz zur bündigen Fuge konstant bleibt (aus im vorherigen Absatz erwähnten Gründen), differiert die Finalversagensspannung σ_z erheblich. Mit abnehmender Zugfestigkeit von $f_{t,St} = 2.6 \text{ MN/m}^2$ auf $f_{t,St} = 1.0 \text{ MN/m}^2$ verringert sie sich von $\sigma_z = -9.06 \text{ MN/m}^2$ auf $\sigma_z = -6.14 \text{ MN/m}^2$ um rund ein Drittel. Bei der bündigen Fuge betrug die Abnahme etwa 45% bei einem berechneten Versagenstyp IIIA.

Als Zwischenergebnisse lassen sich festhalten:

- Die verwendete Modellierung einer Hohlfuge beruht auf herstellungstechnischen und mechanischen Gründen, ist numerisch stabiler und weicht in den Spannungsergebnissen bei niederfesten Mörteln nur in geringem Maß von der bündigen Modellierung ab. Ihre Verwendung ist deshalb als genügend genau vertretbar.
- Von den mechanischen Materialeigenschaften haben wesentlichen Einfluss auf Primär- und Finalversagen: die Druckfestigkeiten $f_{c,M\ddot{o}}$ und (die nicht untersuchte) $f_{c,St}$ sowie die Steinzugfestigkeit $f_{t,St}$. Der Einfluss der Querdehnzahlen $\nu_{M\ddot{o}}$ und daraus schließend, ν_{St} auf Primär- und Finalversagensspannung ist ebenso wie E_{St} vernachlässigbar.
- $E_{M\ddot{o}}$ und $\bar{\varepsilon}_u^p$ haben einen großen Einfluss auf die Größe der Primärversagensspannung. Von diesen beiden Parametern hat allerdings nur $E_{M\ddot{o}}$ einen erkennbaren Einfluss auf die Spannung bei Eintritt des Finalversagens.

7.3.2.3 Einfluss der Steingeometrie

Ausgangsfall 2 bildet die Grundlage zu Untersuchungen des Einflusses der Steingeometrie. Die Elementierungen entsprechen den in Kapitel 6.2.4.3 erwähnten Grundsätzen. Um einen nennenswerten Einfluss der horizontal unverschieblichen Kopflagerung auszuschließen, wird immer ein Schlankheitsverhältnis $h/d > 3$ eingehalten. Bei den entsprechenden Strukturen werden dann statt des 3-Stein 5-Steinprobekörper abgebildet. Die Berechnung erfolgt im EVZ. Mit Steindicke wird die Länge des Steines in Wanddicke nach Abbildung 7-2 bezeichnet. Von den in Kapitel 3 vorgestellten Bemessungsformeln wird Gl.(3-19) [Berndt 1996-2] herangezogen, um ihre Aussagekraft bezüglich der Finalversagensspannungen unter verschiedenen Randbedingungen zu untersuchen. Gl.(3-19) wurde ausgewählt, weil sie auf einem mechanischen Modell beruht, wesentliche Parameter berücksichtigt werden und der Vergleich mit den experimentellen Bruchspannungen in Kapitel 3.4.4 befriedigende Ergebnisse gezeigt hat. Für die folgenden Auswertungen ist zu erwarten, dass die nach Gl.(3-19) berechneten Werte unterhalb der numerisch ermittelten Finalversagensspannungen liegen, da durch die Annahme des EVZ

festigkeitsmindernde Einflüsse und das Verbandsbild in der Mauerwerksansicht nicht berücksichtigt werden.

Die Variation der Steindicken in Abbildung 7-12 zwischen $d_{St}=7.5\text{ cm}$, $d_{St}=15\text{ cm}$ und $d_{St}=30\text{ cm}$ bei gleichbleibender Steinhöhe $h_{St}=15\text{ cm}$ und konstanter Fugenhöhe $h_{Mö}=2\text{ cm}$ führt zu erheblichen Unterschieden in den Finalversagensspannungen. Das Primärversagen wird in allen untersuchten Fällen durch Mörtelausbruch eingeleitet. Bei einem Verhältnis von $h_{St}/d_{St} = 15\text{ cm}/7.5\text{ cm} = 2/1$ sinkt die Finalversagensspannung um etwa 50% auf $\sigma_z = -4.43\text{ MN/m}^2$ ab. Das Finalversagen ist gekennzeichnet durch Mörtelversagen am freien Rand und durch einen horizontalen Ast im über dem Gesamtquerschnitt gemittelten σ_z - ε_z -Verlauf. Offensichtlich genügt die verbleibende Übertragungsfläche zwischen Stein und Mörtel nicht, um ausreichende große und damit festigkeits- und steifigkeitssteigernde Querdruckspannungen aufzubauen.

Für die Steindicke $d_{St}=30\text{ cm}$ steigt die Primärversagensspannung geringfügig um 5%, während die Steigerung des Finalversagens fast 40% beträgt. Das Versagen tritt durch Spaltzugrisse im Stein ein, die allerdings nicht mehr in Steinmitte, sondern in halber Steinhöhe in einem etwa der halben Steinhöhe entsprechenden Abstand vom freien Rand entstehen.

Die Ermittlung der Bruchspannung nach [Berndt 1996-2] führt zu konstanten Werten. Zwar ist die Steindicke d_{St} in der Berechnungsformel Gl.(3-19) enthalten, aber sie kürzt sich heraus. Aus diesem Grund kann sie den Einfluss der Steindicke nicht abbilden.

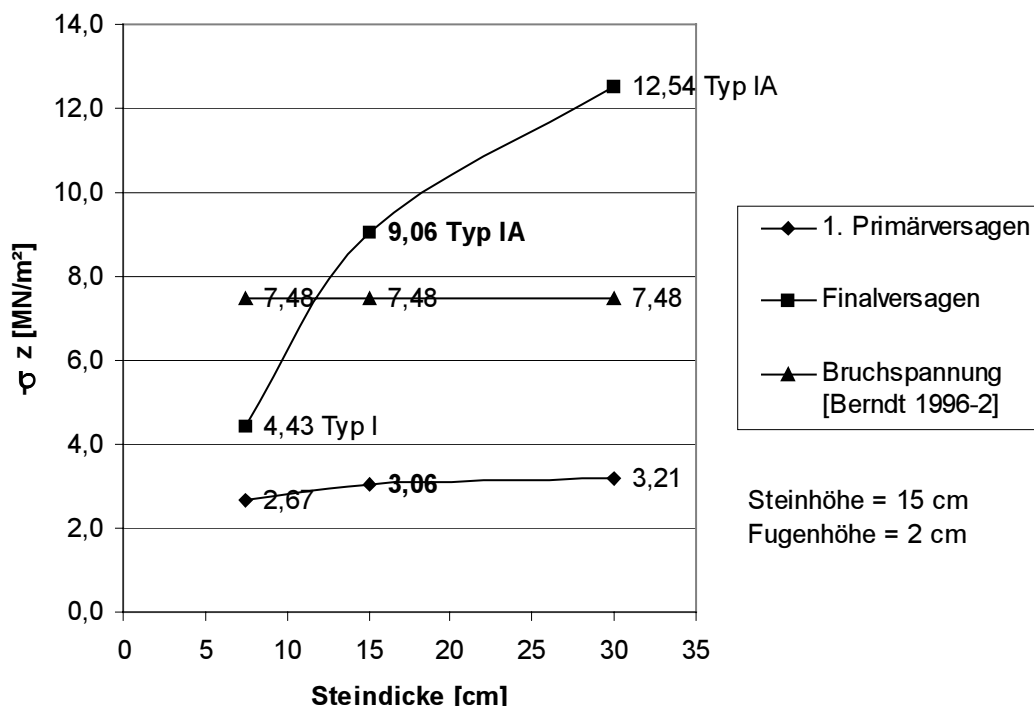


Abbildung 7-12 Hohlfuge: Variation der Steindicke d_{St} für $h_{St}=15\text{ cm}$

Der Einfluss der Steinhöhe von $h_{St} = 5\text{ cm}$, $h_{St}=7.5\text{ cm}$, $h_{St}=15\text{ cm}$ und $h_{St}=30\text{ cm}$ bei konstanter Steindicke $d_{St}=15\text{ cm}$ ist in Abbildung 7-13 dargestellt. Die Auswirkungen auf die Spannungen σ_z bei Eintritt des Primärversagens sind gering. Mit zunehmenden Verhältnissen h_{St}/d_{St} steigen allerdings die zum Finalversagen

gehörenden Vertikalspannungen σ_z an. Die Änderungen sind allerdings nicht so markant wie bei der Variation der Steindicke. Die Bruchspannungen nach [Berndt 1996-2] geben qualitativ, aber auf niedrigerem Niveau, den Einfluss der Steinhöhe wieder. Unter der Annahme, dass für die numerischen Berechnungen im EVZ etwa 20%-30% höhere Druckfestigkeiten zu erwarten sind, ist die Übereinstimmung mit den Berechnungsergebnissen nach Gl.(3-19) gut. Die größere Abweichung im Verlauf bei $h_{st}=30$ cm relativiert sich, wenn berücksichtigt wird, dass der erste Steinriss bei $\sigma_z = -10.01$ MN/m² entsteht und die weiteren Spannungssteigerungen um ca. 1.6 MN/m² durch das gewählte softening Modell verursacht werden. Außerdem werden in der Gl.(3-19) maximal Steinhöhen von 20 cm berücksichtigt.

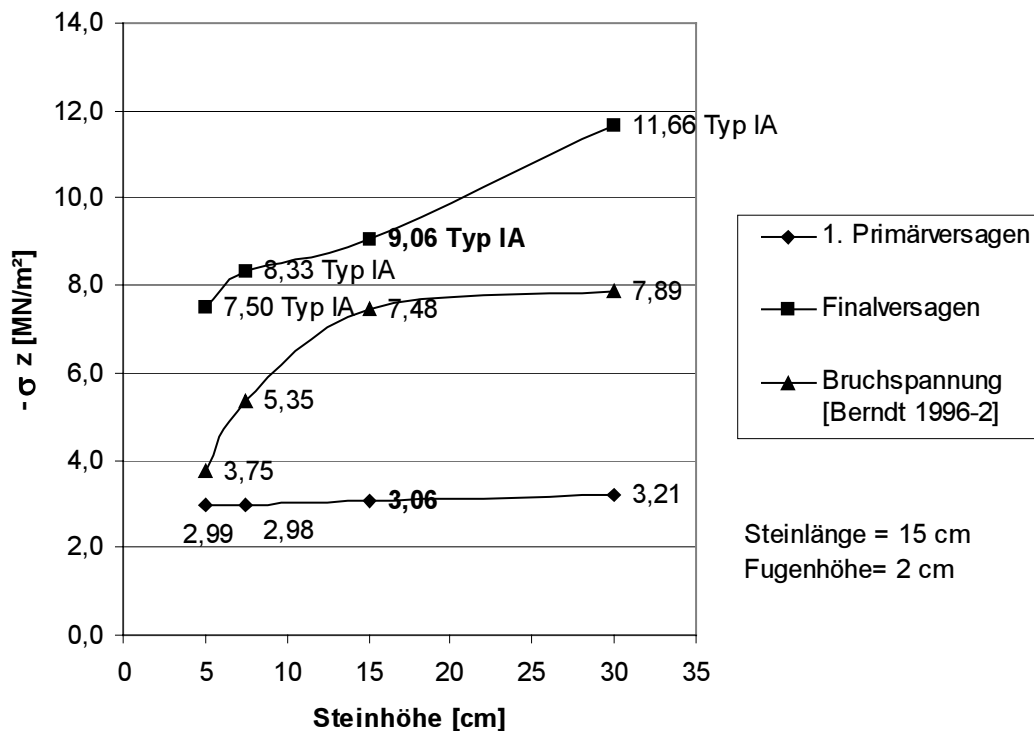


Abbildung 7-13 Hohlfuge Variation der Steinhöhe bei $d_{st}=15$ cm

Festhalten lässt sich:

- Die Steingeometrie ist von maßgebendem Einfluss auf die Größe der Finalversagensspannung. In einer Abschätzungsformel müssen die absoluten Abmessungen verwendet werden, eine alleinige Betrachtung von Verhältnissen h_{st}/d_{st} lässt keine Rückschlüsse zu. Die Berechnungsformel Gl.(3-19) nach [Berndt 1996-2] zeigt entscheidende Schwächen, vor allem weil die Steinlänge effektiv unberücksichtigt bleibt.

7.3.2.4 Einfluss der Fugenneigung

Für die Untersuchungen der Fugenneigung gibt es keine Symmetrien mehr, die sich für die Elementierung ausnutzen lassen. In Abbildung 7-14 ist die Elementierung am Beispiel einer Fugenneigung von 15 ° dargestellt. Die Fugenelemente sind grau unterlegt. Die horizontal unverschieblichen Lagerungen am Kopf und Fuß sowie die vertikale Lagerung unten, sind angedeutet. Die Berechnung erfolgt im EVZ. Ausgangsfall 2 dient als Grundlage, so dass auch hier eine Hohlfuge zugrunde gelegt wird. Die jeweils äußeren Mörtелеlementspalten mit einer Tiefe von 0.5 cm haben eine um 1/1000 reduzierte Steifigkeit.

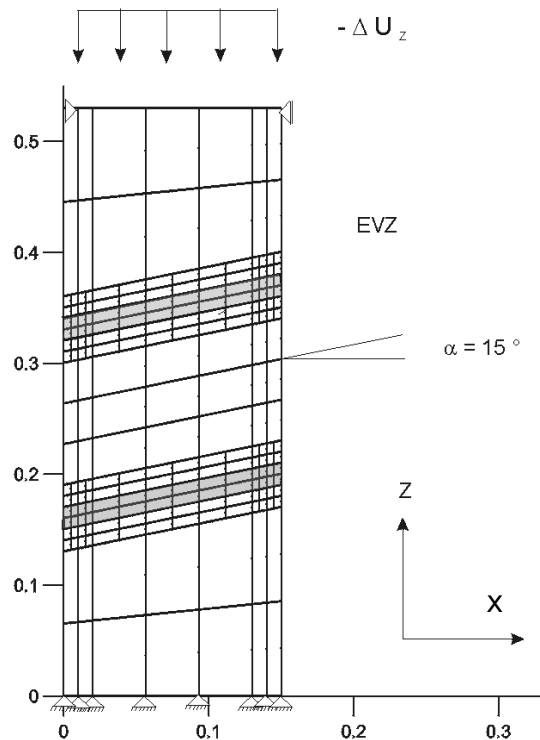


Abbildung 7-14 Elementierung für Fugenneigung von 15°

In Abbildung 7-15 sind die Auswirkungen der Variation der Fugenneigung dokumentiert. Mit zunehmender Neigung der Lagerfuge sinken die Spannungen σ_z die zum Primär- und Finalversagen führen. Die Abnahme in der rechnerischen Versagensspannung beträgt für eine Fugenneigung von $\beta=7.5^\circ$ nur 5 % und vergrößert sich für $\beta=15^\circ$ auf ca. 33 %. Das Primärversagen beginnt in allen Fällen in der Mörtelfuge an den freien Rändern. Mit zunehmender Fugenneigung verändert sich der Finalversagenstyp. Bei $\beta=7.5^\circ$ reißen die Steine im Verbundbereich, gefolgt von einem Diagonalriss durch den mittleren Stein. Bei einer Fugenneigung $\beta=15^\circ$ entstehen nur Steinrisse im Verbundbereich. Die Spannungen, die zum Primärversagen führen, lassen sich etwa um den Faktor drei steigern, bevor sie das Finalversagen auslösen.

In Abbildung 7-15 sind zusätzlich die Grundwerte σ_0 der zulässigen Druckspannung nach [DIN 1053-1], Abschnitt 12, enthalten. Aufgrund der Fugenneigung, die Steingeometrie vernachlässigend, werden die Strukturen mit $\beta=15^\circ$ der Güteklasse N1 (Bruchsteinmauerwerk) und $\beta=7.5^\circ$ der Güteklasse N2 (hammerrechtes Schichtenmauerwerk) zugeordnet. Die sich ergebende Kurve entspricht qualitativ dem Verlauf der Primärversagensspannungen, aber auf niedrigerem Niveau. Der Sicherheitsabstand zum Primärversagen wächst von $\gamma=2.5$ für $\beta=0^\circ$ auf $\gamma=11$ für $\beta=15^\circ$. Die Gl.(3-19) [Berndt 1996-2] wird zur Auswertung nicht mit herangezogen, weil in ihr die Fugenneigung nicht berücksichtigt wird.

Das Versagensbild für eine Fugenneigung von $\beta=7.5^\circ$ ist in Abbildung 7-16 dargestellt. Nach dem Fugenausbruch bei $\sigma_z = -2.46 \text{ MN/m}^2$, beginnen die Steine im Verbundbereich bei $\sigma_z = -7.18 \text{ MN/m}^2$ zu reißen. Der Finalversagensriss verläuft schließlich diagonal durch den mittleren Stein.

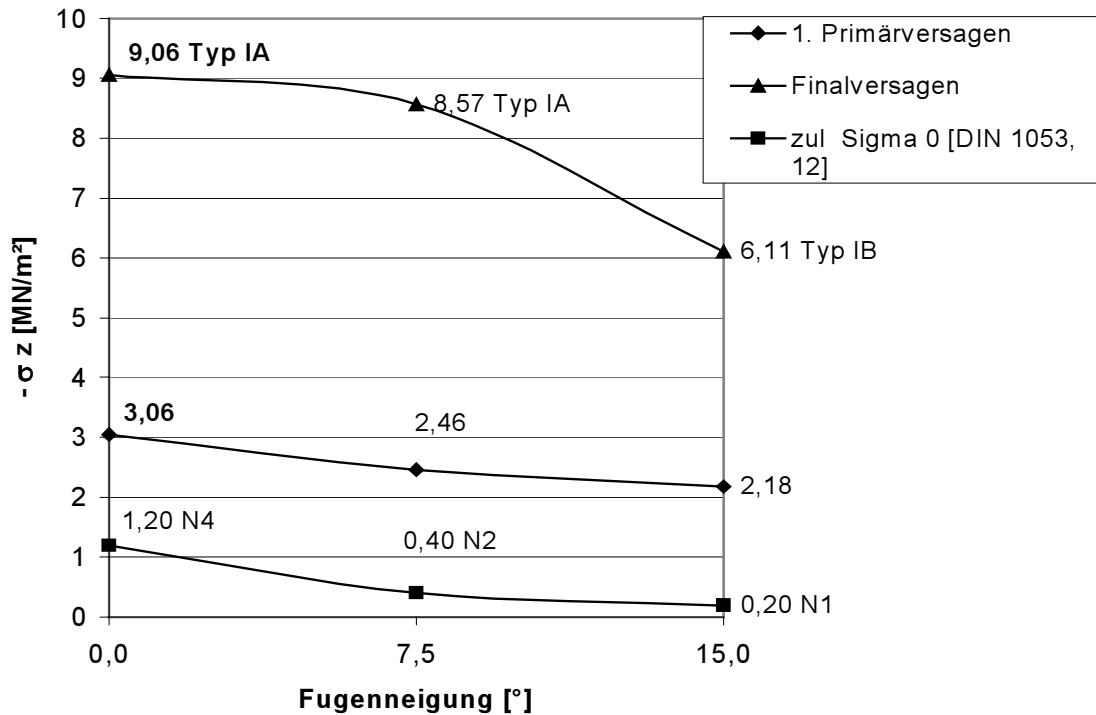
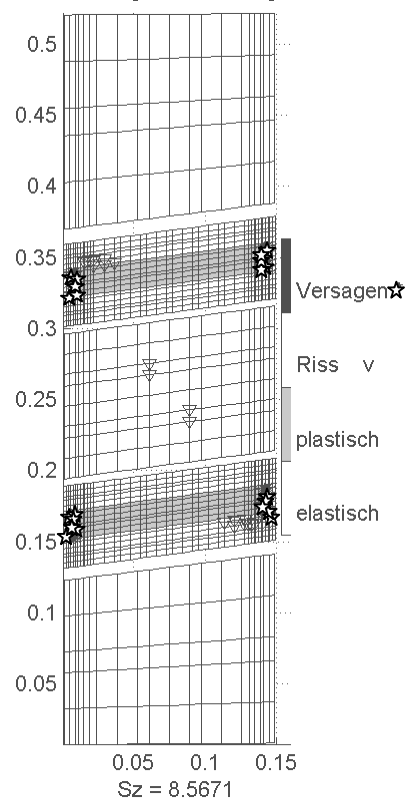


Abbildung 7-15 Hohlfuge: Variation der Fugeneigung


Abbildung 7-16 Finalversagenszustand für $\beta=7.5^\circ$

Geringe Abweichungen von der Horizontalen verursachen nur kleine Minderungen in den Finalversagensspannungen. Fugeneigungen $\beta > 7.5^\circ$ verringern die rechnerische Versagensspannungen in Größenordnungen bis zu 30%.

7.3.3 Untersuchungen an ausgewählten Stein-Mörtel Kombinationen

Die Variation einzelner Parameter verursacht implizit auch Änderungen in abhängigen Eigenschaften. In den folgenden Abschnitten werden deshalb unterschiedliche Stein-Mörtelkombinationen untersucht. Dafür werden vier Natursteine und fünf verschiedene Mörteln, mit zu erwartenden Eigenschaften nach Kapitel 2, wie folgt definiert:

Steinart / Mörtelart	f_c [MN/m ²]	f_t [MN/m ²]	E [MN/m ²]	ν [-]	$\bar{\varepsilon}_u^p [^0/_{00}]$
Tuffstein	25.6	1.28	11900	0.18	—
Kalkstein	35	2.98	20000	0,05	—
tonig gebundener Sandstein	40	2.5	7500	0.03	—
Quarzsandstein	100	4.0	15000	0.03	—
M I	1.0	0.1	500	0.18	10
M IIu	5.0	0.5	2000	0.18	4
M IIo	5.0	0.5	10000	0.18	4
M IIIu	10.0	1.0	4000	0.18	2
M IIIo	10.0	1.0	15000	0.18	2

Tabelle 7-3 Ausgewählte Stein und Mörtel

Für die Mörtel II und III werden für $E_{M\bar{o}}$ untere (Index u) und obere Erwartungswerte festgelegt. Bei Mörtel I wird nur der untere Erwartungswert berücksichtigt.

7.3.3.1 Einfluss der Fugenhöhe

Der Einfluss der Fugenhöhe auf Versagensspannung und –art wird mit Kombinationen der vier ausgewählten Stein und Mörtel MI untersucht. Alle Steine sind 15 cm hoch und dick. Die Berechnung erfolgt im EVZ. Es werden die Fugendicken $h_{M\bar{o}}=0.5$ cm, $h_{M\bar{o}}=2.0$ cm und $h_{M\bar{o}}=4.0$ cm untersucht. Die Elementierungen für die drei notwendigen Netze erfolgen nach den in Kapitel 6.2.4.3 formulierten Grundsätzen. Lagerung und Belastung entsprechen sinngemäß denen aus Abbildung 6-23. Die Auswertung der Berechnungsergebnisse erfolgt über Primär- und Finalversagensspannungen und über einen Vergleich mit den berechneten Bruchspannungen nach Gl.(3-19) [Berndt 1996-2].

Alle vier Kombinationen zeigen qualitativ gleiches Verhalten: Mit abnehmender Fugenhöhe wachsen die Spannungen von Primär- und Finalversagen an. Dabei ist der Spannungszuwachs im Finalversagen deutlich stärker ausgeprägt. Erwartungsgemäß erreichen die Kombinationen mit den hochfesten Quarzsandsteinen durchweg die höchsten Druckfestigkeiten, die der "niederfesten" Tuffsteine die geringsten. Das Primärversagen wird bei einer Fugendicke von $h_{M\bar{o}}=0.5$ cm immer durch Mörtelausbruch (Typ I) eingeleitet. Ab einer Fugendicke $h_{M\bar{o}}=2.0$ cm ändert sich der Primärversagenstyp zu einer Mischung aus Mörtelausbruch und Steinrissen im Verbundbereich (Typ III). Auffällig ist die nahezu identische Größe der Primärversagensspannung bei Typ I von $\sigma_z \approx - 3.4$ MN/m². Bei Typ III fällt sie für den Tuffstein (mit der niedrigsten Zugfestigkeit: $f_{St}=1.3$ MN/m²) am deutlichsten auf $\sigma_z = - 1.7$ MN/m² ab.

Die entscheidende Größe für das Finalversagen bei gleicher Fugenhöhe scheint die Steinzugfestigkeit $f_{t,St}$ zu sein. Ihr Einfluss wächst mit abnehmender Fugenhöhe. Für $h_{Mö}=0.5$ cm werden Finalspannungen erreicht, die die einaxiale Mörteldruckfestigkeit $f_{c,Mö}=-1.0$ MN/m² um das 12 (Tuffstein) bis 28-fache (Quarzsandstein) überschreiten! Die Mauerwerksdruckfestigkeit liegt für alle Kombinationen etwa bei der 7.5-fachen Steinzugfestigkeit. Der Finalversagenstyp ist in allen Fällen IC.

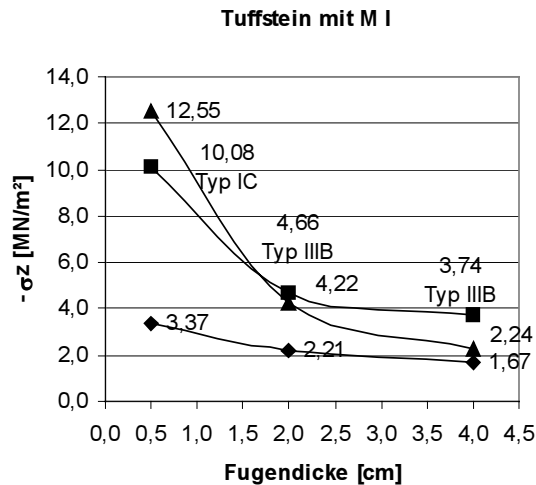
Die Finalversagensspannungen bei einer Fugendicke $h_{Mö}=4.0$ cm erreichen nur Werte zwischen $\sigma_{z,Tuffstein} = -3.7$ MN/m² und $\sigma_{z,Quarzsandstein} = -6.0$ MN/m². Hier ist kein eindeutiger Zusammenhang zwischen Mauerwerksdruck- und Steinzugfestigkeit zu erkennen. In allen Fällen wird das Versagen durch eine Kombination von Mörtelausbruch und Verbundrissen ausgelöst, wobei sich die Verbundrisse weit in das Innere der Struktur ausweiten (Typ IIIB). Dadurch wird die Querdehnungsbehinderung des Mörtels geringer, der Mörtel weicher und die gemittelten σ_z - ε_z -Kurven erreicht einen nahezu horizontalen Ast.

Bei einer Fugenhöhe von $h_{Mö}=2$ cm ergibt sich an den Steinen mit vergleichsmäßig hoher Zugfestigkeit ein Finalversagen vom Typ IA.

In den Abbildungen 7-19 bis 7-22 zeigt sich eine ausreichend gute Übereinstimmung zwischen den berechneten Finalversagen und den analytisch ermittelten Bruchspannungen nach [Berndt 1996-2].

Der Vergleich mit den in den Abbildungen 7-19 bis 7-22 aufgeführten Grundwerten der zulässigen Spannung σ_0 für Natursteinmauerwerk [DIN 1053-1] zeigt, dass die dortige Nichtberücksichtigung der Fugenhöhe nicht gerechtfertigt ist. Ebenso führt die Einteilung der Natursteine in nur drei Festigkeitsklassen dazu, dass bei sonst gleichen Bedingungen, Steine mit Druckfestigkeiten zwischen $f_{c,St}=-20$ MN/m² und $f_{c,St}=-49$ MN/m², zu identischen zulässigen Spannungen führen. Weil die direkte Ermittlung der Steinzugfestigkeit $f_{t,St}$ nicht üblich ist, würde die Zulassung einer Interpolation zwischen den Grundwerten die unbefriedigende Situation etwas verbessern.

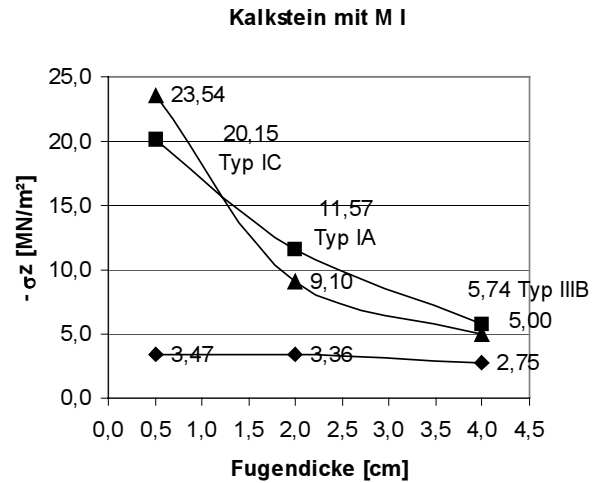
In Abbildung 7-21 sind exemplarisch die resultierenden Spannungs-Dehnungslinien von Mauerwerk aus Kalkstein und Mörtel M I bei den verschiedenen Fugendicken dargestellt. Zur Veranschaulichung sind die einaxialen Spannungs-Dehnungs-Zusammenhänge der beiden Einzelmaterialien ebenfalls enthalten. Die Volligkeiten der Linien hängen im wesentlichen vom Volumenanteil des Mörtels ab. Bei einer Fugendicke von $h_{Mö}=0.5$ cm beträgt das Höhenverhältnis zwischen Stein und Mörtel 45/1, der Gesamtkörper verhält sich sehr steif und spröde. Sinkt das Verhältnis auf etwa 6/1 ab, ist die Gesamtstruktur weicher, duktiler und nähert sich der einaxialen Kurve des Mörtels an.



zul $\sigma_0 = 1.2 \text{ MN/m}^2$ [DIN 1053-1] Ab. 12

Abbildung 7-17

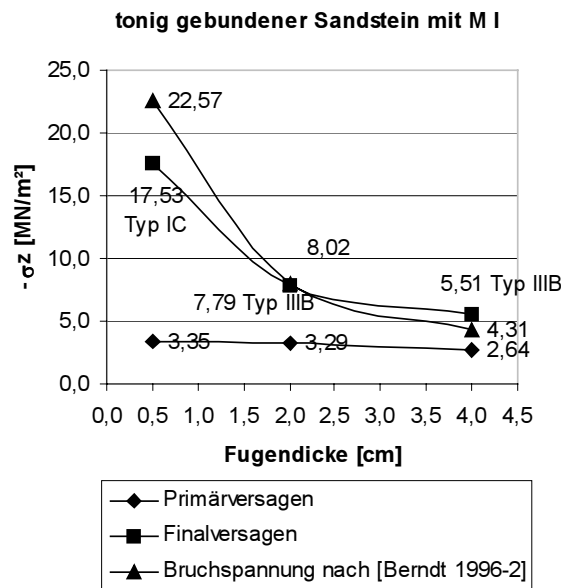
Variation der Fugendicke:
Tuffstein und M I



zul $\sigma_0 = 1.2 \text{ MN/m}^2$ [DIN 1053-1] Ab. 12

Abbildung 7-18

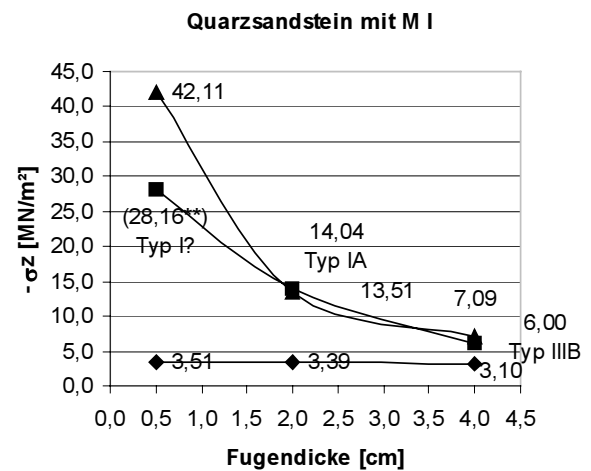
Variation der Fugendicke:
Kalkstein und M I



zul $\sigma_0 = 1.2 \text{ MN/m}^2$ [DIN 1053-1] Ab. 12

Abbildung 7-19

Variation der Fugendicke:
tonig gebundener Sandstein und M I



(**) Abbruch nach 700 Verformungsstufen

zul $\sigma_0 = 3.0 \text{ MN/m}^2$ [DIN 1053-1] Ab. 12

Abbildung 7-20

Variation der Fugendicke:
Quarzsandstein und M I

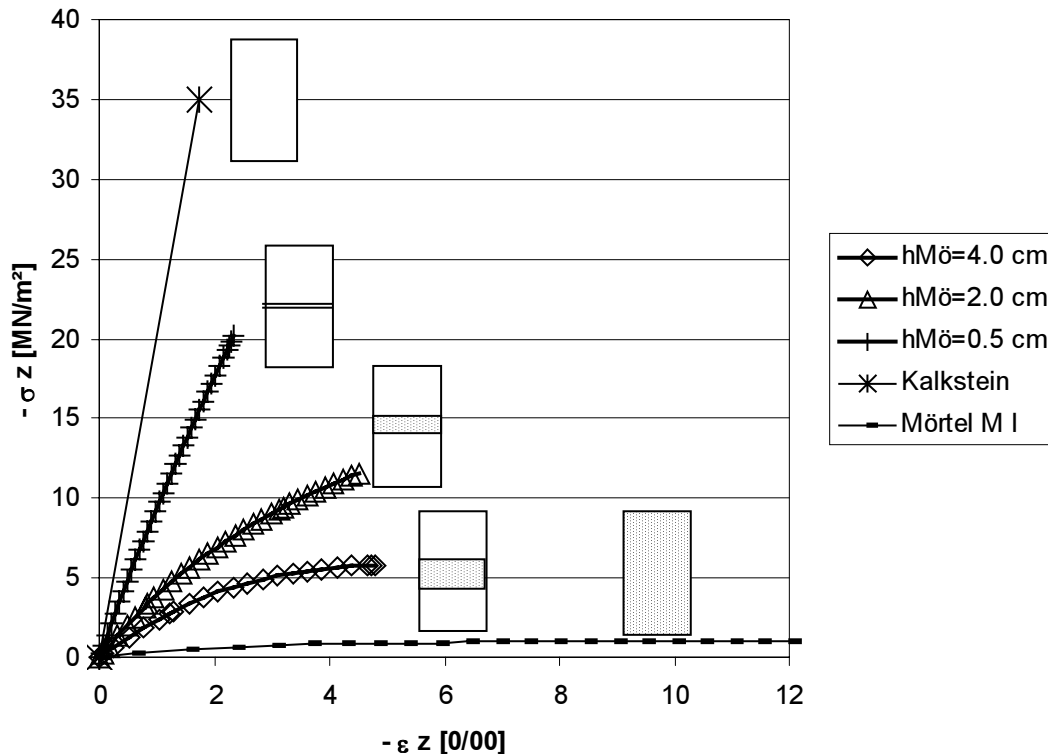


Abbildung 7-21 Auswirkungen der Fugenhöhe auf Spannungs-Dehnungslinien an Kombinationen aus Kalkstein und Mörtel M I

7.3.3.2 Einfluss der Mörtelgüte

Jeder der vier ausgewählten Steine wird mit den fünf definierten Mörtelgüten kombiniert. Die Fugenhöhe beträgt jeweils 2cm und die Steine haben die Abmessungen $l_{st}/h_{st} = 15\text{cm}/15\text{cm}$. Die Berechnung erfolgt im EVZ. Elementierung, Randbedingungen und Lasteinleitung entsprechen denen aus Abbildung 6-23.

Mit zunehmender Mörtelgüte steigen die Spannungen, die zum Primärversagen führen, an. Sie liegen zwischen $\sigma_z = -2.21 \text{ MN/m}^2$ für Tuffstein mit M I und $\sigma_z = -18.21 \text{ MN/m}^2$ für Quarzsandstein mit M IIIo. Bei Mörtel M I wird das Primärversagen durch reinen Mörtelausbruch (Typ I) oder eine Mischung aus Mörtelausbruch und Steinrisse im Verbundbereich (Typ III) ausgelöst. Ab einer Mörtelgüte M IIo tritt das Primärversagen nur noch durch Steinrisse im Verbundbereich (Typ II) ein. Durch die großen Steifigkeitsunterschiede zwischen unteren und oberen Erwartungswert der E-Moduln von M III differieren die Primärversagensspannungen in den Kombinationen der verschiedenen Steine mit M III zwischen $\sigma_z = -1.8 \text{ MN/m}^2$ für den toniggebundenen Sandstein (kleinster E_{st}) und $\sigma_z = -3.7 \text{ MN/m}^2$ für den Kalkstein (größter E_{st}). Die größte, fast 6-fache, Steigerung der Spannung bei Eintritt des Primärversagens ist in der Gruppe Tuffstein zwischen Mörtel M I und M IIIo zu verzeichnen (siehe Abbildung 7-22).

Grundsätzlich ähnlich sind die Zusammenhänge zwischen Mörtelgüte und Finalversagensspannungen. Die kleinste rechnerische Druckfestigkeit ergibt sich für die Kombination Tuffstein mit M I mit $\sigma_z = -4.66 \text{ MN/m}^2$, während der Quarzsandstein mit M IIIo $\sigma_z = -25.18 \text{ MN/m}^2$ erreicht. Der größte Unterschied zwischen den Finalversagensspannungen in einer Steingruppe mit den Mörteln M I und M IIIo ergibt den

Faktor 3 für die Tuffsteinkombinationen. Die Verzehnfachung von $f_{c,M\ddot{o}}$ löst also keine Verzehnfachung der Mauerwerksdruckfestigkeit $f_{c,MW}$ aus. Und die Größe der Zunahme ist ebenfalls abhängig von der Steingüte. Für die Kombinationen des hochfesten Quarzsandsteines ist nur noch eine Steigerung von ungefähr 1.8 zu beobachten.

Die Auswirkungen der Mörtelgüte auf die Größe des Finalversagens sind schwächer als auf die des Primärversagens. Durch die Annahme von unteren und oberen Erwartungswerten für $E_{M\ddot{o}}$ werden Unterschiede in den Finalversagensspannungen von bis zu 25 % (Tuffstein und M II) berechnet.

Der Versagenstyp A kann nur für Kombinationen zwischen M I und den zugfestesten Steinen Kalk- und Quarzsandstein simuliert werden. Sonst wird das Finalversagen durch fortschreitende Steinrisse in Fugennähe, manchmal verbunden mit Mörtelversagen, ausgelöst.

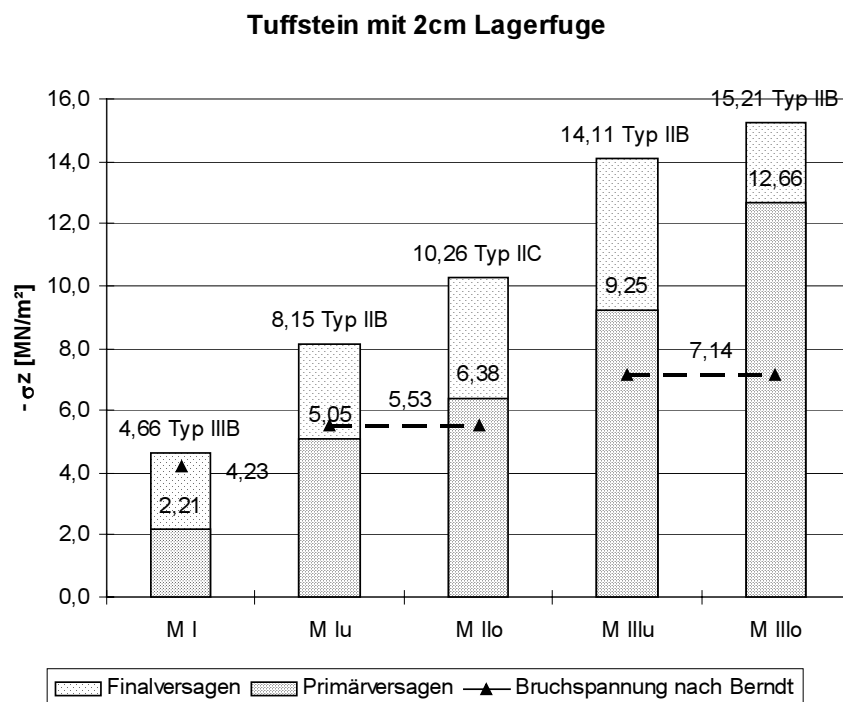


Abbildung 7-22 Variation der Mörtelgüte für Tuffstein

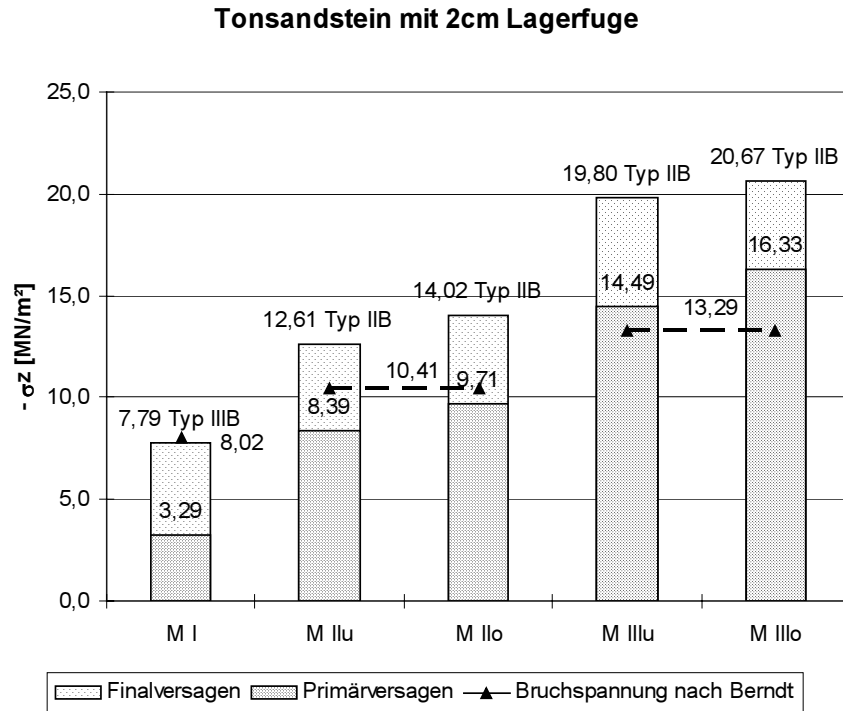


Abbildung 7-23 Variation der Mörtelgüte für tonig gebundenen Sandstein

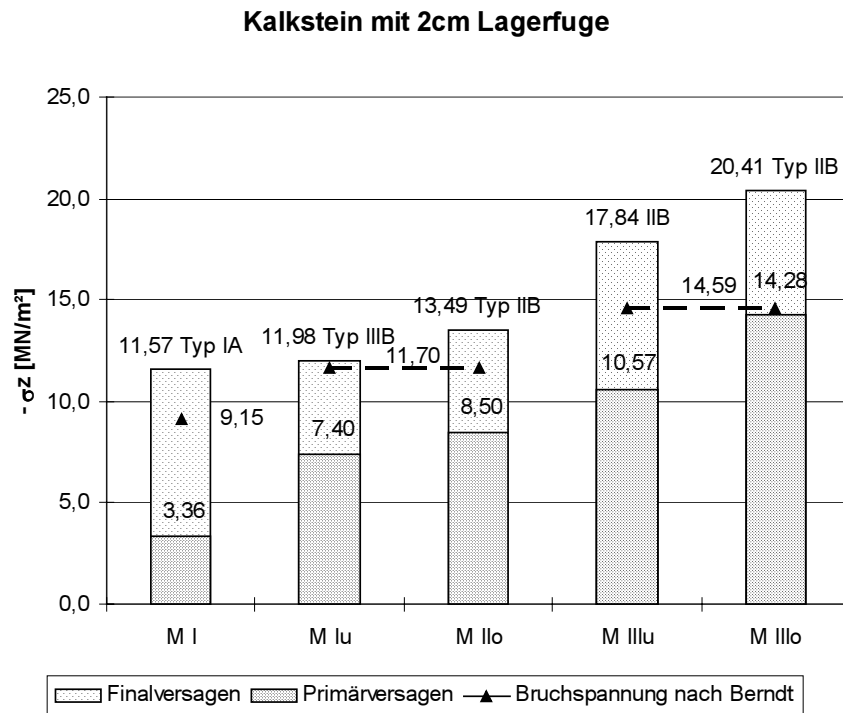


Abbildung 7-24 Variation der Mörtelgüte für Kalkstein

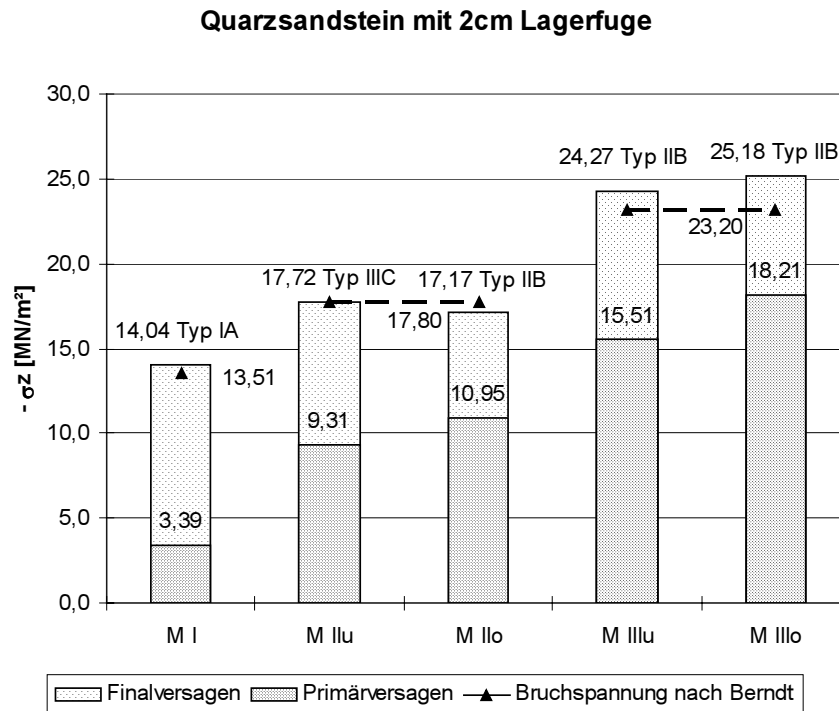


Abbildung 7-25 Variation der Mörtelgüte für Quarzsandstein

Der Vergleich der Finalspannungen mit den analytisch ermittelten Bruchspannungen nach [Berndt 1996-2] zeigt die ausreichende Übereinstimmung⁷ für Kombinationen mit dem niederfesten Mörtel M I. Für höherwertige Mörtel kann nur für die Kombinationen Kalkstein und M II und Quarzsandstein mit M II bzw. M III eine quantitative Ähnlichkeit festgestellt werden. Alle anderen Bruchspannungen liegen, auf der sicheren Seite, zum Teil deutlich unter den simulierten Finalspannungen. Allerdings treten in historischen Mauerwerken nur Mörtel auf, die allenfalls MGr II zuzuordnen sind, so dass in Problemstellungen mit niederfesten Mörteln mit den Ergebnissen nach Gl.(3-19) [Berndt 1996-2] ausreichend genau zutreffende Druckfestigkeiten für einschalige Mauerwerksstrukturen mit quaderförmigen Steinen zu erwarten sind.

Ein Vergleich der Finalversagensspannungen mit den Grundwerten der zulässigen Spannung σ_0 nach [DIN 1053-1], Abschnitt 12 in Tabelle 7-4, liefert für die Kombinationen des Tuff- und des Quarzsandsteines durchschnittliche Sicherheitsabstände von $\gamma \approx 3.7$. Selbst eine Minderung, der im EVZ berechneten, Finalversagensspannungen um 25%-30% liefert im ungünstigsten Fall einen Sicherheitswert von $\gamma = 2.2$. Dies scheint, insbesondere in Anbetracht der Berechnung im EVZ und der streuenden Materialeigenschaften, angemessen zu sein. Die Kombinationen der Mörtel mit Kalkstein und tonig gebundenen Sandstein hingegen lassen γ auf über 6 anwachsen. Das liegt vor allem an der bereits erwähnten Eingruppierung in die eine Steifigkeitsklasse zwischen $20 \text{ MN/m}^2 \leq f_{c,St} < 50 \text{ MN/m}^2$. Eine Interpolation des zulässigen Grundwertes σ_0 in Abhängigkeit der Steindruckfestigkeit würde für alle Kombinationen in den Güteklassen N4, und eventuell N3, ähnliche Sicherheitsabstände ermöglichen.

⁷ Dies gilt auch, wenn für vollständige 3-D Modelle um etwa 25% verminderte Finalversagensspannungen zu erwarten sind

Kombination Stein Mörtel		Finalversagens- spannung (EVZ) [MN/m ²]	zul. σ_0 [DIN 1053-1] Ab. 12 [MN/m ²]	γ
Tuffstein	M I	4,66	1,2	3,9
	M IIu	8,15	2,5	3,3
	M IIo	10,26	2,5	4,1
	M IIIu	14,11	3,0	4,7
	M IIIo	15,21	3,0	5,1
tonig gebundener Sandstein	M I	7,79	1,2	4,5
	M IIu	12,61	2,5	5,0
	M IIo	14,02	2,5	5,6
	M IIIu	19,80	3,0	6,6
	M IIIo	20,67	3,0	6,9
Kalkstein	M I	11,57	1,2	9,6
	M IIu	11,98	2,5	4,8
	M IIo	13,49	2,5	5,4
	M IIIu	17,84	3,0	5,9
	M IIIo	20,41	3,0	6,8
Quarzsandstein	M I	14,04	3,0	4,7
	M IIu	17,72	5,5	3,2
	M IIo	17,17	5,5	3,1
	M IIIu	24,27	7,0	3,5
	M IIIo	25,18	7,0	3,6

Tabelle 7-4 Sicherheitsabstand zwischen simulierten Finalversagensspannungen und zulässigen Spannungen

7.4 Verbesserung der Berechnungsformel nach [Berndt 1996-2]

Die mit Gl.(3-19) berechneten Mauerwerksdruckfestigkeiten stimmen mit denen aus den numerischen Berechnungen qualitativ in fast allen Fällen gut überein. Meistens liegen die Größenordnungen dieser Mauerwerksdruckfestigkeiten unter denen aus der numerischen Berechnung, so dass der, aus der Annahme des EVZ stammende, festigkeitssteigernde Einfluss kompensiert wird. Die Bedeutung der Steindicke d_{St} (Steinabmessung in Wanddicke nach Abbildung 7-2) auf die Mauerwerksdruckfestigkeit wird durch Gl.(3-19) nicht wiedergegeben. Unter Berücksichtigung der Ergebnisse aus den Variationen der Steindicke d_{St} (Abschnitt 7.3.2.3) lässt sich Gl.(3-19)

$$\beta_{D,MW} = \frac{\beta_{D,St}}{\left(\frac{t}{h'} \frac{\bar{\mu}_{Mö}}{1 - \bar{\mu}_{Mö}} + k_1 \frac{d'}{d} \frac{d}{h''} \right) \frac{\beta_{D,St}}{\beta_{Z,St}} + 0.7} \quad (3-19)$$

durch Gl.(7-2)

$$f_{c,MW} = \frac{f_{c,St}}{\left(\frac{t}{h'} \cdot \frac{\bar{\mu}_{Mö}}{1 - \bar{\mu}_{Mö}} + k_1 \frac{d'}{h''} \right) \cdot \left(\frac{15}{d_{st}} \right)^{15/d_{st}} \cdot \frac{f_{c,St}}{f_{t,St}} + 0.7} \quad (7-2)$$

mit

- $f_{c,MW}$: = Mauerwerksdruckfestigkeit
 $f_{c,St}$: = einaxiale Steindruckfestigkeit
 $f_{t,St}$: = einaxiale Steinzugfestigkeit
 t : = Fugenhöhe [cm]
 h' : = Steinhöhe [cm] oder 10 cm (kleinerer Wert ist maßgebend)
 h'' : = Steinhöhe [cm] oder 20 cm (kleinerer Wert ist maßgebend)
 d_{st} : = Steinbreite [cm] von freiem Rand zu freiem Rand oder 40 cm (kleinerer Wert ist maßgebend)
 d' : = Summe der beidseitigen Ausbröckelungstiefe [cm]

$$t + \frac{t}{\tan\left(45^\circ + \frac{\rho}{2}\right)} \quad \text{mit} \quad \rho = 20^\circ \text{ für MGr I}$$

$$\rho = 30^\circ \text{ für MGr II}$$

$$\rho = 40^\circ \text{ für MGr III}$$

- $\bar{\mu}_{Mö}$: = Querdehnnzahl des plastischen Mörtels
0.5 für MGr I
0.4 für MGr II
0.3 für MGr III

- k_1 : = Abminderungsfaktor für die maximale Spaltzugkraft in Steinmitte
i. d.R. = 0.3

qualitativ verbessern. In Abbildung 7-26 werden die Mauerwerksdruckfestigkeiten nach Gl.(7-2) mit den numerisch berechneten für Ausgangsfall 2 verglichen. Eine Gegenüberstellung mit Abbildung 7-12 *Hohlfuge: Variation der Steindicke d_{st} für $h_{st}=15$ cm* zeigt die verbesserte Erfassung der Steindicke d_{st} .

Die verbesserte Berechnungsformel für die Mauerwerksdruckfestigkeit Gl.(7-2) erscheint prinzipiell anwendbar auf Natursteinmauerwerk mit quaderförmigen Steinen und Fugendicken $h_{Mö} \leq 4$ cm. Sie spiegelt die in dieser Arbeit untersuchten Fälle qualitativ gut und quantitativ ausreichend wieder. Gleichwohl muss sie, vor einer Praxisanwendung, durch weitere experimentelle und numerische Untersuchungen verifiziert werden.

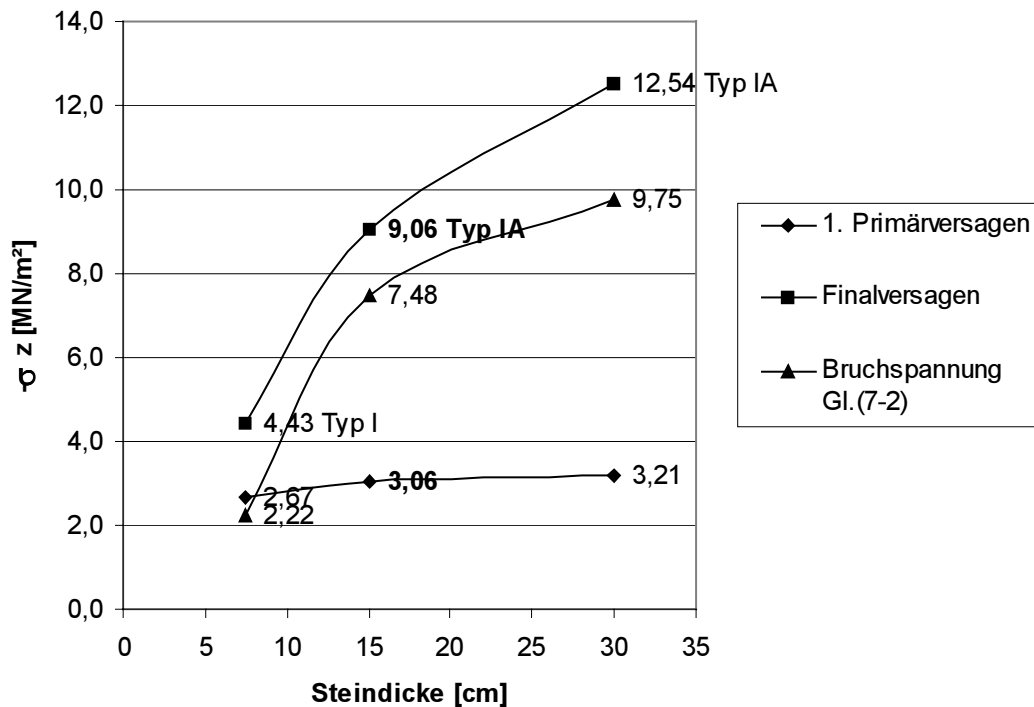


Abbildung 7-26 Hohlfuge: Variation der Steindicke d_{St} , Vergleich der zwischen numerischen Ergebnissen und denen nach Gl. (7-2)

7.5 Wesentliche Ergebnisse der Parameterstudie

Von den mechanischen Eigenschaften des Mörtels und der Steine beeinflussen die Steinzugfestigkeit $f_{c,St}$, die Steindruckfestigkeit $f_{c,St}$ und die Mörteldruckfestigkeit $f_{c,Mö}$ den Versagensmechanismus und die Mauerwerksdruckfestigkeit am stärksten. Deutlich geringere Auswirkungen haben die E-Moduln E_{St} und $E_{Mö}$. Die genaue Ermittlung der Querdehnzahlen ν_{St} und $\nu_{Mö}$ ist nicht notwendig. Der Einfluss der Verformungskenngrößen wird durch das nicht-lineare Mörtelverhalten bestimmt; es überlagert und dominiert die (Start-) Werte der Verformungskenngrößen.

Maßgeblich wird die Mauerwerksdruckfestigkeit von geometrischen Größen wie der Fugendicke $h_{Mö}$, der Steindicke d_{St} und der Steinhöhe h_{St} bestimmt. Die Fugenneigung in Dickenrichtung der Wand wirkt sich erst ab ca. 7.5° aus.

Bis auf die Fugenneigung sind alle identifizierten Einflussgrößen sind in der, von Gl.(3-19) [Berndt 1996-2] ausgehenden, modifizierten Gleichung Gl.(7-2) zur Berechnung der Mauerwerksdruckfestigkeit enthalten. Sie bildet die Druckfestigkeiten von einschaligen Natursteinmauerwerken mit quaderförmigen Steinen qualitativ gut ab. Die quantitative Übereinstimmung mit den hier vorgestellten numerischen Berechnungsergebnissen ist befriedigend, allerdings ist die Gültigkeit von Gl.(7-2) noch durch weitere Untersuchungen zu überprüfen.

8 Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit werden Trag- und Versagensmechanismen einschaliger Strukturen aus Natursteinmauerwerk mit quaderförmigen Steinen unter zentrischer Druckbeanspruchung untersucht.

Mit einem eigenen Finte-Element-Programm erfolgen die numerischen Untersuchungen. Steine und Fugen werden dabei diskret abgebildet und räumlich modelliert. Die Trennung von Fugen und Steinen in der Modellierung erlaubt, die Einflüsse unterschiedlicher mechanischer Eigenschaften der Einzelmaterialien und die der Geometrieparameter auf das Tragverhalten des Verbundwerkstoffes Mauerwerk zu untersuchen. Die Mauerwerksdruckfestigkeit liegt bei üblichen Verhältnissen zwischen der Mörteldruckfestigkeit als unterem und der Steindruckfestigkeit als oberem Erwartungswert. Die wirklichkeitsnahe Beschreibung des Tragverhaltens von Mauerwerk bis zum Bruch erfordert die Berücksichtigung nicht-linearen Mörtelverhaltens.

Zur Beschreibung der nichtlinearen Werkstoffbeziehungen des Mörtels wird bis zu einem Versagenskriterium ein elasto-plastisches, leicht modifiziertes Materialmodell nach [Chen 1988] verwendet. Dieses Materialmodell wurde für den Werkstoff Beton entwickelt und beinhaltet eine nicht-assoziierte Fließregel und ein Versagenskriterium. Das spannungsabhängige Versagenskriterium wird über die mathematische Beschreibung einer Bruchumhüllenden im dreidimensionalen Hauptspannungsraum (in Anlehnung an [Willam 1975]) definiert. Die Anpassung des Materialmodells an das Mörtelverhalten erfolgt mit Hilfe von Versuchsergebnissen an dreiaxial beanspruchten Mörtelproben [Bierwirth 1995].

Die numerische Umsetzung in ein Finite-Element-Modell erfordert ein inkrementell, iteratives Verfahren. Die Belastung wird in die untersuchte Struktur über schrittweise Verformungszuwächse eingetragen. Die Spannungsermittlung innerhalb eines Verformungsinkrementes erfolgt mit einem Prädiktor-Korrektor-Verfahren.

Die Anzeige des Versagenskriteriums für den Lagerfugenmörtel wird unterschiedlich interpretiert. Dabei spielt die Lage im Wandabschnitt eine entscheidende Rolle. Nahe der freien Wandoberfläche kann der Lagerfugenmörtel ausbrechen, für die betroffenen Integrationspunkte wird im Rechenablauf ein Druckversagen simuliert. Dieses Druckversagen führt im weiteren Belastungsverlauf zu einer verzerrungsunabhängigen Verminderung der Spannungen im Nachbruchbereich. Die dazugehörigen Werkstoffeigenschaften werden vereinfachend wieder elastisch mit einer sehr geringen Steifigkeit angenommen. Das Versagen des Lagerfugenmörtels im Inneren einer Mauerwerksstruktur führt im Versuch zu einer Schädigung der Bindemittelmatrix. Allerdings wird der geschädigte Mörtel bei genügend dünnen Fugen durch Reibung in seiner Lage gehalten und kann weiterhin Spannungen übertragen. Die Simulation des beschriebenen "Nachbruchverhaltens" gelingt durch die Annahme ideal-plastischen Materialverhaltens.

Linear-elastisches Materialverhalten und Kriterien für Druckversagen und Rissentstehung, genügen den Anforderungen an die Modellierung der Natursteine.

Die beschriebenen Materialmodellierungen werden in dieser Form erstmals für die numerische Abbildung des Tragverhaltens von Natursteinmauerwerk verwendet. Sie ermöglichen die Simulation von zentrischen Druckversuchen an kleinen Mauerwerkskörpern am Computer.

Das Tragverhalten von Natursteinmauerwerk unter zentrischer Druckbeanspruchung wird durch das plastische Materialverhalten des niederfesten Mörtels geprägt.

Insbesondere wenn einige Mörtелеlemente ausgefallen sind und für andere idealplastisches Verhalten simuliert wird, entstehen große Verzerrungszuwächse, vor allem in Richtungen, die quer zur Richtung der Hauptbeanspruchung sind. Diese erfordern im Finite-Element-Modell kleine Zuwächse in den äußeren Beanspruchungen. Dadurch werden für die Ermittlung der Mauerwerksdruckfestigkeiten viele Verformungsschritte benötigt, welche wiederum hohe Rechenzeiten verursachen. Durch die Berücksichtigung eines verzerrungsabhängigen Materialmodells im Nachbruchbereich würden sich die Rechenzeiten mutmaßlich verkürzen lassen.

Die Verifikation des numerischen Modells erfolgt über die Nachrechnung von Versuchen an 3-Stein-Probekörpern. Für unterschiedliche Mörtelgüten und Fugendicken ergeben sich zwischen den numerisch berechneten und den experimentellen Druckfestigkeiten nur geringe Abweichungen. Für einen ausgewählten Fall werden Trag- und Versagensmechanismen detailliert erläutert.

Das Tragverhalten einschaliger Natursteinmauerwerke mit quaderförmigen Steinen kann durch zwei charakteristische Zustände, Primär- und Finalversagen, beschrieben werden. Mit Primärversagen wird derjenige Zustand bezeichnet, bei dem in einem ersten Integrationspunkt ein Versagen angezeigt wird. Das Primärversagen beginnt in den untersuchten Fällen immer in Bereichen Lagerfuge–Stein an der freien Wandoberfläche. Drei Typen von Primärversagen werden unterschieden:

- Risse im Stein in der Nähe der Kontaktfuge
- Ausbruch des Mörtels
- Risse im Stein und nahezu zeitgleicher Mörtelausbruch

Die Spannung die zum Primärversagen gehört, kann als Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit interpretiert werden. Die Folge dieses lokalen Versagens ist eine Steifigkeitsminderung im Fugenbereich nahe der Wandoberfläche. Dadurch konzentriert sich die Übertragung der Vertikalspannungen in das Innere der Mauerwerksstruktur. In von der Fuge entfernteren Bereichen im Stein breitet sich die Vertikalspannung wieder aus. Bis zum Eintritt des Primärversagens wachsen im Stein an der Kontaktfläche zur Fuge Querkzugspannungen an, die aufgrund der Querdehnungsbehinderung ihr Maximum nahe des freien Randes haben. Nach Eintritt des Primärversagens weitet sich dieses Querkzugspannungsfeld in das Steininnere aus. In Abhängigkeit von Geometrie und mechanischen Eigenschaften versagt das Mauerwerk unter zentrischer Druckbeanspruchung durch nahezu vertikale Steinrisse. Drei verschiedene Arten von Finalversagenszuständen wurden erkannt:

- Spaltzugrisse in halber Steinhöhe
- sich nach innen ausweiteten Risse in der Kontaktfläche und
- ein Abscherbeln von Mörtel und Steinen an der Wandaußenfläche.

Die zu dem Finalversagen gehörenden Spannungen werden als Mauerwerksdruckfestigkeiten interpretiert.

Neben einigen Geometrieverhältnissen wie Fugenhöhen und Steinabmessungen bestimmen die Steindruckfestigkeit, die Steinzugfestigkeit und die Mörteldruckfestigkeit die Mauerwerksdruckfestigkeit. Die Auswirkungen der elastischen Verformungskennwerte, E-Modul oder Querdehnzahl, werden von denen des plastischen Mörtelverhalten überlagert und größtenteils dominiert.

Der Vergleich der zulässigen Spannungen nach [DIN 1053-1], Abschnitt 12, mit den numerisch berechneten Druckfestigkeiten ergibt in den untersuchten Fällen für den ungünstigsten Fall Sicherheiten gegenüber einem Versagen von $\gamma=2.2$. In den

meisten anderen Berechnungen ergeben sich deutlich größere Sicherheitsabstände. Der erfolgreiche Nachweis für druckbeanspruchtes Natursteinmauerwerk nach [DIN 1053-1], Abschnitt 12, verspricht einen ausreichend großen Sicherheitsabstand gegenüber einem Verlust der Standsicherheit. Die Einschätzung einer Druckfestigkeit von Natursteinmauerwerk gelingt mit Hilfe der [DIN 1053-1] nicht.

Die Einflüsse oben genannter Geometrieparameter und mechanischer Eigenschaften von Steinen und Mörtel auf die Druckfestigkeit einschaliger Mauerwerksstrukturen mit quaderförmigen Steinen können durch eine Erweiterung einer Berechnungsformel nach [Berndt 1996-2] qualitativ gut analytisch erfasst werden. Die quantitative Übereinstimmung der Gl.(7-2) mit den simulierten Finalversagensspannungen ist befriedigend, sie sollte aber durch weitergehende Untersuchungen überprüft werden. Wesentliche Vorteile bietet die Berechnungsformel, schon in ihrer Ausgangsform, durch die Verwendung von definierten Mörtel Eigenschaften. Damit entfällt die schwierige Interpretation der an Probekörpern ermittelten Mörtel Eigenschaften.

Mit dem Finite-Element-Modell wird ein numerisches Verfahren vorgestellt, dass geeignet ist, Druckversuche an kleinen Mauerwerkskörpern am Rechner zu simulieren. Dabei verspricht eine verbesserte Modellierung des Verhaltens im Nachbruchbereich eine Verkürzung der unverhältnismäßig hohen Rechenzeiten. Durch die numerische Simulation kann die experimentelle Bestimmung von Mauerwerkeigenschaften entfallen, die für die Verwendung von Materialmodellen für den Werkstoff Mauerwerk (z.B. [Seim 1995]) notwendig sind. Mit diesen Makromodellen ist, im Gegensatz zum hier vorgestellten Mikromodell, die Untersuchung komplexer Mauerwerksstrukturen mit vergleichsweise geringem Aufwand möglich.

Neben anderen Einflüssen hängt die Güte der Ergebnisse numerischer Berechnungen von der Güte der Eingangsparameter ab. Insbesondere für den Mörtel haben die nach den technischen Regeln ermittelten Eigenschaften nur richtungsweisende Aussagekraft. Dies liegt an zwei Punkten:

1. Die unterschiedlichen Erhärtingsbedingungen des Mörtels im Mauerwerk und in den Probekörpern führen zu unterschiedlichen Eigenschaften des Festmörtels. Dabei ist die Mörteldruckfestigkeit die entscheidende Eigenschaft für das Tragverhalten von Mauerwerksstrukturen. Sie ist für genauere numerische Simulationen in ihrer Größe, aber auch in ihrer Verteilung über Fugenlänge, und gegebenenfalls -höhe, von Bedeutung.
2. Für das gewählte Materialmodell werden einaxiale Eigenschaften benötigt. Übliche Versuchsanlagen mit starren Lasteinleitungsplatten liefern für gedrungene Probekörper aber keine einaxialen Eigenschaften.

Die Ermittlung einaxialer Eigenschaften des im Mauerwerk vorhandenen Mörtels muss weiterhin das Ziel baustoffkundlicher Untersuchungen sein.

Untersuchungen zu Trag- und Versagensmechanismen unregelmäßiger Mauerwerksverbände müssen nachfolgenden Arbeiten vorbehalten bleiben. Ein dabei vorstellbarer Versagensmechanismus ist der Verlust des Verbandes, so dass die Annahme eines starren Verbundes zwischen Stein und Mörtel das Verhalten nicht mehr adäquat beschreiben kann.

Natursteinmauerwerk besteht oft aus mehreren Schichten. Einige Zusammenhänge konnten in den Arbeiten von [Warnecke 1995] und [Egermann 1995] aufgezeigt werden, trotzdem besteht auch hier noch weiterer Forschungsbedarf.

9 Literatur

- [Ahnert 1986] Ahnert, R., Krause, K. H.: Typische Baukonstruktionen von 1860 – 1960, Band 1, Bauverlag, Wiesbaden, 1986
- [Alfes 1994] Alfes, C.: *Spannungs-Dehnungsverhalten, Schwinden und Kriechen von Sandsteinen*, In: Jahresberichte Steinzerfall – Steinkonservierung 1992, Ernst & Sohn, Berlin, 1994
- [Babilon 1994] Babilon, H.: Berichte aus dem Konstruktivem Ingenieurbau : Über die Auswirkungen einer ungleichmäßigen Fugengeometrie auf den Spannungs- und Verformungszustand im zentrisch gedrücktem Mauerwerk, Heft 19, Dissertation, TU Berlin, 1994
- [Bathe 1986] Bathe, K.-J.: Finite- Elemente- Methoden, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 1986
- [Berger 1986] Berger, F.: *Zur nachträglichen Bestimmung der Tragfähigkeit von zentrisch gedrücktem Ziegelmauerwerk*. In: Erhalten historisch bedeutsamer Bauwerke: Jahrbuch 1986, SFB 315 , Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 1990, S.105- 114
- [Berndt 1994] Berndt, E., Schöne I.: *Ein Bemessungsvorschlag für Mauerwerk aus Elbesandstein auf der Grundlage experimentell ermittelter Tragfähigkeiten*, In: Erhalten historisch bedeutsamer Bauten: Jahrbuch 1992 /SFB 315, Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 1994, S.41- S.59
- [Berndt 1996-1] Berndt, E.: Zur Druck- und Schubfestigkeit von Mauerwerk-experimentell nachgewiesen an Strukturen aus Elbesandstein, In: Bautechnik 73 (1996) Heft 4, Ernst & Sohn , Berlin, S.222-234
- [Berndt 1996-2] Berndt, E.: *Druck- und Schubfestigkeit von Mauerwerk*, Vortrag im Seminar *Tragwerksplaner in der Denkmalpflege* am 12.09.1996, Deutsches Zentrum für Handwerk und Denkmalpflege, Probstei Johannesberg, Fulda e.V., unveröffentlicht
- [Bertoldi 1988] Bertoldi, G.: *Historische Baustoffe –Putze, Mörtel und Betone*, In: Naturwerkstein in der Denkmalpflege, Ebner Verlag, Ulm, 1988, S.409-S.530
- [Bierwirth 1994] Bierwirth, H.; Stöckl, S; Kupfer, H.: Forschungsbericht T 2624: Zum Einfluss der Versuchsmethode auf das Ergebnis der Druckfestigkeitsprüfung von Mauermörtel, IRB-Verlag, Stuttgart, 1994
- [Bierwirth 1995] Bierwirth, H.: Berichte aus dem Konstruktivem Ingenieurbau Heft 3/95, Dreiaxiale Druckversuche an Mörtelproben aus Lagerfugen von Mauerwerk, Dissertation, TU München, 1995
- [BuB 1986] Baustoff und Bodenprüfstelle Kassel: Untersuchung von Tuffsteinvarianten der Löwenburg, Gutachten S 10/87, 1986, unveröffentlicht
- [Chen 1982] Chen, W.F.: Plasticity in Reinforced Concrete, McGraw-Hill, New York, 1982
- [Chen 1988] Chen, W.F., Han, D.J.: Plasticity for Structural Engineers, Springer Verlag, New York, 1988
- [Chen 1994] Chen, W.F.: Constitutive Equations for Engineerings Materials, Vol.2, Plasticity and Modeling, Elsevier, Amsterdam-London-New York- Tokyo, 1994
- [Chinn 1965] Chinn, J., Zimmermann, R.M.: Behavior of Plain Concrete under Various High Triaxial Compression Loading Conditions, Air Force Weapons Laboratory, Technical Report WL TR 64-163, Kirtland Air Force Base, Albuquerque, New Mexico, 1965
- [Collins 1985] Collins, M.P., Vecchio, F.J., Mehlhorn G.: *An International Competition to Predict the Response of Reinforced Concrete Panels*, Canadian Journal of Civil Engineering, 12, 1985, S.626-644
- [Crisfield 1989] Crisfield, M.A., Wills, J.: *Analysis of R/C Panels Using Different Concrete Models*, Journal of Engineering Mechanics, 115, 1989, S.578-597

- [de Borst 1995] de Borst, R.; Meyer, C.: *Numerische Probleme bei nichtlinearem Tragverhalten*, In: Der Ingenieurbau: Rechnerorientierte Baumechanik, Ernst & Sohn, Berlin, 1995, S.427- S.488
- [Dedecke 1992] Dedecke, J. : Durchführung und Auswertung von Belastungsversuchen an Mauerwerkskörpern aus Naturstein, Diplomarbeit I, Fachbereich Bauingenieurwesen , Universität Gh Kassel, 1992, unveröffentlicht
- [Dialer 1993] Dialer ,C.: *Modellierung von Mauerwerk mittels Distinkter Elemente*, In: Mauerwerkskalender 1993, Ernst & Sohn, Berlin 1993, S. 621- S. 626
- [Ebner 1996] Ebner, B.: Das Tragverhalten von mehrschaligem Bruchsteinmauerwerk im regelmäßigen Schichtenverband, Berichte aus dem Konstruktivem Ingenieurbau, Heft 24, TU Berlin, Dissertation, 1996
- [Egermann 1995] Egermann, R.: Aus Forschung und Lehre: Tragverhalten mehrschaliger Mauerwerkskonstruktionen, TH Karlsruhe, Institut für Tragkonstruktionen , Heft 29, Dissertation, 1995,
- [Eschenauer 1993] Eschenauer, H., Schnell, W.: Elastizitätstheorie: Grundlagen, Flächentragwerke, Strukturoptimierung, BI - Wiss. - Verlag; Leipzig, Wien, Zürich, 1993
- [Franke 1993] Franke, L., Deckelmann, G., Goretzky, W.: Einfluss der Streubreiten von Stein- und Mörtelqualität bei der Festigkeitsbestimmung von bestehendem Mauerwerk, insbesondere bei historischen Bauten, 1993, IRB Verlag, Stuttgart
- [Franken 1993] Franken, S. : *Die Frauenkirche zu Dresden. Zur Entwicklung geeigneter Mörtel für den Wiederaufbau eines historischen Bauwerkes*, In: Erhalten historisch bedeutsamer Bauwerke: Jahrbuch 1993/ SFB 315 1996, Ernst & Sohn Verlag, Berlin
- [Ganz 1985] Ganz, H.R.: Mauerwerksscheiben unter Normalkraft und Schub, Dissertation, ETH Zürich, 1985
- [Gupta 1984] Gupta, A.K.; Akbar, H.: *Cracking in Reinforced Concrete Analysis*, Journal of Structural Engineering, 110, 1984, S.1735-1746
- [Han 1987] Han, D.J., Chen, W.F.: *Constitutive Modelling in Analysis of Concrete Structures*, Journal of Engineering Mechanics, 113,1987, S. 577-593
- [Häring 1990] Häring, S. ; Günther, K.; Klausen, D. : Technologie der Baustoffe: Handbuch für Studium und Praxis, Verlag C.F. Müller, Karlsruhe, 1990
- [Hartmann 1993] Hartmann, S.: Lösung von Randwertaufgaben der Elastoplastizität – Ein Finite-Elemente-Konzept für nichtlineare kinematische Verfestigung bei kleinen und finiten Verzerrungen, Institut für Mechanik, Bericht 1/1993, Disseration, Universität Gh Kassel
- [Hartmann 1995] Hartmann, S.: Methode der Finiten Elemente – Nichtlineare Kontinua–, Vorlesungsskript, Fachbereich Maschinenbau, Institut für Mechanik, Universität Gh Kassel, 1995
- [Hartmann 1998] Hartmann, S.: Nichtlineare Finite-Elemente-Berechnung angewendet auf ein Viskoplastizitätsmodell mit Überspannungen, In: (Eds.) ST. HARTMANN / CH. TSAKMAKIS; *Aspekte der Kontinuumsmechanik und Materialtheorie*, Gesamthochschul-Bibliothek Verlag, Kassel 1998, S.55-80
- [Hertel 1994] Hertel, A.: Untersuchungen zum Tragverhalten von druckbelasteten Mauerwerk – Parameterstudie mit der FE-Methode, Projekt IV, Fachbereich Bauingenieurwesen , Universität Gh Kassel, 1994, unveröffentlicht
- [Hofstetter 1995] Hofstetter, G., Mang, H.A.: Computational Mechanics of Reinforced Concrete Structures, Vieweg, Braunschweig/Wiesbaden, 1995
- [Huster 1994] Huster, U.: Entwicklung und Erprobung eines speziellen Finite Elemente Programmes zur statischen Berechnung von Mauerwerk, Diplomarbeit II, Fachbereich Bauingenieurwesen , Universität Gh Kassel, 1994, unveröffentlicht

- [Kirtschig 1997] Kirtschig, K.: Eurocode 6: Bemessung und Konstruktion von Mauerwerksbauten, Teil 1-1: Allgemeine Regeln –Regeln für bewehrtes und unbewehrtes Mauerwerk, Juni 1995, Normtext – Erläuterung – Hintergründe, In: Mauerwerkskalender 1997, Verlag Ernst und Sohn, Berlin, 1997, S.653-755
- [Klingbeil 1985] Klingbeil, E.: Tensorrechnung für Ingenieure, Bibl. Inst., Mannheim, 1985
- [Kupfer 1973] Kupfer, H.: Das Verhalten des Betons unter mehrachsiger Kurzzeitbelastung unter besonderer Berücksichtigung der zweiachsigen Beanspruchung, DAfStb Heft 229, Ernst & Sohn, Berlin 1973
- [Link 1989] Link, M.: Finite Elemente in der Statik und Dynamik, B.G. Teubner, Stuttgart, 2.Auflage, 1989
- [Mann 1979] Mann, W.; Müller, H.: *Bruchverhalten von schubbeanspruchtem Mauerwerk in Theorie und Versuch*, In Proceedings of 6th International Brick/Block Masonry Conference, Washington 1979, S.110 ff.
- [Mann 1983-1] Mann, W.: *Zum Tragverhalten von Mauerwerk aus Natursteinen*, In : Mauerwerkskalender 1983, Ernst & Sohn ,Berlin, S.675 -686
- [Mann 1983-2] Mann, W.: Druckfestigkeit von Mauerwerk- Eine statistische Auswertung von Versuchsergebnissen in geschlossener Darstellung mit Hilfe von Potenzfunktionen, In : Mauerwerkskalender 1983, Ernst & Sohn ,Berlin, S.687 -699
- [Mann 1997] Mann, W.: Grundlagen der vereinfachten und der genaueren Bemessung von Mauerwerk nach DIN 1053-1, Ausgabe November 1996, In: Mauerwerkskalender 1997, Ernst & Sohn Verlag, Berlin 1997, S.1 - S.28
- [MATLAB ®] The MathWorks Inc., USA
- [MATLAB 1994] Optimization Toolbox User's Guide, The MathWorks Inc., USA, 1994
- [Mehlhorn 1983] Mehlhorn, G.: Numerische Verfahren zur Lösung von Problemen der Strukturmechanik mit nichtlinearen Materialgesetzen, In: Skript Flächentragwerke III, WS 1983/84, Universität Gh Kassel
- [Mehlhorn 1995] Mehlhorn G., Kolleger J.: *Anwendung der Finiten Elemente im Stahlbetonbau*, In: Der Ingenieurbau: Rechnerorientierte Baumechanik, Ernst & Sohn, Berlin, 1995, S.293- S.425
- [Mescke 1991] Mescke, G.: Synthese aus konstitutivem Modellieren von Beton mittels dreiaxialer, elasto-plastischer Werkstoffmodelle und Finite-Elemente-Analysen dickwandiger Stahlbetonkonstruktionen, Dissertation, TU Wien, VWGÖ, Wien, 1991
- [Metz 1992] Metz, F.: Zur Charakterisierung von Porenraum und ausgewählten Gebrauchseigenschaften verschiedener Natursteine, Dissertation Universität Marburg, Hochschul-Verlag Freiburg im Breisgau, 1992
- [Meyer 1990] Meyer, J.: Einfluss der Güte der Ausführung auf die Druckfestigkeit von Mauerwerk, Dissertation , Institut für Baustoffkunde und Materialprüfung, Universität Hannover, Heft 59, 1990
- [Middleton 1991] Middleton,J., Pande, G.N., Liang, J.X., Krajl, B.: *Some recent Advances in Computer Methods In Structural Masonry*, In: Middleton,J.: Computer Methods in Structural Masonry-1, Books & Journals International LTD., Swansea, UK, 1991, pp 1-21
- [Minnameyer 1995] Minnameyer, D.: Natursteine- Bedeutung der Steine bei historischen Mauerwerksbauten, Diplomarbeit I, Universität Gh Kassel, FB Bauingenieurwesen, unveröffentlicht, 1995
- [Müller 1988] Müller, F.: *Historische Gesteine*, In: Naturwerkstein in der Denkmalpflege, Ebner Verlag, Ulm, 1988, S.345-408
- [Münch 1997] Münch, V.: Untersuchungen über Versagensmechanismen von Mauerwerk unter Druckbeanspruchung mit Hilfe einer FE-Parameterstudie, Diplomarbeit I, Fachbereich Bauingenieurwesen , Universität Gh Kassel, 1997, unveröffentlicht

- [Neuwald 1999] Neuwald-Burg, C.: Berichte aus Dissertationsforschungen, Vortrag am Institut für Massivbau, TU Darmstadt, 27.09.1999, unveröffentlicht
- [Owen 1980] Owen, D.R.J.; Hinton, E.: *Finite Elements in Plasticity*, Pineridge Press Limited, Swansea, UK, 1980
- [Owen 1983] Owen D.R.J., Figueiras J.A., Damjanic´ F.: *Finite Element Analysys of Reinforced and Prestressed Concrete Structures Including Thermal Loading*, In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 41, 1983, S. 323-366
- [Page 1978] Page, A.W.: *Finite Element Model for Masonry*, In: *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol.104, No. 8, 1978, pp 1267-1285
- [Pohl 1992] Pohl, R.; Schneider, K.-J.; Wormuth R.; Ohler, A.; Schubert, P.: *Mauerwerksbau: Baustoffe – Konstruktion - Berechnung – Ausführung*, 4.Auflage Werner-Verlag, Düsseldorf 1992
- [Pöschel 1996] Pöschel, G., Sabha, A.: *Ein theoretisches Modell zum Tragverhalten von Elbesandstein*. In: *Erhalten historisch bedeutsamer Bauten: Jahrbuch 1993*, SFB 315, Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 1996
- [Probst 1981] Probst, P.: *Ein Beitrag zum Bruchmechanismus von zentrisch gedrücktem Mauerwerk*, Dissertation, TU München, 1981
- [Rustmeier 1982] Rustmeier, H.G.: *Untersuchungen über Einflüsse auf die Drucktragfähigkeit von Bruchsteinmauerwerk*, Dissertation, TH Darmstadt, 1982
- [Schäfer 1989] Schäfer, J.; Hilsdorf H.K. : *Der Mörtel in historischem Mauerwerk*, In: *Erhalten historisch bedeutsamer Bauwerke: Jahrbuch 1989*, SFB 315 , Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 1990, S.63-73
- [Schäfer 1991] Schäfer, J.; Hilsdorf H.K. : *Struktur und mechanische Eigenschaften von Kalkmörteln* in: *Erhalten historisch bedeutsamer Bauwerke: Jahrbuch 1991*, SFB 315 , Ernst & Sohn Verlag, Berlin,1991, S.65-76
- [Schickert 1977] Schickert, G.; Winkler, H. : *Versuchsergebnisse zur Festigkeit und Verformung von Beton bei mehraxialer Druckbeanspruchung*, DAfStb Heft 277, Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 1977
- [Schickert 1981] Schickert, G.: *Formfaktoren der Betondruckfestigkeit*, In: *Bautechnik* 58 (1981) 2, S.-. 52-57
- [Schießl 1991] Schießl, P.; Alfes, C.: *Festigkeit und Verformbarkeit von Sandstein- Bedeutung für die Verwitterungsresistenz und Meßmethoden*, In: *Bautenschutz und Bausanierung* 14 (1991), S.34-38
- [Schubert 1998] Schubert P.: *Eigenschaftswerte von Mauerwerk, Mauersteinen und Mauer-mörtel*, In: *Mauerwerkskalender 1999*, Ernst & Sohn, Berlin ,1999, S.89-106
- [Schuh 1987] Schuh, H.: *Physikalische Eigenschaften von Sandsteinen und ihren verwitterten Oberflächen*, In: *Münchner Geowissenschaftliche Abhandlungen, Reihe B, Allgemeine und Angewandte Geologie*, Verlag Friedrich Pfeil, München, 1987
- [Schulenberg 1982] Schulenberg, W.: *Theoretische Untersuchungen zum Tragverhalten von zentrisch gedrücktem Mauerwerk aus künstlichen Steinen unter besonderer Berücksichtigung der Qualität der Lagerfugen*, Dissertation, TH Darmstadt, 1982
- [Seim 1995] Seim, W.: *Aus Forschung und Lehre: Numerische Modellierung des anisotropen Versagens zweiachsig beanspruchter Mauerwerksscheiben*, TH Karlsruhe, Institut für Tragkonstruktionen, Heft 27, Dissertation, 1995
- [Simo 1985] Simo,J.C., Taylor, R.L.: *Consistent Tangent Operators for rate Independent Elasto-Plasticity*, *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 48, 1985, S. 101-118
- [Stavrakakis 1995] Stavrakakis, E.J., Ignatakis, C.E., Matthew, B.A., Penelis G.G: *Masonry under biaxial compression , Analytical Parametric Investigation using F.E.M.*, In: Middleton,J.: *Computer Methods in Structural Masonry-3*, Books & Journals International LTD., Swansea, UK, 1995, pp 78-87

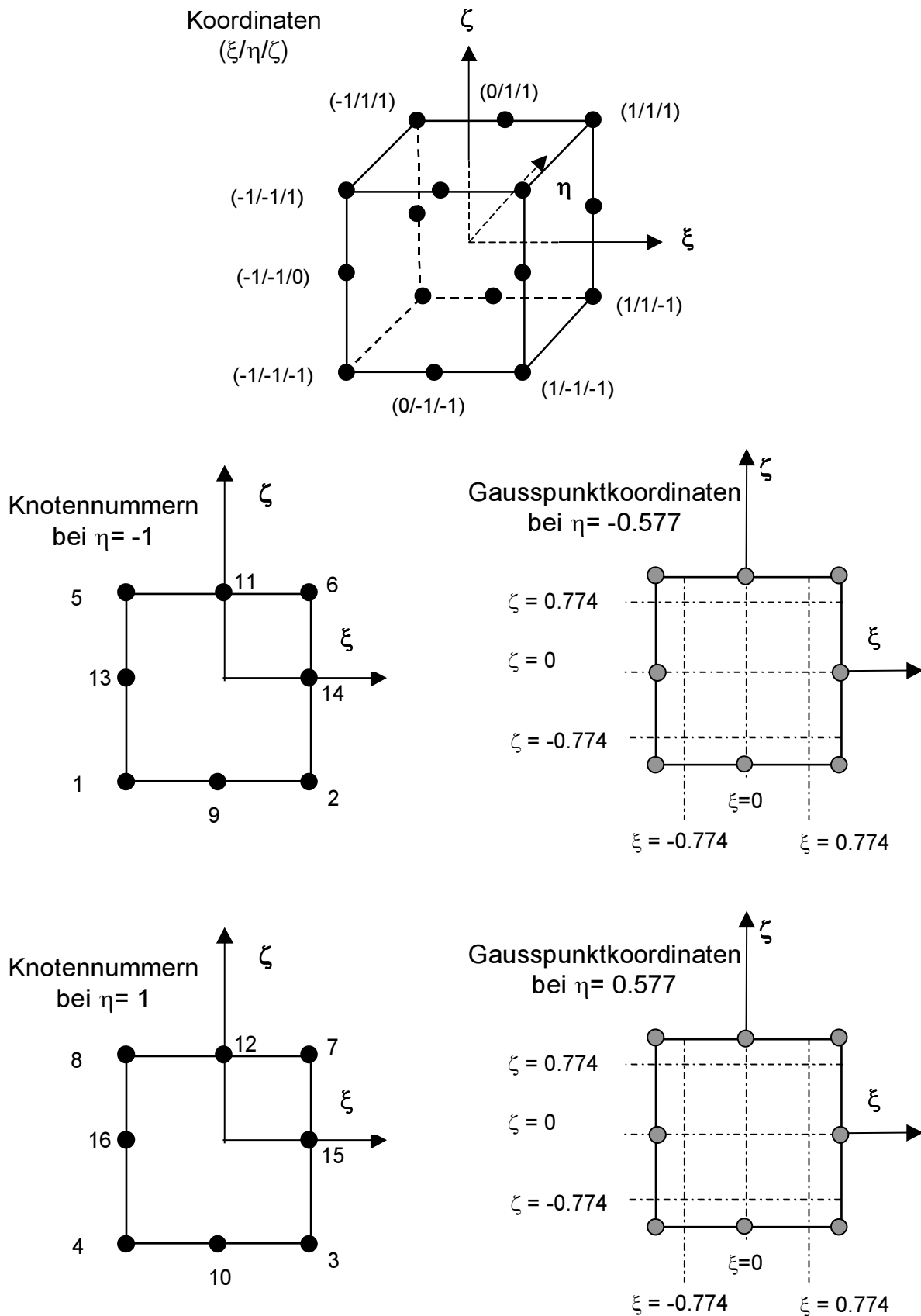
- [Stiglat 1984] Stiglat, K.: *Zur Tragfähigkeit von Mauerwerk aus Sandstein*, In : Bautechnik 2/1984 S.51-59 und 3/1984, S.94-100, Ernst & Sohn ,Berlin 1984
- [Sydertz 1986] Sydertz, F.: *Physikalisch-mechanische Eigenschaften von Tuffsteinen*, In: 2. Int. Kolloquium Werkstoffwissenschaften und Bausanierung, Esslingen, 1986, S.40-420
- [Warnecke 1995] Warnecke, P.: Tragverhalten und Konsolidierung von historischem Natursteinmauerwerk, Dissertation 1995, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, TU Braunschweig, Heft 114
- [Willam 1975] Willam, K.J., Warnke, E.P.: *Constitutive Model for the Triaxial Behavior of Concrete*, Proceedings of International Association of Bridge and Structural Engineers 19 , Bergamo, Italy, 1975
- [Wisser 1988] Wisser, S.; Knöfel, D.: Untersuchungen an historischen Putz- und Mauermörteln, Teil 2: Untersuchungen und Ergebnisse, In: Bautenschutz und Bausanierung 11 (1988), S. 163-S 171
- [Wunderlich 1996] Wunderlich, W., Redanz, W.: *Die Methode der Finiten Elemente*, In: Der Ingenieurbau: Rechnerorientierte Baumechanik, Ernst & Sohn, Berlin, 1996, S.141- S.247

Normen

- [DGfM 1992] Vorläufige Richtlinie zur Ergänzung der Eignungsprüfung von Mauermörtel; Druckfestigkeit in der Lagerfuge, Anforderungen, Prüfungen, Ausgabe 10/1992
- [DIN 1048-5] Ausgabe: 1991-06: Prüfverfahren für Beton; Festbeton, gesondert hergestellte Probekörper, Beuth Verlag, Berlin
- [DIN 1053-1] Ausgabe 1996-11: Mauerwerk - Teil 1: Berechnung und Ausführung, Beuth Verlag, Berlin
- [DIN 1053-2] Ausgabe 1996-11: Mauerwerk - Teil 2: Mauerwerksfestigkeitsklassen aufgrund von Eignungsprüfungen, Beuth Verlag, Berlin
- [DIN 18554-1] Ausgabe 1985-12: Prüfung von Mauerwerk; Ermittlung der Druckfestigkeit und des E-Moduls, Beuth Verlag, Berlin
- [DIN 18555-3] Ausgabe 1982-09: Prüfung von Mörteln mit mineralischen Bindemitteln - Festmörtel - Bestimmung der Biegezugfestigkeit, Druckfestigkeit und Rohdichte, Beuth Verlag, Berlin
- [DIN EN 1015-11] Prüfverfahren für Mauermörtel. Teil 11. Bestimmung der Biege- und Druckfestigkeit von erhärtetem Mauermörtel, ersatzlos zurückgezogen
- [DIN EN 1926] Ausgabe 1999-05, Prüfverfahren für Naturstein – Bestimmung der Druckfestigkeit, Beuth Verlag, Berlin
- [EC 2] DIN V ENV 1992-1-1, Ausgabe 1992-06: Eurocode 2, Planung von Stahlbeton- und Spannbetonbauwerken; Teil 1: Grundlagen und Anwendungsregeln für den Hochbau, Beuth Verlag Berlin
- [EC 6] DIN V ENV 1996-1-1, Ausgabe 1996-12: Eurocode 6: Bemessung und Konstruktion von Mauerwerksbauten – Teil 1-1: Allgemeine Regeln für bewehrtes und unbewehrtes Mauerwerk; Deutsche Fassung ENV 1996-1-1, Beuth Verlag, Berlin
- [NAD 1997] DIN-Fachbericht 60: Nationales Anwendungsdokument (NAD): Richtlinie zur Anwendung von DIN V ENV 1996-1-1, Eurocode 6 Bemessung und Konstruktion von Mauerwerksbauten – Teil 1-1: Allgemeine Regeln für bewehrtes und unbewehrtes Mauerwerk, Ausgabe 1997, Beuth Verlag, Berlin

10 Anhang

Isoparametrische 16-Knoten Quaderelement



Die Formfunktionen lauten:

$$\begin{aligned}
\varphi_1 &= 0.125(-1 + \eta + \xi^2 + \xi\zeta + \zeta^2 - \xi^2\zeta - \xi\zeta^2 - \xi^2\eta - \xi\eta\zeta - \eta\zeta^2 + \xi^2\eta\zeta + \xi\eta\zeta^2) \\
\varphi_2 &= 0.125(-1 + \eta + \xi^2 - \xi\zeta + \zeta^2 - \xi^2\zeta + \xi\zeta^2 - \xi^2\eta + \xi\eta\zeta - \eta\zeta^2 + \xi^2\eta\zeta - \xi\eta\zeta^2) \\
\varphi_3 &= 0.125(-1 - \eta + \xi^2 - \xi\zeta + \zeta^2 - \xi^2\zeta + \xi\zeta^2 + \xi^2\eta - \xi\eta\zeta + \eta\zeta^2 - \xi^2\eta\zeta + \xi\eta\zeta^2) \\
\varphi_4 &= 0.125(-1 - \eta + \xi^2 + \xi\zeta + \zeta^2 - \xi^2\zeta - \xi\zeta^2 + \xi^2\eta + \xi\eta\zeta + \eta\zeta^2 - \xi^2\eta\zeta - \xi\eta\zeta^2) \\
\varphi_5 &= 0.125(-1 + \eta + \xi^2 - \xi\zeta + \zeta^2 + \xi^2\zeta - \xi\zeta^2 - \xi^2\eta + \xi\eta\zeta - \eta\zeta^2 - \xi^2\eta\zeta + \xi\eta\zeta^2) \\
\varphi_6 &= 0.125(-1 + \eta + \xi^2 + \xi\zeta + \zeta^2 + \xi^2\zeta + \xi\zeta^2 - \xi^2\eta - \xi\eta\zeta - \eta\zeta^2 - \xi^2\eta\zeta - \xi\eta\zeta^2) \\
\varphi_7 &= 0.125(-1 - \eta + \xi^2 + \xi\zeta + \zeta^2 + \xi^2\zeta + \xi\zeta^2 + \xi^2\eta + \xi\eta\zeta + \eta\zeta^2 + \xi^2\eta\zeta + \xi\eta\zeta^2) \\
\varphi_8 &= 0.125(-1 - \eta + \xi^2 - \xi\zeta + \zeta^2 + \xi^2\zeta - \xi\zeta^2 + \xi^2\eta - \xi\eta\zeta + \eta\zeta^2 + \xi^2\eta\zeta - \xi\eta\zeta^2) \\
\varphi_9 &= 0.25(1 - \eta - \zeta - \xi^2 + \eta\zeta + \xi^2\zeta + \xi^2\eta - \xi^2\eta\zeta) \\
\varphi_{10} &= 0.25(1 + \eta - \zeta - \xi^2 - \eta\zeta + \xi^2\zeta - \xi^2\eta + \xi^2\eta\zeta) \\
\varphi_{11} &= 0.25(1 - \eta + \zeta - \xi^2 - \eta\zeta - \xi^2\zeta + \xi^2\eta + \xi^2\eta\zeta) \\
\varphi_{12} &= 0.25(1 + \eta + \zeta - \xi^2 + \eta\zeta - \xi^2\zeta - \xi^2\eta - \xi^2\eta\zeta) \\
\varphi_{13} &= 0.25(1 - \xi - \eta - \xi^2 + \xi\eta + \xi\zeta^2 + \eta\zeta^2 - \xi\eta\zeta^2) \\
\varphi_{14} &= 0.25(1 + \xi - \eta - \xi^2 - \xi\eta - \xi\zeta^2 + \eta\zeta^2 + \xi\eta\zeta^2) \\
\varphi_{15} &= 0.25(1 + \xi + \eta - \xi^2 + \xi\eta - \xi\zeta^2 - \eta\zeta^2 - \xi\eta\zeta^2) \\
\varphi_{16} &= 0.25(1 - \xi + \eta - \xi^2 - \xi\eta + \xi\zeta^2 - \eta\zeta^2 + \xi\eta\zeta^2)
\end{aligned}$$

Die Gaussgewichte w betragen in der ξ - ζ -Ebene für die Koordinate ± 0.774 $w=0.55556$, für die Koordinate 0 $w=0.88889$. Die Gaussgewichte in η -Richtung betragen jeweils $w=1$.

Lebenslauf

Claus Ulrich Huster

geboren am 24. September 1964 in Wolfsburg
verheiratet, zwei Kinder
wohnhaft in Kassel

1971 – 1975	Grundschule, Wolfsburg
1975 – 1977	Orientierungsstufe, Wolfsburg
1977 – 1984	Ratsgymnasium Wolfsburg
Juni 1984	Abitur
1984 – 1986	Ausbildung zum Beton- und Stahlbetonbauer
1986 – 1988	Zivildienst in der ambulanten Krankenpflege
Juli - September 1988	Großbrückenbaustelle Kassel
1988 – 1994	Studium des Bauingenieurwesens an der Universität Gh Kassel
Januar 1993	Diplom 1: Gewinn des Förderpreises der Kasseler Betonbetriebe
Oktober 1994	Diplom 2
1994 – 1999	wissenschaftlicher Bediensteter im Fachbereich Bauingenieurwesen an der Universität Gh Kassel im Fachgebiet Massivbau und Tragwerkskonstruktionen
seit Januar 2000	Mitarbeiter im Ingenieurbüro Haberland+Archinal+Zimmermann, Kassel