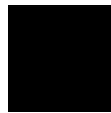


kassel
university



press

**Analyse von Wirbelstromsignalen mit problemangepaßten
Funktionen für die zerstörungsfreie Materialprüfung**

Regine Mallwitz

Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.).
Angenommen am 30. Juni 1999 vom Fachbereich Elektrotechnik der Universität Gesamthochschule Kassel.

Erster Gutachter: Prof. Dr. rer. nat. Wolf-Jürgen Becker
Zweiter Gutachter: Prof. Dr. rer. nat. habil. Klemens Burg

Tag der mündlichen Prüfung

22. Oktober 1999

Die Deutsche Bibliothek - CIP-Einheitsaufnahme

Mallwitz , Regine

Analyse von Wirbelstromsignalen mit problemangepaßten Funktionen für die zerstörungsfreie
Materialprüfung / Regine Mallwitz. - Kassel : kassel univ. press, 2000. – X, 214 S. : Ill.

Zugl.: Kassel, Univ., Diss. 2000
ISBN 3-933146-44-5

© 2000, kassel university press GmbH, Kassel

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsschutzgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Umschlaggestaltung: 5 Büro für Gestaltung, Kassel
Druck und Verarbeitung: Zentraldruckerei der Universität Gesamthochschule Kassel
Printed in Germany

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als Promotionsstipendiatin im Fachgebiet Meßtechnik der Universität Kassel.

Mein besonderer Dank gilt dem Leiter dieses Fachgebietes, Herrn Prof. Dr. rer. nat. Wolf-Jürgen Becker für die Anregung des Themas, seine fortwährende Diskussionsbereitschaft und sein Engagement, mit dem er an vielen Stellen die Durchführung dieser Arbeit gefördert hat.

Herrn Prof. Dr. rer. nat. habil. Klemens Burg danke ich für sein Interesse an meiner Arbeit und die Bereitschaft das Korreferat zu übernehmen.

Der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) habe ich zu danken für die Bewilligung meines Stipendiums im Rahmen des Graduiertenkollegs „Materialien und Komponenten der Mikrosystemtechnik“ der Fachbereiche Elektrotechnik und Physik an der Universität Kassel.

Weiterhin möchte ich mich bei Herrn Dr. Henner Ostermeyer von der Test Maschinen Technik Schwarmstedt für die anregenden Diskussionen und interessanten Einblicke in die professionelle Prüftechnik sowie für die Bereitstellung der Materialien für die Rohrprüfung bedanken.

Danken möchte ich allen Mitgliedern des Fachgebietes Meßtechnik sowie des Fachbereiches Elektrotechnik, die durch ihr Interesse und ihre Unterstützung die Durchführung und den Abschluß dieser Arbeit gefördert haben.

Besonderer Dank gilt meinem Lebensgefährten PD Dr.-Ing. habil. Peter Zacharias für seine geduldige Anteilnahme und die wertvollen Hinweise, die zum Gelingen der Arbeit in jeder Hinsicht beigetragen haben.

Regine Mallwitz

Kassel, den 30. Juni 1999

Inhaltsverzeichnis

	Verzeichnis der verwendeten Symbole	V
1	Einleitung	1
2	Messen und Prüfen mit dem Wirbelstromverfahren	3
2.1	Prinzip des Wirbelstromverfahrens	4
2.2	Magnetfeldempfindliche Sensoren als Meßwertaufnehmer	9
2.2.1	Spule	9
2.2.1.1	Induktionsspule	10
2.2.1.2	Wirbelstromspule	11
2.2.1.3	Sättigungskernsonde	14
2.2.2	Hall-Sensor	16
2.2.3	Magnetoresistiver Sensor	19
2.2.3.1	Magnetoresistiver Halbleiter-Sensor	19
2.2.3.2	Ferromagnetischer magnetoresistiver Sensor	22
2.2.4	Supraleitendes Quanteninterferenz Bauelement	29
2.2.5	Magnetodiode	32
2.2.6	Magnetotransistor	34
2.3	Zusammenfassung	35
3	Konstruktion von Sonden mit Spulen	39
3.1	Charakterisierung von Sonden mit Spulen	40
3.1.1	Laterales Auflösungsvermögen	42

3.1.2	Vertikales Auflösungsvermögen	48
3.2	Einfluß von Störgrößen	50
3.2.1	Störungen durch Fremdeinflüsse	50
3.2.2	Störungen durch Komponenten der Sonde	51
3.2.2.1	Skineffekt	51
3.2.2.2	Proximity-Effekt	53
3.3.2.3	Wirbelstromverluste durch induktive Leistungseinkopplung in leitfähige Konstruktionselemente	54
3.3	Optimierung von Sonden mit Spulen	57
4	Modellierung des Wirbelstrommeßprozesses	60
4.1	Phänomenologische Ansätze	64
4.2	Signaltheoretische Ansätze	67
4.3	Empirische Ansätze	71
5	Modellierung empirisch ermittelter Abhängigkeiten zwischen Einflußgrößen und Meßgrößen	77
5.1	Approximation von empirischen Meßdaten mit allgemeinen Funktionen	79
5.2	Approximation von empirischen Meßdaten mit problemangepaßten Funktionen	83
5.2.1	Theoretische Grundlagen	83
5.2.2	Beispiel	86
5.2.3	Eigenschaften der Basisvektoren	94
5.2.4	Bestimmung der Basisvektoren bei größeren Datenmengen	97
5.2.5	Zusammenfassung	100

6	Bestimmen von Rißparametern mit Methoden der Mustererkennung	102
6.1	Basisvektoren der Karhunen-Loeve-Transformation als informationstragende Merkmalsvektoren	104
6.2	Meßaufbau	113
6.3	Bestimmen von Rißbreiten	117
6.3.1	Merkmalsextraktion aus einem Primärdatensatz	118
6.3.2	Bestimmen der Breite von Rissen aus gemessenen Daten	126
6.3.3	Einfluß von zufälligen Störgrößen	133
6.4	Bestimmen von Rißtiefen	138
6.4.1	Merkmalsextraktion aus einem Primärdatensatz	138
6.4.2	Bestimmen der Tiefe von Rissen aus gemessenen Daten	145
6.4.3	Einfluß der Meßfrequenz auf die Bestimmung der Rißtiefe	147
6.5	Bestimmen von Rißbreiten und Rißtiefen in einem Schritt	149
6.5.1	Meßaufbau und Meßdaten	150
6.5.2	Datenanalyse mit Hilfe der Karhunen-Loeve-Transformation	153
6.5.3	Datenanalyse mit Hilfe einer modifizierten Karhunen-Loeve-Transformation	160
6.6	Zusammenfassung	170
7	Verbesserte Signalauswertung bei der Rohrprüfung	172
7.1	Meßaufbau	174
7.2	Bestimmen von Schädigungsparametern	177
7.3	Ansätze zur Analyse und Klassifikation von Wirbelstromsignalen	182

7.3.1	Analyse und Klassifikation mit Hilfe der Karhunen-Loeve-Transformation	184
7.3.2	Analyse und Klassifikation mit Hilfe der Fourier-Transformation	187
7.3.3	Analyse und Klassifikation mit Hilfe der Wavelet-Transformation	191
8	Zusammenfassung und Ausblick	197
9	Anhang	201
10	Literaturverzeichnis	207

Verzeichnis der verwendeten Symbole

Spezielle Funktionen und Operatoren

J, Y	Besselsche Funktionen
G	Greensche Funktion
N	Gauß-Funktion
δ	Dirac-Impuls
div	Divergenz eines Vektorfeldes
rot	Rotation eines Vektorfeldes
∇	Nabla-Operator
$\times$	Kreuzprodukt
$\cdot$	Skalarprodukt

Schreibweise von Größen

$\mathbf{A}$	Vektor oder Matrizze
$\ \mathbf{A}\ _2$	euklidische Norm
$\mathbf{A}^E$	unter Verwendung der euklidischen Norm normierter Vektor
$\mathbf{A}^T$	Transponierte des Vektors oder der Matrix
A^*	konjugiert komplexe Größe
$\mathbf{E}$	Einheitsmatrix

Verwendete Symbole

A	Koeffizient
A_f	Fläche
A	magnetisches Vektorpotential
a	Koeffizient, Dilatationsparameter, Index
a'	Koeffizient
B	magnetische Flußdichte
b	Koeffizient, Translationsparameter
b'	Koeffizient
C	Kapazität, Koeffizient
c	Koeffizient, Konstante
c'	Koeffizient
D	Verschiebungsstromdichte
d	Dicke
d_A	Abstand
d_a	Außendurchmesser
d_i	Innendurchmesser
d_L	Durchmesser eines runden Leiters
d_s	Breite einer Materialschädigung
E	elektrischen Feldstärke
F	Funktion
F_S	Störsignal
F_u	Funktional

f	Frequenz; Funktion
f_R	relativer Fehler
g	Funktion, Gewichtsfunktion
G	Übertragungsfunktion
H	magnetische Feldstärke
H_c	Anisotropiefeldstärke
H_y	y-Komponente der magnetischen Feldstärke
I	Strom
i	Index
J	Stromdichte
j	Index
k	Index
K	Konstante für das Stör-Nutzverhältnis, Zählvariable
L	Induktivität
L_s	Induktivität einer Spule, die mit einem Widerstand seriell verschaltet ist
L_{s0}	Induktivität einer Spule, die mit einem Widerstand seriell verschaltet ist, in Luft
l	Anzahl
l_L	Länge eines runden Leiters
M	Magnetisierung
M_0	spontane Magnetisierung
m	Anzahl, Index, Ortsfrequenz
N	Windungszahl
n	Anzahl, Index, Ortsfrequenz

p	Index, Variable
P_w	(Verlust)Leistung
Q	Spulengüte
q	Index
R	elektrischer Widerstand
R_{20}	elektrischer Widerstand bei 20°C
R_H	Hall-Konstante
R_L	elektrischer Widerstand eines Leiters
R_S	Störsignal
R_s	Widerstand einer Spule, der mit einer Induktivität seriell verschaltet ist
R_{s0}	Widerstand einer Spule, der mit einer Induktivität seriell verschaltet ist, in Luft
r	Anzahl, Index, Radius
s	Standardabweichung
s^2	Quadrat der Standardabweichung (Varianz)
s_a	mittlerer Approximationsfehler
s_x	Variable
T	Temperatur
T_0	Periodendauer
$\mathbf{T}$	Vektor zur Beschreibung des Stromflusses
t	Zeit
t_s	Tiefe einer Materialschädigung
t_a	Tiefe einer Materialschädigung
t_i	Tiefe einer Materialschädigung

U	Spannung
U_{ind}	induzierte Spannung
U_{H}	Hall-Spannung
u	Produkt aus zwei Merkmalen
u_{a}	Ausgangssignal
u_{e}	Eingangssignal
U_{a}	Fouriertransformierte des Ausgangssignals
U_{e}	Fouriertransformierte des Eingangssignals
V	Volumen
w	Wichtungsfaktor
x	kartesische Koordinate, Variable, Einflußgröße, Index
y	kartesische Koordinate, Meßreihe, Meßpunkt, Variable
Z	Anzahl
z	Variable, Einflußgröße
α_{20}	(Linearer) Temperaturkoeffizient bei 20°C
β_{20}	(Quadratischer) Temperaturkoeffizient bei 20°C
γ	spezifische elektrische Leitfähigkeit
η	Wichtungsfaktor
ε	Dielektrizitätszahl
ϕ	Skalares Potential
Φ	magnetischer Fluß
φ	Phase
ϑ	Temperatur
κ	Index

λ	Eigenwert
λ^*	Wert zur Wichtung des Einflusses einer Größe, ähnlich dem Eigenwert λ
μ	Permeabilität, Index
μ_0	Permeabilitätszahl
μ_n	Beweglichkeit der Elektronen
μ_r	relative Permeabilität
ν	Variable, Index
Θ	Durchflutung, Winkel
ρ	spezifischer elektrischer Widerstand; Raumladungsdichte
σ	Eindringtiefe
ψ	Meßreihe, Wavelet
$\hat{\psi}$	Fouriertransformierte des Wavelets ψ
Ψ	Meßreihe
Ω	skalares Potential außerhalb stromführender Gebiete
ω	Kreisfrequenz
ξ	Laufvariable

1 Einleitung

Die Betriebssicherheit von Konstruktionen und Anlagen spielt mit fortschreitender Technisierung der Gesellschaft eine zunehmend wichtigere Rolle. Zerstörungsfreie Meß- und Prüfmethoden sind dabei die Hilfsmittel für Überprüfungen, die schließlich zur sicherheitstechnischen Bewertungen führen. Zu den bekanntesten dieser Meß- und Prüfmethoden zählen das Durchstrahlungsverfahren, das Ultraschallverfahren aber auch das Wirbelstromverfahren. Das Wirbelstromverfahren hat dabei besonders im Kraftwerksbereich, in der Luftfahrttechnik aber auch im Bauwesen an Bedeutung erlangt.

Das Wirbelstromverfahren beruht auf dem Nachweis von Veränderungen in den physikalischen Eigenschaften eines Prüfgegenstandes mit Hilfe eines elektromagnetischen Wechselfeldes. Dieses Feld wird durch eine von Wechselstrom durchflossene Spule erregt. Wird ein leitfähiges Objekt in den Wirkbereich des Spulenfeldes gebracht, werden an dessen Oberfläche Wirbelströme induziert. Diese Wirbelströme haben ihrerseits ein elektromagnetisches Feld zur Folge, das sich dem primären Feld überlagert. Die daraus resultierende Feldänderung ist meßtechnisch erfaßbar. Inhomogenitäten, wie Risse an der Werkstückoberfläche, verändern den Verlauf der induzierten Wirbelströme. Dies führt zu charakteristischen Änderungen der Meßgrößen.

Die Lokalisation von Inhomogenitäten erfordert in vielen Fällen ein hohes örtliches Auflösungsvermögen der Meßsonde. Das laterale Auflösungsvermögen ist dabei durch die Größe und die Übertragungseigenschaften des verwendeten Meßwertaufnehmers eingeschränkt, so daß die Forderung nach Sensoren mit kleinsten Abmessungen besteht. Für eine erhöhte Tiefenwirkung sind Meßwertaufnehmer erforderlich, die auch bei niedrigen Meßfrequenzen ein gutes Stör-Nutzsignal-Verhältnis aufweisen. Die Mikrosystemtechnik sowie neue magnetisch hochempfindlicher Effekte bieten hierfür innovative Lösungsansätze.

Die Lokalisation und Charakterisierung von Schädigungen in Materialien ist das zentrale Anliegen der zerstörungsfreien Prüftechnik und damit auch der Wirbelstromprüftechnik. Die Erhöhung der Aussagekraft von Wirbelstromsignalen erfordert sowohl die theoretische als auch die experimentelle Durchdringung des Signalentstehungsprozesses. Die dem Wirbelstromverfahren zugrundeliegenden physikalischen Effekte sind sehr komplexer Natur, so daß mathematische Beschreibungen nur für ausgewählte Anordnungen unter Annahme einfachster Nebenbedingungen existieren [1;2].

Die Bewertung der mit dem Wirbelstromverfahren gemessenen Signale hängt zur Zeit weitgehend vom Wissen und der Erfahrung des Prüfers ab. Erschwerend kommt hinzu, daß Nutzsignale durch Störsignale überlagert sind, die für die Signalbewertung ausgeblendet werden müssen. Fehlinterpretationen der gemessenen Signale können jedoch verheerende Folgen annehmen, so daß die Forderung nach einer objektiven, zuverlässigen und automatisierbaren Signalauswertung besteht. Zur Bewertung von Wirbelstromsignalen werden daher zunehmend Methoden aus der Signaltheorie [3;4] und Mustererkennung [5;6] eingeführt.

In der vorliegenden Arbeit wird die Analyse von Wirbelstromsignalen mit einer Methode vorgenommen, die ursprünglich für die Redundanzreduktion, Datenkompression und Mustererkennung entwickelt wurde [7-11]. Das Verfahren beruht auf der Modellierung empirisch ermittelter Abhängigkeiten zwischen Einflußgrößen und Meßgrößen beim Wirbelstromverfahren mittels abstrakter Modelle im metrischen Raum.

2 Messen und Prüfen mit dem Wirbelstromverfahren

Das Wirbelstromverfahren ist ein verbreitetes Verfahren zur Messung bzw. Bestimmung physikalischer Kenngrößen von leitfähigen Materialien [12]. Es hat jedoch auch in der Sensorik und in der zerstörungsfreien Werkstoffprüfung an Bedeutung erlangt. Beim Wirbelstromverfahren handelt es sich um ein sehr robustes Verfahren, das auch in Bereichen, die starker Verschmutzung ausgesetzt sind, funktioniert und sich für den automatisierten Einsatz eignet.

In der Sensortechnik wird das Verfahren zur Messung von Abständen zu metallischen Objekten oder der Lage solcher Objekte z.B. in Fertigungslinien eingesetzt [13-15;16]. In der zerstörungsfreien Prüftechnik besteht die Aufgabe in der Ortung von Schädigungen in Materialien und Komponenten sowie in der Bestimmung der Ausdehnung dieser Schädigungen. Das Wirbelstromverfahren hat dabei besonders bei der Prüfung an Bauteilen und Komponenten der Luftfahrt-technik sowie im Kraftwerksbereich Bedeutung erlangt [17]. Auch zur Sortentrennung und Verwechslungsprüfung wird das Verfahren eingesetzt [18].

In Kapitel 2.1 wird das Grundprinzip des Wirbelstromverfahrens erläutert. Der Schwerpunkt liegt dabei auf dem Anwendungsgebiet der zerstörungsfreien Materialprüfung. Die Bestimmung von flächenhaft ausgedehnten Strukturen erfordert ein flächenhaftes Abtasten der Prüfobjektoberfläche (Scannen). Das örtliche Auflösungsvermögen ist dabei durch die Größe und die Übertragungseigenschaften des verwendeten Meßwertaufnehmers eingeschränkt. Ein hohes laterales Auflösungsvermögen erfordert Sensoren mit kleinsten Abmessungen, die mit neuen aus der Mikrosystemtechnik bekannten Technologien herstellbar sind, bzw. die Evaluation neuer magnetisch hochempfindlicher Effekte. Für eine erhöhte Tiefenwirkung sind Meßwertaufnehmer erforderlich, die auch bei niedrigen Meßfrequenzen ein gutes Stör-Nutzsignal-Verhältnis besitzen. In Kapitel 2.2 werden die verschiedenen derzeit zur Verfügung stehenden Magnetfeldsensoren vorgestellt. Kapitel 2.3 gibt eine Zusammenfassung der verschiedenen Sensoren und ihrer Eignung als Meßwertaufnehmer für das Wirbelstromprüfverfahren.

2.1 Prinzip des Wirbelstromverfahrens

Das Wirbelstromverfahren basiert auf dem elektromagnetischen Induktionsprinzip. Wird eine Spule von einem sich zeitlich ändernden Strom I_p durchflossen, baut sich um diese Spule ein elektromagnetisches Feld H_p auf. Befindet sich ein elektrisch leitendes Objekt in der Nähe der Spule, werden nach dem Induktionsgesetz an dessen Oberfläche Wirbelströme I_w induziert. Diese Wirbelströme I_w haben ihrerseits ein elektromagnetisches Sekundärfeld H_s zur Folge, das dem erregenden Primärfeld H_p entgegengerichtet ist (Bild 2.2.1). Das Primärfeld H_p wird damit geschwächt. Dieser Effekt wird auch als Wirbelstromeffekt bezeichnet [13].

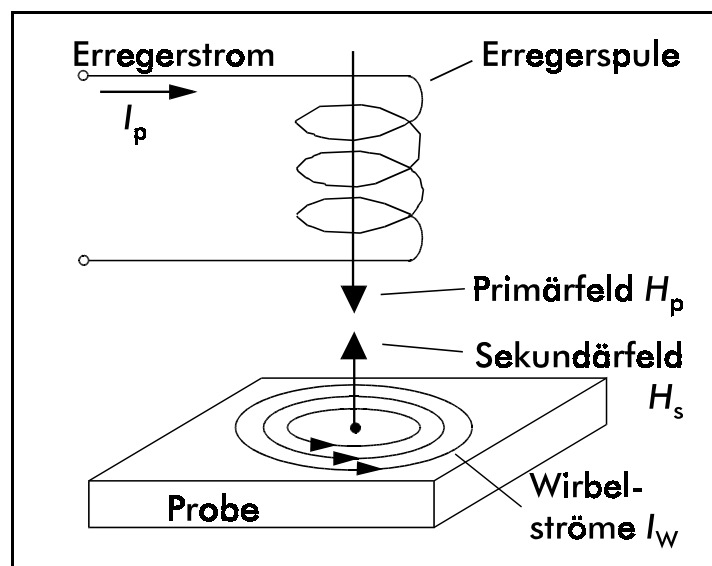


Bild 2.1.1

Prinzip des Wirbelstromverfahrens

Wird die Induktivität L_s einer mit sinusförmigem Strom I_p gespeisten Spule gemessen, verringert sich diese bei Annäherung der Spule an ein leitfähiges nichtferromagnetisches Material infolge des Wirbelstromeffekts. Gleichzeitig erhöht sich der ohmsche Anteil der Spule R_s . Dabei sind L_s und R_s die in Reihe verschalteten Bestandteile eines elektrischen Ersatzschaltbildes zur Beschreibung des elektrischen Verhaltens der Spule.

Ferromagnetische Materialien werden zusätzlich aufmagnetisiert. Dadurch entsteht ein weiteres Magnetfeld H_m , das dem Primärfeld H_p gleichgerichtet ist und dieses somit verstärkt. Dieser Effekt wird ferromagnetischer Effekt genannt [13]. Wird ein ferromagnetisches Material untersucht, überlagern sich demnach Wirbelstromeffekt und ferromagnetischer Effekt. Der Einfluß des ferromagnetischen Effektes ist abhängig von den magnetischen Eigenschaften des untersuchten Materials, insbesondere von der Permeabilität μ . In der Regel ist der ferromagnetische Effekt stärker ausgeprägt, als der Wirbelstromeffekt. Tendenziell führt dies zu einer Erhöhung der Induktivität L_s sowie zu einer Erhöhung des ohmschen Widerstandes R_s des oben beschriebenen Ersatzschaltbildes.

Die meßtechnische Erfassung der Magnetfeldänderung kann auf verschiedenen Wegen erfolgen. Eine Möglichkeit ist mit der Messung von ohmschem und induktivem Anteil der Spule, L_s und R_s , bereits erwähnt worden. Dabei wird nur eine Spule benötigt. Man spricht hierbei auch vom parametrischen Meßprinzip [12]. Werden Spulen mit Primär- und Sekundärwicklung verwendet, handelt es sich um das transformatorische Prinzip [12]. In der Sekundärwicklung wird eine Spannung U_{ind} induziert. Veränderungen des Magnetfeldes H_p machen sich als Änderung der induzierten Spannung U_{ind} bemerkbar. Anstelle der Sekundärwicklung können auch andere Magnetfeldsensoren, wie Hall-Sensoren, magnetoresistive Sensoren, auf Effekten in Supraleitern basierende Sensoren (SQUID) u.a. verwendet werden.

Sowohl bei der parametrischen als auch bei der transformatorischen Meßanordnungen ist es möglich, die Meßgröße absolut zu erfassen oder die Differenzspannung zu einem Vergleichssensor zu messen. Bei ersterem spricht man von Absolutanordnungen, bei letzterem von Vergleichs- oder Differenzanordnungen [12]. Kriterien für die Auswahl der Sonde sind die Art des Magnetfeldes H_p (Gleich-, Wechsel- oder Impulsfeld), das Feldstärkeintervall, die Bandbreite, die Möglichkeit zur Unterscheidung von Richtung und Größe des Feldes H_p .

Einfluß auf das Meßergebnis haben aber auch die Eigenschaften der verwendeten Meßgeräte.

Eine Geräteeigenschaft ist beispielsweise die gewählte Meßfrequenz. Zu den Probeneigenschaften zählen die spezifische elektrische Leitfähigkeit γ , die relative Permeabilität μ_r , die Form und die Größe der Probe sowie Werkstoffinhomogenitäten im Bereich der Wirbelströme I_W [12]. Dementsprechend sind mit dem Wirbelstromverfahren prinzipiell Messungen von physikalischen Parametern des Werkstoffes und von Materialschädigungen bzw. -inhomogenitäten möglich. Inhomogenitäten, wie beispielsweise Risse an der Werkstückoberfläche, verändern den Verlauf der induzierten Wirbelströme I_W , wie Bild 2.2.2 zeigt. Dies führt zu charakteristischen Änderungen der Meßgrößen.

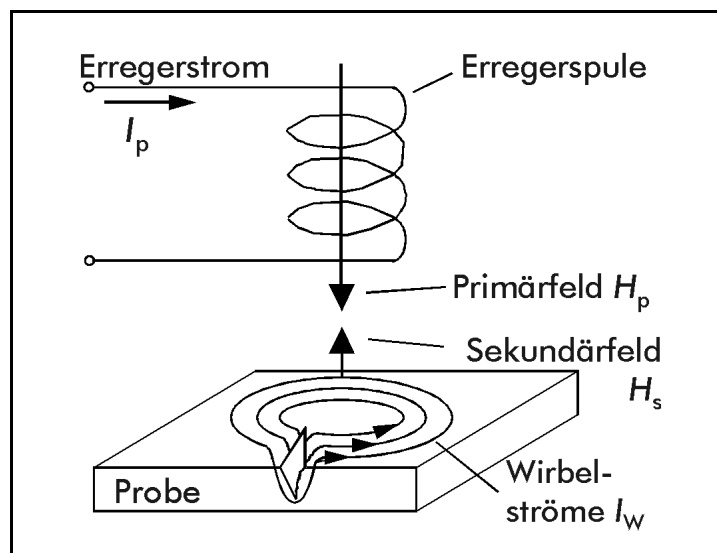


Bild 2.1.2

Wirbelstromverlauf an einem Oberflächenriß

Die elektrischen und magnetischen Eigenschaften des zu untersuchenden Materials spielen für die Funktion des Wirbelstromverfahrens eine wichtige Rolle. Die Wirbelströme I_W werden im Oberflächenbereich leitfähiger Materialien induziert. Die Stromdichte ist in der obersten Schicht des Materials am größten und fällt in Richtung der tieferliegenden Regionen ab. Als Kennwert ist die Eindringtiefe σ definiert. Sie ist ein Maß für den Abstand von der Materialoberfläche, bei dem die Wirbelstromdichte auf 37 % des Wertes an der Oberfläche abgefallen ist.

Die Eindringtiefe σ beträgt näherungsweise

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot \gamma \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot f}} \quad (2.1.1)$$

Dabei sind γ die elektrische Leitfähigkeit, μ_0 die Permeabilitätszahl und μ_r die relative Permeabilität des zu untersuchenden Materials. Ferromagnetische Materialien, wie z.B. viele Stähle, haben eine große relative Permeabilität μ_r im Bereich von einigen 1000, so daß die Eindringtiefe σ nach Gleichung (2.1.1) entsprechend klein ist. Bei nichtferromagnetischen Materialien, wie Aluminium oder Kupfer mit einer relativen Permeabilität von $\mu_r \approx 1$, ist σ bedeutend größer.

Auch die Lage der Probe innerhalb des Magnetfeldes bzw. der Abstand zur erregenden Spule hat Einfluß auf die Meßgröße, so daß das Wirbelstromverfahren zur Bestimmung der Lage und von Abständen metallischer Objekte verwendet werden kann. Sensoren, die derartige Funktionen erfüllen, werden als Näherungs- bzw. Abstandssensoren bezeichnet [14;15].

Am gebräuchlichsten ist die Anregung der Magnetisierungsspule mit sinusförmigem Strom I_p (Einfrequenzverfahren). Gewöhnlich ist die Spule dabei Bestandteil eines Resonanzkreises. Strom und Spannung innerhalb dieses Kreises ändern sich, wenn ein leitfähiges Objekt in den Wirkbereich des Spulenfeldes H_p kommt bzw. bei Änderung der physikalischen Eigenschaften des Objektes. Die Auswertung kann auf vielfältige Weise erfolgen [13-15;19].

Die Anregung der Magnetisierungsspule kann auch mit impulsförmigen Strömen I_p erfolgen. Aufgrund der Breitbandigkeit hat das sogenannte Impuls-Wirbelstromverfahren bei der Bestimmung von Materialinhomogenitäten in tieferen Werkstückregionen eine Bedeutung erlangt. Dabei wird die Erregerspule mit einem impulsförmigen Strom angeregt. In einer zweiten Spule wird eine entsprechend impulsförmige Spannung induziert. Typisch ist die Auswertung der Länge dieses Impulses [20]. Eine andere Wirkungsweise liegt dem Controlled-Signals (CS)-Impuls-Verfahren zugrunde.

Hierbei wird die Spule mit einem problemangepaßten Prüfimpuls angeregt [21]. Erprobt wurde auch die Anregung mit binären Rauschsignalen [18;22]. Der Vorteil dieser Verfahren besteht in einer im Vergleich zum Einfrequenzverfahren höheren Bandbreite.

2.2 Magnetfeldempfindliche Sensoren als Meßwertaufnehmer

Für das Wirbelstromverfahren steht eine Reihe von Meßwertaufnehmern zur Verfügung. Am bekanntesten - weil am preiswertesten und dadurch am häufigsten verwendet - ist die Sensorspule in einer Vielzahl von Anordnungs- und Verschaltungsmöglichkeiten. Da die Meßaufgabe beim Wirbelstromverfahren auf eine Magnetfeldmessung zurückzuführen ist, kommt aber auch verschiedenen hochauflösenden Magnetfeldsensoren eine Bedeutung zu. Seit langem bekannte Magnetfeldsensoren sind beispielsweise Hall-Elemente oder Feldplatten. Durch die Entdeckung neuer und die Weiterentwicklung bestehender magnetfeldabhängiger Effekte in den letzten Jahren stehen derzeit auch hochempfindliche magnetoresistive Sensoren, wie z.B. GMR-Sensoren, oder Supraleitende Quanteninterferenz-Bauelemente (SQUID) kommerziell zur Verfügung. Auf die Funktionsprinzipien der derzeit nutzbaren Meßwertaufnehmer für das Wirbelstromverfahren wird im folgenden kurz eingegangen.

2.2.1 Spule

Spulen sind in der zerstörungsfreien Wirbelstromprüfung die ältesten und am häufigsten genutzten Meßwertaufnehmer [12]. Die Herstellung selbst sehr kleiner Spulen durch Wickeltechnik ist einfach und äußerst preiswert. Auch die Herstellung gedruckter ein- und mehrlagiger Spulen ist heute möglich [23]. Besondere Anwendung finden derartige Spulen in Array-Konstruktionen [23;24]. Der Aufbau der Spulen und die Anordnung mehrerer Spulen zueinander und gegenüber dem Meßobjekt erfolgt in Abhängigkeit von der Meßaufgabe.

2.2.1.1 Induktionsspule

Die Wirkung der Induktionsspule beruht auf dem elektromagnetischen Induktionsprinzip. Ändert sich in einer Luftspule mit N Windungen der dort wirkende magnetische Fluß Φ und damit die magnetische Flußdichte B , dann ist nach dem Induktionsgesetz an den Anschlüssen die Spannung

$$U_{\text{ind}} = -N \frac{d\Phi}{dt} = -NA_f \frac{dB}{dt} = -NA_f \mu_0 \mu_r \frac{dH}{dt} \quad (2.2.1)$$

abgreifbar. Dabei ist A_f die von einer Windung umfaßte Fläche, die μ_0 Permeabilitätszahl und μ_r die dimensionslose relative Permeabilität. Gleichung (2.2.1) sagt aus, daß nur zeitliche Änderungen eines Magnetfeldes eine Spannungseinduktion bewirken, so daß nur Wechselfelder ausgemessen werden können. Um magnetische Gleichfelder messen zu können, muß die Meßspule in geeigneter Weise in Bewegung versetzt werden, um eine Flußänderung $d\Phi/dt$ zu erzielen.

Die Eigenschaften der Induktionsspule mit der Induktivität L werden durch parasitäre elektrische Eigenschaften bestimmt. Bild 2.2.1 zeigt ein entsprechendes Ersatzschaltbild [25].

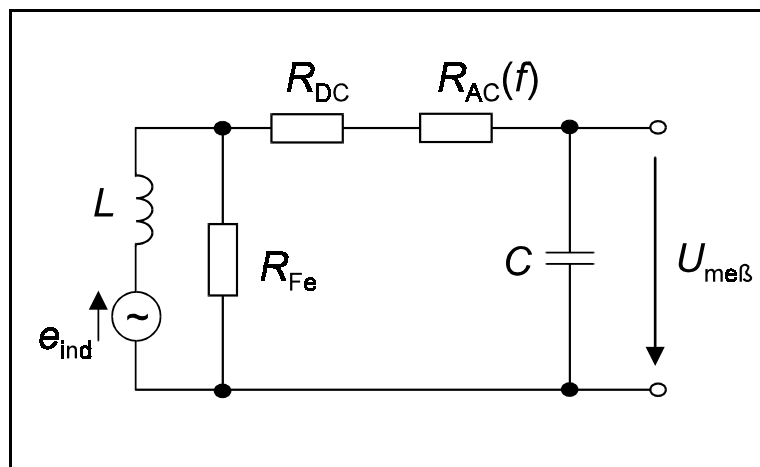


Bild 2.2.1

Ersatzschaltbild einer Induktionsspule

Der Gleichstromwiderstand R_{DC} verursacht das thermische Rauschen, das die Empfindlichkeit der Spule begrenzt. Der Wechselstromwiderstand R_{AC} wird durch Skin- und den Proximity-Effekt (siehe Kapitel 3.2.2) hervorgerufen und ist frequenzabhängig. Die enge Kopplung der Windungen hat eine Kapazität C zur Folge, die bei hohen Frequenzen an Einfluß gewinnt. Die induzierte Spannung wirkt als Quelle e_{ind} .

Die Verwendung eines hochpermeablen Spulenkerns bewirkt eine Konzentration des Flusses. Daneben wird eine Reduzierung der Spulenabmessungen bei gleichbleibender Empfindlichkeit möglich. Damit sind im Vergleich zu Luftspulen kürzere Drahtlängen möglich, wodurch das thermische Rauschen vermindert und die Spulengüte erhöht werden kann [25].

Die Permeabilität μ_r der ferromagnetischen Kernmaterialien zeigt einige Sekundäreigenschaften. Diese und der geometrische Aufbau des Spulenkerns führen zu Nichtlinearitäten der Sensorkennlinie und zu zusätzlichen Frequenz- und Temperaturempfindlichkeiten. Bei Spulen mit Kern werden auch im Kern Wirbelströme induziert, die dem Erregerfeld H_p entgegenwirken. Nur bei langgestreckten Spulen mit einem großem Verhältnis von Länge zu Durchmesser ist diese Wirkung gering [25]. Das Ersatzschaltbild Bild 2.2.1 erweitert sich bei Spulen mit Kern um einen Widerstand R_{Fe} , der die Verluste im Kern infolge von Wirbelströmen und Hysterese im Kern beschreibt.

2.2.1.2 Wirbelstromspule

Auch die das Magnetfeld H_p erregende Spule kann zur Messung verwendet werden. Eine solche Anordnung wird auch als Wirbelstrom- oder Proximity-Sensor [25a] bezeichnet. Sie wird oft als Näherungssensor oder Näherungsschalter verwendet [13-15;16].

Das Meßprinzip ist hier ein anderes als bei der Induktionsspule. Die Spule ist Bestandteil eines Schaltkreises, typischerweise eines hochfrequenten Resonanzkreises.

Sie wird so angeordnet, daß die Spulenachse senkrecht auf die Oberfläche eines zu untersuchenden Objektes fällt (Bild 2.2.2). Der Resonanzkreis schwingt bei seiner Eigenfrequenz mit konstanter Amplitude. Ein elektrisch leitendes Objekt in Spulennähe hat eine Schwächung des Spulenfeldes H_p und damit eine Dämpfung des Resonanzkreises zur Folge, so daß die Ausgangsspannung des Oszillators reduziert wird [25].

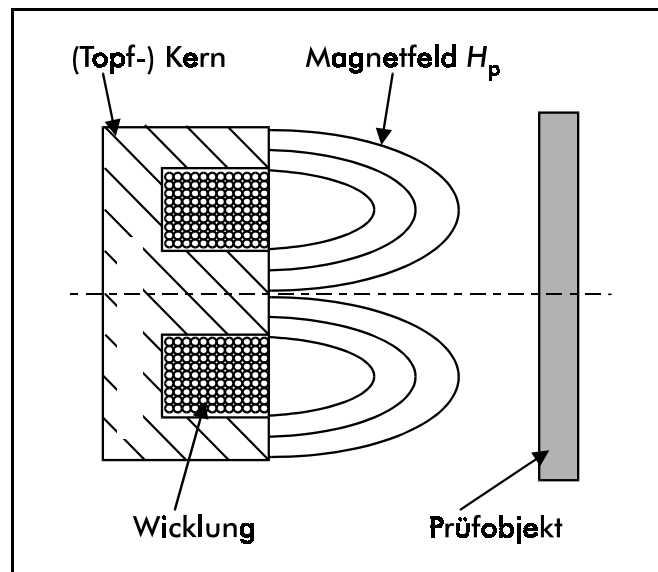


Bild 2.2.2

Wirbelstromspule mit Kern

Die Materialeigenschaften des zu untersuchenden Prüfobjekts beeinflussen die Funktion einer Wirbelstromspule unmittelbar. Wie bereits in Kapitel 2.1.1 beschrieben, ist die Eindringtiefe σ der Wirbelströme I_w in das zu prüfende Objekt von der Leitfähigkeit γ und der relativen Permeabilität μ_r des verwendeten Materials abhängig.

Ferromagnetika besitzen eine große relative Permeabilität $\mu_r \gg 1$. Die magnetische Flußdichte B im Material infolge eines Magnetfeldes H_p und damit auch deren Änderungen steigt mit der Permeabilität μ_r . Das hat eine entsprechend große induzierte Spannung im Material zur Folge. Die dadurch getriebenen Wirbelströme I_w bilden sich in durch die Eindringtiefe σ charakterisierten Schichten aus, deren Tiefe ebenfalls von der Permeabilität μ_r abhängt.

Der Zusammenhang ist jedoch nach Gleichung (2.1.1) umgekehrt proportional zur Wurzel aus μ_r , so daß sich die Eindringtiefe σ verringert. Das führt zu einer hohen Wirbelstromdichte im Material und damit zu hohen ohmschen Verlusten. Deshalb wird der Schwingkreis während der Untersuchung von ferromagnetischen Materialien stärker bedämpft, als es bei nichtferromagnetischen Materialien, wie Aluminium mit einer relativen Permeabilität von $\mu_r \sim 1$, der Fall ist.

Wirbelstromspulen können Luftspulen sein oder einen weichmagnetischen Kern enthalten. Bei Luftspulen breitet sich das elektromagnetische (Fern-)Feld H_p als Dipolfeld aus, wobei die Dipolachse der Spulenachse entspricht. Ein Kern bewirkt eine Konzentration der magnetischen Feldlinien, die im hier betrachteten Nahfeld von Interesse sein kann.

Hochfrequente äußere Magnetfelder können unerwünschte Effekte, wie Induktionsspannungen in der Meßwicklung, verursachen. Deshalb werden häufig Schirme aus sehr gut leitenden, nichtferromagnetischen Materialien verwendet. Die Wahl der Form der Spule, des Kerns, der Schirmung und des Materials der Spulenkomponenten ist abhängig von der Anwendung. Numerische Berechnungsprogramme, z.B. auf der Basis der Finiten-Elemente-Methode (FEM), können eine Optimierung kostengünstig unterstützen [16;17;26;27].

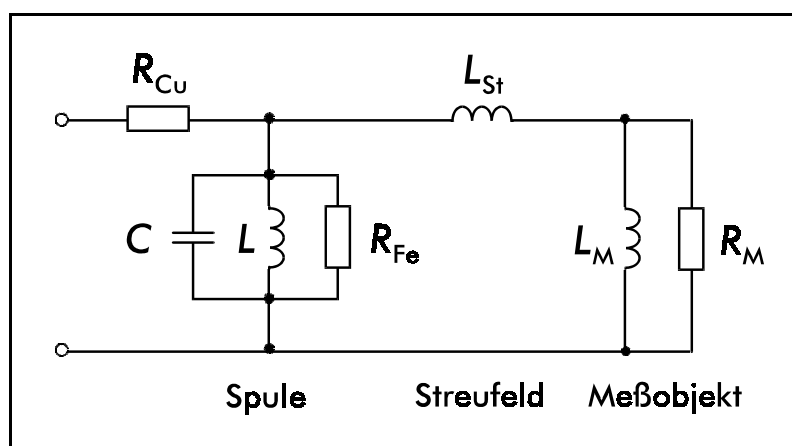


Bild 2.2.3

Ersatzschaltbild einer Wirbelstromspule mit Kern

Da es sich hier um eine transformatorische Kopplung zwischen Spule und Objekt handelt, kann die elektrische Beschreibung mit einem Transformator-Ersatzschaltbild erfolgen, günstigerweise mit dem in Bild 2.2.3 dargestellten Π -Ersatzschaltbild [26;28].

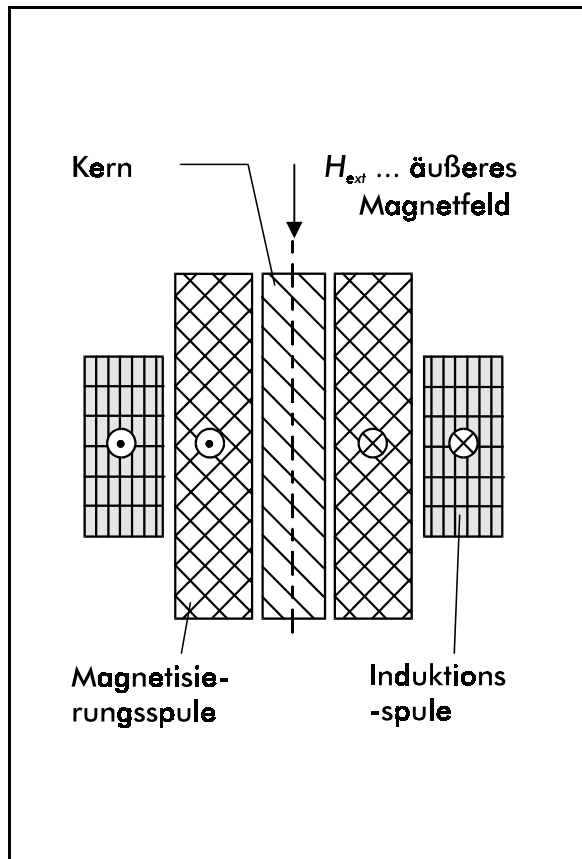
Die Komponenten der „Primärseite“ beschreiben das elektrische Verhalten der Spule mit der Induktivität L . Der Widerstand R_{Cu} faßt die bereits aus Bild 2.2.1 bekannten Widerstände R_{DC} und R_{AC} zusammen. Der Widerstand R_{Fe} repräsentiert die Verluste im Spulenkern und C die Wicklungskapazität. Die Streuinduktivität L_{St} des „Transformators“ beschreibt die Kopplung zwischen Spule und Prüfobjekt. Bei einem großen Abstand zwischen Spule und Objekt ist diese Induktivität sehr groß.

Der sekundärseitige Widerstand R_M repräsentiert die im Prüfobjekt anfallenden ohmschen Verluste infolge der Wirbelströme I_W . Die Induktivität L_M beschreibt das dem Erregerfeld entgegengerichtete Magnetfeld H_s , infolge der Wirbelströme I_W [29].

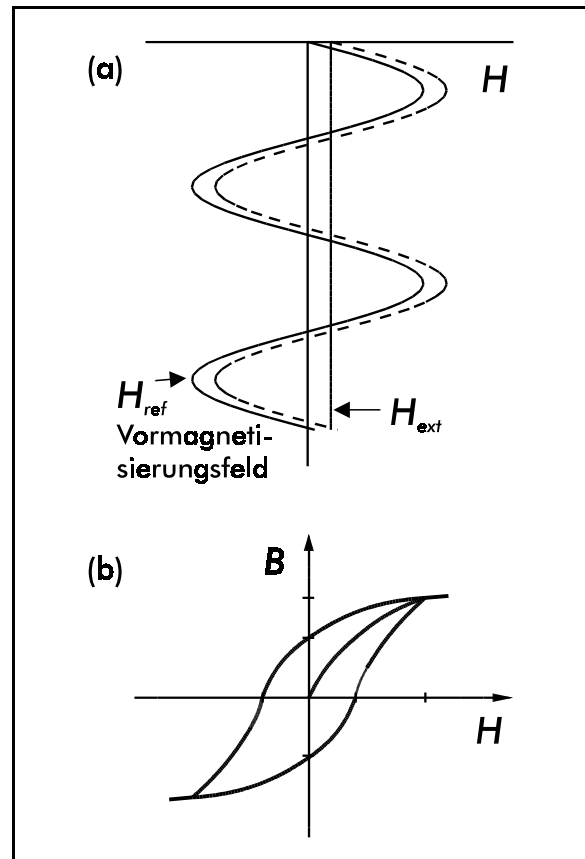
2.2.1.3 Sättigungskernsonde

Die Sättigungskernsonde [25;30] ist auch bekannt unter den Bezeichnungen Ferrosonde [12] und Flux-Gate-Magnetometer [31]. Solche Sonden nutzen die magnetischen Eigenschaften eines weichmagnetischen Kerns, der periodisch bis in die Sättigung angesteuert wird.

Bild 2.2.4 zeigt den prinzipiellen Aufbau einer Sättigungskernsonde. Um einen hochpermeablen Kern werden zwei Wicklungen angeordnet. Eine Wicklung, im Bild als Magnetisierungsspule bezeichnet, wird von einem Wechselstrom durchflossen. Das entstehende magnetische Wechselfeld H_{ref} dient der periodischen Vormagnetisierung des Kerns bis in den Sättigungsbereich. In der zweiten Wicklung, im Bild als Induktionsspule bezeichnet, wird eine Spannung U_{ind} induziert, die die Änderung der magnetischen Flußdichte B im Kern widerspiegelt [25].

**Bild 2.2.4**

Aufbau einer Sättigungskernsonde

**Bild 2.2.5**

(a) Veränderung des Magnetfeldes

(b) Hysteresekurve

Ein weichmagnetischer Kern besitzt eine typische nichtlineare BH -Kennlinie. Eine schematische Darstellung der auch als Hysteresekurve bezeichneten Kennlinie zeigt Bild 2.2.5(b). Ein äußeres Gleichfeld H_{ext} (Bild 2.2.4) bewirkt eine Verschiebung der zeitabhängigen Magnetfeldstärke H_{ref} , wie in Bild 2.2.5(a) dargestellt, und damit auch eine Änderung der magnetischen Flußdichte B . Daraus resultiert eine sehr empfindliche und charakteristische Veränderung der Signalform der in der Induktionsspule induzierten Spannung U_{ind} .

Es gibt unterschiedliche Sättigungskernverfahren, die sich in der Form des Vormagnetisierungsstroms sowie in der Signalauswertung unterscheiden [25;30]. Für sinusförmige Aussteuerung des Kerns wird beispielsweise ein auf Fourieranalyse beruhendes Auswerteverfahren verwendet.

Liegt kein externes Magnetfeld H_{ext} an, enthält U_{ind} nur ungeradzahlige Oberwellen auf. Wirkt dagegen ein äußeres Magnetfeld H_{ext} auf die Sonde ein, ergibt die Analyse auch geradzahlige Oberwellen. Damit kann die Amplitude der 2. Harmonischen als Maß für die Stärke des Magnetfeldes H_{ext} verwendet werden [25].

Mit dem Sättigungskernverfahren ist die Messung kleinster Gleichfelder bzw. Gleichfelddifferenzen bei Verwendung von Differenzanordnungen möglich [25]. Wechselfelder können vermessen werden, indem die Sättigungskernsonde in einem Kompensationskreis eingesetzt wird. Dadurch wird auch die vorhandene Temperaturempfindlichkeit weitgehend unterdrückt.

2.2.2 Hall-Sensor

Hall-Sensoren werden in der Meßtechnik sehr häufig verwendet. Prinzipiell sind sie auch für die Strukturerkennung mit dem Wirbelstromverfahren einsetzbar. Hall-Sensoren eignen sich zur empfindlichen Messung (bis $10^{-7} \dots 10^{-8} \text{ T}$ [32]) sowohl von Magnetfeldstärke als auch von Magnetfeldrichtung [32].

Der Hall-Sensor besteht aus einem Halbleiterstreifen der Dicke d mit vier Anschlüssen, wie ihn Bild 2.2.6 zeigt. Fließt ein Steuerstrom I in Längsrichtung durch den Streifen, ohne daß ein äußeres Magnetfeld H_p mit der Flußdichte B wirkt, liegt innerhalb des Streifen eine homogene Stromlinienverteilung vor. Durch die senkrecht zu den Feldlinien verlaufenden Komponenten der magnetische Flußdichte B wird eine Kraft, die Lorentzkraft, auf die Ladungsträger ausgeübt.

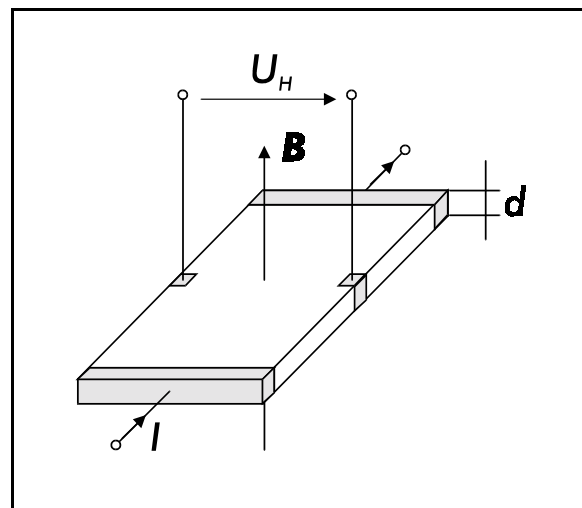


Bild 2.2.6

Aufbau eines Hall-Sensors

Das führt zu einer Verzerrung des Stromlinienverlaufs innerhalb des Streifens (Bild 2.2.7). Die daraus resultierende Potentialverteilung hat eine Hall-Spannung quer zum Stromdichtevektor zur Folge, die an den Querseiten abgetastet werden kann [32]. Sie ist ein Maß für die Größe des Magnetfeldes, hier repräsentiert durch die magnetische Flußdichte B . Dieser Effekt wird Hall-Effekt genannt.

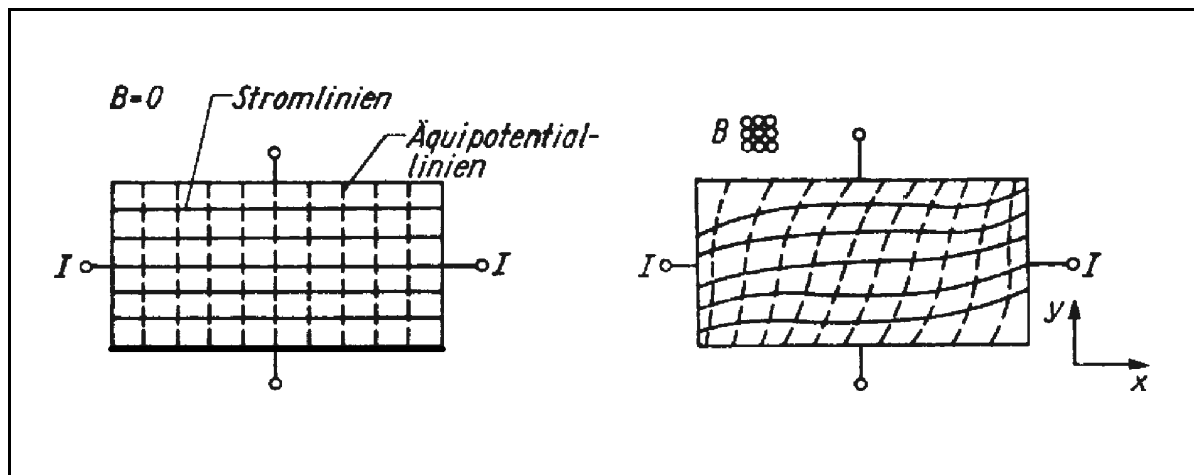


Bild 2.2.7

Verlauf der Strom- und Äquipotentiallinien in einem Halbleiterstreifen mit und ohne wirksame Flußdichte B zur Erläuterung des Hall-Effektes [32]

Für einen homogenen rechteckigen, theoretisch unendlich langen Halbleiterstreifen gilt für die an den Querseiten abgegriffene Hall-Spannung U_H :

$$U_H = R_H \cdot \frac{I B}{d} \quad \text{mit} \quad R_H \sim \mu_n \rho . \quad (2.2.2)$$

Dabei ist d die Dicke des Streifens und R_H die Hall-Konstante, die die Materialeigenschaften, wie die Ladungsträgerbeweglichkeit, hier die Beweglichkeit der Elektronen μ_n , und den spezifischen elektrischen Widerstand ρ beinhaltet [32].

Aufgrund ihrer hohen Ladungsträgerbeweglichkeit eignen sich daher Indiumgalliumarsenid (InGaAs) und Indiumantimonid (InSb) als Materialien für Hall-Sensoren. Wegen der guten Integrierbarkeit komplexerer Funktionen wird aber auch Silizium (Si) verwendet [25;32].

Für kurze Halbleiterstreifen reduziert sich die Hall-Spannung U_H . Die Linearität von U_H und B bleibt jedoch weitgehend erhalten. Bei Richtungsumkehr des durch B repräsentierten Magnetfeldes wechselt auch die Hall-Spannung das Vorzeichen [32]. Eine typische Kennlinie eines Hall-Sensors zeigt Bild 2.2.8(a). Hall-Sensoren sind sehr temperaturempfindlich, da die Ladungsträgerbeweglichkeit stark von der Temperatur beeinflusst wird. Da die Hall-Konstante R_H unmittelbar mit der Ladungsträgerbeweglichkeit verknüpft ist, zeigt Bild 2.2.8(b) deren Temperaturabhängigkeit.

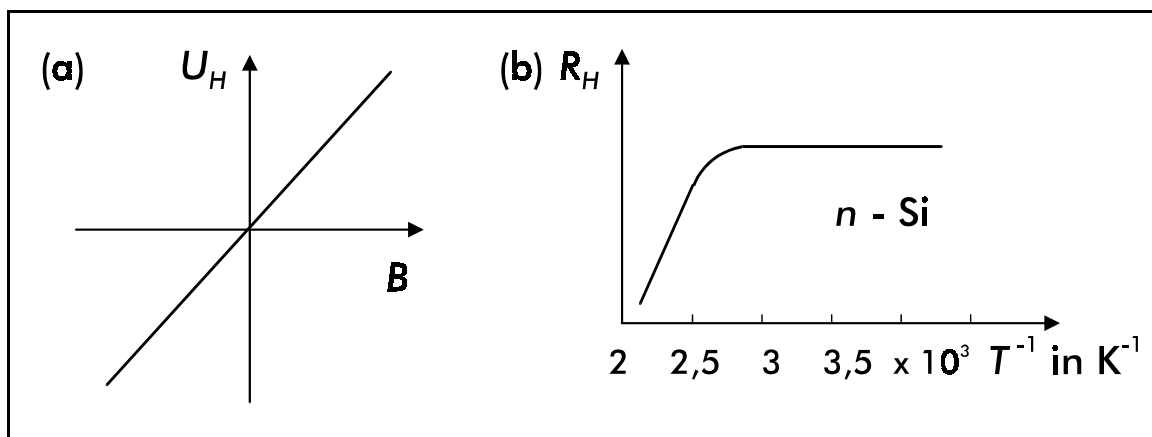


Bild 2.2.8

(a) Kennlinie eines Hall-Sensors [32]

(b) Temperaturabhängigkeit der Hall-Konstanten [32]

2.2.3 Magnetoresistiver Sensor

Magnetoresistive Sensoren werden zu Meßzwecken fast so häufig genutzt wie Hall-Sensoren [32]. Auch als Meßwertaufnehmer für das Wirbelstromverfahren werden sie zunehmend interessant. In Abhängigkeit vom Material kann man zwei Typen von magnetoresistiven Sensoren unterscheiden: magnetoresistive Sensoren auf Halbleiterbasis (Feldplatten) und ferromagnetische magnetoresistive Sensoren, basierend auf dünnen ferromagnetischen Schichten. Prinzipiell ändert sich bei dieser Art von Sensoren der Innenwiderstand in Abhängigkeit von einem äußeren Magnetfeld. Die Effekte, die zu dieser Änderung führen, sind jedoch für magnetoresistive Halbleiter- und ferromagnetische Sensoren verschieden.

2.2.3.1 Magnetoresistiver Halbleiter-Sensor

Der magnetoresistive Halbleiter-Sensor, auch Feldplatte genannt, besteht aus einem mit zwei Kontakten versehenen Halbleiterstreifen, dessen Innenwiderstand R_B sich in Abhängigkeit von einer transversal zum Stromfluß I angelegten magnetischen Flußdichte B ändert. Die Wirkung beruht darauf, daß die von einer Gleichstromquelle im Halbleiter bewegten Elektronen den kürzesten Weg nehmen. Ein Magnetfeld bewirkt infolge des Hall-Effektes eine Ablenkung der Elektronen, wodurch sich deren Weg durch das Material verlängert. Das hat eine Zunahme des Innenwiderstandes R_B zur Folge [32]. Der Widerstand R_B steigt dabei mit der Stärke der Komponente des magnetischen Flußdichtevektors $\mathbf{B}$, die senkrecht auf die Feldplatte trifft.

Der Winkel der Ablenkung der Elektronen von ihrem ursprünglichen Weg und damit der Widerstand R_B sind abhängig von der Größe der magnetischen Flußdichte B und der Elektronenbeweglichkeit μ_n .

Es gilt:

$$R_B \sim (\mu_n \cdot B)^2 . \quad (2.2.3)$$

Als Materialien sind daher diejenigen mit hoher Elektronenbeweglichkeit μ_n bevorzugt, z.B. Indiumarsenid (InAs) oder Indiumantimonid (InSb). Aufgrund der guten Integrierbarkeit wird trotz der geringeren Elektronenbeweglichkeit auch Silizium (Si) verwendet [32]. Gleichung (2.2.3) ist gültig für kleine Flußdichten ($B \leq 0,1 \text{ T}$). Für große Flußdichten ($B > 0,1 \text{ T}$) besteht eine lineare Abhängigkeit [25;33].

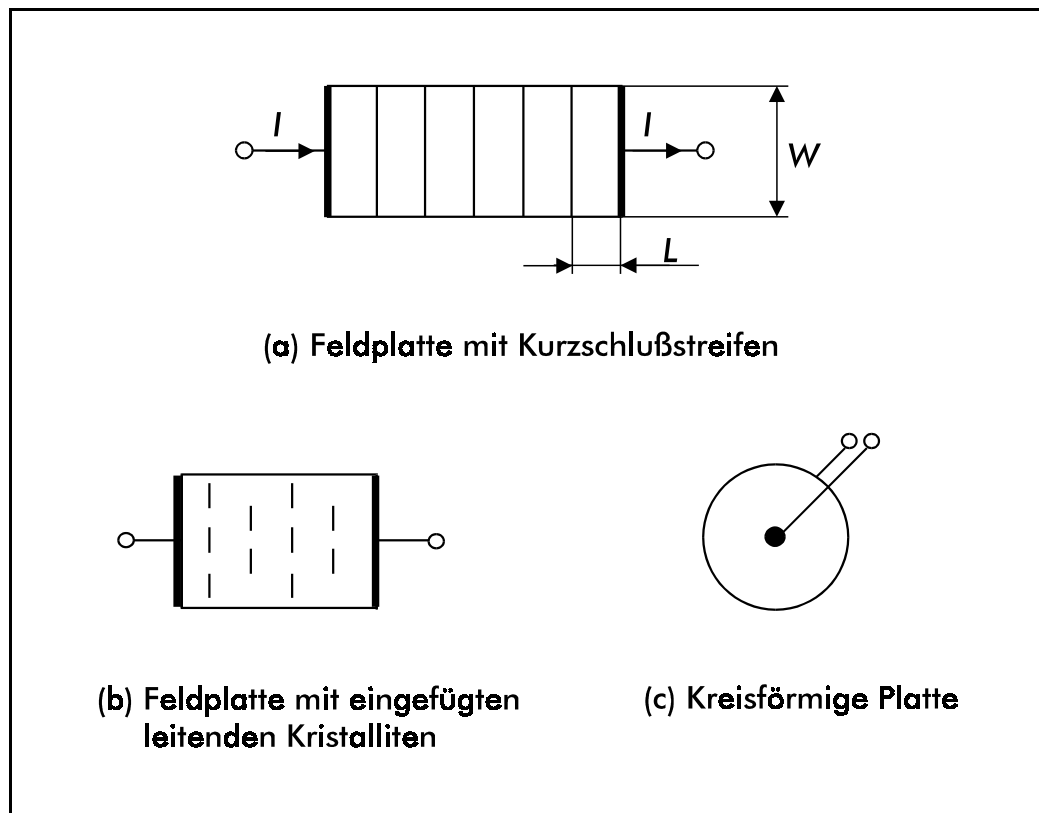


Bild 2.2.9

Verschiedene Ausführungen magnetoresistiver Halbleitersensoren (Feldplatten)

Neben dem oben beschriebenen magnetischen Widerstandseffekt tritt auch ein geometrischer Magnetowiderstandseffekt auf, der durch die endlichen Abmessungen des Plättchens bedingt ist [25].

Eine erheblich größere Widerstandsänderung infolge des magnetischen Widerstandseffekts tritt ein, wenn die Länge L des Halbleiterplättchen möglichst kurz und dessen Breite W sehr groß ist (Bild 2.2.9(a)).

Kurze aber breite Halbleiterplättchen haben jedoch relativ niedrige Widerstandswerte, so daß eine Vergrößerung des Widerstandes durch Hintereinanderschaltung vieler gleichartiger Widerstände erforderlich ist [25]. Technologisch ist dies durch Einfügen von Kurzschlußstreifen (Bild 2.2.9(a)) aber auch durch Einlagerung nadelförmiger Kristallite in das Halbleitermaterial (Bild 2.2.9(b)), z.B. hochleitender Nickelantimonid (NiSb) - Kristallite in Indiumantimonid (InSb) - Material, erreichbar. Die größte Änderung tritt bei scheibenförmigen Plättchen mit konzentrischen Elektroden ein (Bild 2.2.9(c)) [32].

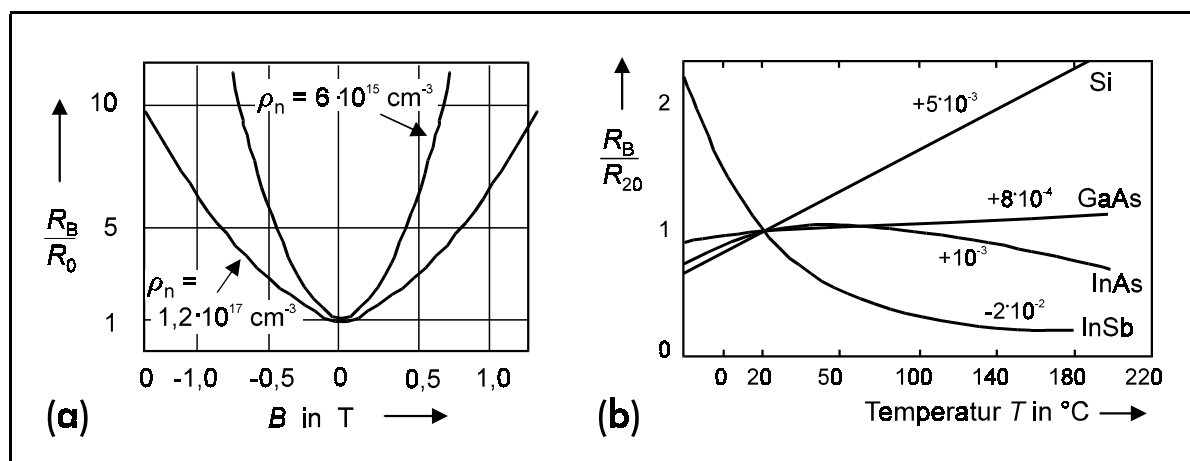


Bild 2.2.10

- (a) Kennlinien von Feldplatten (ρ_n ... Elektronendichte pro Volumen) [32]
 (b) Temperaturabhängigkeit des Widerstandes R_B von Feldplatten [25]

Typische Kennlinien von Feldplatten zeigt Bild 2.2.10(a). Entsprechend Gleichung (2.2.3) liegt ein quadratischer Zusammenhang vor. Der Widerstand R_B , hier bezogen auf den Ausgangswert R_0 , ändert sich unabhängig von der Richtung des anliegenden Feldes. Die Widerstandsänderung ist auch unabhängig von der Frequenz des magnetischen Wechselfeldes [32].

Wie Bild 2.2.10(a) zeigt, wächst die Empfindlichkeit einer Feldplatte mit der magnetischen Flußdichte B . Deshalb ist es günstig, die Feldplatte bei einem Arbeitspunkt $|B| > 0$ zu betreiben.

Die Verschiebung des Arbeitspunktes auf der Kennlinie läßt sich durch Vormagnetisierung mit einem mit der Feldplatte verbundenen Permanentmagneten erreichen. Solche Anordnungen werden magnetisch vorgespannte Feldplatte genannt [25]. Während ohne Vormagnetisierung relativ hohe magnetische Flußdichten B (0,1 ... 0,8 T) erforderlich sind, um brauchbare Signale zu erhalten, sind es mit Vormagnetisierung deutlich kleinere Flußdichten B .

Ein Nachteil der Feldplatten ist ihre Temperaturabhängigkeit, die nur durch sorgfältige Materialauswahl oder durch Differentialanordnung von Feldplatten minimiert werden kann [25]. Bild 2.2.10(b) zeigt die Temperaturabhängigkeit des Widerstandes R_B bezogen auf dessen Wert R_{20} bei 20°C.

2.2.3.2 Ferromagnetischer magnetoresistiver Sensor

Wesentliche Effekte, die zum Aufbau von ferromagnetischen magnetoresistiven Sensoren genutzt werden, sind der anisotrope Magnetowiderstandseffekt (englisch: **A**nisotropic **M**agneto**R**esistance Effect) [25;34;35] und der erhöhte Magnetowiderstandseffekt (englisch: **G**iant **M**agneto**R**esistance Effect) [36;37]. Aufgrund der englischen Bezeichnungen sind auch die Abkürzungen AMR-Effekt für den anisotropen Magnetowiderstandseffekt bzw. GMR-Effekt für den erhöhten Magnetowiderstandseffekt gebräuchlich.

Es gibt noch eine Reihe weiterer Effekte, wie den SDT-Effekt (**S**pin **D**eependent **T**unneling Effect), den CMR-Effekt (**C**olossal **M**agneto**R**esistance Effect) und den GMI-Effekt (**G**iant **M**agneto**I**mpedance Effect) [38;39]. Zur Zeit werden jedoch nur der AMR- und der GMR-Effekt kommerziell genutzt, so daß hier nur Sensoren, die auf diesen beiden Effekten beruhen, behandelt werden sollen.

AMR-Sensor

AMR-Sensoren eignen sich zur hochempfindlichen Messung von Größe und Richtung eines Magnetfeldes. Der einem solchen Sensor zugrundeliegende AMR-Effekt tritt in dünnen stromdurchflossenen Schichten aus ferromagnetischen, leitenden Metallen und Legierungen, z.B. aus Permalloy oder amorphen Metallen, auf. Der spezifische elektrische Widerstand ρ einer solchen Schicht ist abhängig vom Winkel Θ_{JM} zwischen dem Stromdichtevektor $\mathbf{J}$ und dem Vektor der Magnetisierung $\mathbf{M}$, so daß

$$\rho(\theta_{JM}) = \rho_{\perp} + (\rho_{||} - \rho_{\perp}) \cdot \cos^2 \Theta_{JM} = \rho_{\perp} + \Delta\rho \cdot \cos^2 \Theta_{JM} . \quad (2.2.4)$$

Dabei entspricht $\rho_{||}$ dem longitudinalen Widerstand, der für $\mathbf{J}$ parallel zum Magnetisierungsvektor $\mathbf{M}$ gemessen wird. Der transversale Widerstand $\rho_{\perp}$ liegt vor, wenn $\mathbf{J}$ senkrecht zum Magnetisierungsvektor $\mathbf{M}$ orientiert ist. Beide Widerstände ändern sich bei Anlegen eines äußeren Magnetfeldes in charakteristischer Weise. Die entstehende Differenz $\Delta\rho = (\rho_{||} - \rho_{\perp})$ heißt anisotrope Widerstandsänderung und beträgt einige Prozent [34].

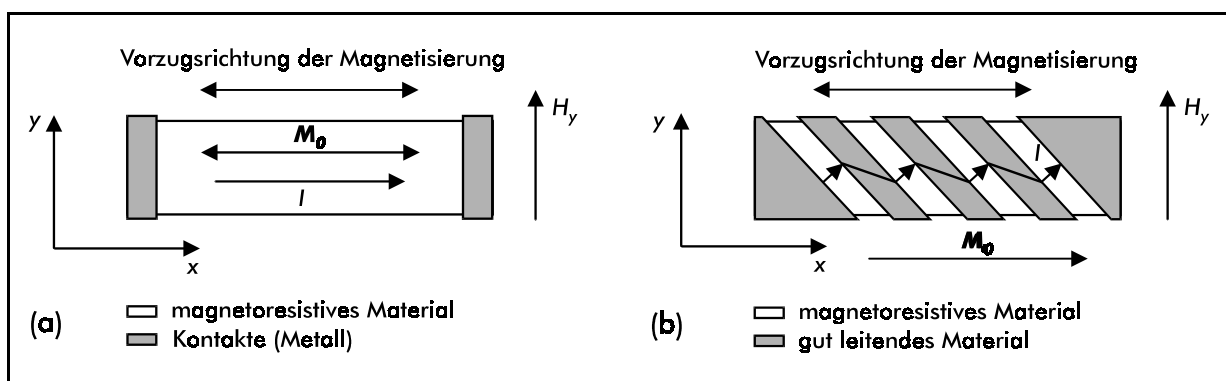


Bild 2.2.11

(a) Einfachste Struktur eines AMR-Sensors [36]

(b) AMR-Sensor mit Barber-Pole-Struktur [36]

Ein AMR-Sensor besteht aus einem dünnen ferromagnetischen Streifen mit einer Vorzugsrichtung der spontanen Magnetisierung M_0 entlang der Längs- bzw. x -Achse. Länge und Breite des Streifens sind bedeutend größer als dessen Dicke, so daß die Magnetisierung der Weißschen Bezirke nur in der xy -Ebene stattfinden kann. Die Länge des Streifens ist dabei in der Regel sehr viel größer als dessen Breite. In Bild 2.2.11a ist eine einfache Struktur in der Draufsicht dargestellt. Für einen Stromfluß parallel zur x -Achse gilt

$$R(\Theta_{JM}) = R_0 + \Delta R \cdot \cos^2 \Theta_{JM} . \quad (2.2.5)$$

Ohne ein äußeres Magnetfeld erfolgt die spontane Magnetisierung M_0 entlang der x -Achse, und der Widerstand des Streifens beträgt $R = R_0$. Die Komponenten eines äußeres Magnetfeldes in y -Richtung, H_y , haben eine Änderung der Richtung des Magnetisierungsvektors M relativ zum Strom I und damit eine Änderung des Widerstandes des Streifens zur Folge. Ist der Magnetisierungsvektor M vollständig in y -Richtung gedreht, bewirkt eine Erhöhung der Feldstärkekomponente H_y keine weitere Widerstandsänderung. Mit Erreichen einer bestimmten Feldstärke $H_y = H_{\text{sat}}$ tritt somit eine Art von Sättigung ein. Der Vorgang ist vom Vorzeichen des Vektors der spontanen Magnetisierung M_0 unabhängig [25;35]. Bild 2.2.12 zeigt eine typische Kennlinie eines AMR-Sensors.

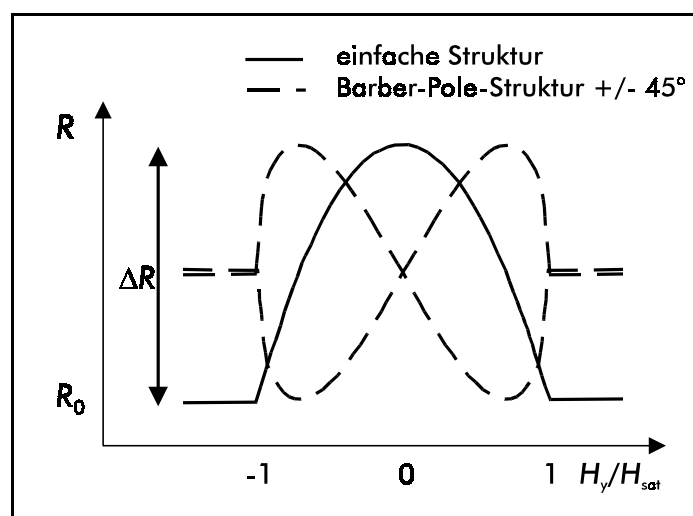


Bild 2.2.12

Kennlinien von AMR-Sensoren [25]

Eine Linearisierung der Kennlinie wird erreicht, indem zwischen Magnetisierungsvektor $\mathbf{M}$ und Stromdichtevektor $\mathbf{J}$ ein zusätzlicher Winkel eingeführt wird. Dies wird durch Einfügen von um $\pm 45^\circ$ zur Längsachse angeordneten Streifen aus gut leitendem Material in das ferromagnetische Material mit schlechterer Leitfähigkeit erreicht. Eine solche Barber-Pole-Struktur und den sich einstellenden Stromlauf zeigt Bild 2.2.11(b). Die Kennlinie eines Sensors mit Barber-Pole-Struktur ist in Bild 2.2.12 dargestellt. Sie ist abhängig von der Neigung der Barber-Pole-Struktur in positive (+) oder negative (-) Richtung [25].

Die Kennlinie linearisierter Sensoren ist abhängig von der Orientierung der spontanen Magnetisierung $\mathbf{M}_0$ entlang der Widerstandsachse. Wird bei einer Messung eine bestimmte Magnetfeldstärke, die Anisotropiefeldstärke H_c , überschritten, ändert sich die Anfangsorientierung von $\mathbf{M}_0$. Bei einer nachfolgenden Messung stellt sich dann eine andere Kennlinie ein. Die Hysterese der Magnetmaterialien wirkt sich hier nachteilig aus. Durch einen Permanentmagneten ist jedoch eine feste Orientierung des Vektors der spontanen Magnetisierung $\mathbf{M}_0$ einstellbar [25].

Ein Nachteil von AMR-Sensoren ist ihre Temperaturabhängigkeit. Deshalb sind sie meist Bestandteil einer Brückenschaltung.

GMR-Sensor

Der erst 1988 entdeckte GMR-Effekt [40] findet zunehmend Verbreitung in der Sensortechnik. Die relative Widerstandsänderung infolge des AMR-Effekts beträgt ca. 2 %. Die Änderung aufgrund des GMR-Effekts ist mit ca. 10 % deutlich ausgeprägter. Der GMR-Effekt basiert auf der Elektronenleitung in dünnen ferromagnetischen Schichten, in denen die Elektronen vorzugsweise in derselben Richtung magnetisiert sind wie das Magnetmaterial. Werden zwei dünne magnetische Schichten (Schichtdicke 1 nm ... 5 nm [39]) durch einen sehr dünnen Leiter miteinander verbunden, ist die freie Bewegung der Elektronen von einer Magnetschicht in die andere stark vom relativen Magnetisierungszustand der beiden Schichten abhängig.

Sind beide Magnetschichten in derselben Richtung magnetisiert, können sich die Elektronen frei von einer zur anderen Schicht bewegen. Ist die Magnetisierung entgegengesetzt, ist diese Bewegung stark eingeschränkt [37;39]. Das heißt, der Widerstand R der Gesamtanordnung ist niedrig für parallele Magnetisierung der beiden Magnetschichten und er ist hoch für antiparallele Magnetisierung der beiden Magnetschichten (Bild 2.2.13).

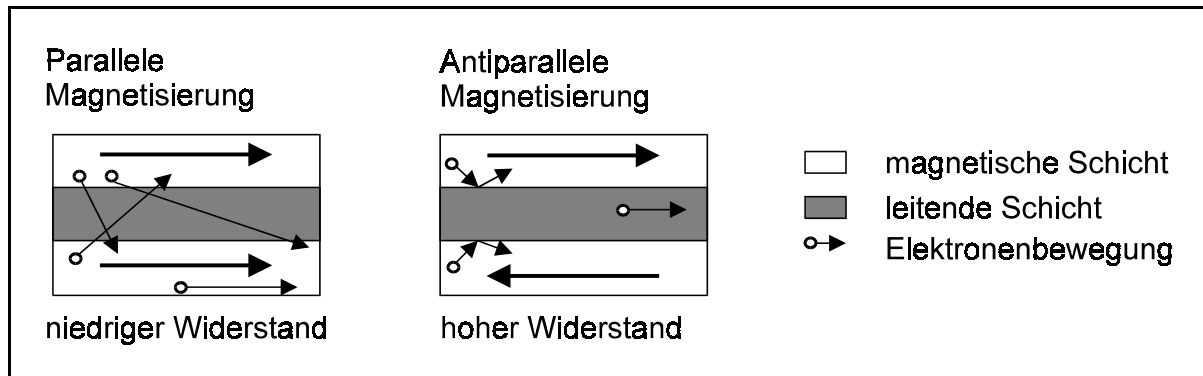


Bild 2.2.13

Beschreibung des GMR-Effekts [39]

GMR-Strukturen sind auf verschiedene Weise realisierbar. Dabei ändert sich der Mechanismus, der zur antiparallelen Magnetisierung der Magnetschichten führt. Die einfachste Struktur ist die sogenannte Sandwich-Struktur (Bild 2.2.14(a)). Zwei magnetische Schichten (z.B. aus CoFe), schließen eine leitende, jedoch nicht magnetische Schicht (z.B. aus Cu) ein. Der antiparallele magnetische Zustand, d.h. ein hoher Widerstand R der Anordnung, wird durch einen Stromfluß durch die leitende Schicht oder eine durch ein Magnetfeld induzierte Anisotropie erreicht. Eine hinreichend große Magnetfeldstärke H_p entlang der Schichten bewirkt die Magnetisierung beider Magnetschichten in dieselbe Richtung und damit einen geringen Gesamtwiderstand R .

Eine andere Struktur ist die Spin-Valve-Struktur (Bild 2.2.14(b)). Diese ist ähnlich aufgebaut wie die Sandwich-Struktur, bewirkt aber eine höhere Widerstandsänderung. Beim Spin Valve befindet sich eine der Magnetschichten in einem festen magnetischen Zustand, d.h. die Magnetisierung ändert sich auch bei Anlegen eines äußeren Feldes nicht.

Ein solches „Festhalten“ des Magnetisierungszustandes erreicht man, indem eine antiferromagnetische Schicht (z.B. aus FeMn) mit der Magnetschicht kontaktiert wird. Der parallele bzw. der antiparallele Zustand wird durch ein äußeres Feld H_p eingestellt, indem sich die Magnetisierungsrichtung nur einer Magnetschicht ändert.

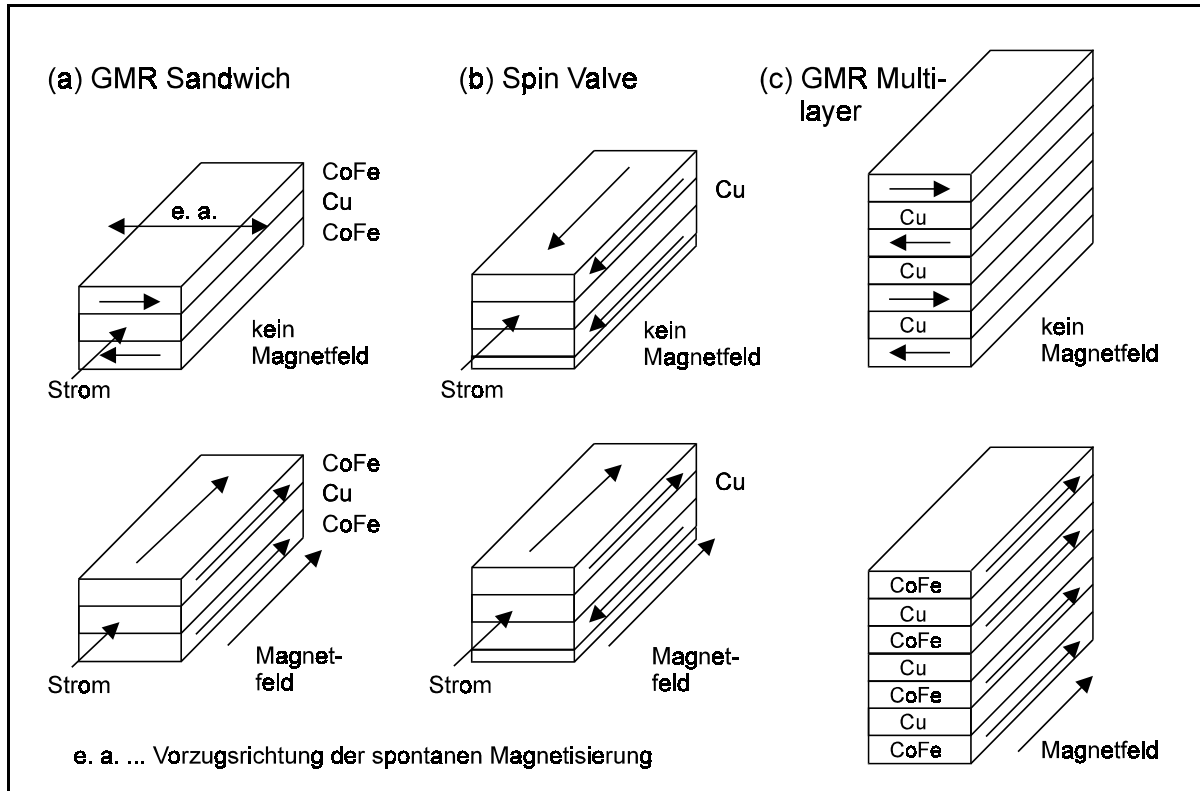


Bild 2.2.14

Verschiedene GMR-Strukturen [39]

Mit einer Mehrschichtstruktur (Multilayer-Struktur) ist die höchste Widerstandsänderung erreichbar (Bild 2.2.14(c)). Eine solche Struktur besteht aus abwechselnd geschichtetem ferromagnetischen und leitendem, aber nichtferromagnetischem Material, z.B. aus CoFe und Cu.

Eine typische Kennlinie einer Multilayer-Struktur zeigt Bild 2.2.15. Bei entsprechender Dicke der Leiterschicht bewirken quantenmechanische Kräfte eine entgegengesetzte magnetische Ausrichtung der angrenzenden Magnetschichten, ohne daß ein äußeres Magnetfeld H_p wirkt. In diesem Fall ist der Widerstand R der Gesamtstruktur hoch. Um diesen Zustand aufzuheben und parallele Magnetisierung zu erreichen, ist eine relativ große Magnetfeldstärke H_p erforderlich, typischerweise ca. 300 Oe ($1 \text{ A/m} = 0,004 \pi \text{ Oe}$ [41]) wie auch Bild 2.2.15 zeigt. Bei paralleler Magnetisierung ist der Gesamtwiderstand R klein. Die Widerstandsänderung ist unabhängig vom Vorzeichen von H_p .

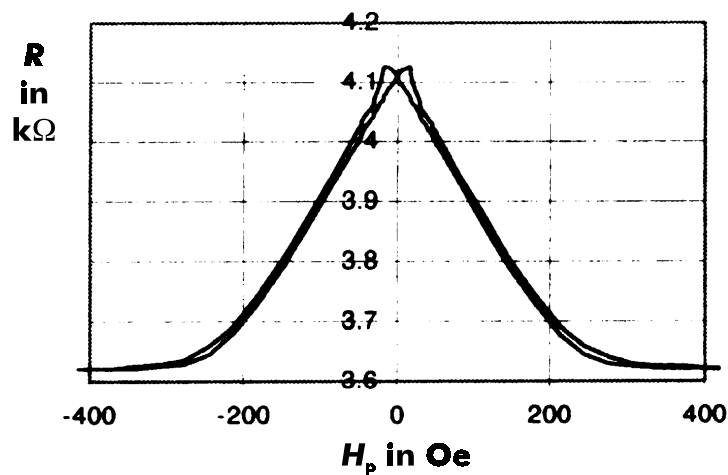


Bild 2.2.15

Widerstand einer GMR-Multilayer-Struktur in Abhängigkeit der Magnetfeldstärke [39]

Aufgrund ihrer Temperaturempfindlichkeit werden GMR-Widerstände vorzugsweise in einer Wheatstone-Brücke, bestehend aus vier GMR-Widerständen, verschaltet.

2.2.4 Supraleitendes Quanteninterferenz-Bauelement

Das Supraleitende Quanteninterferenz-Bauelement (englisch: Superconducting Quantum Interference Device - SQUID) ist der derzeit empfindlichste Magnetfeldsensor mit einem Auflösungsvermögen bis zu 10^{-15} T. Der dem SQUID zugrundeliegende Effekt tritt bei Supraleitern auf, die durch eine dünne nichtsupraleitende Schicht, z.B. ein Oxid, verkoppelt sind [32].

Einige Materialien nehmen unterhalb einer bestimmten Temperatur, der sogenannten Sprungtemperatur, einen supraleitenden Zustand an. Während in einem normalleitenden Metall die Elektronen in unkontrollierten Bewegungen in Richtung der treibenden Kraft des elektrischen Feldes driften, wird beim Supraleiter die Bewegung der Elektronen durch Gitterschwingungen koordiniert. Die Elektronen paaren sich zu sogenannten Cooper-Paaren. Diese bewegen sich ohne Energieverlust durch das Kristallgitter. Alle Cooper-Paare eines Supraleiters befinden sich in dem gleichen quantenmechanischen Zustand. Normale Leitungselektronen sind dagegen an Energiebänder mit unterschiedlichen energetischen Zuständen gebunden [42].

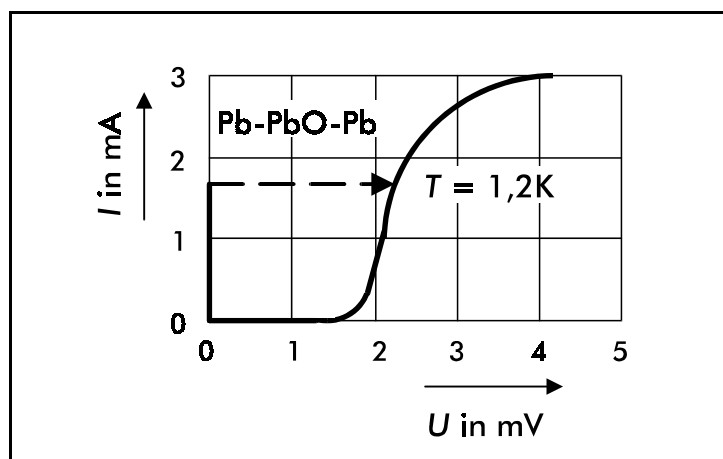


Bild 2.2.16

U - I -Kennlinie eines SQUID [32]

Werden zwei Supraleiter durch eine dünnen nichtsupraleitende Schicht voneinander getrennt, wird der Ladungsträgerfluß nicht unterbrochen. Die Cooper-Paare durchtunneln diese Schicht. Das heißt, daß durch einen solchen Kontakt, den man als Josephson-Kontakt oder Weak Links bezeichnet, ein Suprastrom fließt. Dieser Strom ist sehr empfindlich gegenüber der Wirkung sehr kleiner Magnetfelder, die zum Zusammenbruch dieses Effektes führen. Nach seinem Entdecker wird der Effekt Josephson-Effekt genannt [42].

Ohne angelegtes Magnetfeld fließt über den Josephson-Kontakt ein Strom I ohne einen Spannungsabfall U . Mit Erreichen eines kritischen Stromes I springt der Arbeitspunkt auf die Kennlinie der Normalelektronentunnelung (siehe Bild 2.2.16). Wesentlich für die Funktion eines SQUIDs ist daher die Abhängigkeit des maximalen Stromes I , der durch die Koppelstellen fließen kann, ohne daß über ihnen ein Spannungsabfall U auftritt, von einem zu messenden magnetischen Fluß Φ [32].

Seit 1986 sind supraleitende Materialien bekannt, die im Gegensatz zu den bis dahin bekannten Supraleitern, die nahe 0 K arbeiten, bereits bei 80 K den supraleitenden Zustand annehmen. Damit ist eine Kühlung mit flüssigem Stickstoff möglich, wodurch sich die Anwendbarkeit von Supraleitern vereinfacht. Aufgrund der bedeutend höheren Sprungtemperatur spricht man auch von Hochtemperatur(HT)-Supraleitern [42].

Der SQUID-Sensor besteht in der Regel aus einem supraleitenden Ring mit einem Durchmesser $\varnothing < 1$ mm und ein oder zwei Koppelstellen [44]. Da Supraleiter bei sehr niedrigen Temperaturen, die Proben aber bei Raumtemperatur betrieben werden, muß ein SQUID gekühlt werden. Bei Hochtemperatur-SQUIDs kann mit flüssigem Stickstoff gekühlt werden. SQUID und Kühlmittel werden von einem Kryostat (Dewar-Gefäß) aufgenommen. Die Dicke des Kryostats begrenzt die Ortsauflösung, weil sie den Abstand zwischen Sensor und Prüfobjekt (Bild 2.2.19) vorgibt.

Man unterscheidet zwei SQUID-Arten, den Gleichstrom-SQUID und den Wechselstrom-SQUID [25;43].

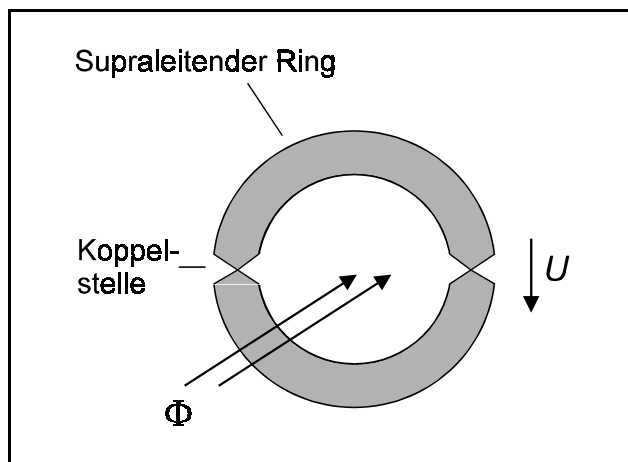


Bild 2.2.17

Gleichstrom-SQUID [25]

Ein Gleichstrom-SQUID besteht aus einem supraleitenden Ring mit zwei Koppelstellen (Bild 2.2.17). Die über den Koppelstellen anfallende Spannung U wird direkt gemessen. Diese Spannung U ändert sich periodisch mit dem sich ändernden magnetischen Fluß Φ [25].

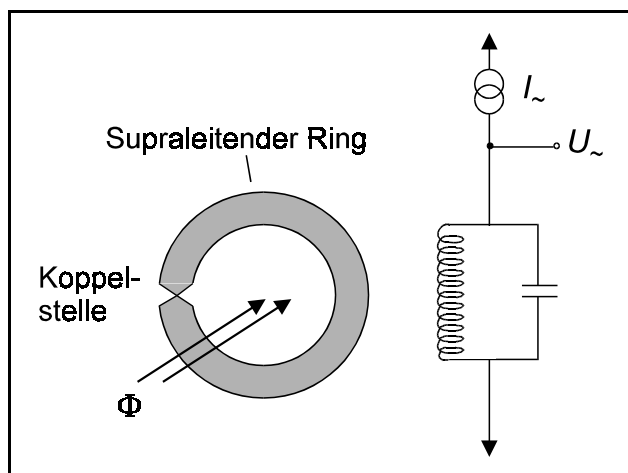
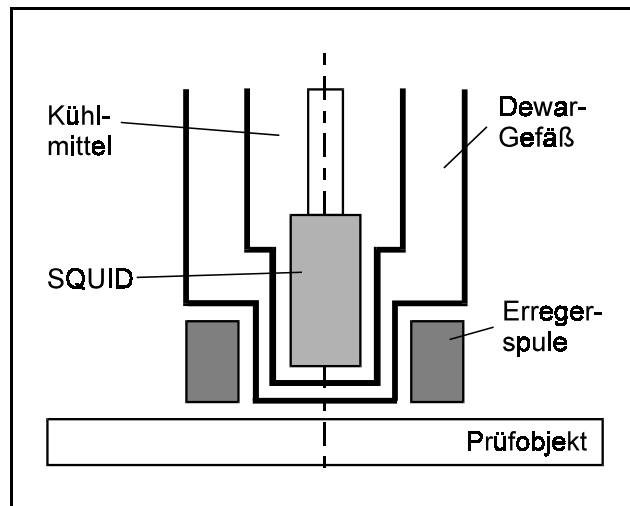


Bild 2.2.18

Wechselstrom-SQUID [25]

Ein Wechselstrom-SQUID ist ein supraleitender Ring mit nur einer Koppelstelle (Bild 2.2.18). Hierbei ist der Stromfluß durch die Koppelstelle nicht direkt meßbar. Der SQUID wird deshalb induktiv mit einem elektrischen Parallelschwingkreis (Eigenfrequenz im MHz-Bereich) gekoppelt (Bild 2.2.18), der abhängig vom Fluß Φ unterschiedlich bedämpft wird. Die abfallende Wechselspannung $U_{\sim}$ zeigt dieselbe periodische Abhängigkeit vom magnetischen Fluß Φ wie der maximale supraleitende Strom I im Ring [25].

In Bild 2.2.19 ist ein Meßaufbau mit einem SQUID als Meßwertaufnehmer dargestellt. Um den SQUID und die Komponenten zu dessen Kühlung ist die Erregerspule angeordnet. Prinzipiell können auch gradiometrische Erregerspulen verwendet werden [44].

**Bild 2.2.19**

Meßaufbau mit SQUID [43]

Im Gegensatz zu herkömmlichen induktiven Sensorsystemen können auch sehr schwache und niederfrequente ($< 10 \text{ kHz}$) magnetische Felder erfaßt werden. Die Nachweisempfindlichkeit eines SQUID für magnetische Felder wird durch sein Eigenrauschen bestimmt. Dieses ist sehr niedrig ($10^{-15} \text{ T}/\sqrt{\text{Hz}}$ bis $10^{-13} \text{ T}/\sqrt{\text{Hz}}$) und frequenzunabhängig. Durch Verwendung sehr niedriger Meßfrequenzen können große Eindringtiefen erreicht werden.

So sind bei einer Meßfrequenz von 60 Hz verdeckt liegende Nuten in Aluminium in einer Tiefe von 9 mm und 10 mm noch detektierbar [43]. Induktive Sensoren dagegen reagieren aufgrund ihrer Übertragungseigenschaften sehr unempfindlich bei niedrigen Frequenzen ($< 10 \text{ kHz}$) [44].

2.2.5 Magnetodiode

Die Magnetodiode nutzt drei Phänomene, die Ladungsträgerinjektion, den Hall-Effekt und die Oberflächenrekombination bzw. -generation der Ladungsträger [45]. Die Magnetodiode ist eine pin-Diode, deren Oberflächen S_1 und S_2 unterschiedliche Rekombinationsraten s_1 und s_2 besitzen, z.B. $s_1 < s_2$. Sie wird in Durchlaßrichtung betrieben [32]. Eine solche Diode zeigt Bild 2.2.20.

In der intrinsischen (i)-Zone der Diode werden gleichzeitig Elektronen und Löcher injiziert. Wird ein äußeres magnetisches Feld angelegt, erfolgt aufgrund des Hall-Effekts eine Ablenkung beider Ladungsträgerarten in die Randzonen, hier an eine der Oberflächen der i-Zone des Bauelementes.

Dieser Effekt wird auch Magnetkonzentrationseffekt genannt. Durch die unterschiedlichen Oberflächenrekombinationsraten wird die Lebensdauer der Ladungsträger in Abhängigkeit von der Größe und der Richtung des Magnetfeldes beeinflusst. Damit ändert sich der Widerstand der Diode bzw. der Strom durch die Diode in charakteristischer Weise [45].

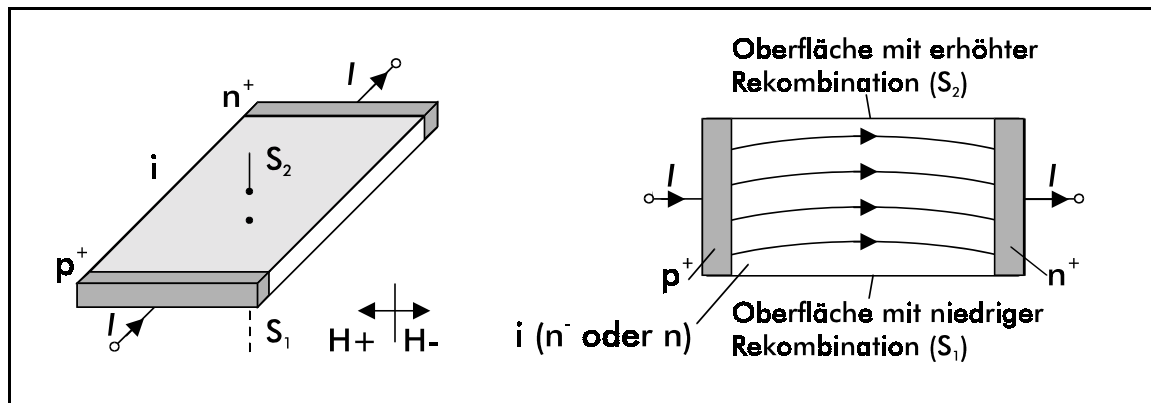


Bild 2.2.20

Prinzipielle Funktionsweise einer Magnetodiode [32]

Wirkt auf eine Magnetodiode ein positives Magnetfeld $H+$ parallel zu den Oberflächen S_1 und S_2 und senkrecht zum Stromdichtevektor, werden die Ladungsträger nach Injektion durch den p⁺,i-Kontakt in das i-Gebiet zur Oberfläche S_2 hin abgelenkt (Bild 2.2.20). Da die Ladungsträger an dieser Oberfläche wegen der erhöhten Rekombination eine geringere Lebensdauer haben, tritt eine Verringerung des Diodenstroms I ein. Wirkt ein negatives Magnetfeld $H-$ auf die Diode, erfolgt die Ablenkung der Ladungsträger an die Oberfläche S_1 mit geringerer Rekombinationsrate. In diesem Fall steigt der Strom I an.

Die Richtung des Magnetfeldes H ist aus der Durchlaßkennlinie ablesbar. Diese wird in Abhängigkeit von der Magnetfeldrichtung zu großen bzw. zu kleinen Strömen I hin verschoben. Bild 2.2.21 zeigt den prinzipiellen Verlauf der Durchlaßkennlinie einer Magnetodiode. Die Empfindlichkeit der Magnetodiode erhöht sich bei hohen Strömen I und ist für unterschiedliche Richtungen des Magnetfeldes H verschieden [32].

Die Rekombinationsraten der Oberflächen werden durch geeignete technologische Maßnahmen beeinflusst. Eine niedrige Rekombinationsrate erreicht man durch Polieren und Passivieren, z.B. durch Aufbringen einer SiO_2 -Schicht auf Silizium, eine hohe Rekombinationsrate durch Aufräumen der Oberfläche oder Einbauen von Rekombinationszentren, z.B. von Goldatomen [45].

Magnetodioden sind temperaturempfindlich. Abhilfe schafft eine Brückenordnung mit einer Doppeldiode.

Die Dioden werden in Reihe geschaltet, wobei diese magnetisch entgegengesetzt angeordnet sind. Die Ströme durch die Dioden ändern sich gleichermaßen bei einer Temperaturänderung, so daß die Mittenspannung nahezu unabhängig von der Temperatur ist.

2.2.6 Magnetotransistor

Transistoren sind durch äußere Magnetfelder in verschiedener Weise beeinflussbar, z.B. durch eine Beeinflussung der Injektion oder des Basis-Transportfaktors, durch eine Ladungsträgerablenkung, den Magnetokonzentrationsseffekt u.a [25].

Eine andere Methode nutzt die magnetfeldabhängige Verteilung der Transistorströme. So zeigt Bild 2.2.22 einen vertikal aufgebauten bipolaren Transistor. Dieser Transistor besitzt zwei symmetrisch angeordnete Kollektoranschlüsse, durch die bei Abwesenheit eines Magnetfeldes jeweils der gleiche Kollektorstrom fließt.

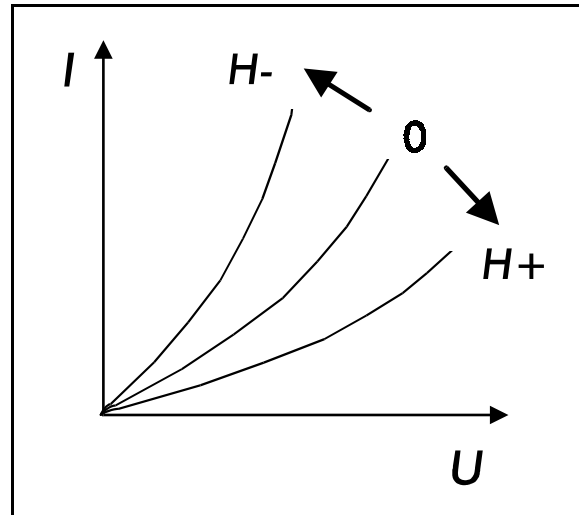
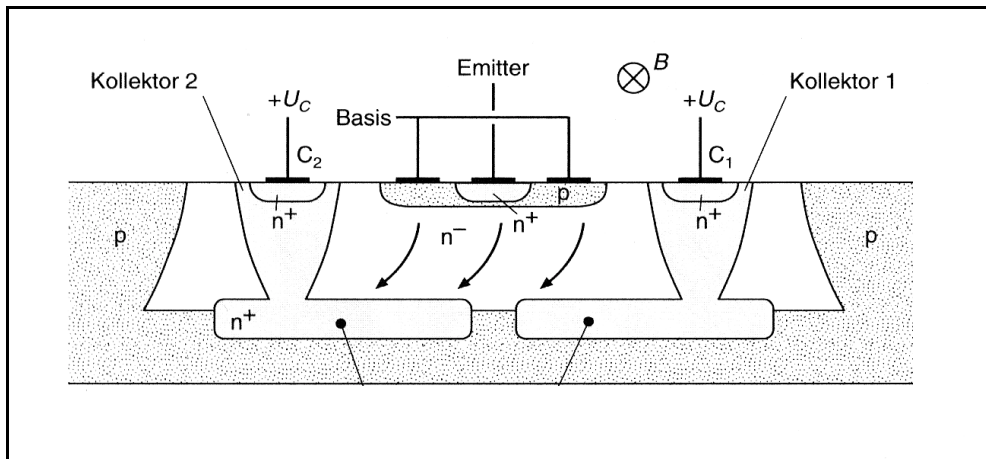


Bild 2.2.21

Durchlaßkennlinie der Magnetodiode [32]

**Bild 2.2.22**

Schematische Darstellung eines bipolaren Magnetotransistors im Schnitt [25]

Bei Vorhandensein eines äußeren Magnetfeldes, im Bild repräsentiert durch die magnetische Flußdichte B , wirkt eine Lorentzkraft im Gebiet der Kollektoren. Dadurch werden die aus der Basis kommenden Ladungsträger auf dem Weg zum Kollektoranschluß abgelenkt, d.h. es treffen mehr Elektronen auf der Elektrode C_2 als auf der Elektrode C_1 auf. Damit ist der Kollektorstrom aus C_2 größer als der aus C_1 . Die Kollektorströme unterscheiden sich in Abhängigkeit von Richtung und Stärke des Magnetfeldes [25].

2.3 Zusammenfassung

In Tabelle 2.3.1 sind die verschiedenen Meßwertaufnehmer und ihre Einsatzmöglichkeiten gegenübergestellt.

In der zerstörungsfreien Prüfung sind in Wickeltechnik hergestellte Induktionsspule und Wirbelstromspule nach wie vor die am häufigsten verwendeten Sensoren. Spulen zeichnen sich durch einfache Handhabbarkeit und hohe Robustheit aus.

Mit Spulen als Meßwertaufnehmer kann in einem weiten Frequenz- und Magnetfeldstärkebereich gemessen werden. Auch für die in der vorliegenden Arbeit durchgeführten Messungen wurden gewickelte Spulen verwendet. Gründe für die weite Verbreitung von Spulen als Meßwertaufnehmer für das Wirbelstromverfahren sind ebenfalls in der einfachen und kostengünstigen Fertigung durch Wickeln zu finden. Dies ist besonders in der Prüftechnik von Vorteil, da die Meßspulen häufig einem starken Verschleiß unterliegen, wenn sie berührend über die Werkstückoberflächen geführt werden.

Deshalb wird versucht, mehrere Meßwertaufnehmer flächenhaft in sogenannten Arrays anzuordnen. Dazu können gewickelte oder gedruckte Spulen [23;24;46] aber auch andere der in Kapitel 2.2 beschriebenen Magnetfeldsensoren verwendet werden. Arrays ermöglichen die flächenhafte Abtastung von Ausschnitten der Werkstückoberfläche. Dadurch wird eine Erhöhung der Prüfgeschwindigkeit und eine Verringerung der Abnutzung der Meßwertaufnehmer erreicht.

Die Konstruktion von Arrays ist jedoch nicht unproblematisch. Arrays setzen sich aus vielen gleichartigen Meßwertaufnehmern zusammen. Bei der Herstellung gewickelter Spulen ist es jedoch schwierig, identische Eigenschaften der Meßwertaufnehmern zu gewährleisten. Für den Einsatz in Arrays eignen sich daher mit größerer Genauigkeit reproduzierbare Sensoren. Gekrümmte oder unebene Werkstückoberflächen, wie sie in der Praxis meist vorkommen, bereiten ebenfalls Probleme. Um interpretierbare Meßergebnisse zu bekommen, müßte die Konstruktion flexibel auf unterschiedliche Abstände der einzelnen Meßwertaufnehmer des Arrays zur Werkstückoberfläche reagieren.

Spulen haben auch den Nachteil, daß sie bei niedrigeren Frequenzen (< 10 kHz) recht unempfindlich reagieren [44]. Je kleiner die Meßfrequenz, um so höher ist jedoch die Eindringtiefe der Wirbelströme in das zu prüfende Material. Die Tiefenwirkung bei Verwendung einer Spule als Meßwertaufnehmer ist demzufolge eingeschränkt. Von den in Kapitel 2.2 vorgestellten Magnetfeldsensoren sind daher besonders die SQUIDS interessant, da sie auch sehr schwache und niederfrequente Magnetfelder erfassen können. Vielfältige Forschungsvorhaben befassen sich mit dem Einsatz dieser Sensoren in der Prüftechnik, z.B. in der Luftfahrttechnik [47].

Sensor	Wirkprinzip	Entdeckt:	Erfaßbare magnetische Flußdichten	Typischer Frequenzbereich	Besonderheiten	Typische Anwendungen
Induktions- spule, Wirbel- stromspule	Induktions- gesetz und Skineffekt	Faraday, 1931	10^{-12} T ... 10^6 T [38]	einige 10 kHz bis einige MHz	Empfindlichkeit abh. von Zahl der Windungen u. Permeabilität d. Kerns	Materialprüfung, Abstandsmessung, Näherungsschalter, Strommessung
Sättigungs- kernsonde	Blochwand- verschiebung	ca. 1928	10^{-10} T ... 10^{-4} T [38]	Gleichfelder, Wechselfelder 0 ... 10 kHz	richtungsabhängig, typische Erreger- frequenz: 10 kHz	Navigationssysteme, Geophysik [38]
Hall-Sensor	Hall-Effekt	Hall, 1879	10^{-7} T ... einige T [32;38]	0 ... 100 kHz [38]	richtungsabhängig	Drehzahl-, Drehwinkel- messung Strommessung
Magnetore- sistiver Halbleiter- Sensor	Hall-Effekt		0,1 T bis einige T (bei Vormagnetisie- rung auch darunter) [25;38])	0 ... 5 MHz [38]	richtungsunabhängig	Drehzahl-, Drehwinkel- messung
AMR- Sensor	AMR-Effekt	1856 von Thompson; Kelvin	10^{-10} T... 10^{-4} T /Caru1/ [38]	0 ... 5 MHz [38]	2...3 % Ratio (*), richtungsabhängig	Leseköpfe für Band- u. Diskettenlaufwerke, Geschwindigkeits- und Abstandsmessung (Kfz.), Materialprüfung, Navigationssysteme, Strommessung

(*) Ratio = Widerstandsänderung im Magnetfeld bezogen auf Sättigungswert

Tabelle 2.3.1(a)

Magnetfeldempfindliche Sensoren und ihre Einsatzbereiche - Teil (a)

Tabelle 2.3.1(b)

Magnetfeldempfindliche Sensoren und ihre Einsatzbereiche - Teil (b)

Sensor	Wirkprinzip	Entdeckt:	Erfaßbare magnetische Flußdichten	Typischer Frequenzbereich	Besonderheiten	Typische Anwendungen
GMR-Sensor	GMR-Effekt	1988 in Frankreich, BRD	10^{-5} T ... 10^4 T [38]		<i>Sandwich:</i> 4 %...9 % Ratio (*), Sättigung bei 2,4...5 kA/m <i>Multilayer:</i> 12 %...16 % Ratio (*), Sättigung bei ca. 20 kA/m <i>Spin-Valve:</i> 4 %...20 % Ratio (*), Sättigung bei 0,8...6 kA/m richtungsabhängig [38]	Leseköpfe für Band- u. Diskettenlaufwerke, Abstands-, Drehzahl-, Drehwinkel-, Verschiebungsmessung, Materialprüfung, Strommessung
HT-SQUID	Josephson-Effekt	ca. 1962, Josephson	10^{-15} T ... 9 T [32;38]		Kühlung mit flüssigem Stickstoff	Kernspintomographie, Materialprüfung
Magneto-diode	Ladungsträgerinjektion, Hall-Effekt, Oberflächenrekombination und -generation		10^4 T...1 T [38]		typischer Nullwiderstand: $R_0 = 3$ kW, Änderungen von ca. ± 1 ... 2 kW bei $\sim 0,1$ T [48] richtungsabhängig	bisher keine praktischen Anwendungen
Magneto-transistor	Hall-Effekt		10^{-5} T...1 T [38]		richtungsabhängig	bisher keine praktischen Anwendungen

(*) Ratio = Widerstandsänderung im Magnetfeld bezogen auf Sättigungswert

3 Konstruktion von Sonden mit Spulen

Die Eignung einer Sonde für eine bestimmte Meßaufgabe ist abhängig von ihrem Design. Um eine gestellte Prüfaufgabe mit Hilfe des Wirbelstromverfahrens optimal lösen zu können, muß die Sonde daher in geeigneter Weise konstruiert werden.

Verschiedene Kennwerte, die in Normen festgelegt wurden (DIN 54 140 bis 54142), erleichtern die Auswahl bzw. den Vergleich kommerziell erhältlicher bzw. die Beschreibung selbst konstruierter Sonden. Aus den Kennwerten ist die Eignung einer Spule oder Sonde für eine bestimmte Meßaufgabe ablesbar [49].

Auf Aspekte, nach denen das optimale Design eines induktiven Meßwertaufnehmers erfolgt, aber auch auf wichtige Kennwerte zur Beschreibung dieser Meßwertaufnehmer wird in Kapitel 3.1 eingegangen.

Während der Messung wirken auf jeden Meßwertaufnehmer Größen ein, die das Meßergebnis mehr oder weniger stark beeinflussen. Erreichen die Werte der durch unerwünschte Störgrößen verursachten Signale den Bereich des Nutzsignals, kann es zu Verfälschungen und damit zur Fehlinterpretationen der Messung kommen. Effekte, die zu Störsignalen führen, und Strategien zu deren Vermeidung beschreibt Kapitel 3.2.

Grundlage jeder Eigenschaftsbeschreibung von Wirbelstromspulen ist die Kenntnis der räumlichen Ausdehnung des für die Prüfung wirksamen magnetischen Spulenfeldes. Daher kann das Design eines induktiven Meßwertaufnehmers durch Feldberechnungen wirkungsvoll unterstützt werden. Dazu stehen Softwaretools auf Basis der Finite-Elemente- oder Finite-Differenzen-Methode zur Verfügung. In Kapitel 3.3 wird mit Hilfe von Feldberechnungen demonstriert, wie die Form des magnetischen Feldes einer Wirbelstromspule beeinflußt werden kann.

3.1 Charakterisierung von Sonden mit Spulen

Spulen können nach folgenden Gesichtspunkten unterschieden und damit charakterisiert werden [49].

(1) Aufbau der Spule

Der Aufbau der Spule legt die geometrischen Abmessungen fest. Die Größe, die Form der Spule und eines eventuell vorhandenen ferritischen Kerns haben Einfluß auf die Ausdehnung und die Form des Magnetisierungsfeldes H_p und damit auch auf die Apertur einer Sonde (Kapitel 3.2). So erfolgt die Verteilung der Feldlinien bei einer Zylinderspule in einer anderen Weise als bei einer Topfkernspule. Durch Kerne werden die Feldlinien konzentriert. Der Aufbau der Spule hat unmittelbar Einfluß auf die elektrischen Eigenschaften der Spule.

(2) Elektrische Eigenschaften der Spule

Zu den elektrischen Eigenschaften der Spule zählen deren ohmscher Widerstand R und deren Induktivität L , aber auch die Meßfrequenz und die aus diesen drei Größen ableitbare Spulengüte Q .

Mit

$$L = \mu_o \cdot \frac{\pi}{24} \cdot \frac{N^2}{l} \cdot \frac{d_a^4 - 4 \cdot d_a d_i^3 + 3 \cdot d_i^4}{(d_a - d_i)^2} \quad (3.1.1)$$

kann die Induktivität L einer mehrlagigen zylinderförmigen Luftspule berechnet werden [50]. Dabei sind d_a der äußere und d_i der innere Durchmesser der Wicklung, μ_0 die Permeabilitätszahl und N die Anzahl der Windungen. Gleichung (3.1.1) ist gültig für den Fall, daß der mittlere Durchmesser $(d_a - d_i)/2$ größer ist als die Länge l der Spule. Ein weichmagnetischer Spulenkern hat eine Erhöhung der Induktivität L zur Folge.

Die Zahl der Windungen N hat auch Einfluß auf die Gesamtlänge der Wicklung und damit auf den ohmschen Widerstand R . Die Gesamtlänge des Wickeldrahtes, der Drahtdurchmesser und das verwendete Material bestimmen den Wert des ohmschen Gleichstromwiderstandes R_{DC} .

Die Güte Q der Spule wird bestimmt mit

$$Q = \frac{2\pi \cdot f \cdot L}{R} . \quad (3.1.2)$$

Da Spulen oft Bestandteil eines Schwingkreises sind, ist eine hohe Güte wünschenswert. Andernfalls ist die Schwingkreisdämpfung bereits durch das Vorhandensein der Spule sehr hoch und der Meßbereich eingeschränkt. Die bei höheren Frequenzen f in der Wicklung wirksamen Effekte, wie Skineffekt und Proximity-Effekt, führen zu einer Erhöhung des Wicklungswiderstandes R und damit zu einer Verschlechterung der Spulengüte Q . Durch geeignete konstruktive Maßnahmen kann der Einfluß dieser Störeffekte verringert werden (siehe Kapitel 3.2).

(3) Aufbau der Sonde

Spulen werden häufig in einem Gehäuse installiert. Ist das Material dieses Gehäuses leitfähig, wird dadurch unter Umständen die Ausdehnung und die Form des Magnetfeldes H_p beeinflusst. Das Gehäuse kann die Funktion eines Schirmes übernehmen, der die Spannungsinduktion in der Meßwicklung durch Fremdfelder einschränkt. Schirme ermöglichen auch eine Beeinflussung der Form des Magnetfeldes (siehe Kapitel 3.3).

Werden die Funktionen Magnetisierung und Messung getrennt kann die Anordnung der Magnetisierungsspule bezüglich der Meßspule(n) den Informationsgehalt der Messung beeinflussen [4;20;51].

(4) Anordnung der Spulen bezogen auf das Prüfobjekt

Die Anordnung der Spulen bezogen auf das Prüfobjekt bestimmt die Höhe der Signalamplitude. Bei sogenannte Reflexionssonden befinden sich Magnetisierungs- und Meßspule auf einer Seite des zu untersuchenden Objektes.

Es werden Änderungen des „reflektierten“ Feldes erfaßt. Bei Transmissionssonden befinden sich Meßwertaufnehmer und Magnetisierung auf verschiedenen Seiten des Prüfobjektes.

(5) Elektrische Spulenschaltung

Die elektrische Spulenschaltung, also die Anordnung der Spule(n) in Absolut-, Differenz- oder Brückenschaltung, hat Einfluß auf die Spulenwirkbreite bzw. Apertur und damit auf die Ortsauflösung. Bei Spulen in Differenzschaltungen kommt es zusätzlich zu einer Vorzugsrichtung bei der Messung.

(6) Elektrische Zusammenschaltung von Spule und Meßgerät

Die elektrische Zusammenschaltung von Spule und Meßgerät, d.h. Verwendung des parametrischen oder des transformatorischen Prinzips, bestimmt die Entstehung des Meßsignals. Dadurch haben störende Effekte auch unterschiedlichen Einfluß. Die Zusammenschaltung gibt die meßbaren Größen vor.

Auf einige wichtige Kennwerte zur Beschreibung einer Spule wird im folgenden eingegangen.

3.1.1 Laterales Auflösungsvermögen

Grundlage jeder Eigenschaftsbeschreibung von Wirbelstromspulen ist die Kenntnis der räumlichen Ausdehnung des für die Prüfung wirksamen magnetischen Spulenfeldes. Diese gewinnt man am einfachsten durch Abtasten des Feldes in verschiedene Richtungen mit einer punkt- oder linienförmigen Inhomogenität (Bild 3.1.1).

Ein wichtiger Kennwert einer Tastsonde, d.h. einer Sonde, die über die Oberfläche des Prüfobjekts geführt wird, ist die Wirkbreite B_W . Die Wirkbreite B_W gibt die Ausdehnung des wirksamen Spulenfeldes H_p in Verschieberichtung an.

Bei rotationssymmetrischen Absolutspulen ist dabei jede beliebige Richtung, bei Differenzspulen die bauartbedingte Vorzugsrichtung gemeint. Bild 3.1.1 zeigt den prinzipiellen Meßaufbau und die sich ergebenden Signalverläufe einer Absolutspule sowie einer Differenzspule. Prinzipiell ist mit Differenzspulen gleicher Bauart eine kleinere Wirkbreite erreichbar. Damit verbunden ist ein höheres laterales Auflösungsvermögen [49].

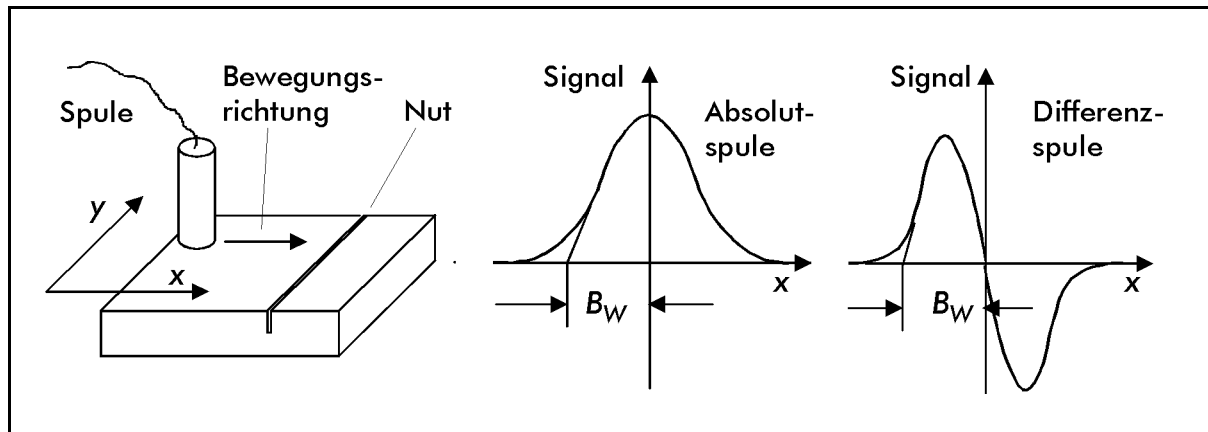


Bild 3.1.1

An einer linienförmigen Inhomogenität (Nut) ermittelte Spulenwirkbreiten B_W [49]

Bei Änderung der Frequenz f des erregenden Magnetfeldes H_p verändern sich die Kennwerte, wie hier die Wirkbreite B_W . Diese Frequenz f hat einen entscheidenden Einfluß auf die räumliche Ausdehnung des Spulenfeldes. Einerseits ändert sich mit der Frequenz f die Eindringtiefe σ andererseits aber auch die Verteilung der Wirbelströme an der Werkstückoberflächen. Nach [49;52] ist die Oberflächenausdehnung des Spulenfeldes H_p bei niedrigen Frequenzen (sub-kHz - Bereich) spürbar größer als bei hohen Frequenzen (≥ 100 kHz).

Aus der Spulenwirkbreite B_W kann der Kennwert Ortsauflösung K_0 abgeleitet werden. Die Ortsauflösung K_0 gibt den minimalen Abstand an, in dem sich Signale paralleler Risse gegenseitig merklich beeinflussen. Zwischen Ortsauflösung K_0 und Wirkbreite B_W besteht ein proportionaler Zusammenhang, d.h. je kleiner die Wirkbreite B_W um so kleinere Strukturen sind detektierbar [49].

Der Kennwert Ortsauflösung K_o bietet jedoch nur einen groben Anhaltspunkt zur Beschreibung des lateralen Auflösungsvermögens. Zur Abschätzung des Auflösungsvermögens eines Wirbelstromsystems sind Testkörper mit definierten Strukturen besser geeignet, wie sie in [53] vorgeschlagen werden. Dabei sind dünne Streifen aus leitendem Aluminium in unterschiedlichen Abständen zueinander in ein nichtleitendes Material eingebettet. Über diesen Testkörper wird der Meßwertaufnehmer bewegt. Bei einer Sonde mit hohem Auflösungsvermögen beeinflussen sich die durch die einzelnen Aluminiumstreifen verursachten Wirbelstromsignale nur geringfügig und das entstehende Wirbelstrombild ist kontrastreich.

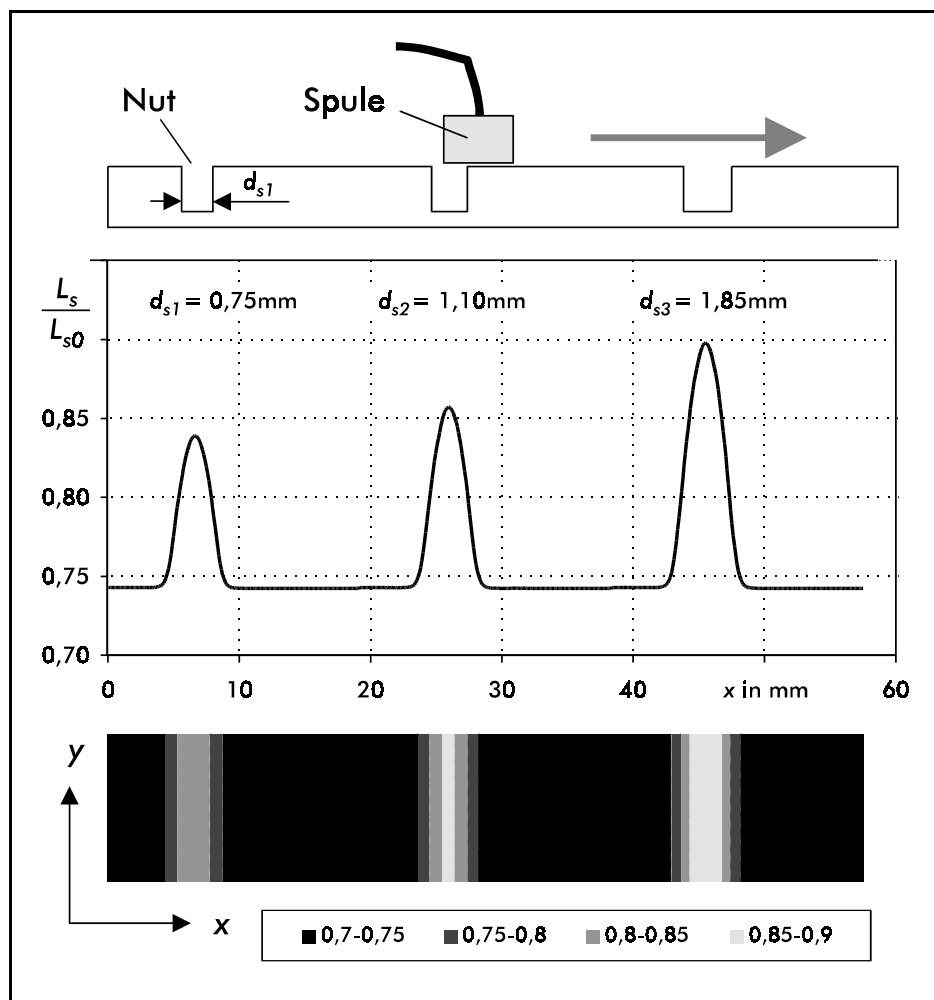


Bild 3.1.2

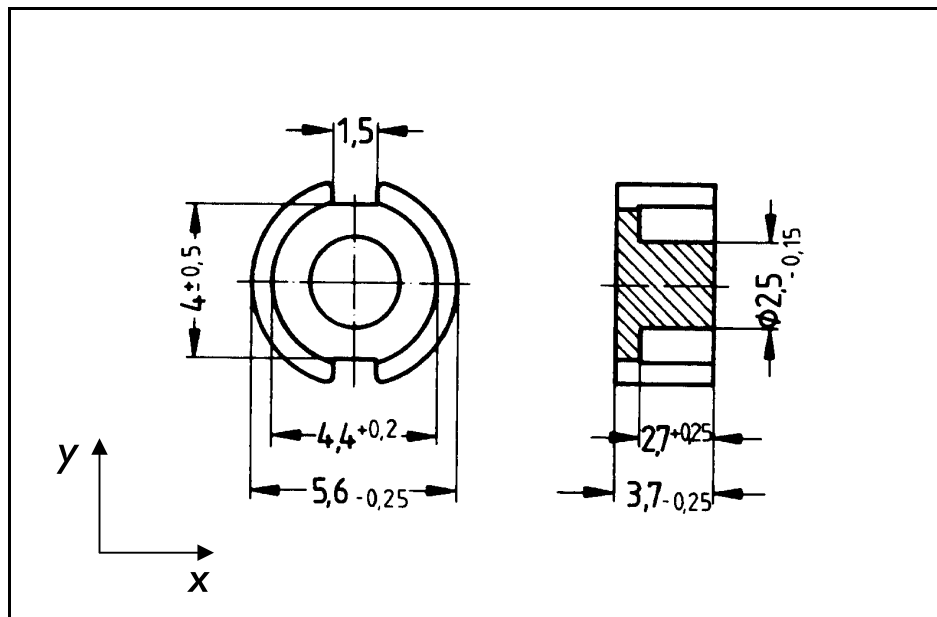
Untersuchung verschieden tiefer Nuten: Oben - Meßaufbau, Mitte - Signalverlauf, Unten - Wirbelstrombild

Bild 3.1.2 zeigt sich nicht beeinflussende Meßsignale an Nuten unterschiedlicher Breite d_s in einer Aluminiumplatte sowie das zugehörige Wirbelstrombild. Dargestellt ist die Induktivität L_s der Spule bezogen auf ihren Wert L_{s0} ohne Beeinflussung durch ein Prüfobjekt.

Allgemeinere Aussagen über die Eigenschaften einer Spule erhält man auch aus der Aperturfunktion g . Diese gewinnt man, indem die Spule über eine punktförmige Inhomogenität in x - und y - Richtung ähnlich wie in Bild 3.1.1 bewegt wird. Bei dieser Vorgehensweise werden Methoden aus der Signaltheorie zur Beschreibung linearer oder linearisierter technischer Systeme genutzt [4;51]. Technische Systeme werden üblicherweise mit Hilfe definierter Eingangssignale beschrieben. Zu den wichtigsten dieser Eingangsfunktionen zählt der Einheitsimpuls, auch Dirac-Impuls δ , genannt. Eine solche Impulsfunktion δ am Systemeingang ergibt ausgangsseitig die Impulsantwort g des Systems, die auch als Gewichtsfunktion oder Aperturfunktion bezeichnet wird. Die punktförmige Inhomogenität symbolisiert hier die Dirac-Funktion δ . Sie ist realisierbar durch eine Bohrung mit einem Durchmesser unterhalb der Spulenwirkbreite B_w .

Die Impulsantwort g beschreibt den Einfluß der Sonde auf die Messung. Eine Wirbelstromsonde besitzt eine ausgedehnte Wirkfläche, innerhalb derer der aktuelle Meßwert durch gewichtete Mittelung gebildet wird. Bei Annahme linearer Signalerzeugung und Signalübertragung kann der Signalentstehungsprozeß als Faltung (Gleichung (4.2.1)) von einer Eingangsfunktion u_e , hier ein Ausdruck für eine Materialschädigung, und der Impulsantwort g aufgefaßt werden. Aus der Optik ist eine ähnliche Funktion bekannt, die dort als Apertur, Punktverwaschungsfunktion (englisch: „point spread function“) bezeichnet wird. Die Aperturfunktion g gibt somit Auskunft über das Auflösungsvermögen der Sonde. Sie kann zum Vergleich verschiedener Sonden und als Hilfsmittel zur Optimierung des Sondendesigns verwendet werden [4;51].

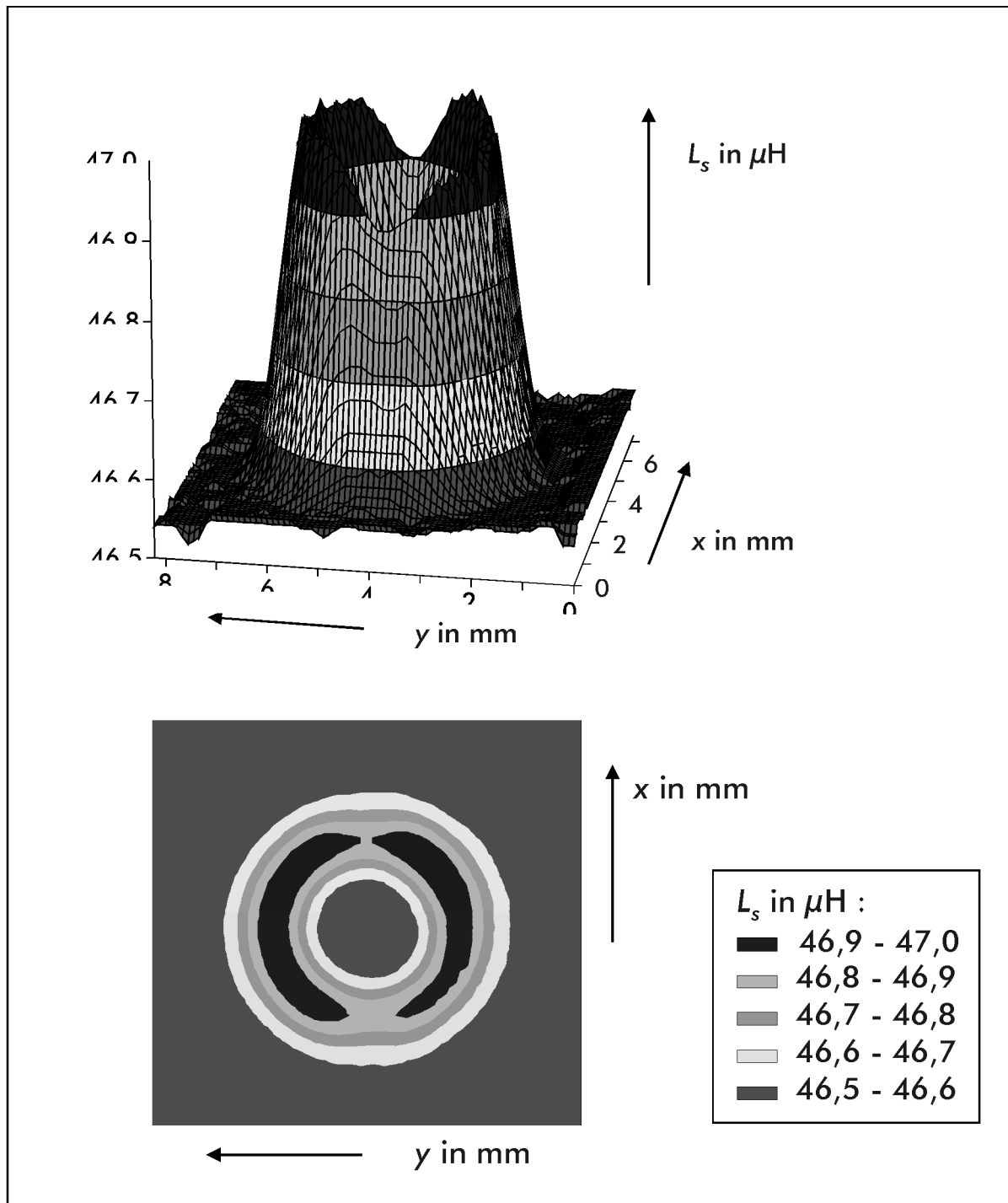
In Kapitel 4 werden die signaltheoretischen Methoden noch einmal aufgegriffen, um die Signalentstehung beim Messen mit Wirbelstrom beschreiben sowie Rückschlüsse aus gemessenen Signalen u_a zu ziehen.

**Bild 3.1.3**

Maße und Lage des Topfkerns (P 3,7 x 5,6) der Spule mit der in Bild 3.1.4 dargestellten gemessenen Aperturfunktion

Für die in Kapitel 6 zur Messung verwendete Wirbelstromspule mit Topfkern wurde die Aperturfunktion g bestimmt. Die Daten dieser Spulen sind in Tabelle 6.2.1 enthalten. Eine Zeichnung des verwendeten Spulenkerns ist in Bild 3.1.3 dargestellt. Bild 3.1.4 zeigt die gemessene Aperturfunktion g . Dargestellt sind die bei der Bewegung in x - und y -Richtung gemessenen Induktivitäten L_s der Spule. Die Messung erfolgte an einer Bohrung mit dem Durchmesser $\varnothing 1$ mm und der Tiefe von ca. 4 mm in einer Platte aus Gußaluminium G-Al99,7. Dieses Material hat eine der elektrischen Leitfähigkeit von $\gamma = 35,6 \text{ m}/\Omega\text{mm}^2$ und einer relativen Permeabilität von $\mu_r \approx 1$ [54].

Die Form des Spulenfeldes H_p wird durch die Form der Spule und des Kerns bestimmt. In Bild 3.1.4 ist der Einfluß des Topfkerns deutlich zu erkennen. Im Außenschenkel des Kerns befinden sich zwei Öffnungen für die Zu- und Ableitung der Wicklung (siehe auch Bild 3.1.3). Diese spiegeln sich in der gemessenen Aperturfunktion wider. Im Bereich der Öffnungen sind die Feldlinien weniger konzentriert als zwischen Außen- und Innenschenkel, wo die Induktivität L_s die größten Werte erreicht.

**Bild 3.1.4**

Gemessene Aperturfunktion der für die Messungen in Kapitel 6 verwendeten Topfkernspule

Im Zentrum der Darstellung in Bild 3.1.4 sind die Induktivitätswerte L_s sehr klein. Die Induktivität L_s nimmt hier Werte an, die denen am Rand der Darstellung entsprechen. Im Zentrum befindet sich offenbar ein „blinder“ Fleck, der zur Signalbildung nur wenig beiträgt. Durch spezielle Spulenkonstruktionen kann dieser jedoch vermieden werden [4;51]. Für die in Kapitel 6 durchgeführten Untersuchungen hat diese Eigenart keine negativen Konsequenzen, da kein hohes Auflösungsvermögen erforderlich ist.

3.1.2 Vertikales Auflösungsvermögen

Die mit einem Sensor maximal erfaßbare Tiefe ist ebenfalls an einem Testkörper bestimmbar. Ein solcher Testkörper kann Strukturen verschiedener Tiefe enthalten. Für Prüfaufgaben, bei denen verschieden tiefe und breite oder sogar verdeckte Risse im Prüfobjekt gesucht werden sollen, sind Kennwerte festgelegt worden. Dazu zählen die Nutentiefenauflösung K_{NT} , die Nutenbreitenauflösung K_{NB} und das Eindringverhalten K_δ [49].

Die Nutentiefenauflösung K_{NT} beschreibt die Tiefenauflösung und gibt an, bis zu welcher Nuttiefe ein weitgehend linearer Zusammenhang zwischen Meßsignal und der Nuttiefe besteht. Die Nutbreitenauflösung K_{NB} befaßt sich mit dem Einfluß der Rißbreite auf die Amplitude des Wirbelstromsignals [49].

Als theoretischer Anhaltspunkt für das vertikale Auflösungsvermögen eines Wirbelstromsystems dient die Eindringtiefe σ , die oft auch durch δ symbolisiert wird. Nach Gleichung (2.1.1) steigt die Eindringtiefe σ der Wirbelströme ins Material umgekehrt proportional zur Wurzel aus der Frequenz f des sinusförmigen Erregerstromes. Das heißt, mit fallender Frequenz f sind höhere Eindringtiefen σ erreichbar. Der Kennwert Eindringverhalten K_δ soll Klarheit darüber bringen, wie gut eine Sonde verdeckte Schädigungen aufspüren kann. Dazu werden Wirbelstromsignale von Nuten, die von der Rückseite des Testkörpers ausgehen, gemessen. Die Nuten sind dabei so präpariert, daß die verbleibenden Dicken des Prüfkörpers verschiedene Werte annehmen [49].

Bei Wirbelstromsystemen, die mit sinusförmigem Strom erregt werden und deren Meßwertaufnehmer eine Spule ist, verringert sich der Abstand zwischen Nutz- und Rauschsignal bei tieferen Frequenzen (< 10 kHz) [44]. Die durch die Wechselwirkungen mit der Erregerspule induzierten Spannungen werden dann kleiner. Gleichzeitig gewinnen durch Bewegungsinduktion in der Spule erzeugte Spannungen an Bedeutung. Damit ist der nutzbaren Meßfrequenz eine Grenze gesetzt und eine Messung bei vergleichsweise tiefen Frequenzen (< 10 kHz) nicht mehr möglich. Eine besonders gute Tiefenauflösung ist erreichbar, wenn anstelle einer Spule ein Meßwertaufnehmer mit einem geringen Eigenrauschen, wie beispielsweise ein SQUID verwendet wird [43;44].

Wirbelstromsysteme, die mit impulsförmigem Strom erregt werden, nutzen Spulen als Meßwertaufnehmer. Aufgrund der höheren Bandbreite der Anregung ist jedoch eine weitaus bessere Tiefenwirkung erreichbar als bei sinusförmig erregten Systemen [20].

3.2. Einfluß von Störgrößen

Auf das Meßergebnis können verschiedene Größen einen unerwünschten Einfluß nehmen. Dabei kann in Größen unterschieden werden, die von außen auf die Sonde wirken, also „fremd“ sind, und in Größen, die durch die Konstruktion der Sonde bedingt sind. Auf Störgrößen beider Arten wird im folgenden kurz eingegangen.

3.2.1 Störungen durch Fremdeinflüsse

Infolge des Auftretens fremder äußerer Felder können in der Meßwicklung unerwünschte Spannungen induziert werden. Dadurch wird das Meßergebnis verfälscht. Abhilfe können hier die Sonde umschließende Schirme schaffen.

Das sich um einen stromdurchflossenen Leiter aufbauende elektromagnetische Feld beeinflußt alle in seiner Nähe befindlichen leitfähigen Objekte. Dazu zählt prinzipbedingt das zu untersuchende Prüfobjekt, aber auch vorhandene leitfähige Konstruktionselemente. Meßsignale können somit auch von Halterungen der Sonde und des Prüfobjekts verursacht werden.

Die Sondenkonstruktion ist deshalb so auszuführen, daß im Wirkbereich des Magnetisierungsfeldes keine leitfähigen Konstruktionselemente vorhanden sind. Diese Forderung ist beim Prüfobjekt selbst nicht immer einzuhalten. Bei der Prüfung von fest installierten Bauelementen, wie beispielsweise Rohren, treten deshalb unerwünschte Signale auf. Durch Mehrfrequenztechnik sind solche Effekte jedoch eliminierbar [55;56].

Unerwünschte Meßgrößen treten auch auf, wenn die Sonde entlang einer Kante zu einem anderen leitfähigen Material geführt wird. Auch hier kann durch geeignete Schirmungen der Einfluß reduziert werden.

Bei der Bewegung der Sonde kann es zu störenden Effekten kommen, die das Sondensignal beeinflussen. Dazu zählen der Abhebeeffekt („Lift-off-Effekt“), der Kipp- und der Neigungseffekt sowie der Rand- und Kanteneffekt [49]. Je weiter die Sonde vom leitfähigen Prüfobjekt entfernt ist, sozusagen von dessen Oberfläche abgehoben wird, um so schwächer wird die Signalamplitude. Das Signal ändert sich auch, wenn die Spule bei der Bewegung über die Prüfoberfläche kippt bzw. sich in der Luft neigt, wenn sie in einem gewissen Abstand über die Oberfläche geführt wird. Der Rand eines Prüflings, d.h. der Übergang zu Luft oder einem anderen leitfähigen Material, beeinträchtigt das Meßsignal. Störend werden diese Einflüsse, wenn das resultierende Signal den Bereich des Nutzsignals erreicht.

Durch geeignete konstruktive Maßnahmen kann der Einfluß von Abhebe- und Kippeffekt reduziert werden. Die Sonde kann durch eine gefederte Aufhängung mit gleichmäßigem Druck auf die Prüfobjektoberfläche gedrückt werden. Von Nachteil dabei ist der schnelle Verschleiß der Sonde. Deshalb geht man, wenn möglich, zu luftgepolsterten Sonden über. Der Abstand zum Prüfobjekt wird dabei durch ständige Preßluftzufuhr konstant gehalten [57].

3.2.2 Störungen durch Komponenten der Sonde

3.2.2.1 Skineffekt

Das elektromagnetische Feld um die wechselstromführenden Leiter der Induktions- oder Wirbelstromspule hat auch im Leiter selbst Wirbelströme zur Folge. Diese sind so orientiert, daß sie den Hauptstrom in der Leitermitte herabsetzen und zur Oberfläche hin verstärken (Bild 3.2.1). Dieser Stromverdrängungseffekt wird als Skin- oder Hauteffekt bezeichnet. Seine Wirkung nimmt mit steigender Frequenz zu, so daß der Spulenstrom in einer zunehmend dünneren Schicht fließt.

Die Dicke dieser Schicht ist mit Hilfe der bereits in Kapitel 2.1 eingeführten Eindringtiefe σ beschreibbar. Sie wird damit neben der Frequenz f des Leiterstromes durch die spezifische Leitfähigkeit γ und die Permeabilität μ des Leitermaterials bestimmt. Mit steigender Temperatur nimmt die von Wirbelströmen durchflossene Schichtdicke wieder zu.

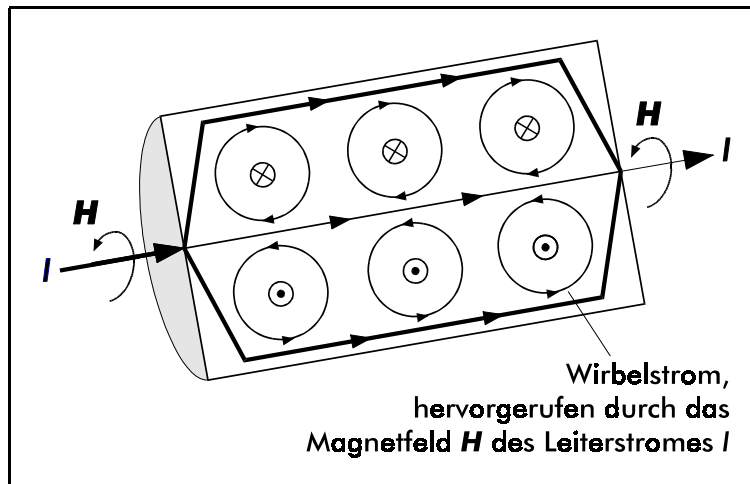


Bild 3.2.1

Schnitt durch ein Segment eines runden Leiters zur Erläuterung des Skin-Effekts [58]

Die ungleichmäßige Stromverteilung im Leiter infolge der Stromverdrängung führt zu einer Widerstands- und damit zu einer Verlustleistungserhöhung. Das wirkt sich auf die Güte der Spule nachhaltig aus. Durch Wahl der Leitergeometrie können die Auswirkungen des Skin-Effekts beeinflusst werden. Der Skin-Effekt ist in seiner Wirkung eingeschränkt, wenn der Durchmesser des Leiters das Zwei- bis Dreifache der zu erwartenden Eindringtiefe σ der Wirbelströme nicht übersteigt [58].

3.2.2.2 Proximity-Effekt

Ein anderer Stromverdrängungseffekt tritt zwischen eng benachbarten Leitern auf. Das ist bei gewickelten Magnetbauteilen mit mehreren Windungen immer der Fall. Ein stromdurchflossener Leiter ist nicht nur dem von ihm selbst verursachten Magnetfeld ausgesetzt, sondern ebenso Feldern benachbarter Leiter. Letztere induzieren ebenfalls Wirbelströme, deren Orientierung Bild 3.2.2 zeigt. Der Hauptstrom wird demnach in einer Leiterhälfte verstärkt und in der anderen vermindert. Dadurch wird die nutzbare Leiterfläche weiter reduziert. Der zugrundeliegende Effekt wird als Proximity- oder auch als Naheffekt bezeichnet.

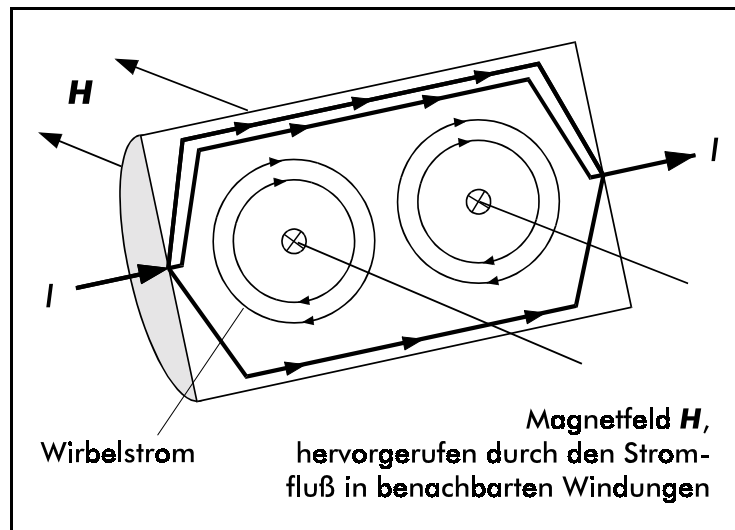


Bild 3.2.2

Schnitt durch ein Segment eines runden Leiters
zur Erläuterung des Proximity-Effekts [58]

Der Proximity-Effekt wirkt dort stärksten, wo das magnetische Feld am stärksten ist, d.h. zwischen direkt benachbarten Windungen verschiedener Lagen einer Spulenwicklung. Die Wirkung dieses Effekts in einer Wicklung ist durch geeignete Konstruktion der Wicklung reduzierbar. Beispielsweise können die Wicklung verteilt angeordnet werden [58]. Auch der Proximity-Effekt führt zu einer Erhöhung des Wicklungswiderstandes und damit zu einer Verschlechterung der Spulengüte.

3.2.2.3 Wirbelstromverluste durch induktive Leistungseinkopplung in leitfähige Konstruktionselemente

Das sich um einen stromdurchflossenen Leiter aufbauende elektromagnetische Feld beeinflusst alle in seiner Nähe befindlichen leitfähigen Objekte. Dazu zählt auch der gegebenenfalls vorhandene weichmagnetische Spulenkern.

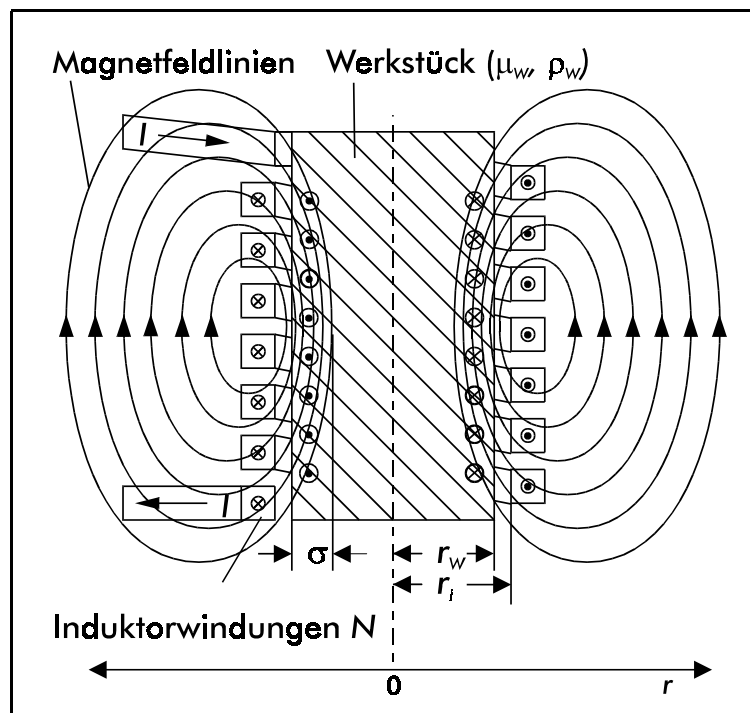


Bild 3.2.3

Prinzip der Induktionserwärmung [59]

Weichmagnetische Materialien besitzen eine mehr oder weniger ausgeprägte elektrische Leitfähigkeit. Bei Trafoblech liegt diese im Bereich von $10^0 \text{ m}/\Omega\text{mm}^2$, bei Ferriten in der Größenordnung von $10^{-6} \text{ m}/\Omega\text{mm}^2$. Im Spulenkern werden demzufolge Wirbelströme induziert. Eine Folge davon sind Verluste in Form von Joulscher Wärme. Bei ferromagnetischen Materialien treten zusätzlich Hystereseverluste auf. Ihr Anteil ist im Vergleich zu den Wirbelstromverlusten jedoch gering.

Zur Abschätzung des Leistungseintrages in leitfähige Konstruktionselemente kann eine idealisierte Anordnung verwendet werden, wie sie beispielsweise von Induktionserwärmungsanlagen bekannt ist (Bild 3.2.3).

Dort wird ein zylindrisches Metallteil zum Zwecke der Erwärmung von einem magnetischen Wechselfeld durchsetzt. Das sich ändernde magnetische Feld erzeugt im Inneren des Metallzylinders Wirbelströme, die entsprechende Verluste zur Folge haben. Die Wirbelstromdichte ist eine Funktion des Radius r .

Die Wirbelstromverluste werden durch

$$P_W = \sqrt{2 \cdot \pi \cdot \mu_W \cdot \rho_W \cdot f} \cdot (N \cdot I)^2 \cdot Y \cdot J \quad (3.2.1)$$

bestimmt [59]. Dabei ist μ_W die Permeabilität des zu erwärmenden Werkstoffes, ρ_W dessen spezifischer elektrischer Widerstand, f die Frequenz des magnetischen Wechselfeldes, (NI) die Durchflutung dieses Feldes, $Y = Y(r_i, r_W)$ bzw. $J = J(r_W, \sigma)$ Besselsche Funktionen, r_i der Induktorradius, r_W der Radius des zylindrischen Werkstückes und σ die Eindringtiefe.

Das magnetische Feld $H \sim (NI)$ hat mit einem quadratischen Anteil in besonderem Maße Einfluß auf die Höhe der Wirbelstromverluste. Weniger ausgeprägt, aber vorhanden, ist die Abhängigkeit von der Frequenz des Wechselfeldes. Ein Problem stellt die exakte Größe der Permeabilität μ_W bei ferromagnetischen Stoffen dar. Diese unterliegt selbst einer Frequenzabhängigkeit. Oberhalb einer bestimmten Frequenz bricht die Permeabilität zusammen, so daß die Eindringtiefe der Wirbelströme erheblich steigt. Wird als Material Ferrit verwendet, ist dieser Effekt jedoch wenig ausgeprägt, da diese Werkstoffe eine sehr geringe elektrische Leitfähigkeit besitzen. Kritisch dagegen ist die Verwendung von Transformatorenblech oder ferromagnetischem Stahl.

Hinter den Besselschen Funktionen $Y = Y(r_i, r_W)$ bzw. $J = J(r_W, \sigma)$ verbergen sich Geometriegrößen bzw. deren Beziehungen zueinander. Insbesondere aus $J = J(r_W, \sigma)$ sind wesentliche Aussagen zum Einfluß der Materialstärke auf die zu erwartenden Wirbelstromverluste abzuleiten.

Oberhalb des Verhältnisses $r_w / \sigma = 2 \dots 3$ hat die Materialdicke kaum noch Einfluß auf die umgesetzten Verluste (Bild 3.2.4). Für $r_w / \sigma \leq 1,5$, d.h. für geringe Materialstärken, nehmen die Verluste stark ab [58;59].

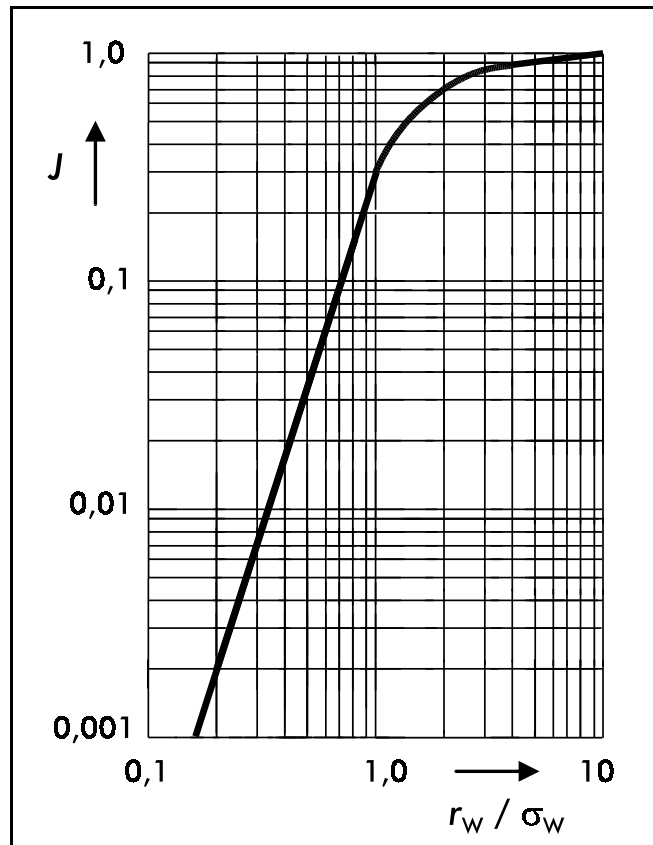


Bild 3.2.4

Verlauf der Funktion $J = J(r_w, \sigma)$ [59]

3.3 Optimierung von Sonden mit Spulen

Jede Prüfaufgabe erfordert angepaßte Sondenkonstruktionen. Je nach Anforderung erfolgt die Optimierung unter verschiedenen Gesichtspunkten. Bei der Rißprüfung sind beispielsweise Sonden mit einem hohem Auflösungsvermögen erforderlich. Dies geht einher mit einer schmalen, möglichst homogenen Aperturfunktion. Eine solche Apertur läßt sich erreichen, indem der Spulendurchmesser klein gehalten wird. Andere Prüfaufgaben erfordern Schirmungen [60].

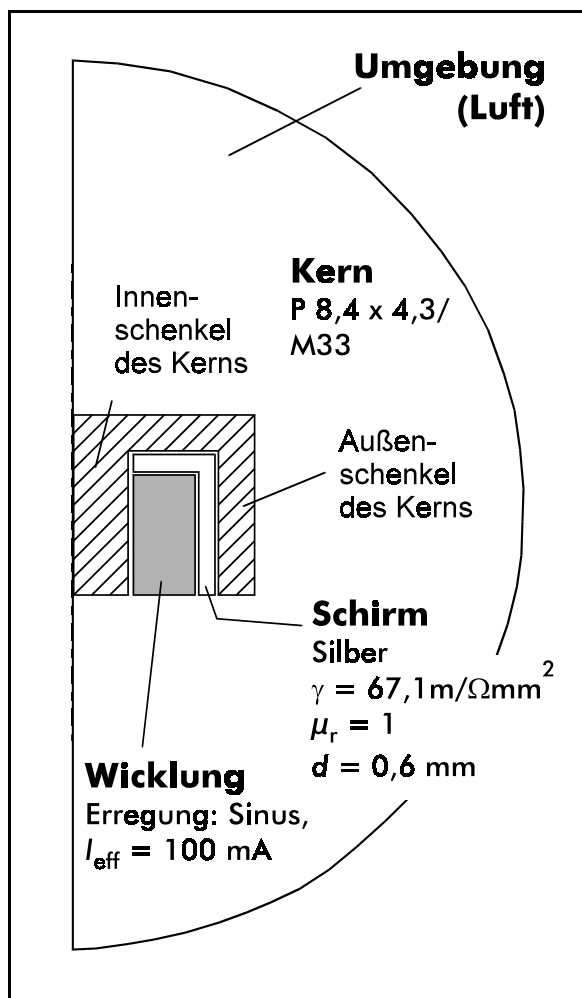


Bild 3.3.1

Modell für die Simulation des elektromagnetischen Feldes einer Topfkernspule mit innenliegendem Schirm

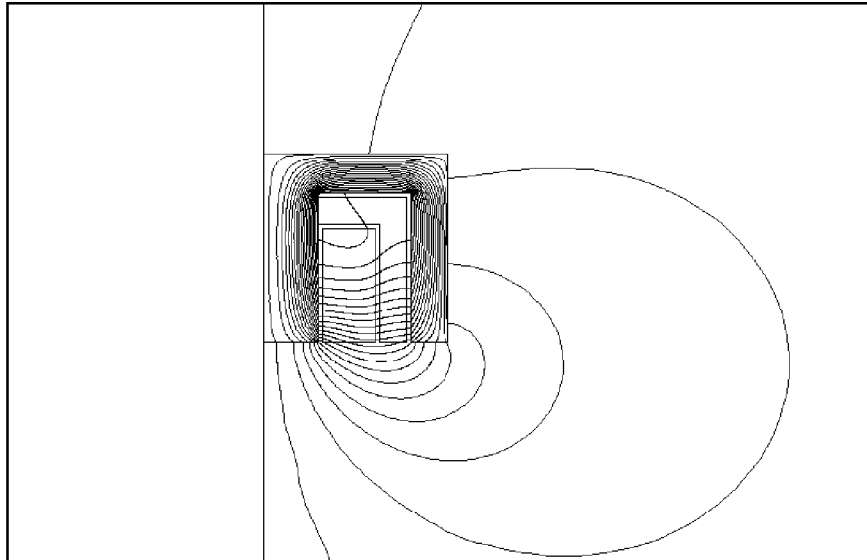
Schirme beeinflussen die Form des Magnetfeldes H_p der (Magnetisierungs-)Spule. Ein einfacher Schirm ist ein geschlitzter Ring mit einer schmalen Öffnung in der Mitte, der sich vor der Spule befindet. Das Erregerfeld H_p bewirkt die Induktion von Wirbelströmen an der Oberfläche dieses Ringes. Das durch diese Wirbelströme verursachte Magnetfeld ist dem erregenden Feld H_p entgegengerichtet und dieses beeinflusst lokal. Dadurch kann die Form des Erregerfeldes H_p verändert werden.

Ein solcher Schirm muß eine hinreichende Dicke d besitzen. Diese Dicke d wird so gewählt, daß sie mindestens der nach Gleichung (2.1.1) ermittelten Eindringtiefe σ der Wirbelströme ins Schirmmaterial entspricht, d.h. $d \geq \sigma$.

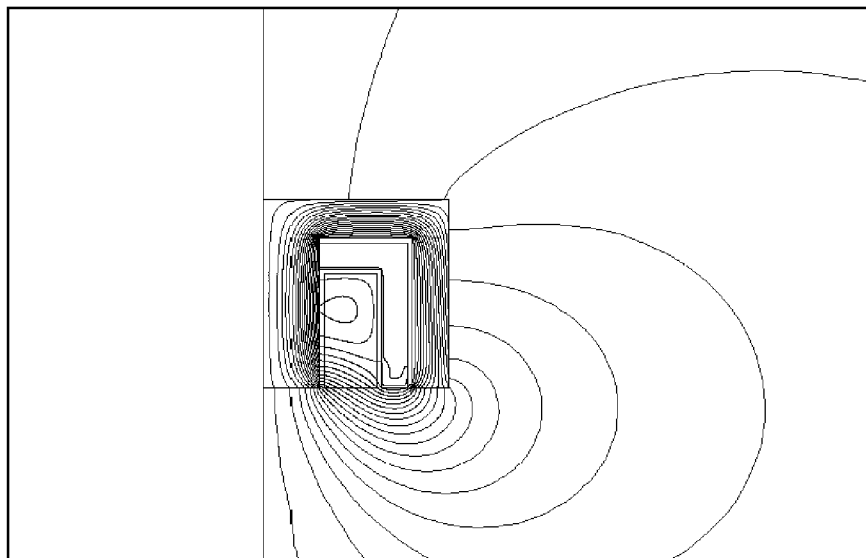
Wird ein nichtferromagnetisches Material verwendet, muß es eine gute elektrische Leitfähigkeit γ besitzen, wie z.B. Kupfer oder Silber. Die Schirmdicke d erreicht jedoch hierbei relativ große Werte. Bei einem Ferromagnetikum kann der Wirbelstromeffekt den ferromagnetischen Effekt unter Umständen überwiegen und durch eine hohe relative Permeabilität μ_r sogar vergrößert werden. Dadurch sind kleinere Schirmdicken d möglich. Wegen der Frequenzabhängigkeit der Permeabilität gilt dies jedoch nur in einem gewissen Frequenzbereich. Oberhalb einer Grenzfrequenz sind Ferromagnetika nicht mehr permeabel, so daß $\mu_r \approx 1$ gilt [29].

In einem Beispiel soll gezeigt werden, wie eine Optimierung von Sonden durch numerische Feldberechnungen unterstützt werden kann. Ziel ist es dabei, das Spulenfeld einer Topfkernspule durch einen Schirm zu beeinflussen. Bei Topfkernspulen schließt sich ein großer Teil der Feldlinien im Inneren der Spule zwischen Innen- und Außenschenkel (Bild 3.3.2(a)). Ein innenliegender Schirm bewirkt ein Herausdrängen der Feldlinien aus diesem Bereich. Die Berechnung kann aufgrund der rotationssymmetrischen Anordnung für einen Schnitt durch die Spule, d.h. für eine zweidimensionale Anordnung erfolgen. Die Symmetrie erlaubt auch die Beschränkung auf nur eine Spulenhälfte. Für die Simulation wurde das in Bild 3.3.1 gezeigte Modell verwendet. Die Simulationen wurden mit dem Softwaretool FLUX2D durchgeführt.

Simulationsergebnisse sind in Bild 3.3.2 dargestellt. Im ersten Schritt erfolgte die Berechnung des elektromagnetischen Feldes der Spule ohne Schirm, anschließend wurde ein Schirm aus dem Material Silber berücksichtigt. Die Darstellung in Bild 3.3.2(a) zeigt den im ersten Schritt simulierten Feldlinienverlauf. Zwischen Innen- und Außenschenkel des Topfkerns ist die Feldliniendichte erwartungsgemäß hoch. In Bild 3.3.2(b) ist die Wirkung des Schirmes gut zu erkennen. Die Dichte der Feldlinien zwischen Innen- und Außenschenkel des Kerns hat sich im Vergleich zu Bild 3.3.2(a) stark verringert. Die berechneten Ergebnisse konnten experimentell bestätigt werden [29;61].



(a) Feldlinienverlauf ohne Schirm (1MHz)



(b) Feldlinienverlauf mit Schirm (1MHz)

Bild 3.3.2

Simulation der Feldlinienverteilung einer Wirbelstromspule mit Topfkern ohne und mit innenliegendem Schirm

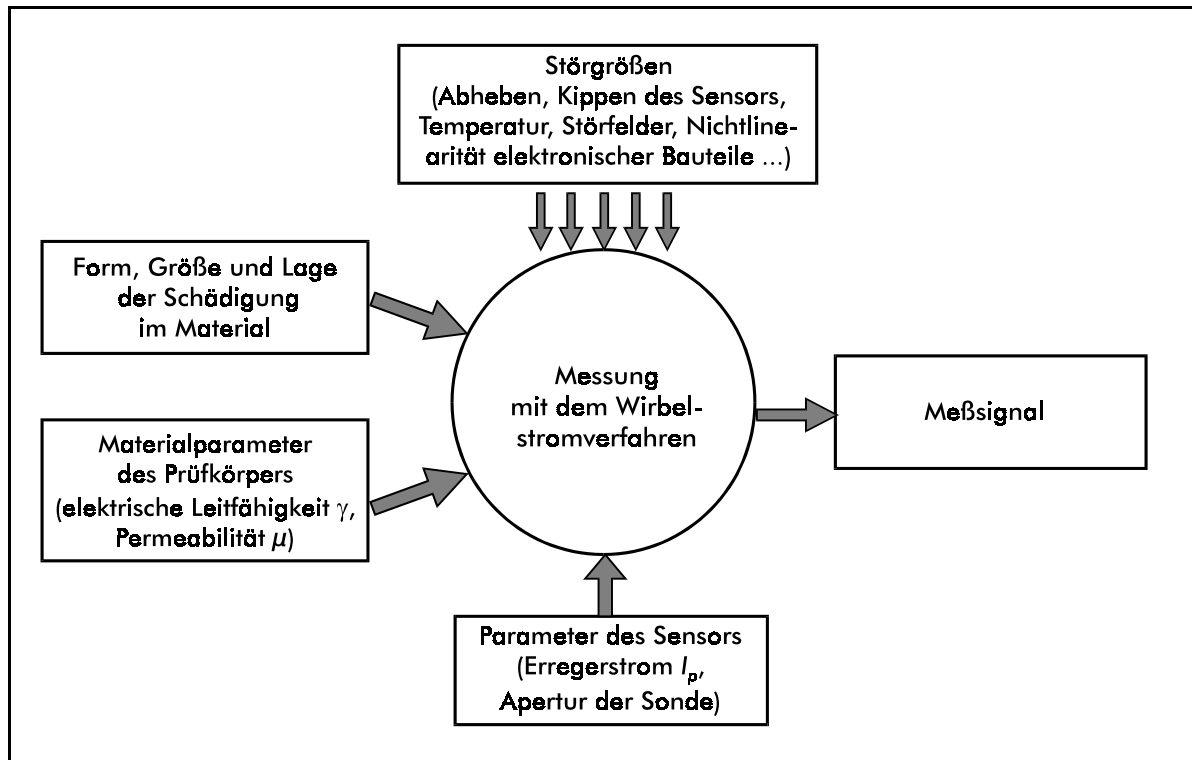
4 Modellierung des Wirbelstrommeßprozesses

Die Charakterisierung von Materialschädigungen ist eines der zentralen Anliegen der zerstörungsfreien Meß- und Prüftechnik. Voraussetzung dafür ist eine optimale Auswertung der gewonnenen Signale. Zur Zeit hängt die Bewertung gemessener Wirbelstromsignale weitgehend vom Wissen und der Erfahrung des Prüfers ab. Um der Gefahr von Fehlinterpretationen vorzubeugen, wird daher nach objektiven Auswertelgorithmen gesucht.

Die Erhöhung der Aussagekraft von Wirbelstromsignalen erfordert sowohl die theoretische als auch die experimentelle Durchdringung des Signalentstehungsprozesses. Neben einem besseren Verständnis der physikalischen Zusammenhänge, schafft eine adäquate mathematische Beschreibung der zu einem Signal führenden Abhängigkeiten die Voraussetzungen für die Optimierung der Prüfparameter, z.B. der Sondenkonstruktion oder der Meßfrequenz, aber auch für Rückschlüsse auf Einflußparameter aus den gemessenen Wirbelstromdaten und damit für die Charakterisierung von Materialschädigungen.

Die Beschreibung der Signalentstehung sowie der Auswirkungen von Eigenschaftsänderungen des Prüfobjektes auf die Meßgrößen entspricht dabei dem „Vorwärtsproblem“. Die Untersuchung von Möglichkeiten zu Rückschlüssen aus den Meßgrößen auf die Einflußparameter kennzeichnen das „Rückwärts-“ oder „Inversionsproblem“.

Der Wirbelstrommeßprozeß ist von komplexer Natur und abhängig von sehr unterschiedlichen Einflußgrößen, wie Bild 4.1 zeigt. Bekannt sind die Parameter des Sensors. Das sind die Form des Erregerstromes, dessen Frequenz bzw. Bandbreite und die Apertur der verwendeten Sonde. Diese Größen sind gezielt beeinflussbar [18]. Die Materialparameter Permeabilität und elektrische Leitfähigkeit des Prüfobjekts beeinflussen die Meßsignale. Insbesondere bei Verwendung von Absolutspulen haben unterschiedliche Materialien trotz gleicher Schädigungen unterschiedliche Signale zur Folge [16]. Diese Materialabhängigkeit kann durch Einsatz von Differenzspulen weitgehend unterdrückt werden.

**Bild 4.1**

Einflußgrößen auf den Wirbelstrommeßprozeß

Eine Schädigung im Material verändert das Meßsignal in charakteristischer Weise, so daß Rückschlüsse auf Form, Größe oder Lage der Schädigung möglich sind. Das durch die Schädigung verursachte Signal wird jedoch auch von anderen Größen beeinflusst, die die charakteristische Änderung des Meßergebnisses störend beeinträchtigen. Einige Störeffekte sind bereits in Kapitel 3 beschrieben worden. Beispielsweise haben das Kippen oder das Abheben des Sensors zusätzliche Signale zur Folge, die das eigentliche Meßsignal verfälschen [49]. Auch Temperaturschwankungen können das Ergebnis der Messung beeinflussen. Während die Lage des Sensors durch geeignete Sensorhalterungen stabilisiert und die Temperaturabhängigkeit durch Differenzanordnungen unterdrückt werden kann, sind andere Einflußfaktoren nicht beeinflussbar. Dazu zählen in erster Linie Nichtlinearitäten und Rauschen der verwendeten elektronischen Bauteilen. Diese zeigen sich in der Streuung der Meßergebnisse.

Zur Modellierung des Wirbelstrommeßprozesses existieren verschiedene Ansätze. Das sind die phänomenologischen, die signaltheoretischen und die empirischen Ansätze. Eine Übersicht gibt das Schema in Bild 4.2.

Phänomenologische Ansätze beruhen auf den physikalischen Zusammenhängen des Meßprozesses. Sie berücksichtigen die herrschenden Wechselwirkungen zwischen elektrischen Strömen und elektromagnetischen Feldern in Komponenten des Sensors bzw. des Prüfobjekts, die ihren Ausdruck in der Formulierung der Maxwellschen Gleichungen finden. Theoretische analytische Modelle können jedoch zufällig verteilte Störgrößen nicht berücksichtigen. Für die Auswertung gemessener Wirbelstromdaten sind sie daher weniger geeignet. Aufgrund der wachsenden Leistungsfähigkeit gewinnen numerische Modelle bei der Optimierung von Sondenkonstruktionen und Prüfparametern zunehmend an Bedeutung [62;63].

Experimentelle Untersuchungen sind die Basis für die signaltheoretischen und empirischen Ansätze [4;10]. Den Verallgemeinerungsgrad physikalischer Modelle werden sie jedoch kaum erreichen, da sie grundsätzlich an konkrete Anordnungen Sensor - Prüfobjekt einschließlich der Signalverarbeitung gebunden sind.

Signaltheoretische Modelle untersuchen den Signalentstehungsprozeß mit Methoden der Signaltheorie [4;51]. Voraussetzung ist die Annahme linearer Signalerzeugung. Wie bei der Analyse technischer System üblich, wird davon ausgegangen, daß das Meßsignal die Eingangsgröße über eine lineare Abbildung wiedergibt. Physikalische Zusammenhänge werden bei der Untersuchung der Übertragungseigenschaften des Sensors nicht näher berücksichtigt. Die Bedeutung signaltheoretischer Modelle zur Gewinnung von Informationen aus gemessenen Daten steigt.

Empirische Lösungsansätze sind weitgehend unabhängig von den physikalischen Zusammenhängen. Dadurch kann eine große Klasse von Modellen angewendet werden. Die meisten empirischen Algorithmen arbeiten mit Abbildungsprozessen, um die interessierende Information zu extrahieren und ggf. zu komprimieren [6;10].



Bild 4.2

Ansätze zur Modellierung des Wirbelstrommeßprozesses und Informationsgewinnung aus den gemessenen Wirbelstromdaten

Ziel empirischer Modelle ist es, die Wirkung der Einflußfaktoren hinreichend genau und mit möglichst geringem Aufwand zu beschreiben. Aufgrund ihrer vergleichsweise einfachen Handhabung haben sich empirische Modelle bei der Rückgewinnung von Einflußgrößen aus den Meßergebnissen bisher besonders bewährt. Die Extraktion von Merkmalen gepaart mit Erfahrung in der Anwendung führt hier oft zu überraschend hoher Treffsicherheit der Aussagen [5]. Auch in der vorliegenden Arbeit erfolgt die Bewertung der Wirbelstromsignale auf empirischem Wege.

Die Modellierung des Wirbelstrommeßprozesses und damit auch der Rückschluß auf Einflußparameter ist derzeit nur unter Annahme bestimmter Nebenbedingungen möglich. Das heißt, die Betrachtung beschränkt sich auf bestimmte Schädigungsformen, Geometrien der Prüfobjekte sowie auf bestimmte SONDENSYSTEME. Allgemeingültige Modelle gibt es somit nicht. In den folgenden Abschnitten dieses Kapitels wird auf bestehende Ansätze zur Modellierung der Prozesse beim Wirbelstromverfahren eingegangen.

4.1 Phänomenologische Ansätze

Phänomenologische Ansätze berücksichtigen die physikalische Wechselwirkungen zwischen elektrischen Strömen und elektromagnetischen Feldern beim Wirbelstromprüfen. Die Phänomene sind mit den Maxwell'schen Gleichungen beschreibbar, die in differentieller Form lauten:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (4.1.1)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (4.1.2)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (4.1.3)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho . \quad (4.1.4)$$

Dabei sind $\mathbf{H}$ der Vektor der magnetischen Feldstärke, $\mathbf{D}$ der Vektor der elektrischen Verschiebungsstromdichte, $\mathbf{J}$ der Vektor der elektrischen Stromdichte, $\mathbf{E}$ der Vektor der elektrischen Feldstärke, $\mathbf{B}$ der Vektor der magnetischen Flußdichte und ρ die Raumladungsdichte.

Für lineare und isotrope Medien gelten die Materialgleichungen:

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (4.1.5)$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (4.1.6)$$

$$\mathbf{J} = \gamma \mathbf{E} \quad (4.1.7)$$

mit μ für die magnetische Permeabilität, ε für die Dielektrizitätszahl, sowie γ für die elektrische Leitfähigkeit.

Gleichungen (4.1.6) und (4.1.7) in (4.1.1) eingesetzt ergibt:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{H} = \gamma \mathbf{E} + \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon \mathbf{E}) \quad (4.1.8)$$

Die induzierte Stromdichte ($\gamma \mathbf{E}$) ist für metallische Werkstoffe für Frequenzen bis einige MHz sehr viel größer als die Dichte der Verschiebungsströme $\partial(\varepsilon \mathbf{E})/\partial t$, so daß die Näherung

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{H} = \gamma \mathbf{E} \quad (4.1.9)$$

für Gleichung (4.1.8) verwendet werden kann [18].

Ideal wäre eine geschlossene analytische Lösung dieser Gleichungen in Form eines Ausdrucks für die Änderung der magnetischen Induktion B und daraus ableitbar für die Änderung der Spulenimpedanz Z . Aufgrund der komplexen Geometrien sowie der nichtlinearen Eigenschaften der Komponenten beim Wirbelstromprüfen gibt es bisher keine umfassenden Lösungen.

Analytische Lösungen existieren nur unter den Voraussetzungen der Linearität der beteiligten Medien und den einfachsten Randbedingungen. Bei entsprechender Symmetrie besteht beispielsweise eine Beschreibungsmöglichkeit in der Darstellung der Feldkomponenten durch dreifache Fourierreihen. Damit sind Probleme lösbar, die in allen Koordinatenrichtungen periodisch sind [1].

Zur Formulierung der Feldgleichungen werden häufig Potentialfunktionen verwendet [2]. So eignet sich das magnetische Vektorpotential $\mathbf{A}$ zur Modellierung der Wirbelstromphänomene. Laut Definition gilt:

$$\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A} . \quad (4.1.10)$$

Mit Hilfe des skalaren Potentials ϕ wird dann der Vektor der elektrischen Feldstärke $\mathbf{E}$ durch

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \text{grad } \phi \quad (4.1.11)$$

beschrieben (Lorentzzeichnung).

Eine andere Methode nutzt ein skalares Potential Ω außerhalb und ein Vektor $\mathbf{T}$ zur Beschreibung des Stromflusses innerhalb der stromführenden Gebiete [1;2;18].

Bei der Volumenintegralmethode [23;64], wird das inverse Problem auf die Lösung der Integralgleichung vom Typ

$$f(\mathbf{r}) = \int_V G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') g(\mathbf{r}') dV' \quad (4.1.12)$$

zurückgeführt.

Dabei wird die Größe $g(\mathbf{r}')$ aus der Messung $f(\mathbf{r})$ ermittelt. $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ ist die Greensche Funktion für das gegebene Randwertproblem. Voraussetzung für ein erfolgreiches Vorgehen auf diese Weise ist ein lineares partielles Gleichungssystem als gültiges Modell die Abbildung $g(\mathbf{r}') \rightarrow f(\mathbf{r})$.

Bei sehr hohen Meßfrequenzen f ist die Eindringtiefe σ oft viel kleiner als die Tiefe der Schädigung. Damit ist für ein dreidimensionales Prüfproblem die Zerlegung lediglich der Oberflächen der leitfähigen Gebiete in Elementarbereiche und die Lösung der entsprechenden Oberflächenintegrale erforderlich [65;66].

Die Berechnung elektromagnetischer Felder ist auch mit Hilfe geeigneter Gittermethoden, wie der Finite-Elemente-Methode (FEM), der Finite-Differenzen-Methode (FDM) oder der Boundary-Element-Methode (BEM), möglich. Das interessierende Gebiet wird in ein Gitter finiter Elemente (oder Differenzen) unterteilt, wobei pro Element Isotropie der Eigenschaften angenommen werden kann. Die Änderung der Parameter erfolgt von Element zu Element [6;63].

Die Ergebnisse von analytischen bzw. numerischen Modellen in Vorwärtsrichtung können mit gemessenen Ergebnissen verglichen und auf Ähnlichkeit untersucht werden, wodurch eine indirekte Charakterisierung der Materialschädigung möglich ist. Die direkte Inversion der Modelle ist nur mit numerischen Verfahren möglich. Aufgrund des Charakters des Wirbelstrommeßprozesses neigen phänomenologische Techniken oft dazu, schlecht konditionierte Probleme hervorzubringen bzw. erfordern enorme Rechenkapazität [6].

4.2 Signaltheoretische Ansätze

Diese Ansätze untersuchen die Signalentstehung des Sensorsystems mit Methoden aus der Signaltheorie. Voraussetzung für eine solche Vorgehensweise ist die Annahme linearer Signalerzeugung und Signalübertragung. Es wird davon ausgegangen, daß die Materialschädigung durch eine ortsabhängige Schädigungsfunktion $u_e(x,y)$ ausgedrückt werden kann und als Ursache einer bestimmten Änderung im Wirbelstromsignal $u_a(x,y)$ wirkt (Bild 4.2.1).

Durch das charakteristische Übertragungsverhalten des Systems stellt das Ausgangssignal $u_a(x,y)$ ein verändertes Abbild der Eingangsgröße $u_e(x,y)$. Der physikalische Mechanismus, der die Übertragung des Eingangssignals $u_e(x,y)$ zum Ausgangssignal $u_a(x,y)$ bewirkt, ist dabei nicht direkt von Interesse. Ziel ist es, das Übertragungsverhalten zu beschreiben [67].

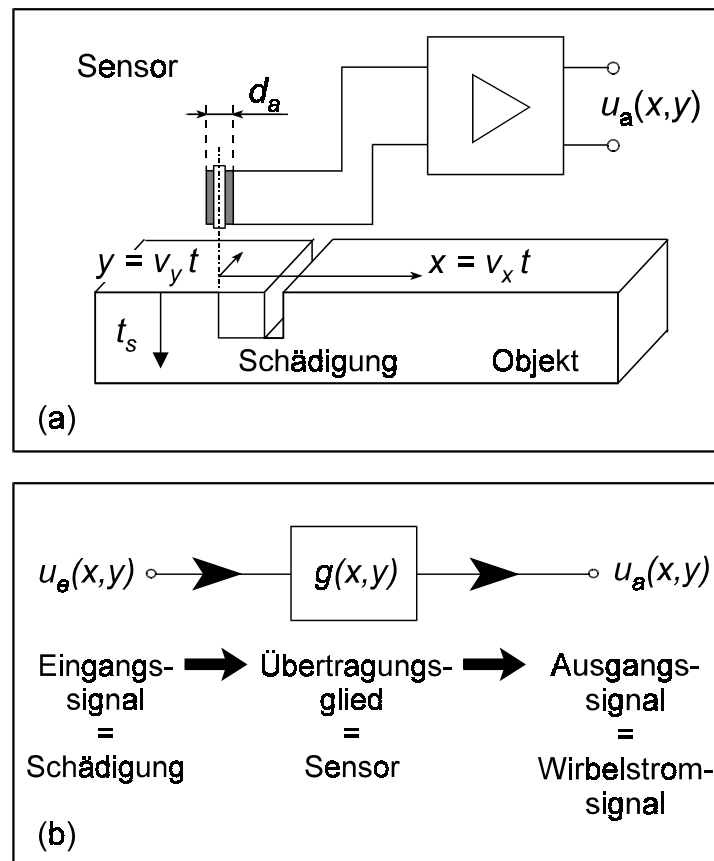


Bild 4.2.1

(a) Meßanordnung

(b) Signalfluß bei der Übertragung

Der in Kapitel 3.1.1 eingeführten Gewichts- oder Aperturfunktion $g(x,y)$ einer Sonde kommt bei der Detektion geometrischer Parameter von Materialschädigungen eine besondere Bedeutung zu. Unter Voraussetzung linearer Verhältnisse bei Signalbildung und -übertragung, d.h. Gültigkeit des Superpositionsprinzips, und Invarianz kann der Signalentstehungsprozeß als Faltung von Eingangsfunktion und Sondenaperturfunktion aufgefaßt werden.

Ist die Aperturfunktion $g(x,y)$ bekannt, ist mit Hilfe der Faltungsoperation

$$u_a(x,y) = u_e(x,y) * g(x,y) \quad (4.2.1)$$

die Berechnung des Ausgangssignals $u_a(x,y)$ für eine vorgegebene Schädigungsfunktion $u_e(x,y)$ möglich [4;68]. Durch Rückfaltung ist der Schädigungsfunktion $u_e(x,y)$ und damit der Verlauf der Materialschädigung aus den Wirbelstromsignalen $u_a(x,y)$ rekonstruierbar. In [69] und [70] erfolgt der Nachweis für die Gültigkeit dieser Vorgehensweise für Schädigungen, deren geometrische Abmessungen im Vergleich zur Sonde klein sind.

Gleichung (4.2.1) führt für diskrete Signale im Originalbereich auf eine Faltungssumme

$$u_a(x_n) = u_e(x) * g(x) = \sum_{i=1}^v u_e(\xi_i) \cdot g(x_k - \xi_i) \cdot \Delta\xi_i \quad \text{mit } k = 1 \dots n \quad (4.2.2)$$

und mit $\Delta\xi_i = \Delta\xi = \text{konst.}$ auf das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} u_a(x_1) \\ u_a(x_2) \\ \vdots \\ u_a(x_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g(x_1 - \xi_1) & g(x_2 - \xi_1) & \cdot & \cdot & \cdot & g(x_n - \xi_1) \\ g(x_1 - \xi_2) & g(x_2 - \xi_2) & & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot & \cdot \\ g(x_1 - \xi_n) & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & g(x_n - \xi_n) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_e(\xi_1) \\ u_e(\xi_2) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ u_e(\xi_n) \end{pmatrix} \cdot \Delta\xi. \quad (4.2.3)$$

Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind die Funktionen u_a , g und u_e hier nur von der Ortskoordinate x abhängig. Die Rückfaltung erfolgt prinzipiell durch inverse Lösung von Gleichung (4.2.3). Für den Fall, daß $g(x,\xi)$ Null oder sehr klein ist, ist die inverse Lösung nicht möglich bzw. erschwert. Kleinste Abweichungen der Eingangsdaten beeinflussen das Ergebnis nachhaltig.

Solche Abweichungen treten bei Messungen jedoch grundsätzlich auf, da die Nutzsignale von Rauschsignalen überlagert sind. Für die Rückfaltung im Originalbereich werden deshalb robuste numerische Algorithmen gesucht [71].

Die Faltung und Rückfaltung vereinfacht sich, wenn die Operationen im Bildbereich durchgeführt werden. Die prinzipielle Vorgehensweise zeigt Bild 4.2.2. Die Funktionen $U_a(m,n)$ und $U_e(m,n)$ entsprechen den aus der Fourieranalyse hervorgehenden Ortsfrequenzspektren des Meßsignals $u_a(x,y)$ und der Schädigungsfunktion $u_e(x,y)$.

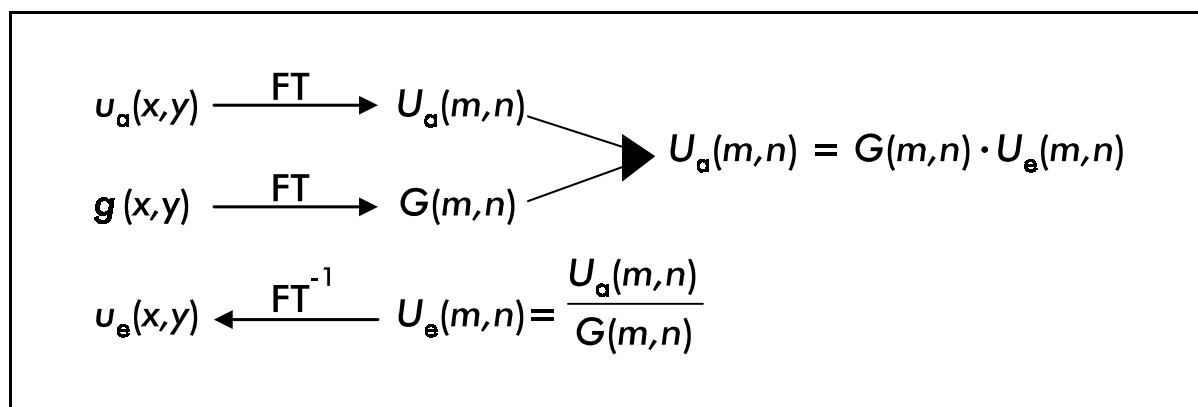


Bild 4.2.2

Schema zur Veranschaulichung von Faltung und Rückfaltung im Bildbereich (FT, FT^{-1} ... Fourier- bzw. inverse Fourier- Transformation)

Die Funktion $G(m,n)$ wird in der Signaltheorie Übertragungsfunktion genannt. Die Faltung ist im Bildbereich auf eine Multiplikation von $G(m,n)$ und $U_a(m,n)$ zurückzuführen. Die Rückfaltung entspricht dort einer Division der aus dem bekannten Meßsignal $u_e(x,y)$ bzw. der bekannten Aperturfunktion $g(x,y)$ gewonnenen Funktionen $U_e(m,n)$ und $G(m,n)$ (Bild 4.2.2). Für sehr kleine Werte der Übertragungsfunktion $G(m,n)$ ist auch hier die Rückfaltung problematisch, für $G(m,n) = 0$ ist sie gar nicht möglich. Deshalb verwendet man spezielle Filter, wie beispielsweise das Wiener-Filter [3;72].

Beim Wiener-Filter wird $U_e(m,n)$ mit

$$U_e(m,n) = \frac{G^*(m,n) \cdot U_a(m,n)}{G(m,n) \cdot G^*(m,n) + K} \quad (4.2.4)$$

bestimmt. Dabei ist die Konstante K ein vorzugebendes Stör- / Nutzverhältnis, $G(m,n)$ die Übertragungsfunktion und $G^*(m,n)$ die konjugiert komplexe Übertragungsfunktion. Die so bestimmte Größe $U_e(m,n)$ wird anschließend in den Originalbereich überführt [3].

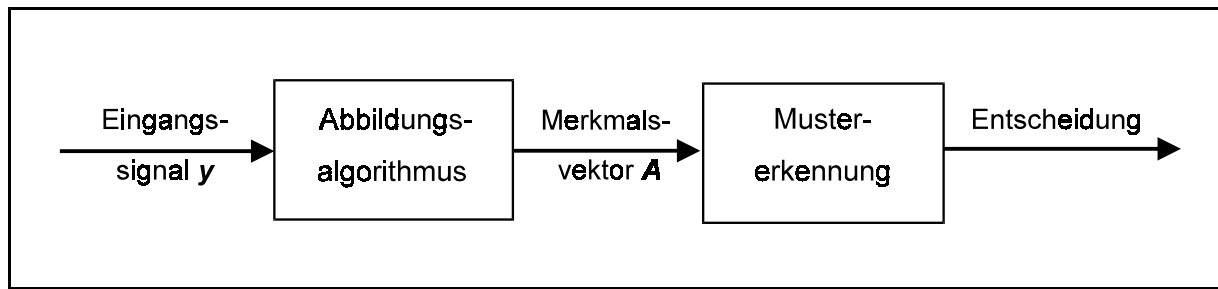
Indirekte Lösungsmethoden generieren mit Hilfe der Faltungsoperation Gleichung (4.2.1) synthetische Signale, die mit gemessenen Signalen korreliert werden. Zwischen den Parametern der Korrelationsfunktion und der Schädigung sind Zusammenhänge feststellbar, die zu Meßzwecken genutzt werden können [3].

4.3 Empirische Ansätze

Empirische Methoden sind unabhängig von den zugrundeliegenden physikalischen Zusammenhängen des Meßprozesses. Im Vordergrund steht die Erfassung der Wirkung von Einflußgrößen mit einer hinreichenden Genauigkeit und einem möglichst geringen Aufwand.

Die meisten empirischen Lösungsansätze arbeiten mit Abbildungsalgorithmen. Das Ziel des Abbildungsalgorithmus besteht in der Kompression der Eingangsdaten, da bei einer sehr großen Anzahl von Daten die Mustererkennung zu aufwendig wird. Ein weiteres Ziel besteht in der Konzentration der Eingangsdaten auf die für die Mustererkennung wichtige Information, d.h. in einer Redundanzreduktion. Für die Unterscheidung der Buchstaben „O“ und „Q“ ist beispielsweise nur der rechte untere Bereich der Zeichen entscheidend [10].

Das Ergebnis der Abbildung wird in einem Merkmalsvektor abgelegt, der zur Mustererkennung bzw. Klassifikation verwendet werden kann. Ein entsprechendes Schema der Vorgehensweise zeigt Bild 4.3.1 [6].

**Bild 4.3.1**

Prinzipielle Vorgehensweise bei der empirischen Charakterisierung von Mustern

Ein Muster umschließt laut Definition alle zu einem Problemkreis gehörenden Funktionen, die einen entsprechenden metrischen Funktionenraum aufspannen [10]. Beim Problemkreis „Wirbelstromprüfen“ entsprechen die gemessenen Wirbelstromsignale diesen Funktionen bzw. Vektoren. Das Muster setzt sich hier aus einer Menge von Wirbelstromdaten zusammen. Die Mustererkennung beschäftigt sich schließlich mit mathematisch-technischen Aspekten der Verarbeitung und Auswertung der Muster, indem die geometrischen Eigenschaften der Wirbelstromdaten im zugehörigen metrischen Raum untersucht werden.

Bei der Klassifikation wird jedes Muster als Ganzes betrachtet und unabhängig von anderen Mustern genau einer Musterklasse zugeordnet [10]. So erfordert die zerstörungsfreie Prüfung eine Klassifikation nach Art der Materialschädigung. Das gemessene Signal ist z.B. den Klassen „Loch“ oder „Riß“ zuzuordnen. Interessieren zudem die geometrischen Parameter einer Materialschädigung, wie Länge, Breite oder Tiefe, ist der Problemkreis auf das Erkennen geometrischer Parameter einer Schädigungs-kategorie, z.B. auf Risse, zu beschränken oder eine tiefergehende Analyse der Muster vorzunehmen.

Allen Methoden zur Mustererkennung, damit auch den Systemen zur Analyse und Klassifikation von Wirbelstromsignalen, liegen einige gemeinsame Prinzipien zugrunde [10]:

1. Zur Sammlung der Information über einen Problemkreis steht eine repräsentative Stichprobe zur Verfügung.

2. Ein Muster besitzt Merkmale, die für seine Zugehörigkeit zu einer Klasse charakteristisch sind.
3. Die Merkmale bilden für Muster einer Klasse einen einigermaßen kompakten Bereich im Merkmalsraum. Die von Merkmalen verschiedener Klassen eingenommenen Bereiche sind getrennt.

Nach Art der Abbildung sind die empirischen Modellierungsmethoden unterteilbar in nichtparametrische und parametrische Methoden [6].

Nichtparametrische Methoden identifizieren bzw. selektieren einen Satz von Merkmalen, der eine starke Korrelation mit einem oder mehreren relevanten Schädigungscharakteristika zeigt. Ausgangspunkt können dabei gemessene Daten oder aus diesen Daten bestimmte analytische Zusammenhänge sein. Eine Vielzahl von Beispielen ist in [5] zu finden. Das Feststellen derartiger Zusammenhänge beruht auf Erfahrung und Intuition.

Parametrische Methoden ermöglichen die Rückgewinnung des Signals aus den Abbildungsparametern, d.h. eine Approximation. Durch Vergleich von Original und rückgewonnenem Signal kann eine Abschätzung des Beschreibungsfehlers vorgenommen werden. Parametrische Methoden beinhalten als ersten Schritt die Auswahl eines geeigneten Modells zur Signaldarstellung, deren Parameter bzw. Koeffizienten durch geeignete Kriterien abgeschätzt werden können. Diese Parameter sind als Merkmale zur Erkennung relevanter Einflußgrößen verwendbar. Beispiele für diese Vorgehensweise sind autoregressive Methoden zur Sprachdarstellung oder für die Seismographie [10] sowie Fourier-Deskriptoren zur Darstellung von Wirbelstrom-Impedanz-Trajektorien [6] oder zur Darstellung von Wirbelstromsignalen im Ortsbereich [5]. Zu den parametrischen Methoden zählt das in dieser Arbeit diskutierte Verfahren zur Analyse und Klassifikation von Wirbelstromsignalen.

Die Zuordnung eines Merkmalsvektors $\mathbf{A}$ zu einem Muster $\mathbf{y}$, also die Abbildung, erfolgt hier mit Hilfe einer Transformation T_r :

$$\mathbf{A} = T_r \{ \mathbf{y} \} \quad (4.3.1)$$

Bei technischen Systemen ist es naheliegend, ein Muster $\mathbf{y}$ nach einem System orthogonaler Basisfunktionen bzw. Basisvektoren $\mathbf{f}_v$ zu entwickeln, so daß

$$\mathbf{A} = \mathbf{F} \mathbf{y} = \begin{pmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{f}_n \end{pmatrix} \mathbf{y} = \begin{pmatrix} f_1(1) & f_1(2) & \cdot & \cdot & \cdot & f_1(n) \\ f_2(1) & f_2(2) & \cdot & \cdot & \cdot & f_2(n) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ f_n(1) & f_n(2) & \cdot & \cdot & \cdot & f_n(n) \end{pmatrix} \cdot \mathbf{y}. \quad (4.3.2)$$

Die Umkehrung von Gleichung (4.3.2) ergibt

$$\mathbf{y}^* = \mathbf{F}^T \mathbf{A} = \sum_{v=1}^n a_v \mathbf{f}_v. \quad (4.3.3)$$

Gleichung (4.3.3) entspricht einer Approximation des Musters $\mathbf{y}$ durch $\mathbf{y}^*$, d.h. durch eine Linearkombination aus Basisvektoren $\mathbf{f}_v$ und Merkmalsvektor $\mathbf{A}$. Die Koeffizienten a_v entsprechen den noch zu bestimmenden Merkmalen, die im Merkmalsvektor $\mathbf{A}$ zusammengefaßt sind. Die Bestimmung der Koeffizienten a_v ist besonders einfach, wenn die Entwicklung entsprechend Gleichung (4.3.3) nach einem orthonormalen Funktionensystem $\mathbf{f}_v$ erfolgt. Die Basisfunktionen sind dabei orthogonal zueinander und entsprechend der euklidischen Norm normiert [9;10]. Bei Wahl des Vektors $\mathbf{A}$ gemäß Gleichung (4.3.2), also durch Entwicklung der Wertefolge $\mathbf{y}$ nach orthogonalen Basisvektoren $\mathbf{f}_v$ entsprechend einer orthogonalen Transformation, ist der mittlere quadratische Approximationsfehler minimal [10: Satz 3.1, S.83]. Zu orthogonalen Transformationen zählen die Fourier-Transformation (FT), die Walsh-Transformation (WT), aber auch die Wavelet-Transformation und die Karhunen-Loeve-Transformation.

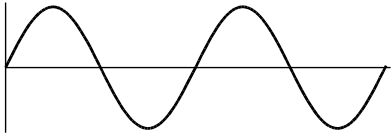
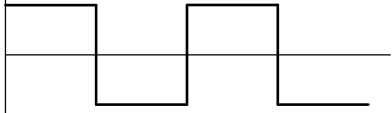
Bezeichnung	Basisfunktionen	
Fourier-Transformation	Trigonometrische Funktionen Sinus bzw. Cosinus	
Walsh-Transformation	Treppenfunktionen mit den Werten -1 und +1	
Wavelet-Transformation	Klasse von Funktionen	werden durch Dilatation und Translation aus einem vorzugebenden Mutter-Wavelet ψ gebildet
Karhunen-Loeve-Transformation	Lineare Vektorfunktionen	werden unmittelbar aus einer Stichprobe abgeleitet

Tabelle 4.3.1

Orthogonale Transformationen

Bei heuristischer Reihenentwicklung nach Gleichung (4.3.3) wird die Transformation intuitiv nach erkannten Ähnlichkeiten der Eigenschaften der Primärdaten y mit denen der Basisfunktionen f_v eines Funktionensystems gewählt. Beispiele dafür sind die Fourier-Transformation oder die Walsh-Transformation, aber auch die Wavelet-Transformation.

Die Basisfunktionen der Entwicklungen entsprechend der Fourier- oder der Walsh-Transformation sind periodisch. Die Fourier-Transformation nutzt die trigonometrische Funktionen Sinus und Cosinus, die Walsh-Transformation Treppenfunktionen, wie sie in Tabelle 4.3.1 skizziert sind.

Bei der Wavelet-Transformation wird eine Klasse von Funktionen verwendet, die durch Translation und Dilatation aus einem vorzugebenden Mutter-Wavelet ψ gebildet werden (vgl. Kapitel 7.3.3). Die ermittelten Koeffizienten a_v des Basissystems sind meist in bestimmter Weise angeordnet. Die Koeffizienten der Fourieranalyse sind beispielsweise nach steigender Frequenz geordnet. Die heuristische Methode gibt jedoch eine Menge von Merkmalen a_v , über deren Qualität für die Mustererkennung nur Mutmaßungen möglich sind [10].

Die Analyse von fouriertransformierten Wirbelstromsignalen nach [5] bringt beispielsweise bis zu 160 Koeffizienten hervor. Um die Mustererkennung mit einem vertretbaren Aufwand durchführen zu können, ist eine Reduzierung der Koeffizientenzahl notwendig. Ein zusätzlicher Schritt zur Bewertung und Auswahl von Merkmalen ist daher erforderlich, um aus der heuristisch gefundenen Merkmalsmenge eine geeignete Untermenge zu ermitteln [5;10].

Dies zeigt, daß die willkürliche Wahl eines approximierenden Funktionensystems im allgemeinen suboptimal bleiben wird. Es entsteht die Frage, ob für einen gegebenen Problemkreis ein optimales Funktionensystem bestimmbar ist. Daher soll im folgenden Kapitel untersucht werden, ob und wie ein solches Funktionensystem aus einer repräsentativen Stichprobe extrahiert werden kann. Dieser optimierten Merkmalsextraktion liegt die Idee zu Grunde, daß die Daten der Stichprobe in diskreter Form vorliegen und als Punkte in einem metrischen Raum vorstellbar sind. Untersucht werden die Abstände der Punkte untereinander und bezüglich des Koordinatenursprungs. Ziel ist die Bestimmung eines hinsichtlich des Restfehlers optimalen Systems von Basisfunktionen, die als diskrete Wertefolgen, d.h. in Form von Vektoren, erzeugt werden. Aufgrund der punktwisen Untersuchung wird im weiteren Verlauf dieser Arbeit neben dem Begriff Stichprobe auch der Begriff Primärdatensatz verwendet.

5 Modellierung empirisch ermittelter Abhängigkeiten zwischen Einflußgrößen und Meßgrößen

Die Modellierung der Wechselwirkung zwischen Einflußgrößen und Meßgrößen schafft die Voraussetzung für Rückschlüsse von den gemessenen Signalen auf Größe und Form einer Materialschädigung. Wie Kapitel 4 zeigte, stehen dafür verschiedene Ansätze zur Verfügung. Von all den aufgeführten Methoden, versprechen die empirischen Modelle den größten Erfolg. Auch in der vorliegenden Arbeit wird ein empirisches Modell vorgestellt und an verschiedenen Beispielen erläutert.

Ziel der empirischen Modellbildung ist es immer, eine große Anzahl von Meßwerten auf quantitativ auswertbare und überschaubare Zusammenhänge zurückzuführen. Bei technischen Prozessen wird sehr häufig die Approximation der Meßwerte mit Hilfe vorgegebener Funktionen für die Einflußgrößen durch Bestimmung freier Parameter verwendet. Dabei haben sich in bestimmten Problemklassen spezifische Funktionensysteme etabliert.

Für die allgemeine Datenapproximation haben sich beispielsweise Polynom- bzw. Spline-Funktionen bewährt. Die Darstellung zeitlich periodisch abhängiger Daten erfolgt üblicherweise über trigonometrische Funktionenreihen, wie sie aus der Fourieranalyse hervorgehen. Zeitlich nichtperiodische Daten werden durch die Spaltfunktion $\sin(x)/x$, und in zunehmendem Maße durch die erst vor einigen Jahren entwickelte und damit relativ neue Funktionenklasse der Wavelets beschrieben.

Der Bestimmung der freien Parameter, d.h. der Koeffizienten der Funktionensysteme, liegt im allgemeinen ein einheitliches Prinzip zu Grunde. Dieses besteht in der Erfüllung eines Gütekriteriums für die Approximation. Auf die allgemeine Vorgehensweise bei der Approximation empirisch ermittelter Daten wird deshalb in Kapitel 5.1 eingegangen.

Die ermittelten Koeffizienten eines Funktionensystems können schließlich auch zur Beschreibung charakteristischer Zusammenhänge für geometrische Parameter von Schädigungen gleicher Art sowie zur Klassifikation nach Art der Schädigungen verwendet werden [10]. Dabei entsteht die Frage, ob für eine gegebene Problemklasse ein optimales Funktionensystem bestimmbar ist. Verschiedene Konzepte führen deshalb auf problemangepaßte Funktionensysteme [9;10;73]. Ausgehend von einem dieser Konzepte wird in Kapitel 5.2 eine Methode zur optimierten Merkmalsextraktion aus Wirbelstromsignalen abgeleitet. Ziel ist dabei nicht die Approximation, sondern die Analyse und Klassifikation der Signale [9]. Damit einher geht die Filterung des Nutzsignals aus dem mit Störungen überlagerten Meßsignal.

Das problemangepaßte Funktionensystem wird hierbei direkt aus einem Satz repräsentativer Primärdaten, also einer Stichprobe, gewonnen oder durch eine entsprechende Transformation aus einer a-priori angenommenen Approximation erzeugt. Es werden die mathematischen Zusammenhänge dargelegt und an einem einfachen Beispiel erläutert. Der optimierten Merkmalsextraktion liegt die Idee zu Grunde, daß die Primärdaten als Punkte in einem metrischen Raum vorstellbar sind, deren Abstände untereinander und bezüglich des Koordinatenursprungs untersucht werden. Ziel ist es, die innere Struktur des Primädatensatzes zu erfassen und diese auf lineare Vektorfunktionen zurückzuführen. Auf diese Weise werden mathematisch einfach handhabbare und interpretierbare Darstellungen der empirischen Daten erreicht.

5.1 Approximation von empirischen Meßdaten mit allgemeinen Funktionen

Im folgenden wird die allgemeine Vorgehensweise bei der Approximation von empirisch ermittelten Daten beschrieben.

Die ermittelten Meßdaten y_i sollen durch eine vorgegebene Funktion F dargestellt werden. Die Funktion F ist dabei abhängig von den bekannten Einflußgrößen $x_1 \dots x_m$ sowie den noch zu bestimmenden Parametern $a_1 \dots a_k$. Der Approximationsansatz für alle Meßwerte y_i mit $i = 1 \dots n$ lautet dann

$$y_i \cong F(a_1, \dots, a_k, x_{1i}, \dots, x_{mi}) = F_i \quad \text{mit } k \leq n. \quad (5.1.1)$$

Die Parameter $a_1 \dots a_k$ werden so bestimmt, daß ein Optimum der Approximation erreicht wird, z.B. eine Minimierung der quadratischen euklidischen Norm des Approximationsfehlers:

$$\| \mathbf{Y} - \mathbf{F} \|^2 \Rightarrow \min. \quad (5.1.2)$$

Dieses Gütekriterium entspricht der Minimierung der Varianz des Approximationsfehlers für den gesamten Datensatz $\mathbf{Y}$. Ist die Varianz des ermittelten empirischen Datensatzes für die einzelnen Meßwerte bekannt und bestehen aus dem praktischen Approximationsproblem heraus Bereiche, in denen eine Annäherung von Meßdaten besonders wichtig ist, kann Gleichung (5.1.2) auch in folgender Form abgewandelt werden:

$$\sum_{i=1}^n \eta_i \cdot (y_i - F_i)^2 \Rightarrow \min. \quad (5.1.3)$$

mit $\eta_i = \frac{w}{s_i^2}$; $w \dots$ problemabhängiger Wichtungsfaktor

$s_i^2 \dots$ Varianz des Meßwertes y_i .

Mit η_i kann ein nicht negativer Wichtungsfaktor eingeführt werden, der die unterschiedliche Streuung der Meßwerte für unterschiedliche Meßbedingungen charakterisiert [74]. Für die weitere Darstellung findet diese Streuung jedoch keine Berücksichtigung, so daß $\eta_i = 1$.

Durch Differentiation von Gleichung (5.1.3) nach den Parametern a_1 bis a_k ergibt sich mit

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (y_i - F_i) \frac{\partial F_i}{\partial a_1} &= 0 \\ \cdot & \quad \cdot & \quad \cdot \\ \cdot & \quad \cdot & \quad \cdot \\ \sum_{i=1}^n (y_i - F_i) \frac{\partial F_i}{\partial a_k} &= 0 \end{aligned} \quad (5.1.4)$$

ein Gleichungssystem zur Bestimmung der Parameter $a_1 \dots a_k$.

Wird F vorgegeben, z.B. als Linearkombination von k Funktionen, sind die Meßdaten y_i durch

$$y_i \cong \sum_{v=1}^k a_v f_v(x_{1i}, \dots, x_{mi}) = \sum_{v=1}^k a_v f_{iv} \quad (5.1.5)$$

beschreibbar, wobei $f_{i1} \dots f_{ik}$ die Funktionen sind.

In Matrixschreibweise nimmt Gleichung (5.1.5) die Form

$$y_i \cong [f_{i1}, f_{i2}, \dots, f_{ik}] \cdot [a_1 \quad a_2 \quad \cdot \quad \cdot \quad a_k]^T \quad \text{bzw.} \quad \mathbf{Y} \cong \mathbf{F} \mathbf{A} \quad (5.1.6)$$

an.

Sind die Funktionen $f_{i1} \dots f_{ik}$ bekannt oder vorgegeben, führt der Approximationsansatz Gleichung (5.1.5) durch Multiplikation von Gleichung (5.1.6) von links mit der Transponierten F^T

$$F^T Y = F^T F A \quad (5.1.7)$$

auf ein lineares Gleichungssystem zur optimalen Bestimmung der Koeffizienten $a_1 \dots a_k$:

$$A = (F^T F)^{-1} F^T Y \quad (5.1.8)$$

Dies ist immer lösbar, wenn der Rang von $F^T F$ gleich k ist. Dies ist in der Regel durch Wahl linear unabhängiger Entwicklungsfunktionen und durch $n \geq k$ erreichbar.

Die Wahl der Entwicklungsfunktionen zur Approximation der Meßdaten erfolgt normalerweise in Abhängigkeit von der Aufgabenstellung. Die Art der Funktionen kann auch aus vorhergegangenen analytischen Untersuchungen physikalischer Prozesse hervorgegangen sein [73]. Beim Messen und Prüfen mit dem Wirbelstromverfahren besteht immer das Problem, daß das Nutzsignal von unerwünschten Störsignalen beispielsweise infolge des in Kapitel 3.2 beschriebenen Abhebeeffektes, des Einflusses leitfähiger Konstruktionselemente in der Nähe des zu untersuchenden Objekts oder des Eigenrauschens der elektronischen Bauteile, überlagert ist. Damit die Detektion und Charakterisierung von Strukturen bei einem hinreichend hohen Signal-Rausch-Abstand jedoch gut möglich ist, sind vor Anwendung der Rekonstruktionsalgorithmen oftmals geeignete Verfahren anzuwenden, die die störenden Einflüsse eliminieren. Solche Verfahren sind Mehrfrequenzverfahren [56], Fourier- und Wavelet-Filter [5;55].

Mit Hilfe von Mehrfrequenzverfahren sind Störsignale gut eliminierbar. Eine quantitative Beschreibung der das Meßsignal verursachenden Struktur ist jedoch sehr kompliziert, da das Ergebnis des Verfahrens eine Kombination aus den verschiedenen Frequenzanteilen beinhaltet [55].

Mit Fourier-Filtern ist im Prinzip eine effektive Trennung von Nutz- und Störsignal möglich. Die gemessenen Signale werden durch eine feststehende Transformationsvorschrift in einen frequenzabhängigen Bildbereich überführt. Bei der Reduzierung der in der Regel höherfrequenten Rauschanteile gehen jedoch auch leicht Anteile des Nutzsignals verloren [5;55].

Eine noch verhältnismäßig neue Methode, die weitgehend die Vorteile von Mehrfrequenztechniken und Fourier-Filtern vereint, stellt die Wavelet-Transformation dar [55;75;76]. Auch diese Transformation basiert auf einem System von feststehenden Basisfunktionen, die aus einer a-priori festzulegenden Funktion, dem sogenannten Mutter-Wavelet, abgeleitet werden. Der Bestimmung problemangepaßter Mutter-Wavelets kommt daher eine besondere Bedeutung zu. Die Entwicklung geeigneter Mutter-Wavelets ist im Bereich der Meß- und Prüfaufgaben jedoch noch nicht abgeschlossen.

In Kapitel 5.2 wird daher eine Methode dargestellt, mit der problemangepaßte Entwicklungsfunktionen direkt aus empirisch ermittelten Meßdaten abgeleitet werden können. Da diese Funktionen unmittelbar mit den Meßsignalen verknüpft und damit von ihnen abhängig sind, spricht man auch von problemabhängigen Funktionen [10]. Prinzipbedingt ermöglicht die Methode gleichzeitig eine leistungsfähige Trennung von Nutz- und Störsignalen. Da außerdem eine Separierung von Merkmalen für bestimmte Kennwerte von Materialschädigungen erfolgt, ergeben sich Möglichkeiten zur Klassifikation und Rekonstruktion dieser Schädigungen.

5.2 Approximation von empirischen Meßdaten mit problemangepaßten Funktionen

5.2.1 Theoretische Grundlagen

Voraussetzung für die Approximation gemäß Gleichung (5.1.2) mit $\eta_i = 1$ ist ein vollständig bestimmter Satz $\mathbf{Y}$ diskreter Meßdaten, dessen Elemente y von einer endlichen Zahl von Einflußgrößen abhängig sind. Ein solcher Primärdatensatz ist in der in Bild 5.2.1 gezeigten Tabellenform dargestellt. Die Elemente y_{ij} sind hierbei von zwei Einflußgrößen, $\mathbf{X}$ und $\mathbf{Z}$, abhängig.

		Einflußgröße $\mathbf{X}$					
		x_1	x_2	.	.	.	x_m
Einflußgröße $\mathbf{Z}$	z_1	y_{11}	y_{12}	.	.	.	y_{1m}
	z_2	y_{21}	y_{22}	.	.	.	y_{2m}
	.	.	.				.
	.	.	.				.
	.	.	.				.
	z_n	y_{n1}	y_{n2}	.	.	.	y_{nm}

Bild 5.2.1

Tabellarische Darstellung des von zwei Einflußgrößen abhängigen Primärdatensatz $\mathbf{Y}$

Man kann bei Prüfdatensätzen dieser Form meist davon ausgehen, daß benachbarte Zeilen bzw. Spalten der Tabelle untereinander Ähnlichkeiten auf weisen, die aus dem determinierten Zusammenhang zwischen Meß- und Einflußgrößen resultieren [73].

Somit kann in erster Näherung der Ansatz

$$y_{ij} \approx a_i \cdot c_j \quad \text{bzw.} \quad \mathbf{Y} \approx \mathbf{A} \mathbf{C}^T \quad (5.2.1)$$

zur Modellierung verwendet werden. Dabei ist y_{ij} mit $i = 1 \dots n$ und $j = 1 \dots m$ ein Wert des gesamten Datensatzes $\mathbf{Y}$. Die Vektoren $\mathbf{A}$ und $\mathbf{C}$ seien Spaltenvektoren.

Die Vektorfunktion $\mathbf{A} \mathbf{C}^T$ kann auch als dyadisches Produkt bezeichnet werden [77].

In Analogie zum vorherigen Abschnitt (Gleichung 5.1.3) erfolgt die Bestimmung der Parameter a_i bzw. c_j durch Minimierung der Varianz des Approximationsfehlers

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (y_{ij} - a_i \cdot c_j)^2 \Rightarrow \min, \quad (5.2.2)$$

wodurch bei normalverteilten Meßfehlern eine optimale Beschreibung von $\mathbf{Y}$ gewährleistet ist. Die Bestimmungsvorschriften für a_i bzw. c_j ,

$$a_i = \left(\sum_{j=1}^m c_j^2 \right)^{-1} \cdot \sum_{j=1}^m y_{ij} \cdot c_j \quad \text{und} \quad c_j = \left(\sum_{i=1}^n a_i^2 \right)^{-1} \cdot \sum_{i=1}^n y_{ij} \cdot a_i, \quad (5.2.3)$$

ergeben sich wie bereits in Kapitel 5.1 beschrieben durch Differentiation von Gleichung (5.2.2) nach a_i bzw. c_j . Wechselseitiges Einsetzen dieser Gleichungen und Umformen

$$a_i = \left(\sum_{i=1}^n a_i^2 \right)^{-1} \left(\sum_{j=1}^m c_j^2 \right)^{-1} \cdot \sum_{j=1}^m y_{ij} \cdot \sum_{i=1}^n y_{ij} \cdot a_i \quad \text{und analog für } c \quad (5.2.4)$$

führt auf das Eigenwertproblem Gleichung (5.2.5).

$$\lambda \cdot a_{\kappa} = \sum_{i=1}^n a_i \cdot \sum_{j=1}^m y_{\kappa j} \cdot y_{ij} \quad \text{für alle } \kappa = 1 \dots n \quad \text{und analog für } c$$

oder in Matrixschreibweise auf

$$\lambda \cdot \mathbf{A} = \mathbf{Y} \mathbf{Y}^T \mathbf{A} \quad \text{bzw.} \quad \lambda \cdot \mathbf{C} = \mathbf{Y}^T \mathbf{Y} \mathbf{C}$$

$$\text{mit } \lambda = \sum_{i=1}^n a_i^2 \cdot \sum_{j=1}^m c_j^2 \quad . \quad (5.2.5)$$

zur Bestimmung des Vektors $\mathbf{A}$ bzw. $\mathbf{C}$.

Die Anzahl der von Null verschiedene Eigenwerte λ_v , der Eigenvektoren $\mathbf{A}_v$ und $\mathbf{C}_v$ bzw. die Zahl der dyadischen Produkte beträgt $r = \min(m, n)$.

Das heißt, der Meßdatensatz $\mathbf{Y}$ ist durch eine Summe von r dyadischen Produkten

$$\mathbf{Y} = \sum_{v=1}^r \mathbf{A}_v \mathbf{C}_v^T \quad (5.2.6)$$

vollständig beschreibbar.

Nach Normierung der Eigenvektoren $\mathbf{A}_v$ und $\mathbf{C}_v$ unter Verwendung der euklidischen Norm ergibt Gleichung (5.2.6)

$$\mathbf{Y} = \sum_{v=1}^r \sqrt{\lambda_v} \cdot \frac{\mathbf{A}_v}{\|\mathbf{A}_v\|_2} \frac{\mathbf{C}_v^T}{\|\mathbf{C}_v\|_2} \quad , \quad (5.2.7)$$

so daß

$$\left\| \left(\|\mathbf{A}_v\|_2 \right)^{-1} \cdot \mathbf{A}_v \right\|_2 = \left\| \left(\|\mathbf{C}_v\|_2 \right)^{-1} \cdot \mathbf{C}_v \right\|_2 = 1 \quad \text{für alle } v = 1 \dots r.$$

Für die nach Gleichung (5.2.7) normierten Vektoren wird im weiteren Text die Schreibweise $\mathbf{A}_v^E$ und $\mathbf{C}_v^E$ verwendet. Damit nimmt Gleichung (5.2.7) die Schreibweise

$$\mathbf{Y} = \sum_{v=1}^r \sqrt{\lambda_v} \cdot \mathbf{A}_v^E \mathbf{C}_v^{E^T}$$

an.

5.2.2 Beispiel

Die Vorgehensweise bei der Approximation von Meßdaten mit problemangepaßten Funktionen soll an einem Beispiel erläutert werden. Dazu werden mit dem Wirbelstromverfahren Daten an Rissen mit den Breiten $d_{s1} = 0,750$ mm und $d_{s2} = 1,1$ mm aufgenommen. Eine Wirbelstromspule wird dabei schrittweise über eine Platte aus Gußaluminium (G-Al99,7) mit einer elektrischen Leitfähigkeit von $\gamma = 35,6$ m/Ωmm² und einer relativen Permeabilität von $\mu_r \approx 1$ [54] bewegt.

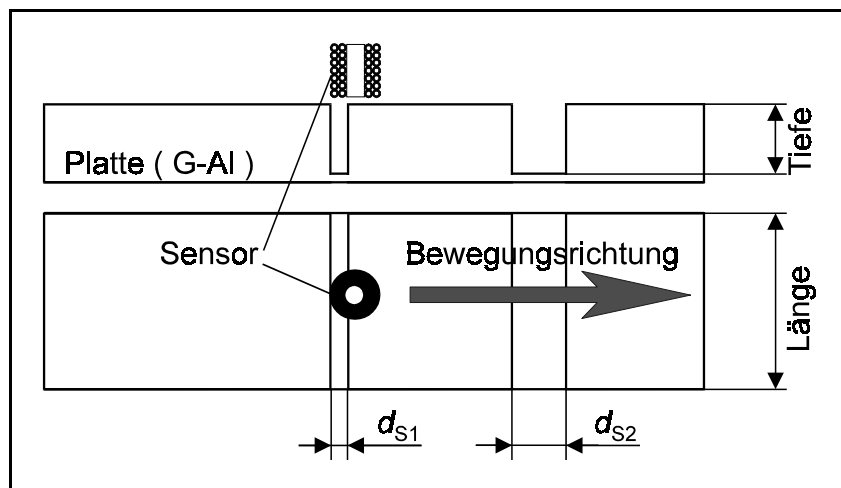


Bild 5.2.2

Anordnung zur Bestimmung der Meßwerte für das Beispiel

Beide Risse sind gleich tief und im Vergleich zu den Spulenabmessungen sehr lang. Bild 5.2.2 zeigt die Meßanordnung. Die gemessenen Daten, hier die Induktivität L_s der Spule, wird an 12 Punkten in Bewegungsrichtung erfaßt. Die aufgenommenen Daten sind in Bild 5.2.3 und in Tabelle 5.2.1 dargestellt.

Der so ermittelte Primärdatensatz L_s ist abhängig vom Weg x und der Rißbreite d_s die damit den Einflußgrößen x und z aus Bild 5.2.1 entsprechen. Gesucht ist nun die beste approximierende Linearkombination von Vektorfunktionen für L_s .

x in μm	L_s in μH	
	für $d_s = 750\mu\text{m}$	für $d_s = 1100$
0	46,0975	46,0900
672	46,1675	46,1650
1344	47,0925	47,1450
2016	49,5900	49,9550
2688	51,4800	52,1975
3360	52,0350	53,1775
4032	51,0950	52,4225
4704	48,8700	50,2725
5376	46,5900	47,2950
6048	46,0975	46,1700
6720	46,0625	46,0700
7392	46,0600	46,0600

Tabelle 5.2.1

Tabellarische Darstellung der Meßwerte für die
Beispielrechnung

Der Ansatz für die Reihenentwicklung nach Gleichung (5.2.6) lautet für das hier vorliegende Problem

$$\mathbf{L}_s = \sum_{v=1}^2 \mathbf{A}_v(d_s) \mathbf{C}_v^T(x_i) . \quad (5.2.8)$$

Die Elemente der Basisvektoren $\mathbf{A}_v(d_s)$ sind den Rißbreiten d_s zugeordnet und entsprechen damit Merkmalen für die Rißbreite. Die Elemente der Eigenvektoren $\mathbf{C}_v(x)$ sind abhängig vom Ort x und bilden das Funktionensystem für die optimale Beschreibung.

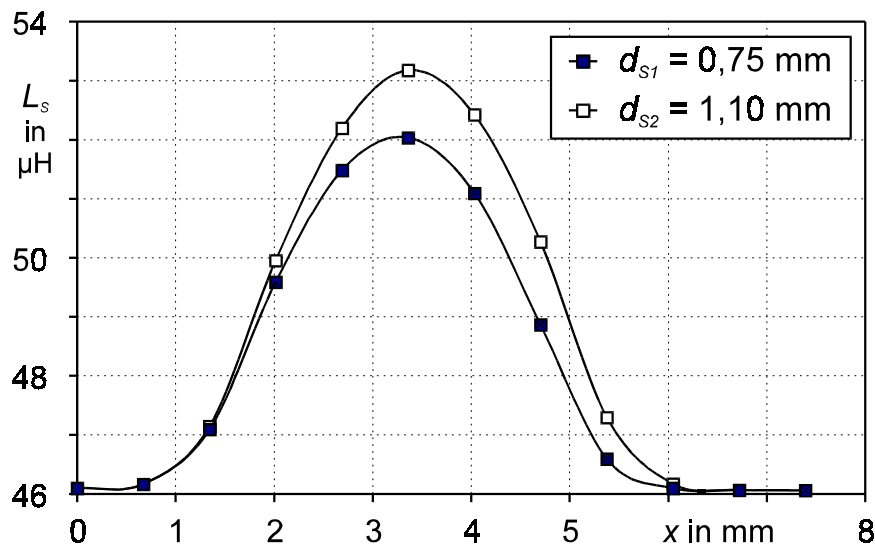


Bild 5.2.3

Graphische Darstellung der Meßwerte für die Beispielrechnung

Die Elemente der Vektoren $\mathbf{A}$ und $\mathbf{C}$ werden in Analogie zum vorherigen Abschnitt bestimmt. Das Eigenwertproblem, entsprechend Gleichung (5.2.5), zur Bestimmung von $\mathbf{A}$ lautet hier

$$\lambda \cdot \mathbf{A} = \mathbf{L}_s \mathbf{L}_s^T \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 27828,9819 \mu\text{H}^2 & 28118,3826 \mu\text{H}^2 \\ 28118,3826 \mu\text{H}^2 & 28413,9711 \mu\text{H}^2 \end{bmatrix} \mathbf{A} . \quad (5.2.9)$$

Aus $(\lambda \mathbf{E} - \mathbf{L}_s \mathbf{L}_s^T) \mathbf{A} = 0$ und $\lambda \mathbf{E} - \mathbf{L}_s \mathbf{L}_s^T = 0$ folgt dann mit

$$(27828,9819 \mu\text{H}^2 - \lambda) \cdot (28413,9711 \mu\text{H}^2 - \lambda) - (28118,3826 \mu\text{H}^2)^2 = 0$$

bzw.
$$\lambda^2 - 56242,9530 \mu\text{H}^2 \cdot \lambda + 88446,1806 \mu\text{H}^4 = 0$$

die charakteristische Gleichung.

Daraus werden die Eigenwerte mit

$$\lambda_1 = 56241,3803 \mu\text{H}^2 \quad \text{und} \quad \lambda_2 = 1,5726 \mu\text{H}^2$$

bestimmt.

Durch Einsetzen von λ_1 bzw. λ_2 in Gleichung (5.2.9)

$$\lambda_1 \cdot \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \end{bmatrix} = \mathbf{L}_s \mathbf{L}_s^T \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \end{bmatrix} \quad \text{bzw.} \quad \lambda_2 \cdot \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \end{bmatrix} = \mathbf{L}_s \mathbf{L}_s^T \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \end{bmatrix}$$

erhält man die zugehörigen Eigenvektoren $\mathbf{A}_v$,

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \end{bmatrix}.$$

Deren Werte lauten in der unter Verwendung der euklidischen Norm normierten Form:

$$\mathbf{A}_1^E = \begin{bmatrix} 0,7034 \\ 0,7108 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{A}_2^E = \begin{bmatrix} -0,710 \\ 0,7034 \end{bmatrix}.$$

Die Elemente c_{vj} der Eigenvektoren $\mathbf{C}_1$ und $\mathbf{C}_2$ werden durch Einsetzen der bekannten Parameter a_{vi} in Gleichung (5.2.3) bestimmt.

Sie betragen in normierter Form:

$$\mathbf{C}_1^E = \begin{bmatrix} 0,2749 \\ 0,2753 \\ 0,2810 \\ 0,2968 \\ 0,3091 \\ 0,3137 \\ 0,3087 \\ 0,2956 \\ 0,2799 \\ 0,2751 \\ 0,2747 \\ 0,2747 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{C}_2^E = \begin{bmatrix} -0,2746 \\ -0,2722 \\ -0,2468 \\ -0,0861 \\ 0,1005 \\ 0,3357 \\ 0,4449 \\ 0,5001 \\ 0,1222 \\ -0,2297 \\ -0,2660 \\ -0,2702 \end{bmatrix}.$$

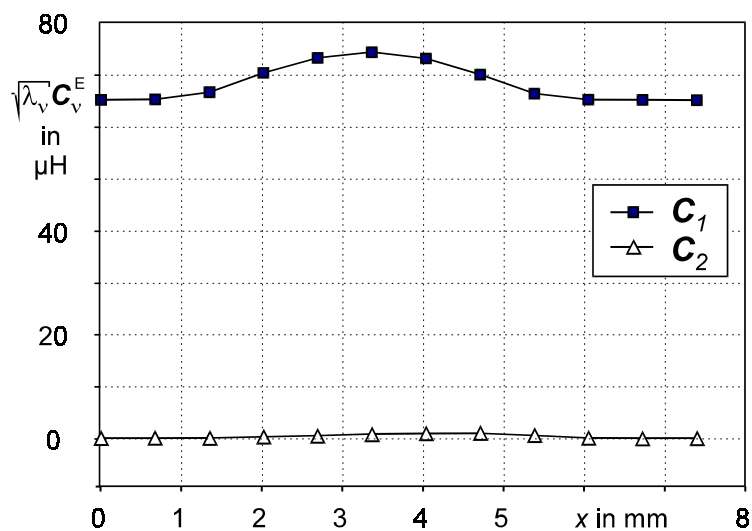


Bild 5.2.4

In der Beispielrechnung ermitteltes diskretisiertes und orthogonales Funktionensystem $\mathbf{C}_v$

Eine Darstellung des somit bestimmten Systems diskreter Funktionen C_v zeigt Bild 5.2.4. Die Vektoren sind im Bild 5.2.4 multiplikativ mit der Wurzel des zugehörigen Eigenwertes λ_v verknüpft.

Die Reihenentwicklung erfolgt schließlich analog zu Gleichung (5.2.7) nach

$$\mathbf{L}_s = 237,1527 \mu\text{H} \cdot \mathbf{A}_1^E \mathbf{C}_1^{E^T} + 1,2540 \mu\text{H} \cdot \mathbf{A}_2^E \mathbf{C}_2^{E^T} . \quad (5.2.10)$$

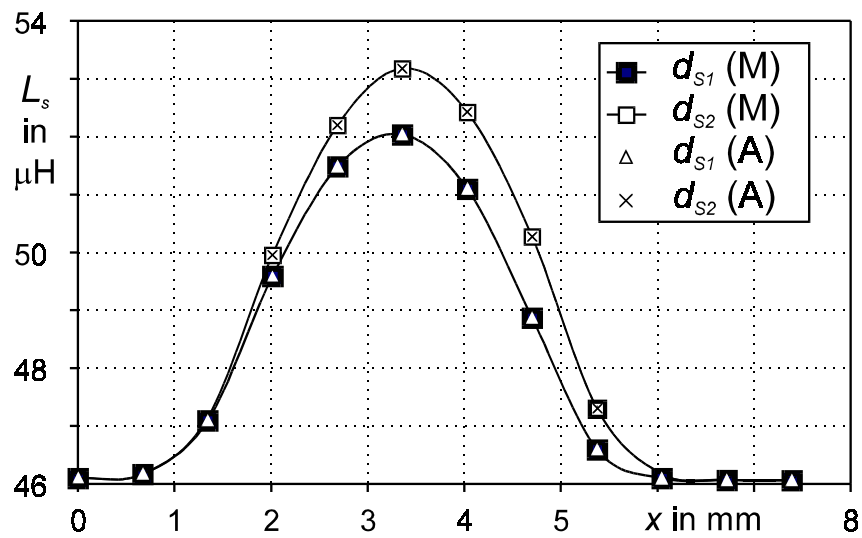
Bild 5.2.5 und Bild 5.2.6 stellen die gemessenen den nach Gleichung (5.2.10) approximierten Daten gegenüber. Die vollständige Reihenentwicklung bietet eine sehr gute Approximation der Meßwerte (Bild 5.2.5). Wird die Reihe Gleichung (5.2.10) nach dem ersten Glied abgebrochen, treten sichtbare, jedoch keineswegs signifikante Abweichungen auf (Bild 5.2.6). Offensichtlich ist der Einfluß des ersten Gliedes der Reihenentwicklung sehr hoch.

Nach Gleichung (5.2.13) läßt sich ein mittlerer Approximationsfehler s_a berechnen. Die - wenn auch geringfügigen - Abweichungen bei Abbruch der Reihe nach dem ersten Glied finden ihren Ausdruck in einem Wert oberhalb von Null. Der Approximationsfehler s_a beträgt hier $0,26 \mu\text{H}$. Bei vollständiger Reihenentwicklung nach Gleichung (5.2.10) beträgt der Fehler im Rahmen der Rechengenauigkeit $s_a \approx 0 \mu\text{H}$.

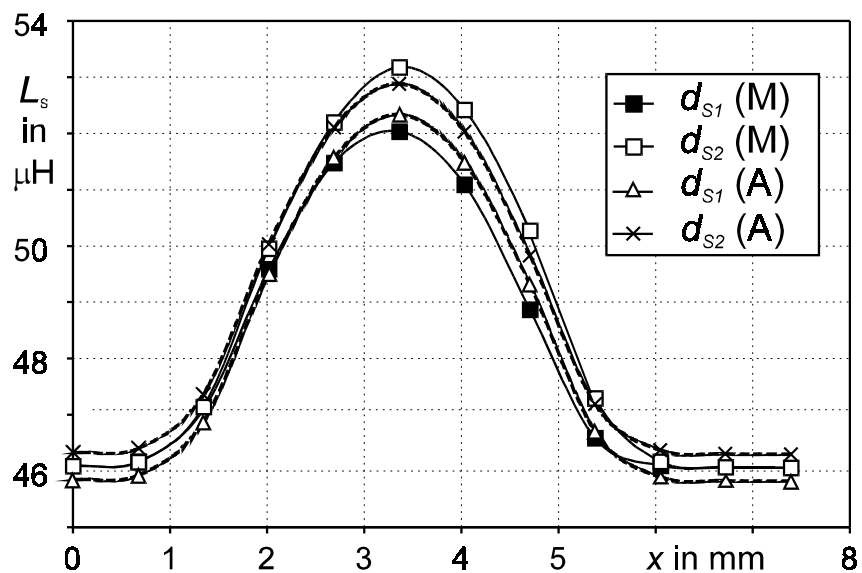
Anzahl der Glieder p der Reihe Gleichung (5.2.10)	1	2
Approximationsfehler s_a in μH	0,26	0,0

Tabelle 5.2.2

Approximationsfehler s_a nach Gleichung (5.2.13) im Rahmen der Meßgenauigkeit und der Rechengenauigkeit bei achtstelligen Gleitkommazahlen

**Bild 5.2.5**

Gemessene Primärdaten (M) im Vergleich mit der durch die vollständige Reihenentwicklung nach Gleichung (5.2.10) gewonnenen Approximation (A)

**Bild 5.2.6**

Gemessene Primärdaten (M) im Vergleich mit der durch die nach dem ersten Glied abgebrochenen Reihenentwicklung nach Gleichung (5.2.10) gewonnenen Approximation (A)

Das einfache Beispiel eignet sich für eine geometrische Deutung der Approximationsergebnisse. Dazu sind in Bild 5.2.7 die Meßwertvektoren $L_s(d_{s1})$ und $L_s(d_{s2})$ in ein kartesisches Koordinatensystem eingetragen. Jede Koordinatenachse charakterisiert Werte von L_s bei den verschiedenen Rißbreiten d_{s1} und d_{s2} . Eine solche Darstellung ergibt eine Schar von Punkten, die für das untersuchte Problem charakteristisch sind. Aufgrund der Zahl der Meßwertvektoren in diesem Beispiel, ergibt sich hierfür ein zweidimensionaler Merkmalsraum. Darin eingetragen sind auch die Ergebnisse der Approximation, eingetragen sind auch die dyadischen Produkte $A_1 C_1^T$ und $A_2 C_2^T$.

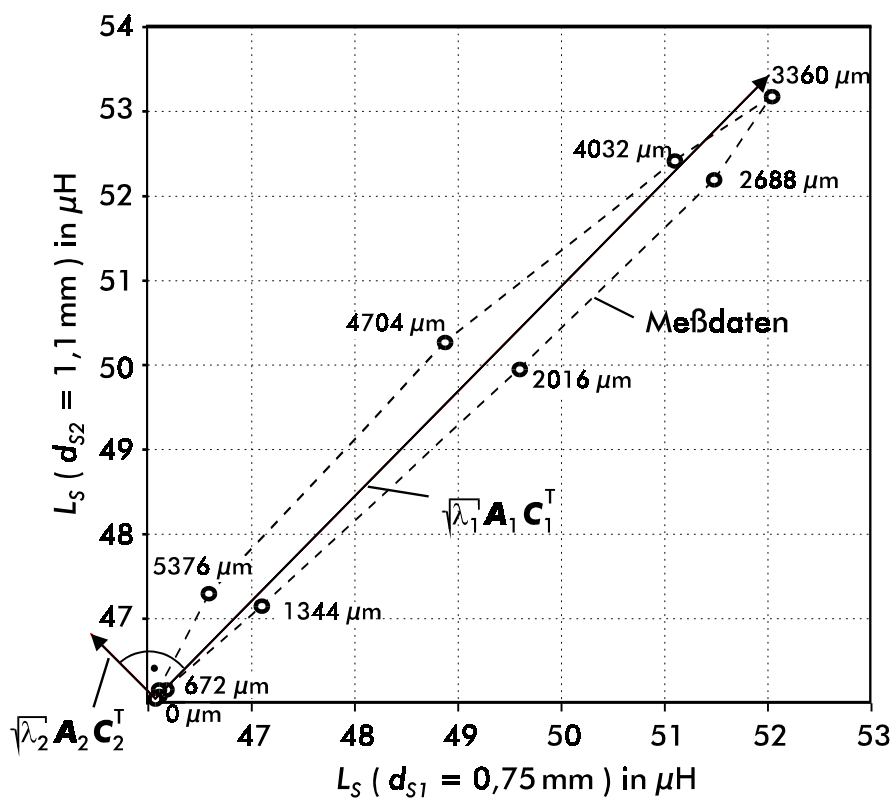


Bild 5.2.7

Induktivitätswerte im zweidimensionalen Merkmalsraum L_s

Wie Bild 5.2.7 zeigt, bewirkt die beschriebene problemangepaßte Entwicklung die Approximation des empirisch ermittelten Datensatzes L_s durch „Regressionsgeraden“ oder „Achsen“ im Merkmalsraum.

Diese „Achsen“ gehen infolge des gewählten Ansatzes durch den Ursprung des kartesischen Koordinatensystems und stehen senkrecht aufeinander (siehe auch Kapitel 5.2.3). Sie bilden somit die Achsen eines weiteren kartesischen Koordinatensystems.

Die Approximation erzeugt demnach ein den Meßdaten angepaßtes Koordinatensystem mit den durch die dyadischen Produkte $\mathbf{A}_v \mathbf{C}_v^T$ aufgespannten „Achsen“ durch Drehung um den Koordinatenursprung. Die in Kapitel 5.2.1 und 5.2.2 beschriebene Vorgehensweise wird daher auch als Hauptachsentransformation bezeichnet [10]. Diese Transformation wurde unabhängig voneinander von Karhunen [7] und Loeve [8] in die Statistik eingeführt und wird seither in vielen Bereichen, z.B. in der Signal- und Bildtheorie sowie in der Mustererkennung, verwendet. Sie wird deshalb auch Karhunen-Loeve-Transformation genannt.

5.2.3 Eigenschaften der Basisvektoren

Das Eigenwertproblem nach Gleichung (5.2.5) entspricht dem Problem, das bei der Ableitung der diskreten Karhunen-Loeve-Transformation auftritt [10;11;73]. Die Eigenvektoren $\mathbf{A}_v$ und $\mathbf{C}_v$ weisen somit ähnliche Eigenschaften wie die Basisvektoren der Karhunen-Loeve-Entwicklung auf. Dies sind:

1. Die Vektoren $\mathbf{A}_v$ bzw. $\mathbf{C}_v$ sind untereinander orthogonal, d.h. die Vektoren stehen paarweise senkrecht aufeinander. Das bedeutet, daß das Skalarprodukt zweier Vektoren Null ist:

$$\mathbf{A}_v^T \cdot \mathbf{A}_\mu = 0 \text{ bzw. } \mathbf{C}_v^T \cdot \mathbf{C}_\mu = 0 \quad \text{für } \mu \neq v. \quad (5.2.11)$$

Für die in Kapitel 5.2.2 ermittelten Basisvektoren $\mathbf{A}_v$ und $\mathbf{C}_v$ ist dies leicht nachprüfbar.

2. Die Werte der Eigenwerte λ_v nehmen mit steigender Ordnungszahl v ab. Der in Kapitel 5.2.2 ermittelte Wert für λ_1 ist dementsprechend deutlich größer als der für λ_2 .

Ein Eigenwert λ_v gehört immer zu einem Glied der approximierenden Dyade $\mathbf{A}_v \mathbf{C}_v^T$. Das bedeutet, daß der Wert von λ_v den Anteil des entsprechenden Gliedes an der Reihenentwicklung angibt. Im vorherigen Abschnitt wurde bereits festgestellt, daß das erste Glied der Reihe Gleichung (5.2.10) bereits eine sehr gute Approximation liefert. Die Eigenwerte aus λ_v repräsentieren den „effektiven“ Anteil eines Gliedes der Reihenentwicklung an der Streuung der Primärdaten.

Punkt 1 ist besonders für die Mustererkennung von Vorteil, da die Basisvektoren aufgrund ihrer Orthogonalität voneinander linear unabhängig sind. Redundanz der Information ist somit ausgeschlossen. Wie sich noch zeigen wird, wirkt sich die Orthogonalität der Basisvektoren auch auf die Vorgehensweise bei der Bestimmung von Parametern von Materialschädigungen vorteilhaft aus (siehe Kapitel 6.3).

Aus Punkt 2 ist ableitbar, daß sich der Informationsgehalt des Primärdatensatzes auf wenige Glieder der Reihe Gleichung (5.2.10) entsprechend der Größe des Eigenwertes λ_v konzentriert. Eine Schlußfolgerung daraus ist, daß die Reihenentwicklung nach Gleichung (5.2.10) nach einer bestimmten Anzahl von Gliedern p abgebrochen werden kann. Erreicht der mittlere quadratische Approximationsfehler s_a^2 ,

$$s_a^2 = \frac{1}{m \cdot n} \cdot \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \left(y_{ij} - \sum_{v=1}^p a_{vi} \cdot c_{vj} \right)^2, \quad (5.2.12)$$

nach der p -ten Dyade die Größenordnung der Varianz s_m^2 des festgelegten Meßfehlers s_m , sollte die Reihe abgebrochen werden. Mit den Anteilen höherer Ordnung werden dann nur noch Meßfehler des Primärdatensatzes rekonstruiert [73].

Für den mittleren Approximationsfehler s_a gilt:

$$s_a = \sqrt{\frac{1}{m \cdot n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \left(y_{ij} - \sum_{v=1}^p a_{vi} \cdot c_{vj} \right)^2} . \quad (5.2.13)$$

Da die Eigenwerte λ_v nach Gleichung (5.2.4) unmittelbar mit den Basisvektoren $\mathbf{A}_v$ und $\mathbf{C}_v$ verkoppelt sind, sind auch die Basisvektoren $\mathbf{A}_v$ bzw. $\mathbf{C}_v$ nach Größe ihrer Elemente a_{vi} bzw. c_{vj} geordnet. So zeigt Bild 5.2.4, daß die Elemente des Basisvektors $\mathbf{C}_1$ der in Kapitel 5.2.2 durchgeführten Beispielrechnung deutlich größere Werte annehmen als die des Vektors $\mathbf{C}_2$.

Die Karhunen-Loeve-Transformation setzt definitionsgemäß bei der Formulierung des Eigenwertproblems nach Gleichung (5.2.4) Mittelwertfreiheit des dort auftretenden Produktes $\mathbf{Y}\mathbf{Y}^T$ voraus [9-11]. Die Mittelwertfreiheit ermöglicht die Anwendung einer Reihe von Begriffen aus der mathematischen Statistik, wie Kovarianzmatrix ($\mathbf{Y}\mathbf{Y}^T$) usw..

In der Beispielrechnung dieses Kapitels sowie in Kapitel 6 wird eine Absolutspule als Meßwertaufnehmer verwendet. Dadurch bleibt der Mittelwert des Primärdatensatzes und damit auch die materialabhängige Information als weitere Einflußgröße erhalten. Die Signale, die man beim Wirbelstromverfahren erhält, werden durch die Materialkonstanten des untersuchten Objektes, wie elektrische Leitfähigkeit γ und Permeabilität μ , beeinflusst. Die unterschiedlichen Eigenschaften der Materialien bewirken eine entsprechend unterschiedliche Bedämpfungen des Spulenschwingkreises bei Anwesenheit des Materials im Wirkbereich des Spulenfeldes H_p [16]. Die zur Amplitude der Schwingkreisspannung proportionale Meßgröße wird somit auch durch das Material des Prüfobjekts beeinflusst. Demzufolge enthält der Mittelwert eines Primärdatensatzes $\mathbf{Y}$ eine materialabhängige Information. Der Mittelwert stellt damit eine vom Material abhängige Meßgröße dar. In Kapitel 7 kommt dagegen eine Differenzsonde zum Einsatz, wodurch der Materialeinfluß beseitigt werden kann.

Der Mittelwert ist im ersten Glied der Reihenentwicklung Gleichung (5.2.6) mit enthalten. Alle anderen Glieder haben den Mittelwert Null. Eine Subtraktion des Mittelwertes vom Primärdatensatz bewirkt eine Transformation des Koordinatenursprungs für die Darstellung im Merkmalsraum. Die ermittelten Basisfunktionen vor und nach der Subtraktion des Mittelwertes sind daher nicht identisch. Die Zahl der zur Approximation erforderlichen Glieder der Reihe nach Gleichung (5.2.6) ändert sich jedoch nicht, wenn man den Mittelwert als Glied der Reihe mit der Ordnung Null betrachtet.

Da in den Kapiteln 5 und 6 dieser Arbeit die Mittelwertfreiheit des Primärdatensatzes nicht gegeben ist, handelt es sich hier um eine modifizierte Karhunen-Loeve-Transformation. Als Umschreibung für die in Kapitel 5.2.1 beschriebene Vorgehensweise wird trotz fehlender Mittelwertfreiheit des Primärdatensatzes im weiteren Text der Begriff Karhunen-Loeve-Transformation verwendet, da die wesentlichen Eigenschaften der Entwicklungen sowie der Ansatz übereinstimmen.

5.2.4 Bestimmung der Basisvektoren bei größeren Datenmengen

Für größere Datenmengen als die im Beispiel verwendeten, sind numerische Verfahren zur Lösung der Eigenwertaufgabe aus Gleichung (5.2.4) erforderlich. Das für die weiteren Rechnungen verwendete Verfahren lehnt sich an das „Von-Mises-Vektoriterationsverfahren“ an, bei dem der Eigenvektor mit dem jeweils größten Eigenwert λ_v berechnet wird [77-79]. Die Bestimmung der Vektoren erfolgt dabei durch wechselseitige Iteration. Die Gültigkeit dieser Methode ist in [73] bewiesen und verallgemeinert worden.

Für zwei Einflußgrößen lassen sich die Basisvektoren nach der folgenden Iterationsvorschrift ermitteln.

Ist $\mathbf{A}_{(\kappa)}^*$ die Anfangsnäherung und $\mathbf{Y}$ der durch Messung gewonnene Primärdatensatz, erfolgt die Iteration nach

$$\mathbf{C}_{(\kappa)}^* := \mathbf{Y}^T \cdot \left(\left\| \mathbf{A}_{(\kappa)}^* \right\|_2 \right)^{-1} \cdot \mathbf{A}_{(\kappa)}^* \quad (5.2.14)$$

bzw.
$$\mathbf{A}_{(\kappa+1)}^* := \mathbf{Y} \cdot \left(\left\| \mathbf{C}_{(\kappa)}^* \right\|_2 \right)^{-1} \cdot \mathbf{C}_{(\kappa)}^* . \quad (5.2.15)$$

Dabei sind $\mathbf{A}_{(\kappa+1)}^*$ und $\mathbf{C}_{(\kappa)}^*$ die entstehenden Ergebnisse.

Die Iteration wird fortgeführt, bis die Abbruchbedingung

$$\left| \left(\left\| \mathbf{A}_{(\kappa+1)}^* \right\|_2 \right)^{-1} \cdot \mathbf{A}_{(\kappa+1)}^* - \left(\left\| \mathbf{A}_{(\kappa)}^* \right\|_2 \right)^{-1} \cdot \mathbf{A}_{(\kappa)}^* \right| \leq \varepsilon \quad (5.2.16)$$

erreicht ist, wobei die Schranke ε vorgegeben wird.

Sind im vorherigen Schritt die Basisvektoren $\mathbf{A}_1$ und $\mathbf{C}_1$ bestimmt worden, bildet man nun die Differenz

$$\mathbf{Y}^* = \mathbf{Y} - \mathbf{A}_1 \mathbf{C}_1^T \quad (5.2.17)$$

und bestimmt für $\mathbf{Y}^* \mathbf{Y}^{*T}$ die zum betragsgrößten Eigenwert λ_2 gehörenden Eigenvektoren $\mathbf{A}_2$ und $\mathbf{C}_2$. Der Vorgang wird so lange wiederholt, bis alle v Eigenvektoren $\mathbf{A}_v$ und $\mathbf{C}_v$ bestimmt worden sind.

Die Zerlegung in problemangepaßte Basisvektoren ist auch für einen von mehr als zwei Einflußgrößen abhängigen Datensatz problemlos möglich.

Beispielsweise lautet der Modellierungsansatz für einen Punkt y_{ijk} eines von drei Einflußgrößen abhängigen Datensatzes $\mathbf{Y}$ in erster Näherung

$$y_{ijk} \approx a_i \cdot b_j \cdot c_k \quad \text{mit } i = 1 \dots n, j = 1 \dots m \text{ und } k = 1 \dots l . \quad (5.2.18)$$

Bei vollständiger Entwicklung der Reihe ergibt sich mit $r = \min(n, m, l)$

$$y_{ijk} = \sum_{v=1}^r a_{vi} \cdot b_{vj} \cdot c_{vk} \quad , \quad (5.2.19)$$

Die Parameter a_i , b_j und c_k entsprechen den Elementen der Basisvektoren $\mathbf{A}_v$, $\mathbf{B}_v$ bzw. $\mathbf{C}_v$.

Bei Normierung der Basisvektoren nach der euklidischen Norm nimmt Gleichung (5.2.19) die Form

$$y_{ijk} = \sum_{v=1}^r \sqrt{\lambda_v^*} \cdot a_{vi}^E \cdot b_{vj}^E \cdot c_{vk}^E \quad . \quad (5.2.20)$$

an. Dabei sind a_i^E , b_j^E und c_k^E die Elemente der nach der euklidischen Norm normierten Basisvektoren $\mathbf{A}_v^E$, $\mathbf{B}_v^E$ bzw. $\mathbf{C}_v^E$.

Der Wert λ_v^* übernimmt ähnliche Eigenschaften wie der Eigenwert λ_v des bisherigen Ansatzes bei zwei Einflußgrößen und wird analog mit

$$\lambda^* = \sum_{i=1}^n a_i^2 \cdot \sum_{j=1}^m b_j^2 \cdot \sum_{k=1}^l c_k^2 \quad (5.2.21)$$

berechnet. Während die Ordnung der Basisvektoren $\mathbf{A}_v$, $\mathbf{B}_v$ bzw. $\mathbf{C}_v$ erhalten bleibt, geht deren Orthogonalität untereinander bei diesem Ansatz jedoch verloren.

Der mittlere Approximationsfehler s_a berechnet sich analog zu Gleichung (5.2.13) mit

$$s_a = \sqrt{\frac{1}{n \cdot m \cdot l} \cdot \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^l \left(y_{ijk} - \sum_{v=1}^p a_{vi} \cdot b_{vj} \cdot c_{vk} \right)^2} \quad . \quad (5.2.22)$$

Die Parameter a_i , b_j und c_k sind nach der Iterationsvorschrift

$$a_{i(\kappa+1)}^* = \left(\sum_{j=1}^m \left(b_{j(\kappa)}^* \right)^2 \cdot \sum_{k=1}^l \left(c_{k(\kappa)}^* \right)^2 \right)^{-1} \cdot \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^l y_{ijk} \cdot b_{j(\kappa)}^* \cdot c_{k(\kappa)}^* \quad (5.2.23)$$

$$b_{j(\kappa+1)}^* = \left(\sum_{i=1}^n \left(a_{i(\kappa+1)}^* \right)^2 \cdot \sum_{k=1}^l \left(c_{k(\kappa)}^* \right)^2 \right)^{-1} \cdot \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^l y_{ijk} \cdot a_{i(\kappa+1)}^* \cdot c_{k(\kappa)}^* \quad (5.2.24)$$

$$c_{k(\kappa+1)}^* = \left(\sum_{i=1}^n \left(a_{i(\kappa+1)}^* \right)^2 \cdot \sum_{j=1}^m \left(b_{j(\kappa+1)}^* \right)^2 \right)^{-1} \cdot \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y_{ijk} \cdot a_{i(\kappa+1)}^* \cdot b_{j(\kappa+1)}^* \quad (5.2.25)$$

bestimmbar, bis die Abbruchbedingung entsprechend Gleichung (5.2.16) erreicht ist.

5.2.5 Zusammenfassung

Die Modellierung von empirisch ermittelten Primärdaten kann mit problemangepaßten Funktionensystemen erfolgen. Mit der hier beschriebenen Vorgehensweise, basierend auf der Karhunen-Loeve-Transformation, ist ein problemangepaßtes Funktionensystem direkt aus empirisch ermittelten Meßdaten bestimmbar.

Ziel ist die Bestimmung eines hinsichtlich des Restfehlers optimalen Systems von Basisfunktionen, die als diskrete Wertefolgen, d.h. in Form von Vektoren, erzeugt werden. Die Komponenten dieser Vektoren repräsentieren die zu einer Einflußgröße gehörenden günstigsten Entwicklungsfunktionen punktweise. Durch anschließende Interpolation (oder erneuter Approximation mit analytischen Funktionen) erhält man die gesuchten Entwicklungsfunktion. Linearkombinationen der Basisvektoren oder Basisfunktionen bieten die Möglichkeit zur vollständigen Beschreibung des Primärdatensatzes.

Die Analyse des repräsentativen Datensatzes führt zur Approximation der gesamten Klasse der Abhängigkeiten durch diese Funktionen mit geringem Aufwand [9].

Die Primärdaten werden auf ihren inneren Zusammenhang hin untersucht. Das bedeutet, daß zufällig verteilte Größen bei der Transformation nur stark gedämpft erfaßt werden. Die Basisvektoren sind entsprechend ihrem Anteil an der Varianz der Meßdaten bzw. nach dem effektiven Anteil an der Information über die zugrundeliegende Einflußgröße geordnet.

Dies ist neben dem Ansatz der Karhunen-Loeve-Transformation auch durch den Lösungsalgorithmus gesichert, der auf das „Von-Mises-Projektionsverfahren“ zurückgeht. Aufgrund der Ordnung der Vektoren ist ein Abbruch der Funktionenreihe nach einer bestimmten Zahl von Gliedern möglich. Zufällige Störgrößen finden Berücksichtigung in Basisfunktionen höherer Ordnung. Dadurch ist eine Separierung von Nutz- und Störsignal sehr einfach möglich.

Aufgrund der Verknüpfung der Basisvektoren mit bestimmten Einflußgrößen und ihrer Ordnung, eignen sie sich in besonderem Maße als Merkmale zur Mustererkennung. Auf die Vorgehensweise bei einer Mustererkennung wird in Kapitel 6 ausführlich eingegangen. Klassifikation von mit dem Wirbelstromverfahren ermittelten Daten nach Art der verursachenden Schädigung mit Hilfe der Karhunen-Loeve-Transformation bestimmten Merkmalen ist Thema von Kapitel 7.

Wirbelstromdaten sind auch durch andere Funktionensysteme beschreibbar. Voraussetzung ist dabei die Möglichkeit der Trennung von Nutz- und Störsignalen. Bei der Analyse von Wirbelstromdaten werden derzeit die Fourier-Transformation sowie die Wavelet-Transformation verwendet. Aufgrund ihrer Eigenschaften ist der größte Innovationszuwachs auf dem Gebiet der Analyse von Wirbelstromdaten durch den Einsatz der Karhunen-Loeve- oder der Wavelet-Transformation zu erwarten. Wie in Kapitel 7 diskutiert werden wird, kann die Konstruktion der problemangepaßten Basisfunktionen, die sogenannten Mutter-Wavelets, durch die Anwendung der Karhunen-Loeve-Transformation wesentlich erleichtert werden, wenn dies auf einen hinreichend repräsentativen Primärdatensatz angewandt wird.

6 Bestimmen von Rißparametern mit Methoden der Mustererkennung

Ziel dieses Kapitels ist es, aus gemessenen Daten Informationen über die Abmessungen einer das Signal verursachenden Schädigung in einem Material zu bestimmen. Dies ist mit Hilfe von Methoden der Mustererkennung erreichbar. An Schädigungen gemessene Wirbelstromsignale, d.h. Aneinanderreihungen diskreter Meßdaten, entsprechen dabei einem Muster.

Das Muster ist abhängig von verschiedenen Einflußgrößen. Wird eine solche Größe verändert, ändert sich auch der Verlauf der gemessenen Datenreihe in charakteristischer Weise. Sind diese charakteristischen Änderungen bekannt, beispielsweise aus einem repräsentativen Primärdatensatz, ist eine Mustererkennung durchführbar. Im einfachsten Fall wird eine neu gewonnene Datenreihe mit denen des Primärdatensatzes verglichen. Werden die Meßdaten dabei als Punkte in einem metrischen Raum aufgefaßt, können z.B. die Abstände der Punkte der neuen Datenreihe zu den Punkten der im Primärdatensatz enthaltenen Datenreihen untersucht werden.

Bestehen die Datenreihen jedoch aus einer sehr großen Anzahl von Punkten, ist ein solcher Vergleich sehr aufwendig. Deshalb wird versucht, die durch Variation einer Einflußgröße verursachten Änderungen in charakteristischen Merkmalen zu erfassen. Merkmale entsprechen damit einer speziellen Abbildung der zu untersuchenden Datenreihen. Merkmale sind sowohl aus dem Primärdatensatzes als auch aus nachträglich gemessenen Daten ableitbar. Mit Hilfe geeigneter Algorithmen werden neu bestimmte Merkmale mit denen des Primärdatensatzes verglichen und einem bestimmten Parameter der Einflußgröße zugeordnet.

Die Gewinnung von Merkmalen durch geeignete Abbildung aus dem Meßdatenraum in einen Merkmalsraum stellt das eigentliche Problem bei der Mustererkennung dar.

Zur Abbildung von Meßdaten eignen sich Transformationsvorschriften. Dazu zählen die Fourier-Transformation, aber auch die Karhunen-Loeve-Transformation. Diese und andere Transformationen bringen eine Funktionenreihe in Form von Gleichung (4.3.1) hervor, deren Koeffizienten als Merkmale aufgefaßt werden können. Dabei ist der Kontrast der Merkmale in Abhängigkeit vom Grad der Problemanpassung der Basisfunktionen sehr verschieden.

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit der Anwendung der in Kapitel 5 beschriebenen diskreten Karhunen-Loeve-Transformation zur Merkmalsextraktion und Mustererkennung. Anhand eines einfachen und bekannten physikalischen Zusammenhangs soll in Kapitel 6.1 gezeigt werden, wie die Abbildung der Information in den Basisvektoren der Karhunen-Loeve-Transformation erfolgt. Danach werden mit Hilfe dieser Basisvektoren an Rissen aufgenommene Wirbelstromdaten untersucht. Ziel ist dabei der Rückschluß auf Breite und Tiefe aus den Meßdaten. Kapitel 6.2 gibt eine Beschreibung des Meßaufbaus, mit dem die untersuchten Daten ermittelt wurden.

Anschließend wird in Kapitel 6.3 die prinzipielle Vorgehensweise bei der Analyse von Wirbelstromdaten mit dem aus der Karhunen-Loeve-Transformation hervorgehenden problemangepaßten Funktionensystem diskutiert. Interessierender Parameter ist zunächst die Breite von Rissen. Da vor allem die Bestimmung der Tiefe von Schädigungen im Material nicht unproblematisch ist, wird das Verfahren in Kapitel 6.4 für diese Anwendung erprobt. Dabei ist nur eine Meßfrequenz erforderlich. In der Regel interessiert nicht nur ein geometrischer Parameter einer Schädigung. Deshalb werden Wege zur Bestimmung mehrerer Einflußgrößen in einem Schritt aufgezeigt. Zur Datenanalyse kann auch hier die Karhunen-Loeve-Transformation, aber auch eine modifizierte Form dieser Transformation verwendet werden. Die untersuchten Wirbelstromdaten entstammen Messungen an Rissen verschiedener Breite und Tiefe.

6.1 Basisvektoren der Karhunen-Loeve-Transformation als informationstragende Merkmalsvektoren

Die Basisvektoren der Karhunen-Loeve-Transformation und ihrer in Kapitel 5 beschriebenen Modifikation erfassen und beschreiben die Wirkung der zugehörigen Einflußgröße auf die Meßgröße des Primärdatensatzes. Die Komplexität der Wirbelstromphänomene spiegelt sich damit auch in den durch diese Transformation ermittelten Basisvektoren wider. Da eine Gegenüberstellung von Basisvektoren eines Wirbelstrommeßdatensatzes und den zugehörigen analytischen Zusammenhängen den Rahmen dieser Arbeit überschreiten würde, soll anhand eines einfachen physikalischen Beispiels gezeigt werden, wie die Modellierung nach dem im Kapitel 5.2 beschriebenen Ansatz die Zusammenhänge zwischen Einfluß- und Meßgrößen erfaßt und darstellt. Ein aus einem bekannten physikalischen Zusammenhang ermittelter Datensatz wird in drei von drei verschiedenen Einflußgrößen abhängige Basisvektoren zerlegt. Die Rechnungen wurden in MATLAB (Version 4.2) durchgeführt.

Für den elektrischen Widerstand R_L eines Leiters gilt näherungsweise

$$R_L = \frac{l_L}{\gamma \cdot \left(\frac{\pi}{4} \cdot d_L^2 \right)} \cdot \left(1 + \alpha_{20} \cdot (\vartheta - 20^\circ \text{C}) + \beta_{20} \cdot (\vartheta - 20^\circ \text{C})^2 \right) . \quad (6.1.1)$$

Mit Hilfe von Gleichung (6.1.1) werden verschiedene Widerstandswerte R_L rechnerisch ermittelt und in einem Datensatz $\mathbf{R}_L$ zusammengefaßt. Dabei werden die Leiterlänge l_L , der Leiterdurchmesser d_L und die Temperatur ϑ des Leiters variiert. Der Datensatz $\mathbf{R}_L$ ist somit von den drei Einflußgrößen l_L , d_L und ϑ abhängig. Für die Konstanten werden die zum Material Kupfer gehörenden Werte für die elektrische Leitfähigkeit γ_{Cu} sowie für die Temperaturkoeffizienten bei 20°C , α_{20} und β_{20} , nach [81] verwendet. In Tabelle 6.1.1 sind alle Vorgabewerte, aus denen der Datensatz $\mathbf{R}_L$ ermittelt wird, zusammengestellt. Der Datensatzes $\mathbf{R}_L$ besitzt damit 750 Werte im Bereich von $28 \text{ m}\Omega$ bis $754 \text{ m}\Omega$.

Länge	Durchmesser	Temperatur	elektrische Leitfähigkeit	Temperaturkoeffizient des	
				linearen Anteils	quadratischen Anteils
l_L in mm	d_L in mm	ϑ in °C	γ_{Cu} in $m/(\Omega mm^2)$	α_{20} in K^{-1}	β_{20} in K^{-2}
80	0,125	100	58	$3,93 \cdot 10^{-3}$	$0,6 \cdot 10^{-7}$
85	0,150	200			
90	0,175	300			
.	0,200	400			
.	0,225	500			
200	0,250				

Tabelle 6.1.1Vorgabewerte zur Berechnung des Datensatzes $\mathbf{R}_L$

Ein Wert $R_{L,ijk}$ des so ermittelten Datensatzes $\mathbf{R}_L$ wird durch eine Reihe

$$R_{L,ijk} = \sum_{v=1}^r a_{vi}(l_L) \cdot b_{vj}(d_L) \cdot c_{vk}(\vartheta) \quad (6.1.2)$$

mit $i = 1 \dots 25$, $j = 1 \dots 6$ und $k = 1 \dots 5$ entsprechend Gleichung (5.2.18) dargestellt. Dabei sind a_{vi} , b_{vj} und c_{vk} die Elemente der drei Basisvektoren $\mathbf{A}_v$, $\mathbf{B}_v$ und $\mathbf{C}_v$. Die Vektoren $\mathbf{A}_v$ sind mit der Leiterlänge l_L verknüpft, die Vektoren $\mathbf{B}_v$ mit dem Leiterdurchmesser d_L und die Vektoren $\mathbf{C}_v$ mit der Temperatur ϑ . Pro Einflußgröße werden $r = 5$ Basisvektoren ermittelt, von denen jedoch nur die Elemente von $\mathbf{A}_1$, $\mathbf{B}_1$, bzw. $\mathbf{C}_1$ signifikante Werte aufweisen. Tabelle 6.1.2 zeigt beispielsweise die Werte der Basisvektoren $\mathbf{C}_v$ und der zugehörigen den Eigenwerten äquivalenten Werten λ_v^* . Die Basisvektoren entsprechen dabei dem Wert

$$\mathbf{C}_v = \sqrt{\lambda_v^*} \cdot \mathbf{C}_v^E \quad (6.1.3)$$

Im Rahmen der Rechengenauigkeit von achtstelligen Gleitkommazahlen ergeben sich für die Elemente von $\mathbf{C}_2$, $\mathbf{C}_3$, $\mathbf{C}_4$ und $\mathbf{C}_5$ Werte von nahezu Null. Die Werte für λ_v^* verhalten sich wie die der Basisvektoren (Tabelle 6.1.2).

Ordnungszahl v	1	2	3	4	5
λ_v^*	39 129 657	0	0	0	0
ϑ in $^{\circ}\text{C}$	$\mathbf{C}_1$	$\mathbf{C}_2$	$\mathbf{C}_3$	$\mathbf{C}_4$	$\mathbf{C}_5$
100	1455	0	0	0	0
200	2037	0	0	0	0
300	2640	0	0	0	0
400	3262	0	0	0	0
500	3905	0	0	0	0

Tabelle 6.1.2

Aus dem Primärdatensatz $\mathbf{R}_L$ ermittelte Basisvektoren $\mathbf{C}_v$

Die Basisvektoren $\mathbf{C}_1$ aber auch $\mathbf{A}_1$ und $\mathbf{B}_1$ enthalten offensichtlich die nahezu gesamte Information über die zugehörigen Einflußgrößen. Bereits bei Abbruch der Reihe nach dem ersten Glied beträgt der Approximationsfehler s_a nach Gleichung (5.2.21) näherungsweise 0 mΩ.

Zur qualitativen Untersuchung der Zusammenhänge zwischen den Basisvektoren und den zugehörigen Einflußgrößen, $\mathbf{A}_1 = f(l_L)$, $\mathbf{B}_1 = f(d_L)$ bzw. $\mathbf{C}_1 = f(\vartheta)$, eignet sich die Regressionsanalyse. Aufgrund der funktionalen Zusammenhänge in Gleichung (6.1.1) wird für die Interpolation von $\mathbf{A}_1 = f(l_L)$ bzw. $\mathbf{C}_1 = f(\vartheta)$ der Regressionsansatz

$$y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c \quad (6.1.4)$$

gewählt.

Für $\mathbf{B}_1 = f(d_L)$ lautet der Ansatz

$$y = a' \cdot x^{-2} + b' \cdot x^{-1} + c' \quad (6.1.5)$$

Bild 6.1.1 zeigt einen linearen Zusammenhang zwischen $\mathbf{A}_1$ und der Leiterlänge l_L als zugehöriger Einflußgröße. Auch in Gleichung (6.1.1) ist der Widerstand R_L linear von der Leiterlänge l_L abhängig. Wird die Abhängigkeit $\mathbf{A}_1$ von l_L durch ein Polynom 2. Grades gemäß Gleichung (6.1.4) beschrieben, ergeben sich mit einem Fehler von 10^{-6} die Koeffizienten $a = 0$, $b = 8,65$ und $c = 0$. Die Regressionsanalyse liefert somit einen linearen Zusammenhang.

Die Abhängigkeit des Basisvektors $\mathbf{B}_1$ von der zugehörigen Einflußgröße, dem Leiterdurchmesser d_L , zeigt dagegen ein anderes Verhalten (Bild 6.1.2). Die Werte der Elemente von $\mathbf{B}_1$ verringern sich asymptotisch mit steigendem Wert von d_L , ähnlich wie bei einem funktionalen Zusammenhang $\mathbf{B}_1 = 1 / d_L^2$. Die Regressionsanalyse nach Gleichung (6.1.5) ergibt ebenfalls einen solchen Zusammenhang.

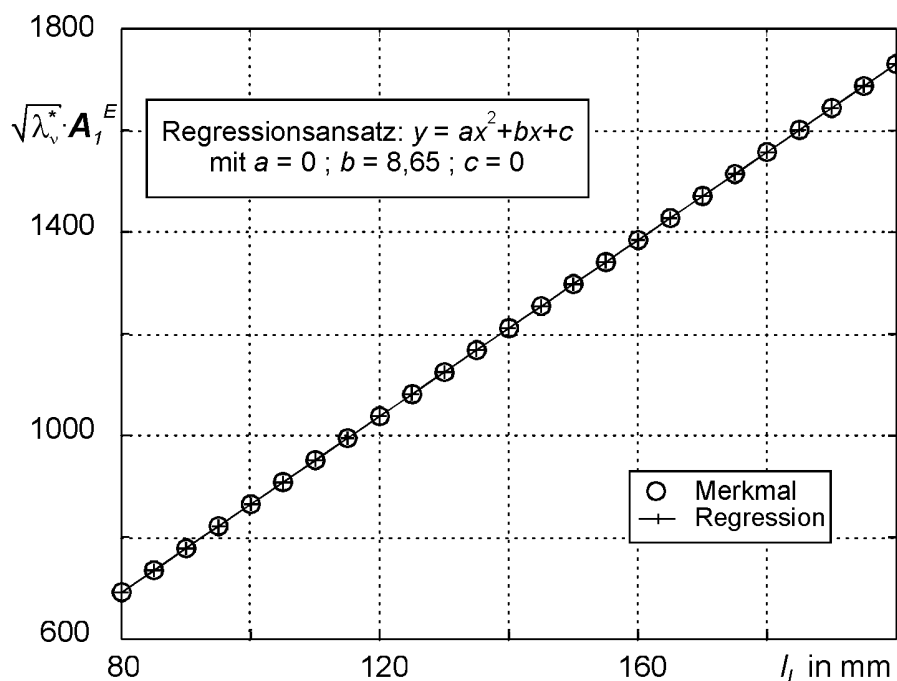
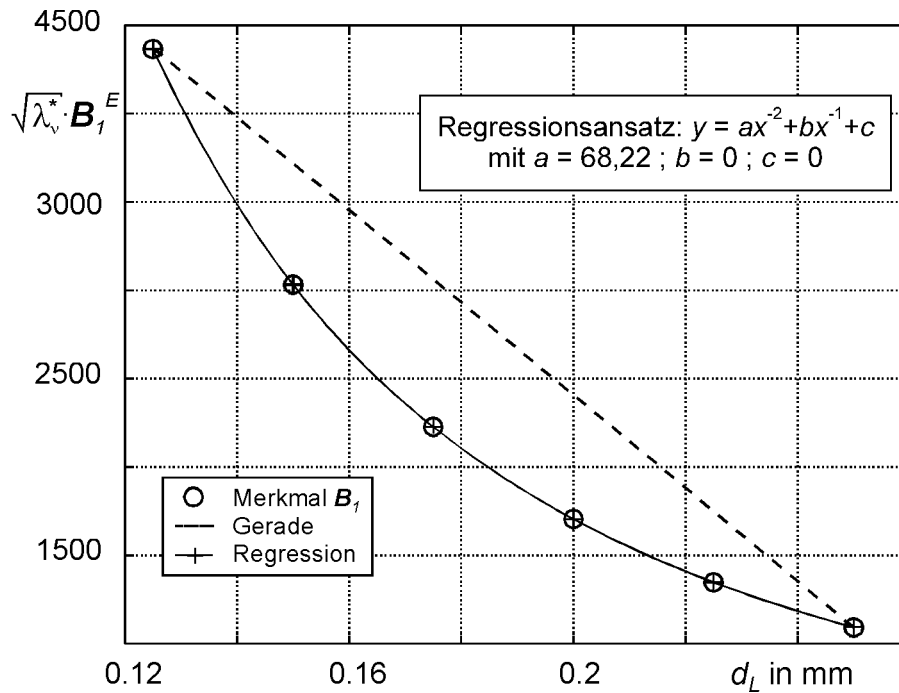
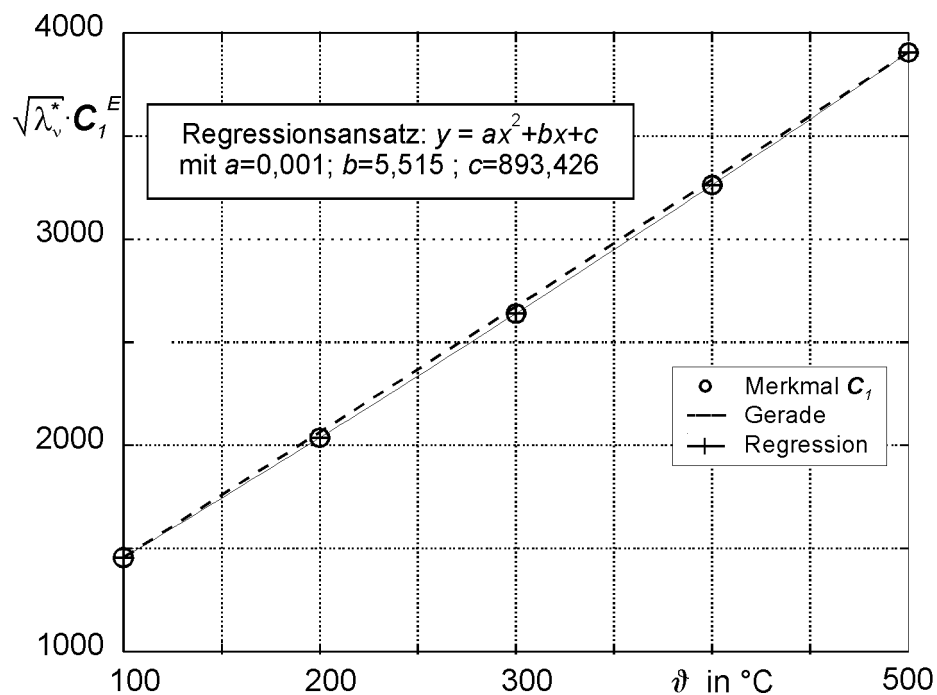


Bild 6.1.1

Aus dem Primärdatensatz $\mathbf{R}_L$ ermittelter Basisvektor $\mathbf{A}_1$ als Funktion der Leiterlänge l_L

**Bild 6.1.2**

Aus dem Primärdatensatz R_L ermittelter Basisvektor B_1 als Funktion des Leiterdurchmessers d_L

**Bild 6.1.3**

Aus dem Primärdatensatz R_L ermittelter Basisvektor C_1 als Funktion der Temperatur ϑ

Die Koeffizienten aus Gleichung (6.1.5) betragen hier $a' = 68,2$, $b' = 0$ und $c' = 0$. Damit beschreibt der Basisvektor $\mathbf{B}_1$ den Einfluß des Leiterdurchmesser d_L auf den elektrischen Widerstand R_L qualitativ durch einen funktionalen Zusammenhang derselben Struktur wie in Gleichung (6.1.1).

Auch zwischen dem Basisvektor $\mathbf{C}_1$ und der Temperatur ϑ besteht laut Gleichung (6.1.1) kein linearer Zusammenhang. Um dies deutlich sichtbar zu machen, ist in Bild 6.1.3 zusätzlich eine Gerade durch die Endpunkte der Punkteschar $\mathbf{C}_1(\vartheta)$ eingezeichnet. Das Polynom nach Gleichung (6.1.4) beschreibt den Zusammenhang zwischen den Elementen des Basisvektors und der Einflußgröße mit den Koeffizienten $a = 0,001$, $b = 5,515$ und $c = 893,426$. Damit besteht sowohl zwischen $\mathbf{C}_1$ und ϑ als auch zwischen R_L und ϑ eine quadratische Abhängigkeit. Der Einfluß des Koeffizienten a ist nur gering. Auch der Anteil des quadratischen Gliedes der die Temperaturabhängigkeit von R_L beschreibenden Taylorreihe in Gleichung (6.1.1) ist gering, da der Temperaturkoeffizient des quadratischen Anteils β_{20} mit $6 \cdot 10^{-7}$ sehr klein ist. Der Temperaturkoeffizient des quadratischen Anteils für α_{20} ist mit $3,93 \cdot 10^{-3}$ größer. Dementsprechend ist auch der Koeffizient b des Regressionspolynoms größer als a .

Das Beispiel des elektrischen Widerstandes eines Leiters eignet sich ebenfalls dazu, die Wirkung von zufällig verteilten Störgrößen auf die Transformation zu diskutieren. Die nach Gleichung (6.1.1) berechneten Daten werden dafür mit einer normalverteilten Störgröße R_S überlagert:

$$R_L^* = R_L + R_S \quad . \quad (6.1.6)$$

Die maximale Amplitude von R_S beträgt $189 \text{ m}\Omega$. Dieser Wert entspricht 5 % des mittleren Wertes des gesamten Datensatzes $\mathbf{R}_L$. Damit ergibt sich für den Datensatzes $\mathbf{R}_L^*$ ein mittlerer „Meßfehler“ s_m von $14,3 \text{ m}\Omega$ in Bezug auf den ungestörten Datensatz $\mathbf{R}_L$.

Der so ermittelte Datensatz $\mathbf{R}_L^*$ wird ebenfalls in eine Linearkombination entsprechend Gleichung (6.1.2) zerlegt. Die Werte der Vektoren $\mathbf{C}_v^*$ sind in Tabelle 6.1.3 zusammengestellt. Die Elemente des Basisvektors $\mathbf{C}_1^*$ sind nach wie vor am größten.

Im Vergleich zu den in Tabelle 6.1.2 dargestellten Werten C_v fällt jedoch auf, daß hier alle Elemente der nachfolgenden Basisvektoren mit Werten deutlich verschieden von Null besetzt sind. Dies ist offensichtlich auf die Störgröße R_S zurückzuführen.

Ordnungszahl v	1	2	3	4	5
λ_v^*	97 959 604	17 700 586	6 716 467	797 101	231 821
ϑ in °C	C_1^*	C_2^*	C_3^*	C_4^*	C_5^*
100	2329	86,47	328	46,87	67,18
200	3172	-4095	54,14	889,1	9,991
300	4208	-5,446	544,2	40,94	246,8
400	5148	519	-2392	52,74	219
500	6186	807,5	765,8	0,507	344

Tabelle 6.1.3

Aus dem Primärdatensatz R_L ermittelte Basisvektoren C_v^*

Mit Hilfe der Basisvektoren A_v^* , B_v^* und C_v^* ist die Approximation des nach Gleichung (6.1.6) modifizierten Primärdatensatz R_L^* möglich. Der mittlere Approximationsfehler s_a^* wird mit

$$s_a^* = \sqrt{\frac{1}{n \cdot m \cdot l} \cdot \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^l \left(R_{L,ijk}^* - \sum_{v=1}^p a_{vi}^* \cdot b_{vj}^* \cdot c_{vk}^* \right)^2}, \quad (6.2.7)$$

ermittelt. Der Fehler s_a^* verringert sich mit zunehmender Anzahl p der Glieder der Reihenentwicklung, wie Bild 6.1.4 zeigt.

Die Untersuchung des mittleren Approximationsfehlers s_a^* ergibt für eine nach dem ersten Glied p abgebrochene Reihenentwicklung den Wert 13 mΩ. Als mittlerer „Meßfehler“ s_m wurde jedoch 14,3 mΩ vorgegeben. Damit liegt der mittlere Approximationsfehler s_a^* im Bereich des Vorgabewertes für den mittleren „Meßfehler“ s_m der „Meßdaten“ $\mathbf{R}_L^*$.

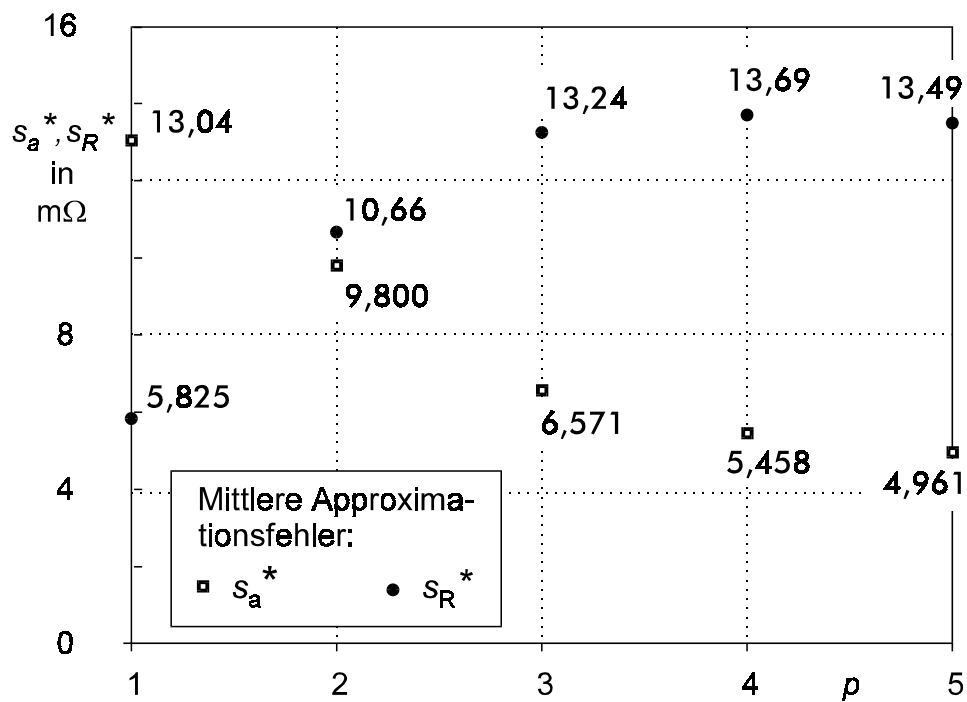
Entsprechend den Ausführungen in Kapitel 5.2.3 kann somit die Reihenentwicklung für $\mathbf{R}_L^*$ bereits nach dem ersten Glied p der Reihe abgebrochen werden. Die Glieder höherer Ordnung beschreiben lediglich den, wenn auch geringen, Einfluß der Störgröße R_S .

Die durch Reihenentwicklung der Produkte aus den Basisvektoren $\mathbf{A}_v^*$, $\mathbf{B}_v^*$ und $\mathbf{C}_v^*$ vorgenommene Approximation wird auch mit dem nach Gleichung (6.1.1) bestimmten Primärdatensatz $\mathbf{R}_L$ verglichen, die den „wahren Werten“ der Messung entsprechen. Der mittlere Approximationsfehler s_R^* ,

$$s_R^* = \sqrt{\frac{1}{n \cdot m \cdot l} \cdot \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^l \left(R_{L,ijk} - \sum_{v=1}^p a_{vi}^* \cdot b_{vj}^* \cdot c_{vk}^* \right)^2}, \quad (6.2.8)$$

bezüglich des Datensatzes $\mathbf{R}_L$ hat mit 5,8 mΩ ein Minimum, wenn die Reihenentwicklung nach dem ersten Glied ($p = 1$) abgebrochen wird. Mit der aus dem modifizierten Datensatz $\mathbf{R}_L^*$ gewonnenen Basisvektoren ist demnach auch eine recht gute Approximation der „wahren Meßwerte“ $\mathbf{R}_L$ möglich. Zufällig verteilte (Meß-)Fehler können somit durch die beschriebene Zerlegung in der Wirkung unterdrückt werden.

Mit zunehmender Anzahl p der Glieder der approximierenden Reihe erhöht sich der Fehler s_R^* . Das heißt, die Approximation entfernt sich mit steigendem p von den „wahren Werten“. Die Ursache ist auch hierfür im mit der Ordnung p steigenden Einfluß der Störgröße R_S zu finden. In Bild 6.1.4 sind die Approximationsfehler s_a^* und s_R^* für nach unterschiedlicher Anzahl p der Glieder abgebrochenen Reihenentwicklung gegenübergestellt.

**Bild 6.1.4**

Approximationsfehler s_a^* nach Gleichung (6.2.7) im Vergleich mit dem Approximationsfehler s_R^* nach Gleichung (6.2.8) in Abhängigkeit der Anzahl p der Glieder der Reihenentwicklung

6.2 Meßaufbau

Die Messungen für die folgenden Untersuchungen an Rissen wurden mit einem PC-gesteuerten Meßaufbau durchgeführt. Über einen PC werden die Antriebe zweier im rechten Winkel zueinander verfahrbarer Tische gesteuert. An einem der Verfahrtsche ist das Prüfobjekt befestigt, am anderen befindet sich die Halterung mit dem Meßwertaufnehmer. Die Apertur der zur Messung verwendeten Wirbelstromspule wurde bereits in Kapitel 3.1, Bild 3.1.4 gezeigt.

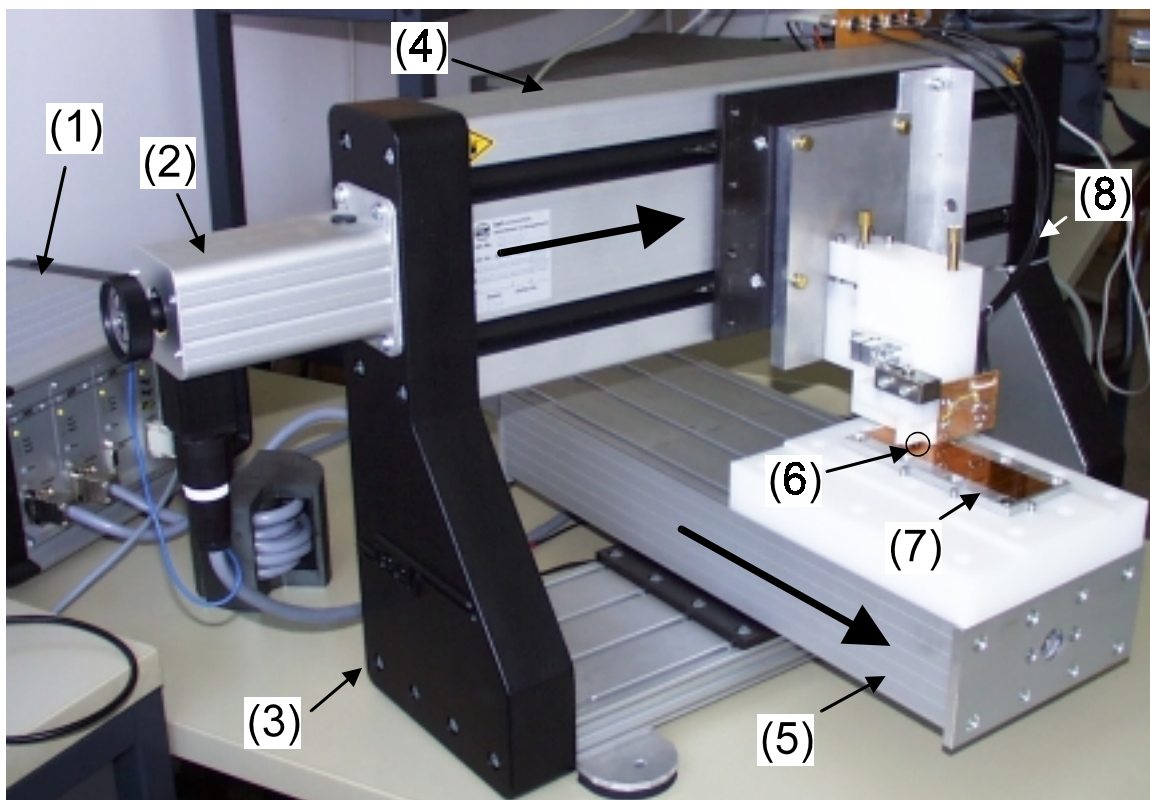


Bild 6.2.1

Aufbau des Meßplatzes - (1) Antriebseinheit; (2) Antrieb des y-Tisches, (3) Portalanlage mit zwei Verfahrtschen, (4) In y-Richtung verfahrbarer Tisch, (5) In x-Richtung verfahrbarer Tisch (die Fahrrichtungen durch die Pfeile angegeben), (6) Wirbelstromspule, (7) Prüfkörper, (8) Verbindung zum Meßgerät

Die Bewegung der Tische wird so gesteuert, daß die Spule schrittweise über das Prüfobjekt bewegt wird. Der Abstand zwischen Wirbelstromspule und Oberfläche des zu untersuchenden Körpers beträgt 50 μm . Nach Ablauf eines Schrittes werden die Spulenimpedanz als Meßwert und die zugehörigen Koordinaten des Meßwertaufnehmers erfaßt. Einen Ausschnitt des Meßplatzes zeigt Bild 6.2.1.

Die Wirbelstromspule befindet sich bei einer maximalen Spannung von 2 V_{ss} im Eingangskreis eines Impedanzanalysators HP4192A und ist von sinusförmigem Wechselstrom durchflossen. Gleichzeitig übernimmt der Impedanzanalysator die Messung der Spulenimpedanz, d.h. deren Real- und Imaginärteil. Dabei wird eine Reihenschaltung aus Imaginärteil (Induktivität) und Realteil (ohmscher Widerstand) der Impedanz angenommen.

Die Einstellung der Meßparameter für den Impedanzanalysator, wie Meßfrequenz, Schwingkreisversorgung u.a., und die Meßwerterfassung erfolgt ebenfalls über den PC. Das Programm zur Koordination der Meßwerterfassung und Steuerung der Geräte wurde mit dem Softwarepaket LABVIEW (Version 4.1) erstellt. Das Programm ermöglicht neben der automatischen Aufnahme die Vorverarbeitung der Meßreihen. Bild 6.2.2 enthält den Signalflußplan des Steuerprogramms. Eine Beschreibung der verwendeten Geräte ist in Tabelle 6.2.1 zusammengestellt.

Die zu untersuchenden Risse werden durch Nuten in Platten aus Gußaluminium (G-Al99,7) gebildet. Das Material G-Al99,7 besitzt eine elektrische Leitfähigkeit von $\gamma = 35,6 \text{ m}/\Omega\text{mm}^2$ und eine relative Permeabilität von $\mu_r \approx 1$ [54]. Für die Aufnahme von Meßreihen an Rissen verschiedener Breite d_s werden zwei scharfkantige Platten so angeordnet, daß Spalten entstehen. Dadurch kann die Breite d_s beliebig eingestellt werden. Die Anordnung ist in Bild 6.3.1 in Kapitel 6.3 dargestellt. Die Platten sind im Vergleich zu der zu erwartenden Ausdehnung des Spulenfeldes sehr hoch.

Rißmodelle mit verschiedenen Tiefen t_s wurden durch elektroerosives Senken hergestellt. Den untersuchten Aluminiumkörper zeigt Bild 6.4.1. Die Breite aller „Risse“ beträgt $d_s = 1 \text{ mm}$.

In Kapitel 6.3.5 erfolgt die Bestimmung von Breite und Tiefe in einem Schritt. Dazu wurden Daten an Platten aufgenommen, die mit verschiedenen tiefen, in der Draufsicht keilförmigen Nuten versehen wurden. Diese wurden ebenfalls durch elektroerosives Senken hergestellt. Bild 6.5.1 zeigt den entsprechenden Prüfkörper. Die Wirbelstromspule wurde in Längsrichtung über diese Risse bewegt. Verschiedene Breiten d_s ergaben sich durch Verschieben der Spule in in Querrichtung versetzten Bahnen über den Prüfkörper.

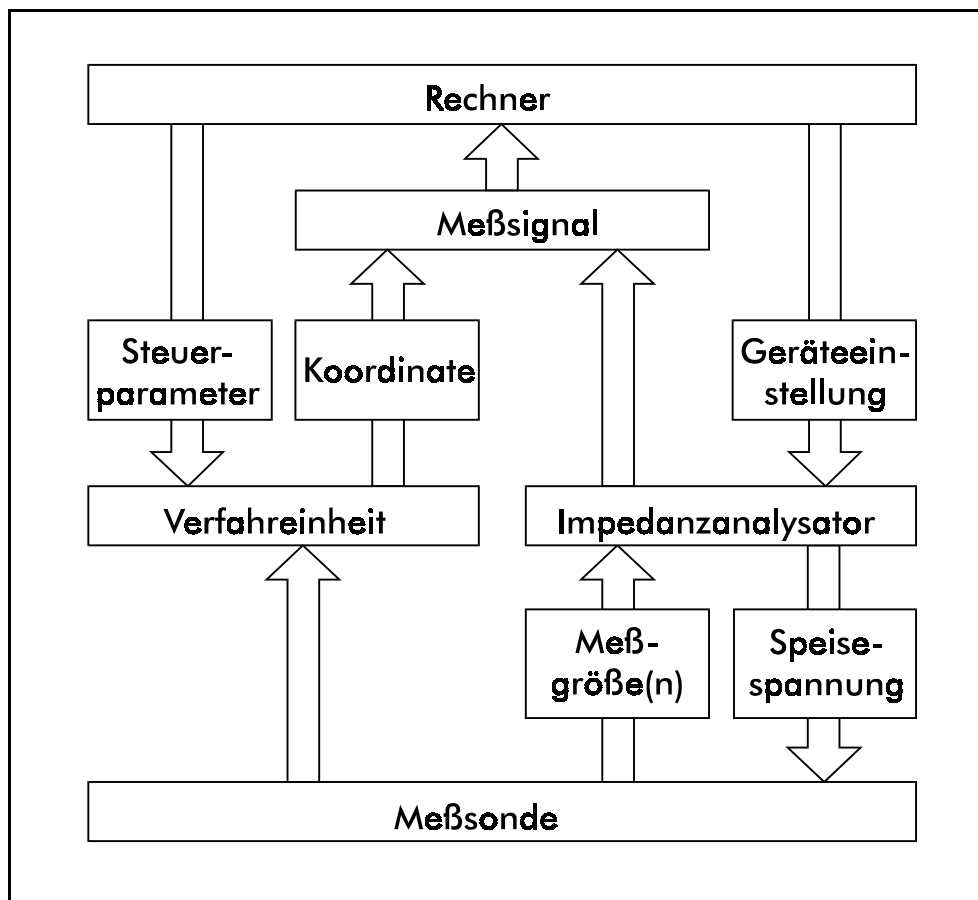


Bild 6.2.2

Signalflußplan des Steuerprogramms für den Meßaufbau

Alle Messungen wurden mehrmals ausgeführt (mindestens drei Meßwerte pro Meßpunkt), um anschließend eine Mittelung der Meßwerte vornehmen zu können. Dadurch sind zufällige Meßfehler in ihrer Wirkung weitgehend gedämpft. Bei normalverteilten Meßfehlern sinkt die Unsicherheit des Meßwertes gegenüber dem „wahren Wert“ mit $1 / \sqrt{n}$, wobei n die Anzahl der Meßvorgänge ist.

Gerät	Anz.	Hersteller	Bezeichnung / Beschreibung
PC	1	GIGABYTE	AMD - K6 PR 166 32 MB RAM (1,2 Gbyte ROM)
2-Achsenmeßtisch mit 2 Doppelspur- Vorschubeinheiten mit je	1	ISEL	xy - Portalanlage 1 Verfahrweg 250 x 290 mm
1 Schrittmotor			Haltemoment 110Ncm
1 Kugelgewindegetriebe mit je: 1 Kugelgewindespindel 1 Kugelgewindemutter			Positionsreproduzierbarkeit: $\leq 0,005 \text{ mm}$ Spindeldurchmesser: 16 mm Spindelsteigung: 5 mm
Schrittmotorsteuerung • Interfacekarte • Schrittmotorleistungskarte • Netzteil	1 1 3 1	ISEL	C10C UI4.C UMS2 VME80
Impedanzanalysator	1	HP	HP4192A Frequenzbereich: 5 kHz bis 13 MHz $\pm 50 \text{ ppm}$ ($23^\circ \text{ C} \pm 5^\circ \text{ C}$) Instrumentenfehler bei der Induktivitätsmessung (*): 0.3 W % +3 digit (W ... Ablesewert)
Meßwertaufnehmer	1	Eigenbau	Topfkernspule (Induktivität: 62 μH , Impedanz: 40 Ω) • Wicklung: 52 Windungen / Cu-Lackdraht $\varnothing 0,15 \text{ mm}$ • Kern: P 5,6 x 3,7 / N22

Tabelle 6.2.1

Im Meßaufbau verwendete Geräte (^(*) gilt für den Frequenzbereich 400 Hz bis 1 MHz und die Spulenimpedanz 0,01 Ω bis 129,99 Ω)

6.3 Bestimmen von Rißbreiten

In diesem Kapitel wird die prinzipielle Vorgehensweise bei der Analyse von Wirbelstromdaten mit Hilfe der Karhunen-Loeve-Transformation diskutiert. Zur Demonstration werden Wirbelstromdaten untersucht, die an unterschiedlich breiten Rissen aufgenommen wurden. Ziel dieses Kapitels ist es, aus den gemessenen Wirbelstromdaten die Rißbreite zu bestimmen. Dabei wird die Induktivität L_s einer Wirbelstromspule in Abhängigkeit vom Ort der Spule relativ zum Prüfobjekt untersucht. Ebenso könnte die Analyse für den ohmschen Anteil R_s der Spule oder für die sich ergebende Trajektorie in der Impedanzebene durchgeführt werden.

Bei aller Verschiedenheit der Ansätze und Methoden der Mustererkennung liegen allen Systemen zur Klassifikation und Analyse von Mustern einige wenige gemeinsame Prinzipien zugrunde. Dazu gehört an erster Stelle die Sammlung von Informationen über den zu untersuchenden Problemkreis, d.h. die Aufnahme eines repräsentativen Primärdatensatzes. Diese Forderung beruht auf der offensichtlichen Tatsache, daß man nicht ein konkretes Funktionensystem entwickeln kann, ohne gründliche Kenntnisse über die von dem System zu verarbeitenden Objekte zu haben. Es ist wichtig, daß der Primärdatensatz nur Muster aus dem interessierenden Problemkreis enthält, da andernfalls das System für Fälle ausgelegt wird, die im konkreten Einsatz nie auftreten [10]. Weiterhin ist es wichtig, daß der Primärdatensatz repräsentativ ist, d.h. daß alle interessierenden Einflußgrößen berücksichtigt werden.

Aus den Mustern des Primärdatensatzes sind Merkmale ableitbar. Jedes Muster besitzt dabei Merkmale, die für seine Zugehörigkeit zu einer Einflußgröße charakteristisch sind. Eine solche Einflußgröße ist der in diesem Kapitel zu untersuchende Parameter „Rißbreite“ d_s .

6.3.1 Merkmalsextraktion aus einem Primärdatensatz

Der Primärdatensatz wurde an sieben verschiedenen breiten (Modell-)Rissen aufgenommen. Dazu werden zwei scharfkantige Platten so angeordnet, daß Spalten entstehen, deren Breite d_s variiert werden kann. Alle Risse haben somit die gleiche Länge und Tiefe. Die Meßanordnung mit dem Prüfkörper zeigt Bild 6.3.1. Die Wirbelstromspule wird schrittweise über das mit den Rissen versehene Material bewegt. Mit dem Impedanzanalysator wird bei einer Meßfrequenz von 100 kHz die Spulenimpedanz gemessen.

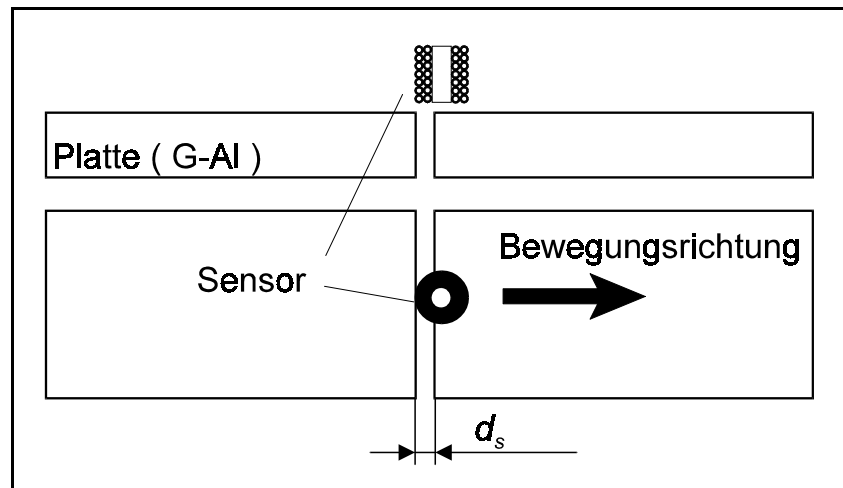


Bild 6.3.1

Anordnung zur Messung von Wirbelstromdaten an verschieden breiten Rissen

In Bild 6.3.2 ist die auf den Wert in Luft L_{s0} normierte Induktivität L_s der Spule als Funktion des zurückgelegten Weges x über die sieben verschieden breiten Rissen zusammengestellt. Es ist erkennbar, daß sich der vom Ort der Spule abhängige Wert L_s mit zunehmender Breite der Risse in charakteristischer Weise ändert. Der Verlauf der Meßreihen unterliegt einer gewissen Ähnlichkeit. Je breiter der Riß um so höher ist der maximale Wert von L_s .

Bild 6.3.3 zeigt den entsprechend normierten ohmschen Anteil R_s der Spulenimpedanz. Befindet sich die Spule über dem Material, hat R_s einen deutlich höheren Wert, als in Luft. Mit zunehmender Rißbreite ändern sich auch hier die Meßwerte für R_s . Je breiter der Riß um so mehr nähert sich der gemessene Wert R_s dem Wert R_{s0} in Luft an.

Bei der in Kapitel 5 eingeführten Vorgehensweise zur Datenanalyse wird von einer Ähnlichkeit der Datenreihen untereinander ausgegangen (vgl. Kapitel 5.2.1.). Eine solche Ähnlichkeit zeigen sowohl die Verläufe der Induktivität L_s als auch der ohmsche Anteil R_s in Abhängigkeit vom Ort x . Daher kann prinzipiell einer der Datensätze L_s oder R_s für die Analyse herangezogen werden. Aufgrund ihres Charakters liefert die Analyse in beiden Fällen vergleichbare Ergebnisse. Zur Erläuterung der Vorgehensweise bei der Bestimmung von Schädigungsparametern wird daher nur einer der genannten Datensätze als Primärdatensatz verwendet.

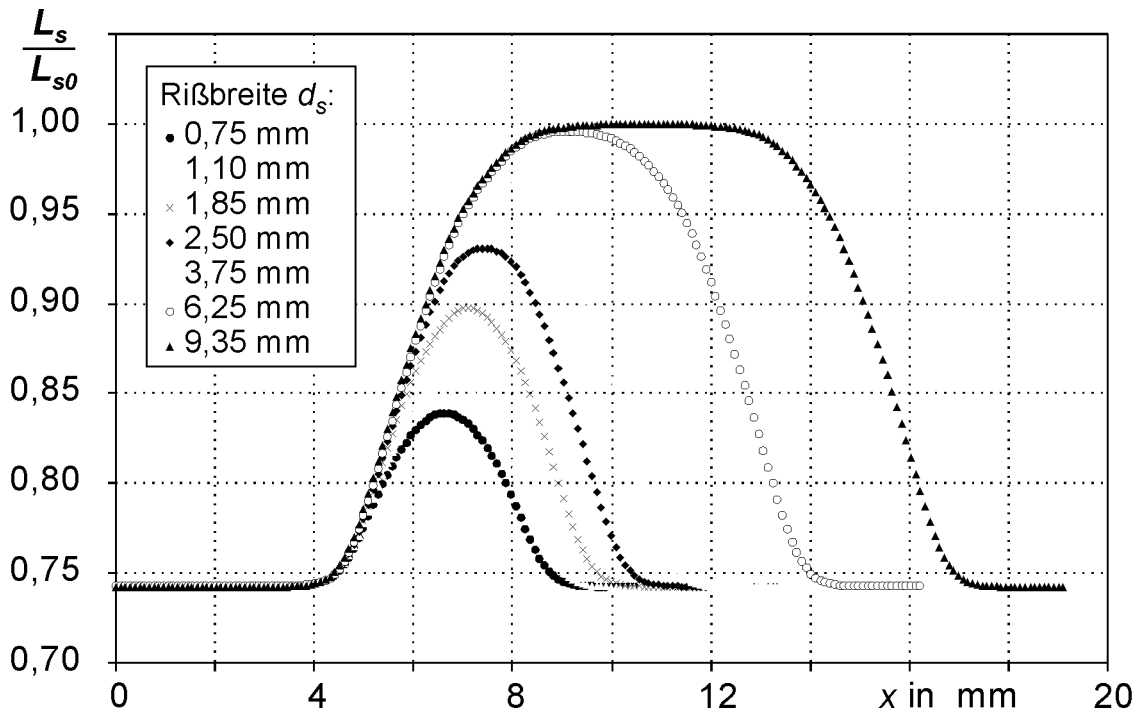
Bild 6.3.2 zeigt den induktiven Anteil L_s der Spulenimpedanz. Diese bilden den Primärdatensatz Y . Dieser ist somit von zwei Einflußgrößen abhängig, von der Rißbreite d_s und von der Ortskoordinate x . Der Datensatz ist, wie in Bild 5.2.1, Kapitel 5.2, gezeigt, in Form einer Matrix darstellbar. Dabei entspricht die im Bild 5.2.1 eingetragene Einflußgröße x dem vom Sensor zurückgelegten Weg x und die Einflußgröße z der Rißbreite d_s . Der Datensatz Y wird aus den gemessenen Induktivitätswerten L_s gebildet.

Die Reihenentwicklung entsprechend Kapitel 5.2 führt auf die Linearkombination dyadischer Produkte

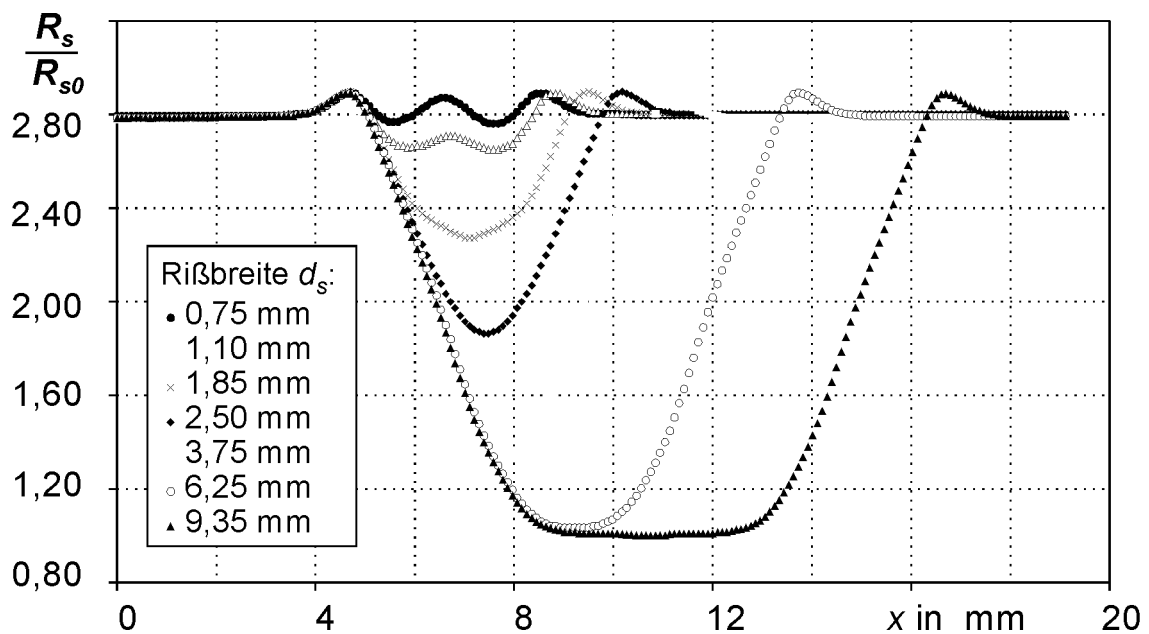
$$Y \approx \sum_{v=1}^r A_v(d_s) C_v^T(x) \quad (6.3.1)$$

für die Beschreibung aller Punkte des Primärdatensatzes Y . Die Vektoren A_v und C_v seien hier Spaltenvektoren.

Die Vektoren $A_v(d_s)$ enthalten die Information über die Rißbreite und entsprechen somit den Merkmalsvektoren für die Breite der Risse. Die Vektoren $C_v(x)$ bilden das als Wertefolgen vorliegende orthogonale Funktionensystem.

**Bild 6.3.2**

Graphische Darstellung der an verschieden breiten Rissen empirisch ermittelten Primärdaten Y

**Bild 6.3.3**

Graphische Darstellung der an verschieden breiten Rissen empirisch ermittelten Primärdaten Y

Die Basisvektoren $\mathbf{A}_v$ und $\mathbf{C}_v$ bzw. deren Parameter a_{vi} bzw. c_{vj} werden entsprechend Kapitel 5 so bestimmt, daß die Varianz des Approximationsfehlers minimal wird. Werden die Vektoren $\mathbf{A}_v$ und $\mathbf{C}_v$ unter Verwendung der euklidischen Norm normiert, ergibt sich

$$\mathbf{Y} \approx \sum_{v=1}^r \sqrt{\lambda_v} \cdot \mathbf{A}_v^E(d_s) \mathbf{C}_v^{E^T}(x) \quad \text{mit} \quad \lambda_v = \sum_{i=1}^n a_{vi}^2 \cdot \sum_{j=1}^m c_{vj}^2. \quad (6.3.2)$$

Die Anzahl der von Null verschiedenen Eigenwerte λ_v bzw. der Eigenvektoren $\mathbf{A}_v$ und $\mathbf{C}_v$ und damit die Zahl der wirksamen dyadischen Produkte in Gleichung (6.3.1) bzw. (6.3.2) beträgt $r = \min(m, n) = 7$.

Die für den Primärdatensatz $\mathbf{Y}$ wie in Gleichung (6.3.2) dargestellt ermittelten Eigenwerte λ_v zeigt Bild 6.3.4. Die Werte für λ_v verringern sich mit steigender Ordnungszahl v . Dabei weist der Eigenwert λ_1 den mit Abstand größten Wert auf, gefolgt von λ_2 usw..

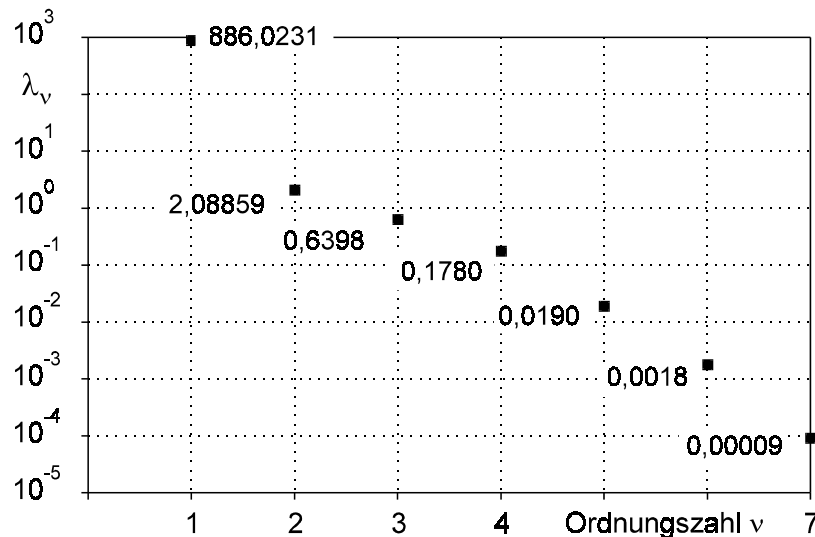
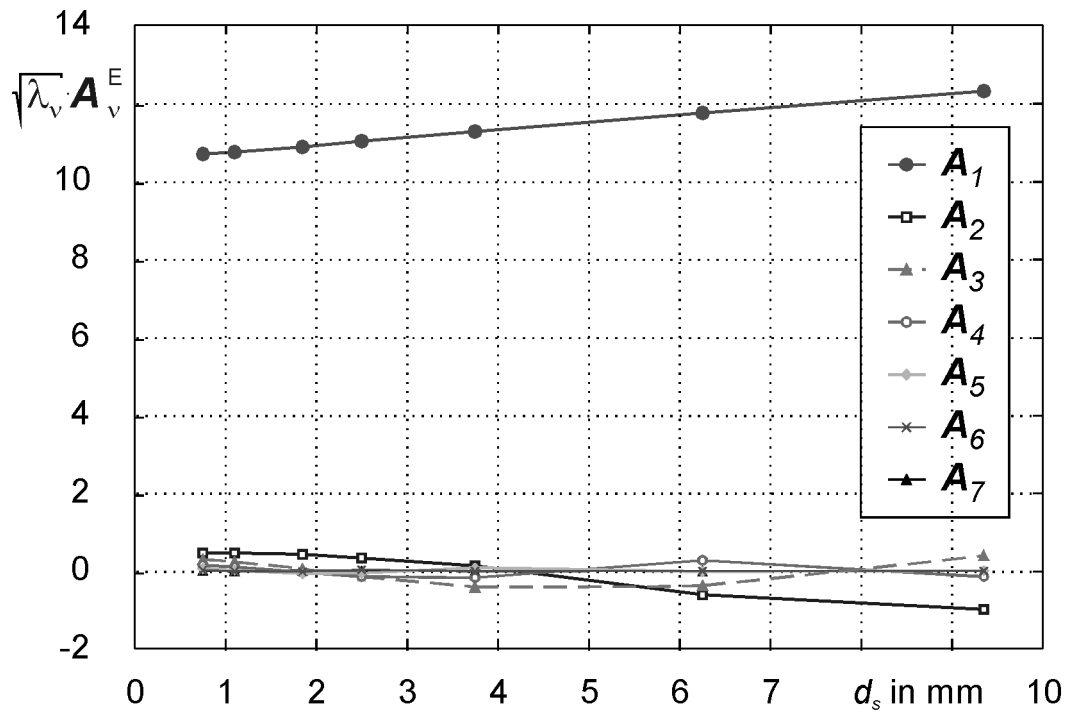
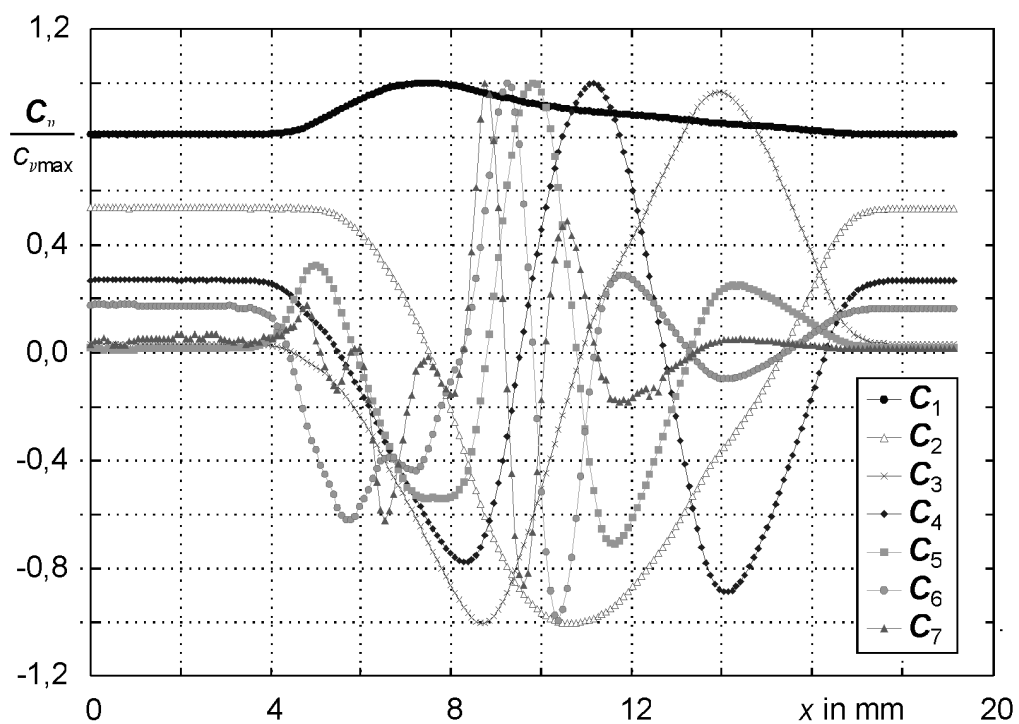


Bild 6.3.4

Für den an verschiedenen breiten Rissen aufgenommenen Primärdatensatz $\mathbf{Y}$ ermittelte Eigenwerte λ_v

**Bild 6.3.5**

Aus dem an Rissen verschiedener Breite d_s aufgenommenen Primärdatensatz $\mathbf{Y}$ gewonnene Merkmalsvektoren $\mathbf{A}_v$

**Bild 6.3.6**

Aus dem an Rissen verschiedener Breite d_s aufgenommenen Primärdatensatz $\mathbf{Y}$ in diskreter Form ermittelte Entwicklungsfunktionen $\mathbf{C}_v$

Bild 6.3.5 zeigt die ermittelten Merkmalsvektoren A_1 bis A_7 als Funktion der Rißbreite d_s . Die Vektoren A_v sind entsprechend Gleichung (6.1.2) normiert. Damit enthalten diese ein Vielfaches des zugehörigen Eigenwertes λ_v . Aufgrund der fehlenden Mittelwertfreiheit des zugrundeliegenden Primärdatensatzes Y sind die Werte des Vektors A_1 deutlich größer als die Werte der übrigen Vektoren A_v (vgl. Kapitel 5.2.3). Das optimierte Entwicklungssystem C_1 bis C_7 ist als Funktion der Ortskoordinate x in Bild 6.3.6 dargestellt. Für eine bessere Darstellbarkeit wurden die Entwicklungsfunktionen dabei auf ihr Maximum normiert.

Wie bereits in Kapitel 5 diskutiert worden ist, konzentriert sich der Informationsgehalt der Entwicklungsreihe Gleichung (6.3.1) auf wenige Glieder entsprechend der Größe des Eigenwertes λ_v , so daß die Reihe nach einer bestimmten Anzahl p von Gliedern abgebrochen werden kann.

Zur Veranschaulichung werden in den Bildern 6.3.7 bis 6.3.9 die gemessenen Primärdaten direkt mit den approximierten Daten verglichen. Endet die Reihe Gleichung (6.3.1) bzw. (6.3.2) nach nur einem Glied, d.h. $p = 1$, erfolgt bereits eine grobe Approximation im Bereich der Messung (Bild 6.3.7). Details im Verlauf der Meßdaten werden jedoch unzureichend wiedergegeben.

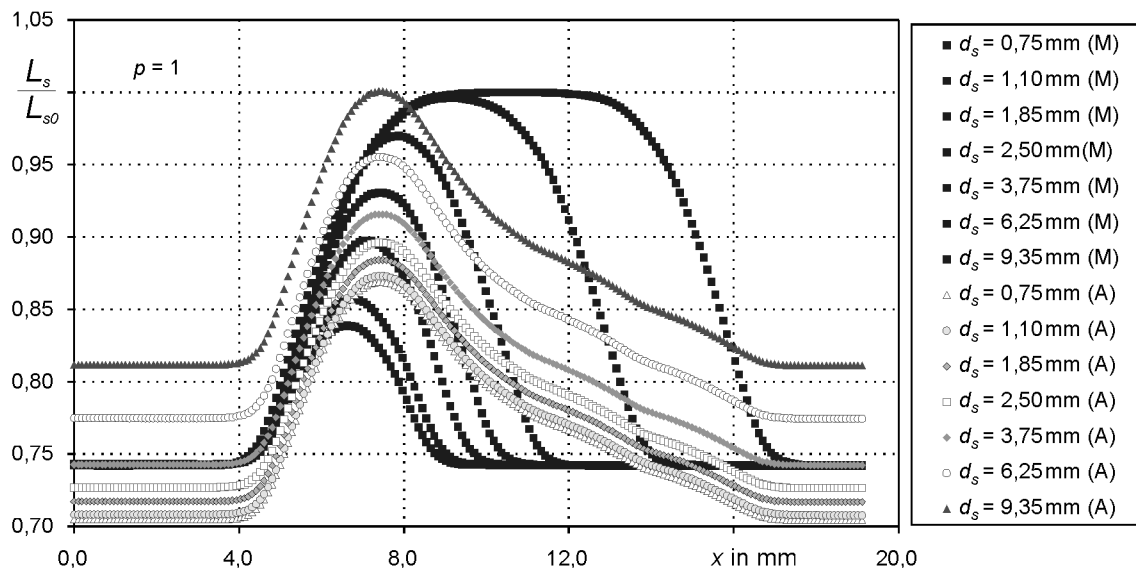
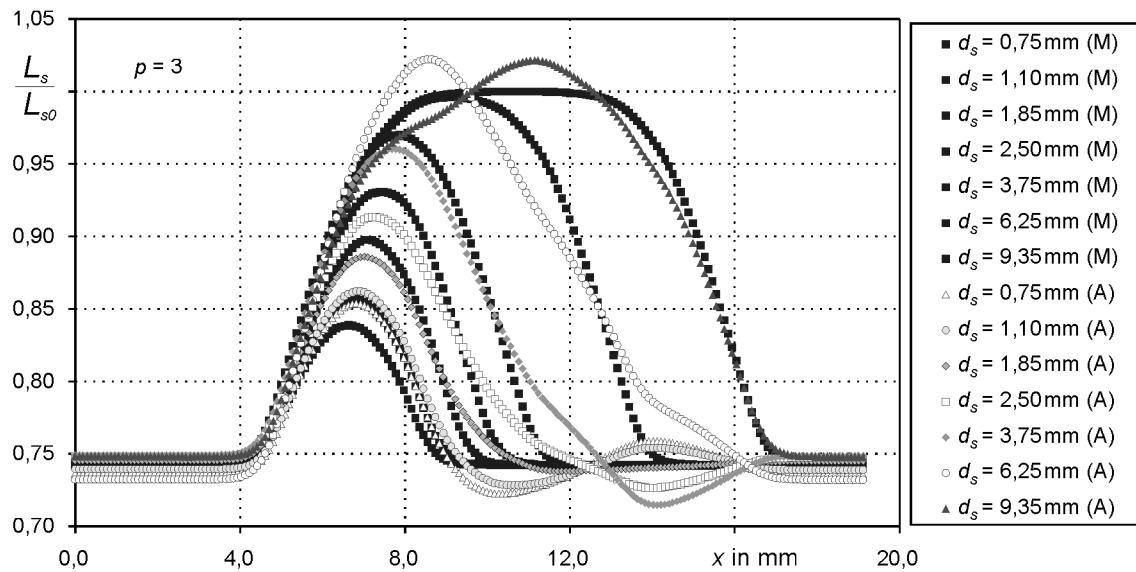
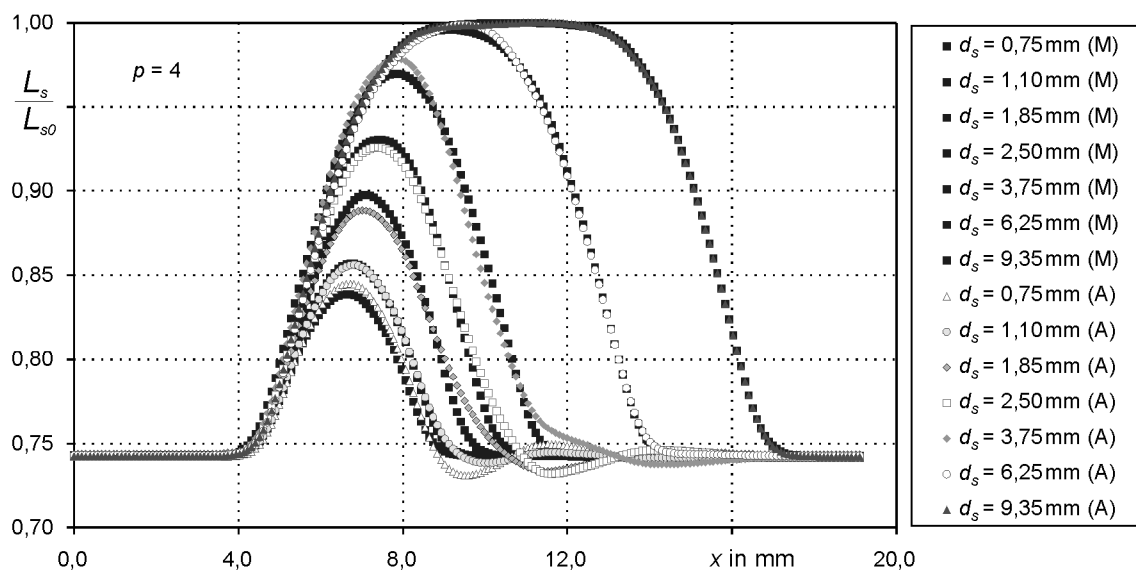


Bild 6.3.7

Vergleich der an Rissen verschiedener Breite d_s gemessenen Primärdaten (M) mit der durch Reihenentwicklung gewonnenen Approximation (A) für $p = 1$

**Bild 6.3.8**

Vergleich der an Rissen verschiedener Breite d_s gemessenen Primärdaten (M) mit der durch Reihenentwicklung gewonnenen Approximation (A) für $p = 3$

**Bild 6.3.9**

Vergleich der an Rissen verschiedener Breite d_s gemessenen Primärdaten (M) mit der durch Reihenentwicklung gewonnenen Approximation (A) für $p = 4$

Eine deutlich bessere Näherung wird erreicht, wenn die Reihe erst nach dem dritten Glied ($p = 3$) abgebrochen wird (Bild 6.3.8). Ab $p = 4$ sind nur noch geringfügige Abweichungen zwischen approximierenden und gemessenen Daten sichtbar (Bild 6.3.9).

Die Güte der Approximation spiegelt sich im mittleren Approximationsfehler s_a wider, der nach Gleichung (5.2.12) bestimmt in Bild 6.3.10 dargestellt ist. Der Fehler s_a ist bereits bei Verwendung nur des ersten Gliedes ($p = 1$) der Reihe nach Gleichung (6.3.1) bzw. (6.3.2) mit ca. 12 % vergleichsweise gering.

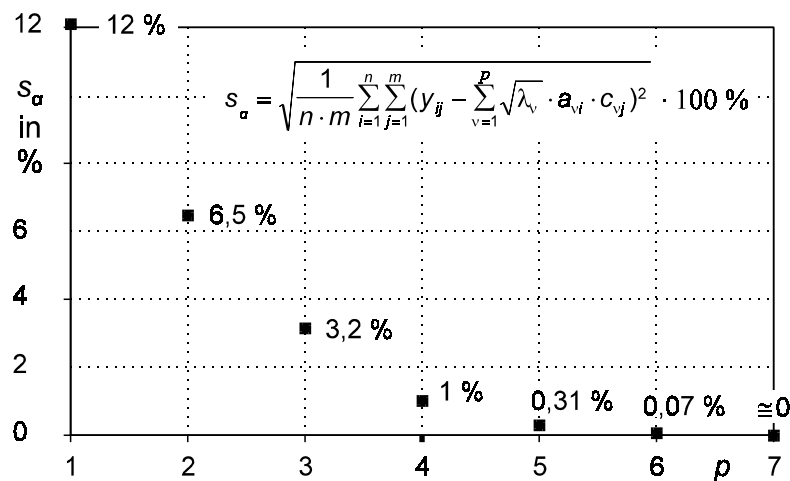


Bild 6.3.10

Approximationsfehler s_a in Abhängigkeit von der Anzahl p der Glieder der Funktionenreihe Gleichung (6.3.1)

Eine Verbesserung der Approximation tritt mit steigender Anzahl p der verwendeten Glieder ein. Werden vier und mehr Glieder für die Reihenentwicklung verwendet, beträgt der Fehler unter 1 %, bis er für $p = 7$ einen verschwindend kleinen Wert erreicht. Die Prozentangaben ergeben sich, da die im Primärdatensatz Y enthaltenen Induktivitäten L_s auf den Induktivitätswert L_{s0} in Luft normiert sind.

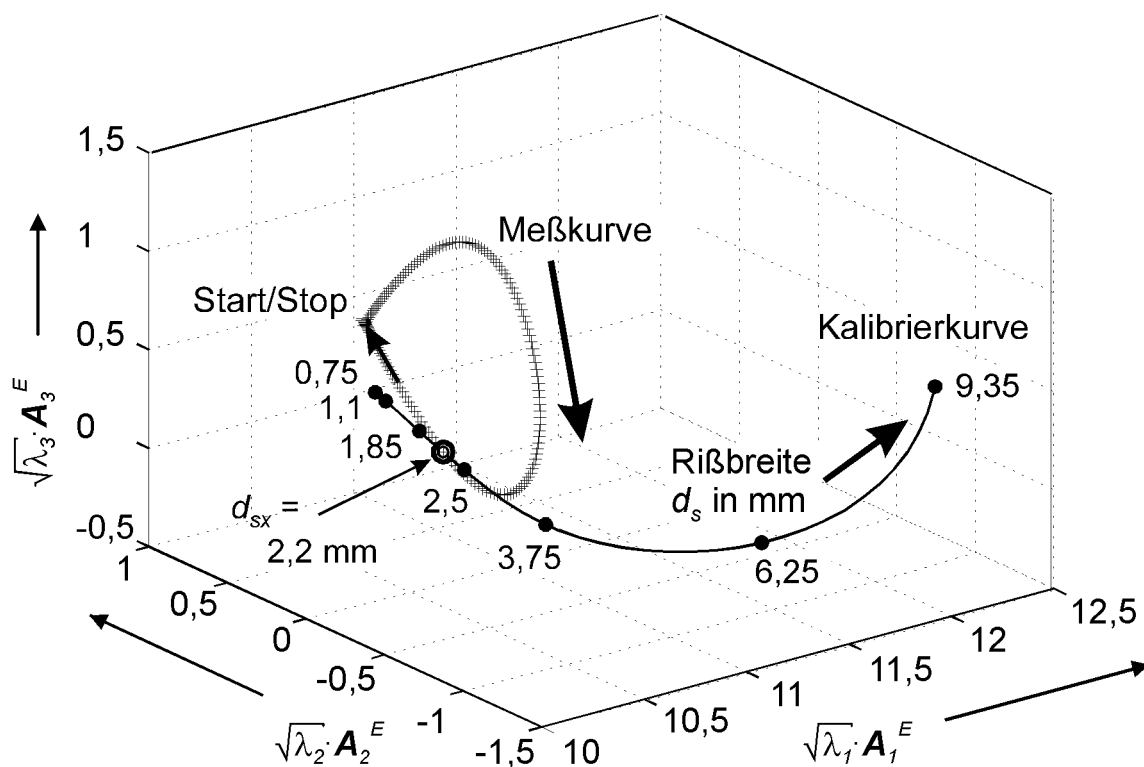
6.3.2 Bestimmen der Breite von Rissen aus gemessenen Daten

Sind aus den Primärdaten die Merkmalsvektoren $\mathbf{A}_v$ und die Entwicklungsfunktionen $\mathbf{C}_v$ als Wertefolgen bestimmt worden, können mit deren Hilfe Informationen aus nachträglich gemessenen Datenreihen gewonnen werden.

Die in Kapitel 6.3.1 ermittelten Basisvektoren $\mathbf{A}_v$ enthalten die charakteristischen Merkmale a_{vi} für den durch den Primärdatensatz $\mathbf{Y}$ bestimmten Problemkreis „Rißbreite“. Die Merkmale a_{vi} sind darstellbar in einem Merkmalsraum, wie hier in einem kartesischen Koordinatensystem. Die Dimension des Raumes richtet sich nach der Anzahl der Merkmalsvektoren mit hinreichend hohem Anteil an der Information. Wie in Kapitel 5.2.3 hervorgehoben wurde, sind die mit Hilfe der Karhunen-Loeve-Transformation ermittelten Merkmalsvektoren bereits nach ihrem Anteil an der Information geordnet. Damit beschränkt sich die Dimension des Merkmalsraumes auf eine geringe Größe. Benötigt werden nur Merkmale aus Vektoren der niedrigsten Ordnung. Als grober Anhaltspunkt für die Anzahl der einzusetzenden Merkmalsvektoren eignet sich zunächst die Anzahl der verwendeten Glieder der Reihenentwicklung, für die erstmals eine hinreichende Güte der Approximation eintritt.

Für das hier zu beschreibende Problem ist ein dreidimensionaler Merkmalsraum zweckmäßig, der durch die Merkmalsvektoren $\mathbf{A}_1$, $\mathbf{A}_2$ und $\mathbf{A}_3$ aufgespannt und in Bild 6.3.11 dargestellt ist.

Im Merkmalsraum sind die Merkmale a_{vi} in einer für den Problemkreis charakteristischen Weise angeordnet. Für den hier zu untersuchenden Problemkreis „Rißbreite“ bilden die aus dem zugehörigen Primärdatensatz $\mathbf{Y}$ ermittelten Merkmale a_{vi} im Merkmalsraum eine typische Kalibrierkurve. Jedem Punkt dieser Kalibrierkurve ist eine bestimmte Rißbreite d_s zugeordnet. Anfang und Ende der Kurve sind dabei durch die maximale bzw. minimale der im Primärdatensatz enthaltenen Rißbreiten vorgegeben. Die minimale Rißbreite beträgt hier $d_{s\min} = d_{s1} = 0,75$ mm und die maximale Rißbreite $d_{s\max} = d_{s7} = 9,35$ mm.

**Bild 6.3.11**

Charakteristische Kalibrierkurve für den Problemkreis „Rißbreite“ und aus einer nachträglichen Messung ermittelte Meßkurve im dreidimensionalen Merkmalsraum

Die als Wertefolgen vorliegenden Entwicklungsfunktionen C_v werden zur Bestimmung der in Bild 6.3.11 eingetragenen Meßkurve benötigt. Diese Kurve setzt sich aus Merkmalswerten $a_v^{(q)}$ zusammen, die aus Meßdaten $\Psi(x)$ über einem unbekannten Riß mit der Breite d_{sx} ermittelt werden. Im folgenden wird hergeleitet, wie die Punkte $a_v^{(q)}$ der Meßkurve zu bestimmen sind.

Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird davon ausgegangen, daß die Abstände zwischen den Meßpunkten ψ_k des Meßdatenvektors $\Psi(x)$ den Abständen zwischen den Meßpunkten y_i einer Reihe des Primärdatensatzes Y entsprechen, so daß diese Abstände in der weiteren Herleitung nicht erwähnt werden. (Ist das nicht der Fall, müssen die Punktabstände in den folgenden Berechnungsvorschriften berücksichtigt werden.)

Die Daten der neuen Meßreihe sind somit in einem vom Weg x abhängigen Vektor $\Psi(x)$ abgelegt. Dieser Vektor soll hier im Gegensatz zu den Basisvektoren $\mathbf{A}_v$ und $\mathbf{C}_v$ ein Reihenvektor sein. Ein Ausschnitt $\psi(x)$ der Meßreihe $\Psi(x)$ kann dann durch die Basisvektoren $\mathbf{C}_v$ angenähert werden:

$$\psi(x) \approx \sum_{v=1}^r a_v^{(q)} \cdot \mathbf{C}_v^T(x) \quad . \quad (6.3.3)$$

Das heißt, der Meßreihenausschnitt $\psi(x)$ muß genauso viele Elemente wie ein Vektor $\mathbf{C}_v$ besitzen, nämlich m Elemente.

Gleichung (6.3.3) kann dann auch in der Form geschrieben werden:

$$\psi_j \approx \sum_{v=1}^r a_v^{(q)} \cdot c_{vj} = a_1^{(q)} \cdot c_{1j} + a_2^{(q)} \cdot c_{2j} + \dots + a_r^{(q)} \cdot c_{rj} \quad (6.3.4)$$

mit $j = 1 \dots m$. Die Parameter $a_1^{(q)} \dots a_r^{(q)}$ entsprechen den in der Meßkurve darzustellenden Merkmalswerten. Als Kriterium zur Bestimmung dieser Parameter dient wieder die Minimierung des Beschreibungsfehlers entsprechend der euklidischen Norm, so daß

$$\sum_{j=1}^m \left(\psi_j - \sum_{v=1}^r a_v^{(q)} \cdot c_{vj} \right)^2 \Rightarrow \min$$

$$\text{bzw.} \quad \sum_{j=1}^m \left(\psi_j - a_1^{(q)} \cdot c_{1j} - a_2^{(q)} \cdot c_{2j} - \dots - a_r^{(q)} \cdot c_{rj} \right)^2 \Rightarrow \min \quad (6.3.5)$$

gilt. Durch Ableiten von Gleichung (6.3.5) nach den Parametern $a_1^{(q)} \dots a_r^{(q)}$ und Null setzen dieser Ableitungen entsteht das lineare Gleichungssystem (6.3.6) zur Bestimmung der Parameter $a_1^{(q)} \dots a_r^{(q)}$.

$$\begin{bmatrix} \sum_{j=1}^m c_{1j}^2 & \sum_{j=1}^m c_{1j} \cdot c_{2j} & \cdot & \cdot & \sum_{j=1}^m c_{1j} \cdot c_{rj} \\ \sum_{j=1}^m c_{1j} \cdot c_{2j} & \sum_{j=1}^m c_{2j}^2 & & & \sum_{j=1}^m c_{2j} \cdot c_{rj} \\ \cdot & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot & \cdot \\ \sum_{j=1}^m c_{1j} \cdot c_{rj} & \sum_{j=1}^m c_{1j} \cdot c_{rj} & \cdot & \cdot & \sum_{j=1}^m c_{rj}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1^{(q)} \\ a_2^{(q)} \\ \cdot \\ \cdot \\ a_r^{(q)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^m \psi_j \cdot c_{1j} \\ \sum_{j=1}^m \psi_j \cdot c_{2j} \\ \cdot \\ \cdot \\ \sum_{j=1}^m \psi_j \cdot c_{rj} \end{bmatrix} \quad (6.3.6)$$

Bei Orthogonalität der Basisvektoren $\mathbf{C}_v$ ist nur die Hauptdiagonale der linken Matrix in Gleichung (6.3.6) besetzt, so daß die Merkmalswerte schließlich mit

$$a_v^{(q)} = \sum_{j=1}^m (\psi_j \cdot c_{vj}) \quad \text{für alle } v = 1 \dots r \quad (6.3.7)$$

bestimmt werden können. Gleichung (6.3.7) stellt nichts anderes als das Skalarprodukt eines Ausschnitts ψ des gesamten Meßwertevektors Ψ mit den Basisvektoren $\mathbf{C}_1$ $\mathbf{C}_2$ bis $\mathbf{C}_r$ dar. Sind die Merkmale a_{vi} des Primärdatensatzes wie in Bild 6.3.11 dargestellt normiert, so muß auch jeder der Basisvektoren $\mathbf{C}_v$ unter Verwendung der euklidischen Norm normiert werden, so daß in Gleichung (6.3.7) anstelle des Wertes c_{vj} der Wert c_{vj}^E verwendet wird.

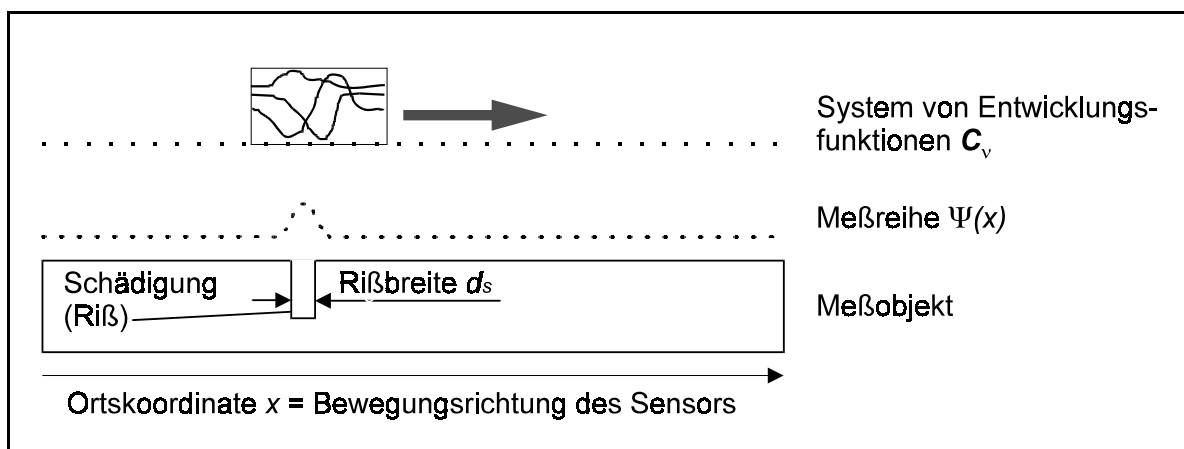


Bild 6.3.12

Verschieben der Entwicklungsfunktionen $\mathbf{C}_v$ über eine Meßreihe $\Psi(x)$

Mit Hilfe von Gleichung (6.3.7) werden Merkmalswerte $a_v^{(q)}$ für genau einen Ort q bestimmt. Merkmale $a_v^{(q+1)}$ für den Ort $(q+1)$ erhält man, in dem der Ausschnitt des Meßwertvektor um einen Punkt in x -Richtung versetzt. Wurde zur Bestimmung von $a_v^{(q)}$ der Meßdatenvektor $\Psi(x_1, x_2, \dots, x_m)$ verwendet, ist es zur Bestimmung von $a_v^{(q+1)}$ der Vektor $\Psi(x_2, x_3, \dots, x_{m+1})$. Die Aneinanderreihung der Merkmalswerte $a_v^{(q)}$ für alle Orte q ergibt eine Meßkurve, wie sie in Bild 6.3.11 dargestellt ist. Das System der Entwicklungsfunktionen C_v wird praktisch über die Werte der Meßreihe Ψ „geschoben“, so daß die Merkmale $a_v^{(q)}$ der Meßkurve den Ergebnissen von Skalarprodukten der Basisvektoren mit dem zu q gehörenden Bereich der Meßdaten Ψ entsprechen. Bild 6.3.12 stellt diesen Vorgang noch einmal anschaulich dar.

Die in Bild 6.3.11 dargestellte Meßkurve ergibt sich für einen Meßdatenvektor $\Psi(x)$, dessen Elementezahl sehr viel größer ist als die Elementezahl eines Vektors C_v . Am Ort Start/Stop befindet sich das Vektorsystem C_v über einem Bereich der Prüfkörperoberfläche, in dem keine Schädigung vorhanden ist. Meß- und Kalibrierkurve würden sich hier treffen, wenn letztere bis zum Punkt $d_s = 0$ mm verlängert würde. Bewegt sich jedoch das Funktionensystem C_v in Richtung des Schädigungsbereiches, entfernen sich die Punkte $a_v^{(q)}$ der Meßkurve vom Startpunkt. Befindet sich das Funktionensystem C_v genau über der Schädigung ist der Abstand zwischen Meß- und Kalibrierkurve minimal. Im Idealfall berühren sich beide Kurven. Ideal heißt dabei, daß ein repräsentativer und von Störgrößen nur geringfügig beeinflusster Primärdatensatz ermittelt wurde. Mehrdeutigkeiten aufgrund von statistischen Meßfehlern sind nur in Ausnahmefällen möglich.

Der Wert auf der Kalibrierkurve, der durch die größte Annäherung von Meß- und Kalibrierkurve bestimmt ist, entspricht dem Wert des gesuchten Parameters. Gleichzeitig gibt der Ort der größten Annäherung von Meß- und Kalibrierkurve den Ort der Schädigung im Material an. Mehrdeutigkeiten sind im Rahmen dieser Arbeit nicht aufgetreten. Sie können jedoch nicht ausgeschlossen werden.

Der Abstand d_A zwischen den Kurven wird im einfachsten Fall bestimmt, indem die Abstände für alle Punkte der Meßkurve zu allen Punkten der Kalibrierkurve berechnet werden und aus dieser Menge das Minimum bestimmt wird (Verfahren (a)). Dem Verfahren (a) liegt die Abstandsbestimmung zwischen zwei Punkten im Raum zugrunde. Um eine hinreichende Genauigkeit bei der Parameterbestimmung zu erhalten, muß die Anzahl der Punkte auf der Kalibrierkurve gegebenenfalls erhöht werden. Zusätzlich Punkte auf der Kalibrierkurve gewinnt man durch Interpolation, z.B. mit einer Spline-Funktion. Dieses Verfahren ist einfach. Es kann jedoch für eine große Anzahl von Punkten sehr zeitaufwendig werden. Daher ist unter Umständen ein Abwägen von Aufwand und Nutzen erforderlich.

Eine Reduzierung der Rechenzeit ist erreichbar, wenn der Abstand zwischen einem Punkt und einer Kurve (Verfahren (b)) oder zwischen zwei Kurven (Verfahren (c)) im Raum ermittelt wird. Voraussetzung dafür ist, daß die Kurven als Funktion vorliegen. Eine oder beide Kurven sind beispielsweise durch ein Polynom mit bekannten Koeffizienten darstellbar /Bron1/.

Die in Bild 6.3.11 eingetragene Meßkurve ist aus Meßdaten generiert worden, die über einem Riß mit der Breite $d_{sx} = 2,2$ mm aufgenommen wurden. Für die Darstellung wurden für alle Orte q die Merkmalswerte $a_1^{(q)}$, $a_2^{(q)}$ und $a_3^{(q)}$ ermittelt. Die Abstandsbestimmung wurde nach Verfahren (a) durchgeführt. Wie Bild 6.3.11 zeigt, ergibt sich ein eindeutiger Lösungspunkt, dem der Wert $d_{sx} = 2,2$ mm für die Rißbreite zugeordnet werden kann. Damit entspricht die Lösung in diesem Fall dem Vorgabewert. Die Rekonstruktion der den Primärdaten zugrundeliegenden Breiten gelang erwartungsgemäß ebenfalls fehlerfrei.

Interessanterweise besteht zwischen den Elementen des Merkmalsvektors A_1 und der Rißbreite d_s ein nahezu linearer Zusammenhang. Bild 6.3.13 zeigt diesen Zusammenhang. Die dargestellte Kurve wurde dabei durch Interpolation aus dem Vektor A_1 gewonnen. Zwischen den an den Rissen verschiedener Breite d_s aufgenommenen Wirbelstromdaten besteht offensichtlich Ähnlichkeit.

Amplitude und Breite der „pulsförmigen“ in Bild 6.3.2 dargestellten Meßverläufe ändern sich demzufolge nahezu proportional. Wie Bild 6.3.2 zeigt, gilt dies vor allem für die Daten, die an den Rissen mit einer Breite von $d_s \leq 6,35$ mm ermittelt wurden. Ab dieser Rißbreite steigt nur noch die „Pulsbreite“ des Meßverlaufs proportional an.

Als Meßwertaufnehmer wurde eine Wirbelstromspule mit einem Topfkern verwendet, dessen Außendurchmesser 5,6 mm beträgt. Wie die Aperturfunktion dieser Spule (Bild 3.1.4) zeigte, tritt durch den Kern eine starke Bündelung der Feldlinien des Spulenfeld ein. Damit ist erklärbar, daß die Amplituden der Meßreihen in Bild 6.3.2, die an Rissen mit einer Breite von $d_s \leq 6,35$ mm ermittelt wurden, den Maximalwert der Induktivität L_{s0} für Luft nicht erreichen.

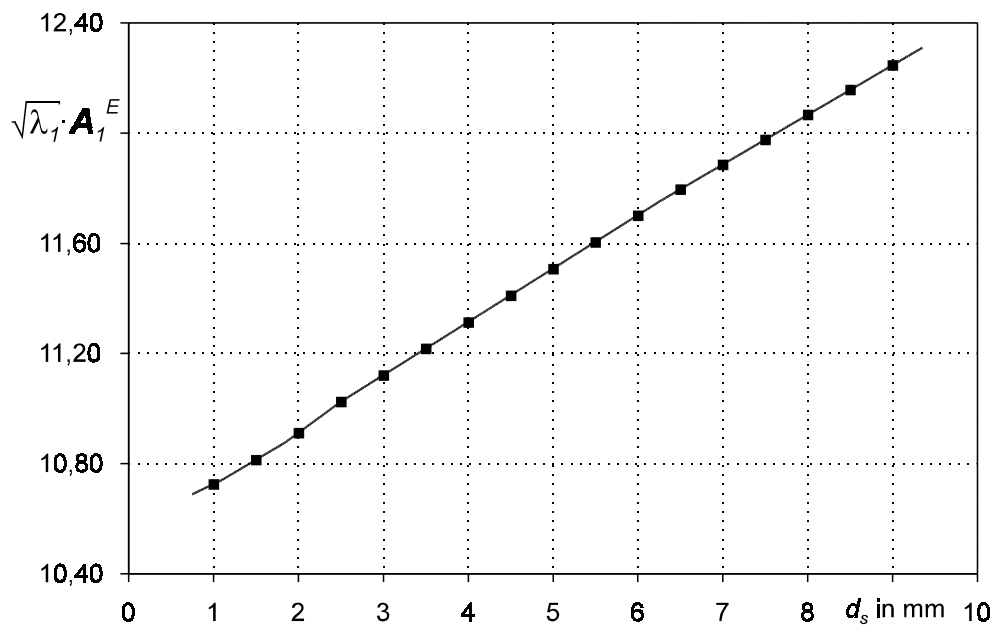


Bild 6.3.13

Darstellung des Zusammenhanges der durch Interpolation des Basisvektors A_1 gewonnenen Merkmale und der Rißbreite d_s

6.3.3 Einfluß von zufälligen Störgrößen

Die in Bild 6.3.2 gezeigten Meßreihen sind nicht von sichtbaren Störgrößen überlagert. Zufällige Meßfehler sind durch die mehrfache Messung und die anschließende Mittelung der Meßwerte weitgehend vermieden worden. Auch dies ist ein Grund für die sehr gute Reproduzierbarkeit der dem Primärdatensatz zugrundeliegenden Rißbreiten. In diesem Kapitel wird untersucht, wie sich zufällig verteilte Störgrößen auf das Ergebnis der Strukturerkennung auswirken.

Dazu wurde die auszuwertende Meßreihe Ψ mit einer zufälligen, normalverteilten Störgrößen überlagert. Bild 6.3.14 zeigt einen Ausschnitt zweier Meßreihen Ψ , aufgenommen über einem Riß der Breite $d_s = 2,5$ mm. Dargestellt ist eine Meßreihe ohne zusätzliche Störung ($F_S = 0$) sowie eine Meßreihe, die von einer künstlich erzeugten Störung ($F_S = 0,5$) überlagert wurde.

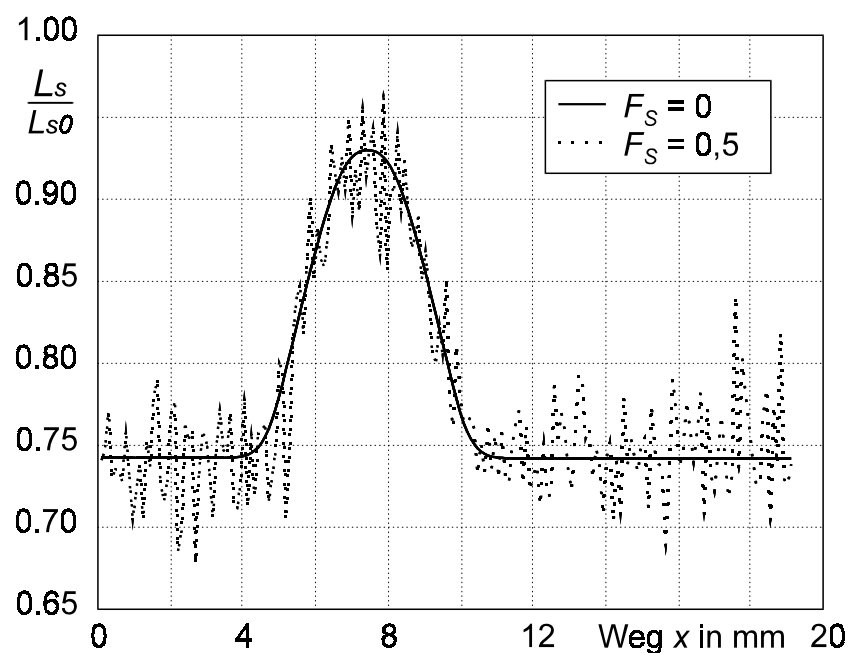


Bild 6.3.14

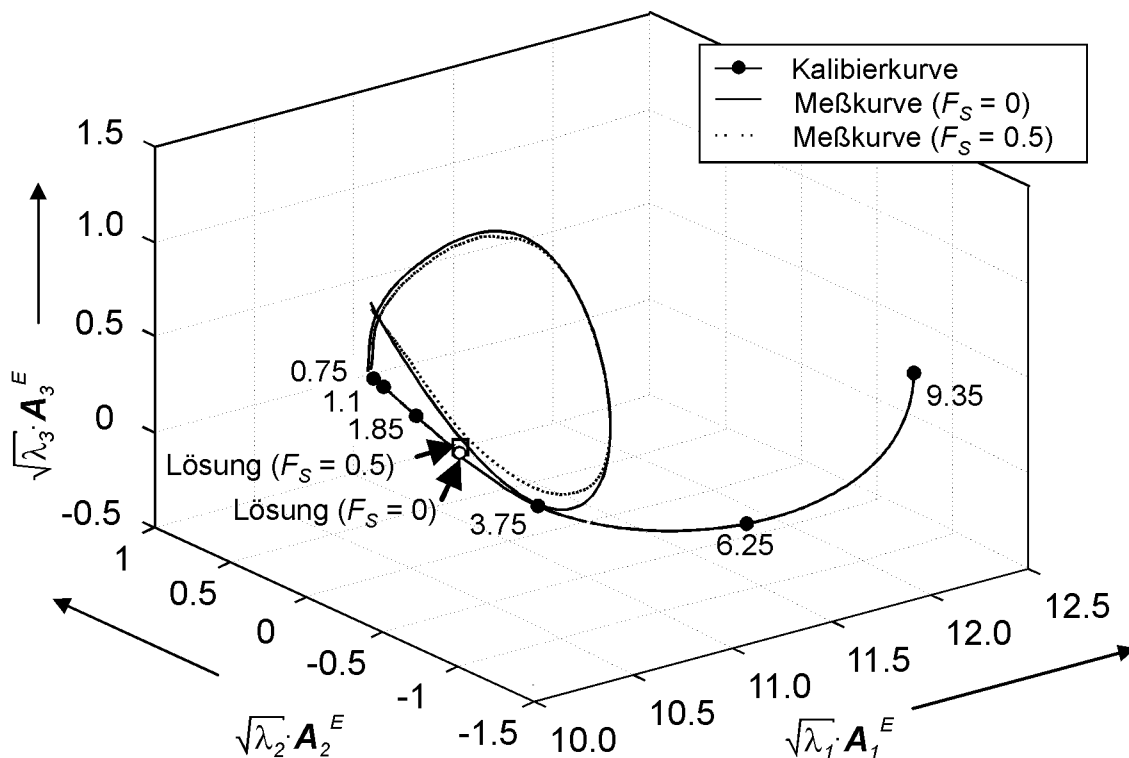
Relevante Ausschnitte aus an einem Riß der Breite $d_s = 2,5$ mm ermittelten Meßreihen ohne überlagerte Störgröße ($F_S = 0$) und mit überlagerter Störgröße ($F_S = 0,5$)

Die relative Störgröße hat eine maximale Amplitude von $\pm 0,1 \%$. Dies entspricht 50 % der maximalen Induktivitätsänderung $L_s / L_{s0} = 0,2$ der nicht künstlich gestörten Daten aus Bild 6.3.14. Die maximale Amplitude der Störgröße spiegelt sich im Wichtungsfaktor F_s wider. Beide der ausschnittsweise in Bild 6.3.14 dargestellten Meßreihen werden dem Auswerteverfahren entsprechend Kapitel 6.3.2 unterzogen.

Die Merkmalsextraktion hat pro Meßreihe eine Meßkurve im dreidimensionalen Merkmalsraum $\mathbf{A}_1 / \mathbf{A}_2 / \mathbf{A}_3$ zur Folge. Bild 6.3.15 zeigt diese Meßkurven und die im vorherigen Kapitel ermittelte Kalibrierkurve im Merkmalsraum. Die Überlagerung der Störgröße hat offensichtlich eine Verschiebung der Meßkurve im Merkmalsraum und damit eine Verschiebung des Lösungspunktes zur Folge.

Der in Bild 6.3.14 zu erkennende Abstand zwischen den beiden Lösungspunkten kann berechnet werden. Der ursprüngliche Lösungspunkt entstand, indem der kürzeste Abstand d_A zwischen der Kalibrierkurve und der aus den ungestörten Daten hervorgehenden Meßkurve bestimmt wurde. Dieser Abstand $d_A(F_s = 0)$ wurde nach Verfahren (a) ermittelt. Auf gleiche Weise werden die Abstände $d_A(F_s > 0)$ zwischen der Kalibrierkurve und den Meßkurven, die aus mit den Störgrößen überlagerten Meßreihen hervorgehen, berechnet. Der Betrag der sich ergebenden Differenz $\Delta d_A = |d_A(F_s > 0) - d_A(F_s = 0)|$ ist in Bild 6.3.16 dargestellt. Der aus einer gestörten Datenreihe hervorgehende Lösungspunkt entfernt sich tendenziell mit steigender maximaler Amplitude der Störgröße vom ursprünglichen Lösungspunkt. In Bild 6.3.16 ist eine Hüllkurve (gestrichelte Linie) eingezeichnet.

Es entsteht die Frage, wie sich diese Verschiebung des Lösungspunktes auf die Bestimmung des interessierenden Parameters, hier die Rißbreite, auswirkt. Bild 6.3.17(a) zeigt daher die aus mit den Störgrößen überlagerten Meßreihen ermittelten Rißbreiten. Dabei wurde die maximale Amplitude der Störgrößen variiert. Es zeigt sich, daß der Absolutwert der maximalen Abweichung bei 0,15 mm liegt. Dies entspricht bei einer Rißbreite von $d_s = 2,5$ mm einem relativen Fehler von 6 %. Die relative Abweichung ist demnach wesentlich geringer als der prozentuale Anteil der Störgröße am Meßsignal.

**Bild 6.3.15**

Charakteristische Kalibrierkurve für den Problemkreis „Rißbreite“ und Meßkurven aus einer Meßreihen ohne zusätzlich überlagerte Störgröße ($F_S = 0$) bzw. mit zusätzlich überlagerter Störgröße ($F_S = 0,5$) im dreidimensionalen Merkmalsraum

Da es sich bei diesem Auswerteverfahren um eine Analyse der absoluten Datenwerte handelt, wird der absolute Fehler für alle zu untersuchenden Rißbreiten in derselben Größenordnung liegen. Das heißt, der relative Fehler ist für kleine Rißbreiten größer als für große Rißbreiten. Dies ist auch bei klassischen Meßinstrumenten der Fall. Deren Beschreibung erfolgt durch die Angabe von Fehlerklassen.

Der absolute Fehler ist in einem geringeren Maße auch abhängig vom Berechnungsverfahren, das für die Bestimmung des kürzesten Abstandes zwischen Kalibrier- und Meßkurve verwendet wird.

Die in Bild 6.3.17(a) zusammengestellten Rißbreiten wurden nach Verfahren (a) (siehe Kapitel 6.3.2) ermittelt, indem die Abstände jedes Punktes der Kalibrierkurve zu jedem Punkt der Meßkurve und von allen ermittelten Werten das Minimum gesucht wurde. Bei diesem Verfahren ist die Lösung abhängig vom gewählten Abstand der Punkte auf der Kalibrierkurve, aber auch vom Abstand der Punkte auf der Meßkurve.

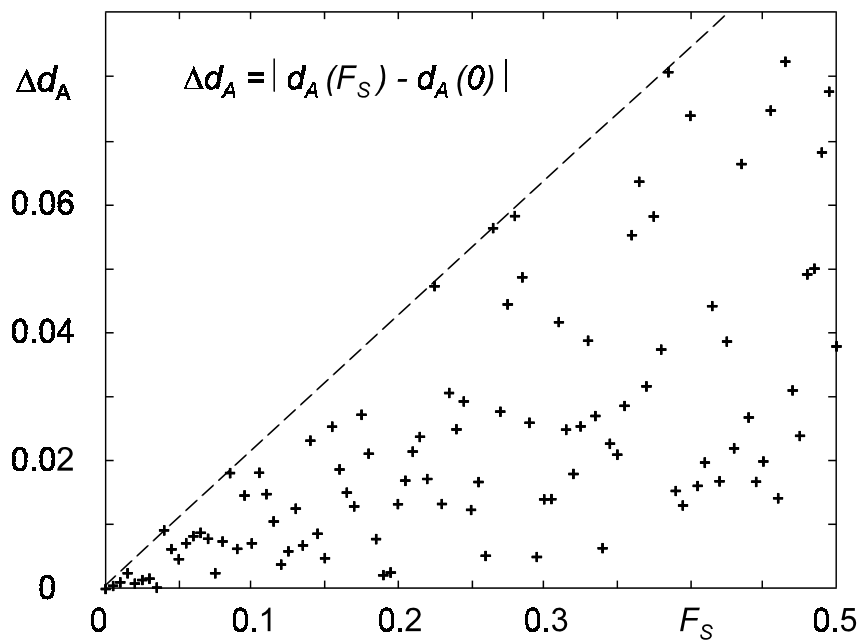


Bild 6.3.16

Abstände Δd_A der Lösungspunkte, die aus mit zusätzlichen Störgrößen ($F_S > 0$) überlagerten Meßreihen ermittelt wurden, zum ursprünglichen Lösungspunkt für $F_S = 0$ (Angaben als Betrag)

Die Skalierung der Meßkurve ist jedoch bereits vorgegeben. Der Punktabstand entspricht hier dem der Basisvektoren C_v (siehe Kapitel 6.3.2). Eine mögliche Verbesserung der Ergebnisse bei der Rißbreitenbestimmung ergibt sich demnach nur durch eine verfeinerte Skalierung der Kalibrierkurve.

In Bild 6.3.17(a) sind die Ergebnisse der Rißbreitenbestimmung für einen Punktabstand auf der Kalibrierkurve von 0,05 mm, in Bild 6.3.17(b) für einen Punktabstand von 0,01 mm dargestellt.

Eine feinere Skalierung der Kalibrierkurve führt zu einer - wenn auch geringfügigen - Verbesserung der Ergebnisse, wie die Gegenüberstellung von Bild 6.3.17(a) und Bild 6.3.17(b) zeigt. Dies wird besonders deutlich, wenn in beide Bilder die Hüllkurven eingetragen werden, die dort durch die gestrichelten Linien repräsentiert werden. Es ist jedoch zu entscheiden, ob der Aufwand an Rechenzeit gegenüber der Güte der Ergebnisse gerechtfertigt ist. Die Rechenzeit für die Bestimmung der in Bild 6.3.17(b) gezeigten Ergebnisse betrug beispielsweise das Fünffache der Rechenzeit, die für die Bestimmung der in Bild 6.3.17(a) dargestellten Werte benötigt wurde.

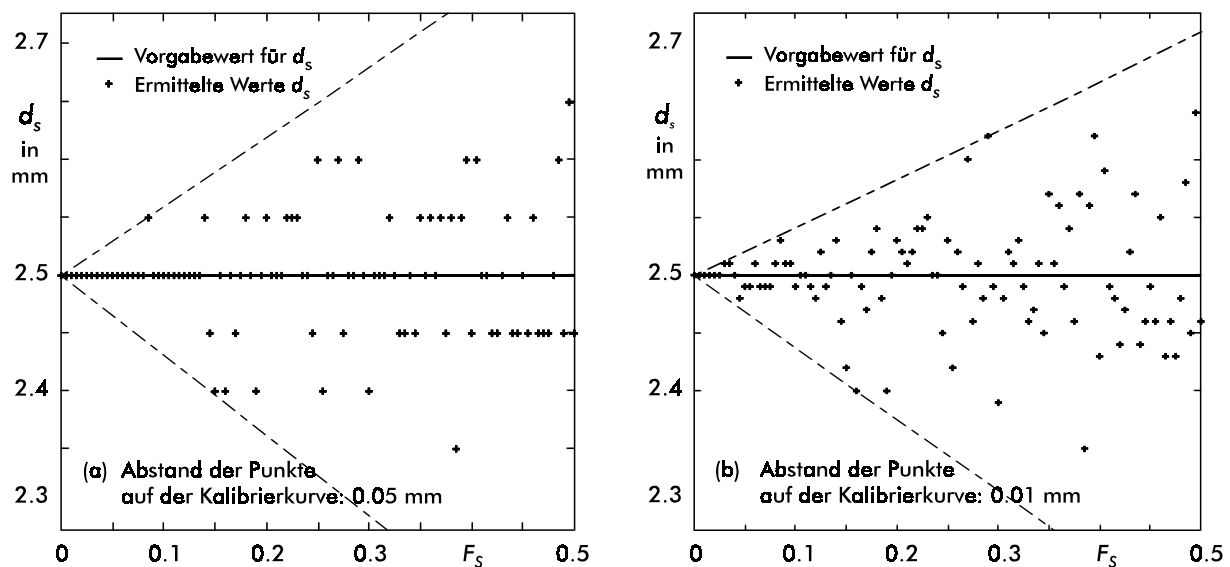


Bild 6.3.17

Aus mit verschiedenen ausgeprägten Störgrößen überlagerten Meßdaten ermittelte Rißbreiten d_s bei unterschiedlichem Abstand der durch Interpolation gewonnenen Punkte auf der Kalibrierkurve, wobei der Wichtungsfaktor F_s die maximalen Amplituden der Störgrößen kennzeichnet

6.4 Bestimmen von Rißtiefen

Die Bestimmung der Tiefe von Materialschädigungen stellt ein besonderes Problem in der Prüftechnik dar. Deshalb soll in diesem Kapitel die Leistungsfähigkeit der Analyse von Wirbelstromdaten mit problemangepaßten Funktionen für die Tiefenbestimmung untersucht werden. Voraussetzung ist wieder ein charakteristischer Primärdatensatz.

6.4.1 Merkmalsextraktion aus einem Primärdatensatz

Die Datenanalyse erfolgt mit Meßwerten, die an künstliche Nuten unterschiedlicher Tiefe t_s aber gleicher Breite ($d_s = 1 \text{ mm}$) in einer Platte aus Aluminium untersucht. Den Meßaufbau zeigt Bild 6.4.1. Die Wirbelstromspule wird Schritt für Schritt über die Platte hinweg bewegt. Mit einem Impedanzanalysator wird bei einer Meßfrequenz von 10 kHz die Induktivität L_s der Spule gemessen. Die Messung erfolgt damit weitgehend unter den bereits im vorherigen Kapitel erläuterten Bedingungen.

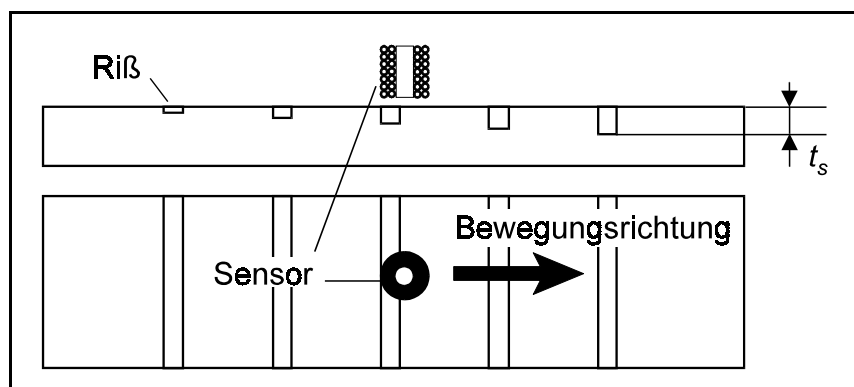


Bild 6.4.1

Anordnung zur Messung von Wirbelstromdaten an verschiedenen tiefen Rissen

Die an fünf verschiedenen tiefen Rissen gemessenen Induktivitätswerte L_s sind in Bild 6.4.2 als Funktion des von der Spule zurückgelegten Weges x dargestellt. Die Datenreihen je Rißtiefe t_s nehmen einen ähnlich „pulsförmigen“ Verlauf wie die Datenreihen für die verschiedene Rißbreiten d_s in Bild 6.3.2. Während sich bei den Meßreihen an verschieden breiten Rissen sowohl Breite als auch Amplitude der „Pulse“ ändern, sind die Tiefenänderungen lediglich als Änderung der Amplitude erkennbar. Dabei nimmt die Amplitude der pulsformigen Verläufe mit der Rißtiefe t_s zu.

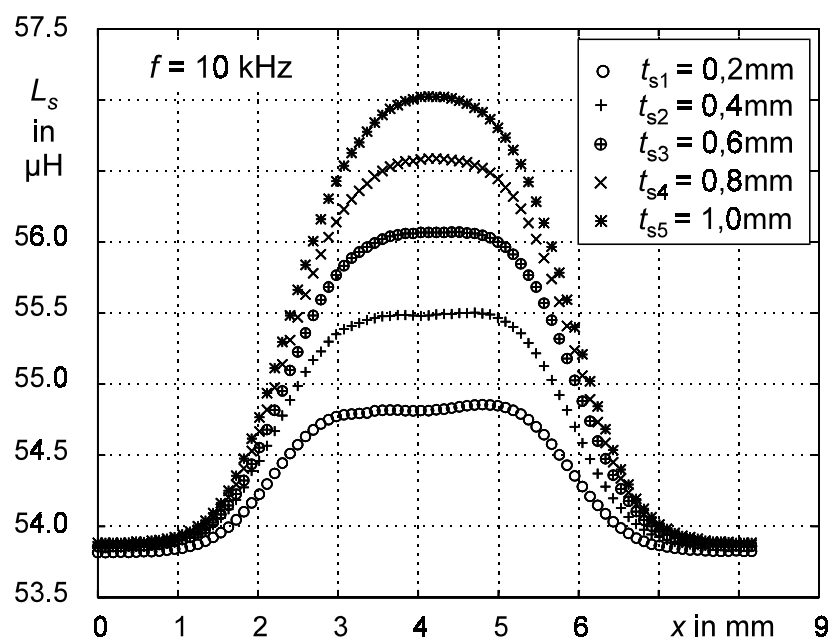


Bild 6.4.2

Graphische Darstellung der an verschiedenen tiefen Rissen empirisch ermittelten Primärdaten **Y**

Zwischen Eindringtiefe σ der Wirbelströme im Material und der Frequenz f des elektromagnetischen Wechselfeldes besteht ein unmittelbarer Zusammenhang, der durch Gleichung (2.1.1) in Kapitel 2.1 beschrieben werden kann. Eine Interpretation dieses Zusammenhangs besteht darin, daß die Frequenz f weitgehend den Informationsgehalt der Wirbelstromdaten aus verschiedenen Tiefen bestimmt. Aus diesem Grund ist es physikalisch sinnvoll, für die Untersuchung der Tiefe t_s von Rissen oder anderen Schädigungen mehrere Meßfrequenzen zu verwenden.

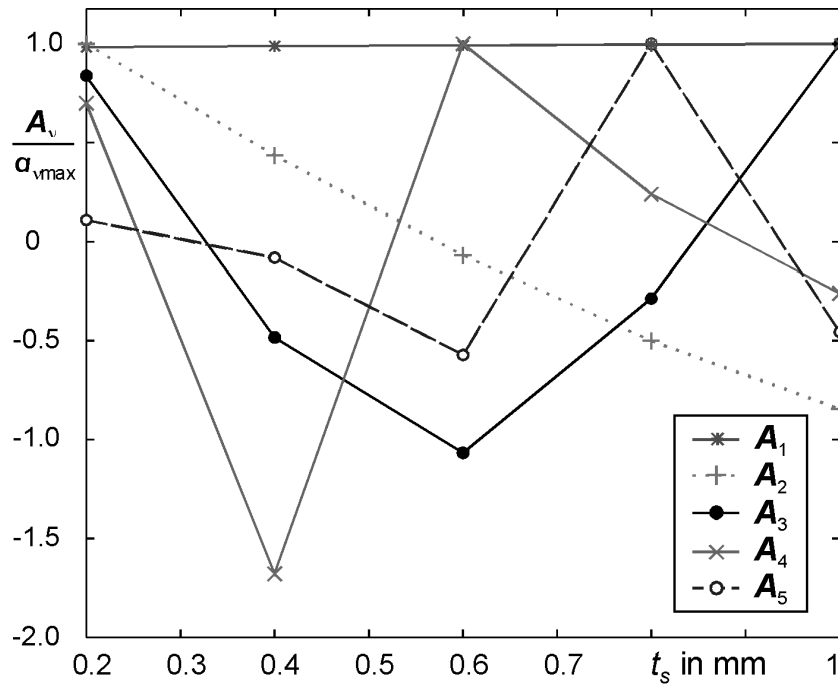
Der hier zur Beschreibung des Primärdatensatz zu verwendende Ansatz, die Karhunen-Loeve-Transformation, ist jedoch unabhängig von den physikalischen Zusammenhängen. Bei dieser Vorgehensweise stellt man sich die einzelnen Meßwerte als Punkte in einem metrischen Raum vor, deren Abstände untereinander und bezüglich des Ursprungs untersucht werden. Bild 6.4.2 zeigt, daß die Änderung der Rißtiefe t_s deutliche Änderungen im Verlauf einer Datenreihe in einer charakteristischen Weise hervorbringt. Dadurch müßte auch die Zuordnung zwischen Merkmalen und Rißparameter Tiefe t_s sehr deutlich ausfallen.

Deshalb wird die Reihenentwicklung zunächst für einen Primärdatensatz durchgeführt, der von nur einer Meßfrequenz, hier $f = 10$ kHz, abhängig ist. Bei einer Frequenz von 10 kHz ist nach Gleichung (2.1.1) eine Eindringtiefe σ von ca. 1,0 mm erreichbar. Das heißt, bei dieser Frequenz kann man davon ausgehen, daß sich alle zu untersuchenden Strukturen im Bereich der Wirbelströme im Material befinden.

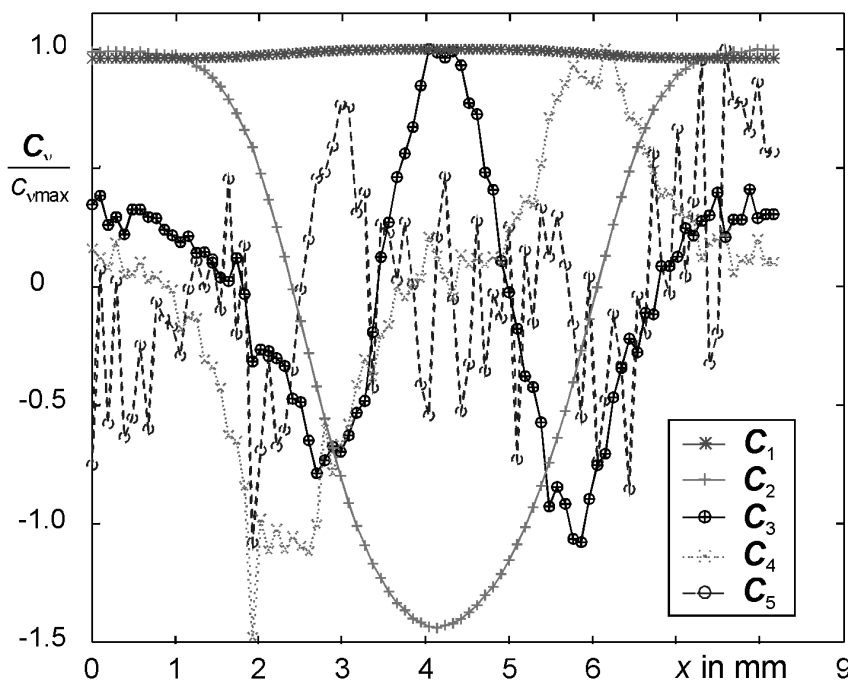
Die Werte des in Bild 6.4.2 graphisch dargestellten Primärdatensatzes können wiederum in einer Tabelle entsprechend Bild 5.1 angeordnet werden. Die Meßdaten sind dabei von den zwei Einflußgrößen, Rißtiefe t_s und Ortskoordinate x , abhängig. Durch punktweise Berechnung soll in Analogie zu Kapitel 5.2 die günstigste approximierende Funktion bestimmt werden. Der Ansatz für die Reihenentwicklung lautet

$$\mathbf{Y} = \sum_{v=1}^r \mathbf{A}_v(t_s) \mathbf{C}_v^T(x) \quad . \quad (6.4.1)$$

Dabei sind $\mathbf{A}_v$ und $\mathbf{C}_v$ Spaltenvektoren. Die Basisvektoren $\mathbf{A}_v$ sind in diesem Fall mit der Rißtiefe t_s verknüpft und entsprechen damit den Merkmalsvektoren, während $\mathbf{C}_v$ eine Funktion der Ortskoordinate x ist und das optimierte orthogonale Funktionensystem darstellt.

**Bild 6.4.3**

Aus dem an Rissen verschiedener Tiefe t_s aufgenommenen Primärdatensatz Y gewonnene Merkmalsvektoren A_v

**Bild 6.4.4**

Aus dem an Rissen verschiedener Tiefe t_s aufgenommenen Primärdatensatz Y ermittelte Entwicklungsfunktionen C_v

Die Basisvektoren werden, wie bereits in den vorherigen Kapiteln beschrieben, so bestimmt, daß der Approximationsfehler minimal wird. Bild 6.4.3 zeigt die ermittelten Merkmalsvektoren $\mathbf{A}_1$ bis $\mathbf{A}_5$ in Abhängigkeit von der Rißtiefe t_s . In Bild 6.4.4 ist das optimierte Funktionensystem $\mathbf{C}_1$ bis $\mathbf{C}_5$ als Funktion der Ortskoordinate x dargestellt. Bei niedriger Ordnungszahl v ist hier ein funktionaler Zusammenhang zur Einflußgröße x deutlicher erkennbar als bei höherer Ordnung.

Alle Vektoren $\mathbf{A}_v$ und $\mathbf{C}_v$ sind für in den Darstellungen auf ihr Maximum normiert. Die Anzahl der von Null verschiedenen Eigenwerte λ_v bzw. der Eigenvektoren $\mathbf{A}_v$ und $\mathbf{C}_v$ und damit die Zahl der dyadischen Produkte beträgt $r = \min(m,n) = 5$.

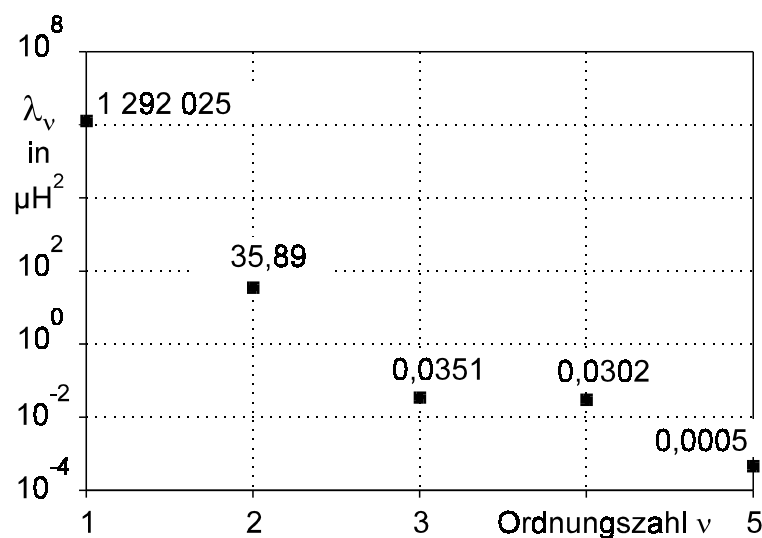


Bild 6.4.5

Für den an verschiedenen tiefen Rissen aufgenommenen Primärdatensatz Y ermittelte Eigenwerte λ_v

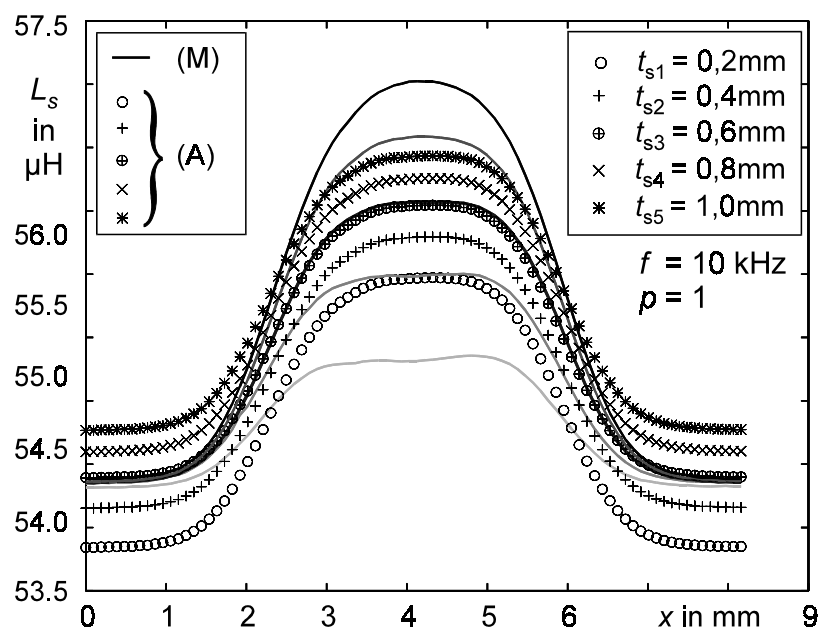
Entsprechend den Eigenschaften der Karhunen-Loeve-Transformation konzentriert sich der Informationsgehalt der Reihenentwicklung nach Gleichung (6.4.1) auf wenige Glieder. Der Einfluß eines dyadischen Produktes $\mathbf{A}_v \mathbf{C}_v^T$ wird dabei wieder durch die Größe des Eigenwertes λ_v vorgegeben. Wie Bild 6.4.5 zeigt, hat λ_1 eindeutig den größten Wert, gefolgt von λ_2 usw..

Anzahl der Glieder p	1	2	3	4	5
Approximationsfehler s_a in μH	0,6466	0,277	0,0189	0,0023	$\cong 0$

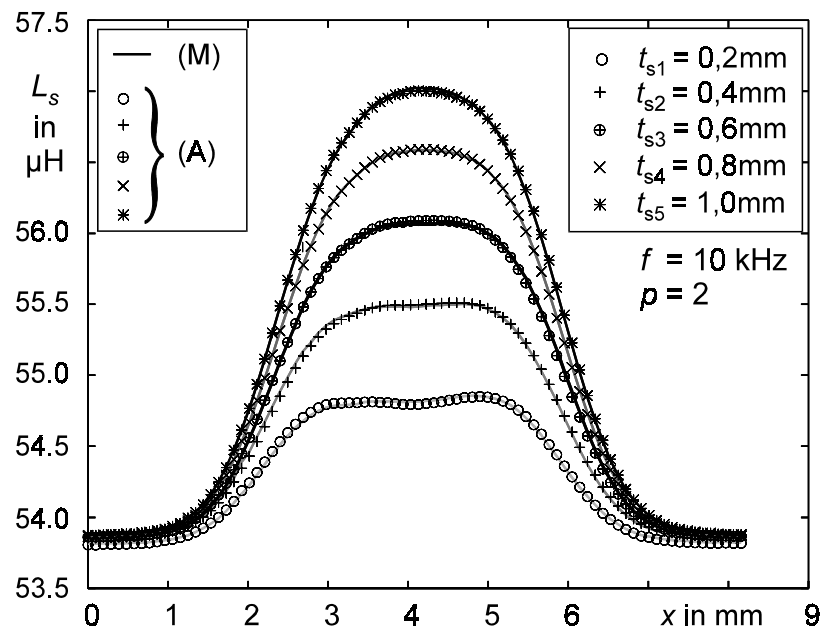
Tabelle 6.4.1

Approximationsfehler s_a in Abhängigkeit von der Anzahl p der Glieder der Funktionenreihe Gleichung (6.4.1)

In Tabelle 6.4.1 sind die nach Gleichung (5.2.12) ermittelten mittleren Approximationsfehler in Abhängigkeit von der Anzahl p der verwendeten Glieder bei der Reihenentwicklung nach Gleichung (6.4.1) dargestellt. Es ist deutlich erkennbar, daß sich der Fehler zwischen Messung und Rechnung ab $p = 2$ nur noch geringfügig verändert. Die vollständige Reihenentwicklung liefert wieder die beste Approximation. Der Fehler s_a ist für $p = 5$ verschwindend klein.

**Bild 6.4.6**

Vergleich der an Rissen verschiedener Tiefe t_s gemessenen Primärdaten (M) mit der durch Reihenentwicklung gewonnenen Approximation (A) für $p = 1$

**Bild 6.4.7**

Vergleich der an Rissen verschiedener Tiefe t_s gemessenen Primärdaten (M) mit der durch Reihenentwicklung gewonnenen Approximation (A) für $p = 2$

Bild 6.4.6 zeigt die Approximation bei Verwendung nur eines dyadisches Produktes in der Reihe Gleichung (6.4.1) im Vergleich zu den gemessenen Primärdaten. Zwischen Rechnung und Messung treten einige Abweichungen auf. Die berechneten Werte liegen jedoch in der Größenordnung der Meßwerte und sind in ihrer Gesamtheit bereits ähnlich geformt. Werden $p = 2$ Glieder verwendet, erhält man bereits eine sehr gute Approximation (Bild 6.4.7).

6.4.2. Bestimmen der Tiefe von Rissen aus gemessenen Daten

Mit dem im ersten Schritt bestimmten System der Basisvektoren C_v und den Merkmalsvektoren A_v kann nun aus den gemessenen Daten ein Rückschluß auf die Tiefe t_s von Rissen gezogen werden. Für ein Beispiel werden Wirbelstromdaten Ψ analysiert, die an einem Riß „unbekannter“ Tiefe ($t_s = 0,5$ mm) bei $f = 10$ kHz gemessen wurden.

Zur Bestimmung der Tiefe werden nur die in A_1 und A_2 enthaltenen Merkmale benötigt, da sie die größten Werte und damit den größten Einfluß auf die Approximation bzw. auf die Mustererkennung haben.

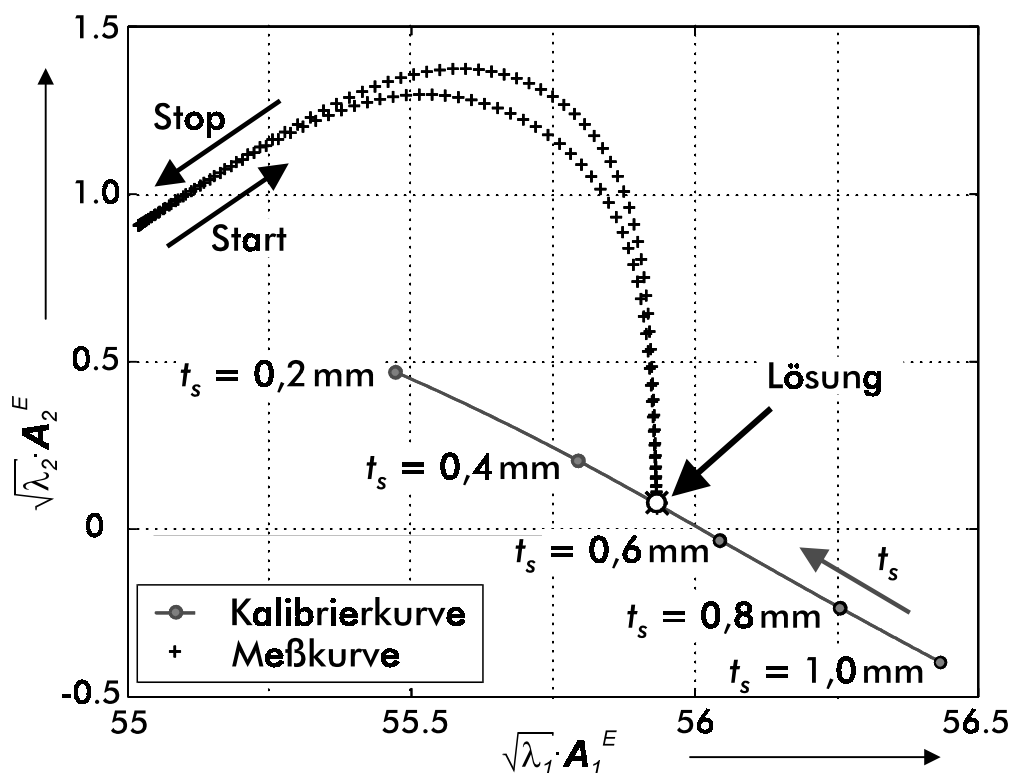


Bild 6.4.8

Charakteristische Kalibrierkurve für den Problemkreis „Rißtiefe“ und aus einer nachträglichen Messung ermittelte Meßkurve im zweidimensionalen Merkmalsraum

Die Werte von $\mathbf{A}_1$ steigen mit größerer Tiefe, die von $\mathbf{A}_2$ fallen. Die Vorgehensweise bei der Bestimmung der Rißtiefen erfolgt wie bei der Bestimmung der Rißbreiten in Kapitel 6.4.2 bereits ausführlich beschrieben wurde.

Die in den Vektoren $\mathbf{A}_1$ und $\mathbf{A}_2$ zusammengefaßten Merkmale a_{1i} und a_{2i} bilden im Merkmalsraum eine für das Problem typische Kalibrierkurve, wobei jedem Punkt dieser Kurve ein Wert für eine bestimmte Tiefe t_s zugeordnet ist. Mit Hilfe der Basisvektoren $\mathbf{C}_1$ und $\mathbf{C}_2$ werden aus den Meßdaten Ψ neue Merkmale $a_1^{(q)}$ bzw. $a_2^{(q)}$ extrahiert, aus denen sich im Merkmalsraum die Meßkurve zusammensetzt. Bild 6.4.8 zeigt sowohl die charakteristische Kalibrierkurve für den Problemkreis „Rißtiefe“ als auch die aus der Datenreihe Ψ entstandene Meßkurve. Der Punkt der größten Annäherung von Kalibrier- und Meßkurve ergibt auf der Kalibrierkurve den Wert 0,505 mm für die Rißtiefe t_s . Damit konnte die Tiefe mit einem relativen Fehler von 1 % bestimmt werden.

Sollwert $t_{s,\text{soll}}$ in mm	0,2 (*)	0,3	0,4 (*)	0,5	0,6 (*)	0,7	0,8 (*)	0,9	1,0 (*)
Istwert $t_{s,\text{ist}}$ in mm	0,2	0,3	0,4	0,505	0,6	0,695	0,8	0,9	1,0
Absoluter Fehler $\Delta t_s = t_{s,\text{ist}} - t_{s,\text{soll}}$ in mm	0	0	0	0,005	0	-0,005	0	0	0
Betrag des relativen Fehlers $ \Delta t_s / t_{s,\text{soll}} $ in %	0	0	0	1	0	0,714	0	0	0

Tabelle 6.4.2

Ergebnisse der Bestimmung der Tiefe t_s aus Datenreihen, die an neun verschiedenen tiefen Rissen bei einer Meßfrequenz $f = 10$ kHz aufgenommen wurden (*) Datenreihen aus dem Primärdatensatz)

Der Algorithmus wurde an neun Meßreihen, die an verschiedenen Rißtiefen gemessen wurden, überprüft. Dazu wurden die Daten des Primärdatensatzes Y sowie Daten aus vier nicht im Primärdatensatz Y enthaltene Meßreihen verwendet. Die Ergebnisse sind in Tabelle 6.4.2 zusammengefaßt. Es zeigt sich, daß die absoluten und die relativen Fehler bei der Tiefenbestimmung der hier vermessenen Risse sehr gering sind. Der größte relative Fehler beträgt dabei 1 %. Die Rekonstruktion der Parameter des Primärdatensatzes erfolgt sogar fehlerfrei.

6.4.3 Einfluß der Meßfrequenz auf die Bestimmung der Rißtiefe

Die bisher zur Rißtiefenbestimmung untersuchten Daten wurden bei einer Meßfrequenz von 10 kHz ermittelt. Diese Frequenz hat nach Gleichung (2.1.1) eine Eindringtiefe σ der Wirbelströme in das Material von ca. 1 mm zur Folge. Damit befinden sich alle für Tabelle 6.4.2 untersuchten Rißtiefen $t_{s,soll}$ im Einflußbereich der Wirbelströme. Es soll nun untersucht werden, ob eine höhere Frequenz und damit eine geringere Eindringtiefe das Ergebnis der Tiefenbestimmung beeinflusst.

Die Sollwerte $t_{s,soll}$ aus Tabelle 6.4.2 werden als Eindringtiefe σ in die nach f umgestellte Gleichung (2.1.1) eingesetzt. Mit $\gamma = 35,6 \text{ m}/\Omega\text{mm}^2$ und $\mu_r \approx 1$ ergeben sich die in Tabelle 6.4.3 dargestellten, dort als „berechnete Frequenzen“ bezeichneten Frequenzwerte.

In Anlehnung an die so ermittelten Frequenzwerte wurden sechs Meßfrequenzen ausgewählt, für die die in den Kapitel 6.4.1 und Kapitel 6.4.2 beschriebene Prozedur wiederholt wurde. Die Prozedur umfaßt die Ermittlung eines Primärdatensatzes, die Bestimmung von Basisvektoren entsprechend Gleichung (6.4.1) und die Bestimmung der Tiefe aus neun Meßreihen, die an neun verschiedenen tiefen Rissen aufgenommen wurden. Die ausgewählten Meßfrequenzen sind ebenfalls in Tabelle 6.4.3 dargestellt.

Vorgegebene Eindringtiefe $\sigma = t_{s,soll}$ in mm	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
Berechnete Frequenz f in kHz	180,9	80,4	45,2	28,9	20,1	14,8	11,3	8,9	7,2
Gewählte Meßfrequenz f in kHz	181	82	45	29	17		10		

Tabelle 6.4.3

Für vorgegebene Eindringtiefen σ ermittelte Meßfrequenzen f

Die im Primärdatensatz enthaltenen Tiefen wurden für jeden Durchlauf nahezu fehlerfrei rekonstruiert. Bei der Bestimmung der Tiefe aus den Datenreihen, die nicht zum Primärdatensatz gehören, ergaben sich, wie bereits auch in Kapitel 6.4.2, einige geringfügige Abweichungen. Als Vergleichswert wurde daher aus jedem Durchlauf, d.h. pro Meßfrequenz, der Maximalwert der sich ergebenden relativen Fehler entnommen. Diese Fehler sind in Tabelle 6.4.4 zusammengestellt. Es zeigt sich, daß sich der maximal auftretende relative Fehler im Vergleich zu den Ergebnissen aus Tabelle 6.4.3 nur unwesentlich verschlechtert. Innerhalb des hier verwendeten Meßfrequenzbereiches kann die Tiefe offenbar frequenzunabhängig bestimmt werden. Das verdeutlicht einmal mehr, daß das Verfahren unabhängig von den physikalischen Zusammenhängen ist und nur die Struktur der empirisch ermittelten Datenpunkte untersucht.

Meßfrequenz f in kHz	10	17	29	45	82	181
Betrag des relativen Fehlers $ (t_{s,ist} - t_{s,soll}) / t_{s,soll} $ in %	1	1	1,43	1,43	1,43	1,43

Tabelle 6.4.4

Zusammenstellung der Maximalwerte des relativen Fehlers zur Bestimmung der Rißtiefe t_s für verschiedene Meßfrequenzen bei Wiederholung der Datenauswertung

6.5 Bestimmen von Rißbreiten und Rißtiefen in einem Schritt

Oft interessiert nicht nur ein Parameter einer Schädigung. Darüber hinaus sind sich Wirbelstromdaten für verschiedene Problemkreise sehr ähnlich, wie die Bilder 6.3.2 und 6.4.2 für die Problemkreise „Rißbreite“ bzw. „Rißtiefe“ zeigen. Mit Hilfe der durch die Karhunen-Loeve-Transformation ermittelten problemangepaßten Funktionen und deren Koeffizienten sind auch Rückschlüsse aus den Meßdaten auf mehrere Einflußgrößen in einem Schritt möglich. In diesem Kapitel werden daher Wirbelstromdaten analysiert, die gleichzeitig von der Rißbreite d_s als auch von der Rißtiefe t_s beeinflußt wurden. In Kapitel 6.5.1 werden die Meßanordnung und die Verläufe der sich ergebenden Meßdaten diskutiert.

Die Merkmalsextraktion und die sich anschließende Messung wird dabei in der gleichen Weise durchgeführt, wie sie aus den Kapiteln 6.3 und 6.4 für die Bestimmung eines Parameters bekannt ist. Dabei wird der Ansatz nach Gleichung (5.2.5) gewählt, so daß eine Beschreibung der Daten mit Hilfe von zwei Basisvektoren erfolgt. Einer dieser Vektoren ist abhängig von der Ortskoordinate x , der andere von der Breite d_s in Zusammenhang mit einer bestimmten Tiefe t_s . Eine Separierung von Breite und Tiefe durch die Basisvektoren ist dadurch nicht möglich. Die Merkmalsextraktion und den Meßvorgang für diesen Ansatz beschreibt Kapitel 6.5.2.

Mit dem Ansatz nach Gleichung (5.2.17) erfolgt die Beschreibung der Daten durch Produkte aus jeweils drei Basisvektoren. Damit ist die Zuordnung von Breite d_s und Tiefe t_s in zwei getrennte Basisvektoren möglich. Der dritte Vektor beschreibt den Zusammenhang zum Ort x . Der Meßvorgang erfordert für diesen Ansatz eine im Vergleich zu den bisherigen Kapiteln modifizierte Vorgehensweise. Darauf wird in Kapitel 6.5.3. eingegangen.

6.5.1 Meßaufbau und Meßdaten

Der Primärdatensatz wird durch Messungen an der in Bild 6.5.1 gezeigten Anordnung ermittelt. Die Wirbelstromspule wird dabei schrittweise über verschieden tiefe keilförmige Nuten bewegt. Während die Tiefe t_s dieser „Risse“ fest vorgegeben ist, ermöglicht die Keilform der Risse die Variation der Rißbreiten d_s . Bei einer Meßfrequenz von $f = 10$ kHz wird die Induktivität L_s der Wirbelstromspule gemessen.

Der Primärdatensatz ist damit von drei Einflußgrößen abhängig, von der Ortskoordinate x , der Rißbreite d_s und der Rißtiefe t_s . Der Einflußgröße Rißbreite d_s ist die Breite der keilförmigen Nut unterhalb der Spulenachse zugeordnet (Bild 6.5.1).

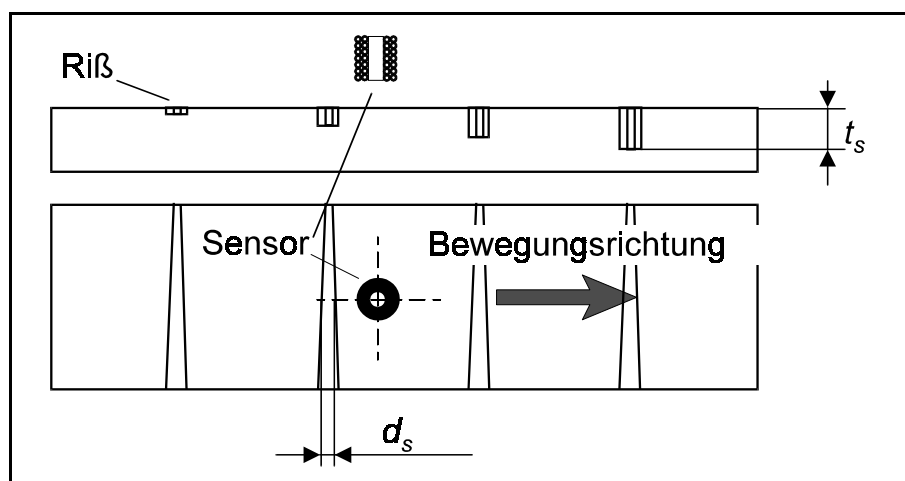


Bild 6.5.1

Anordnung zur Messung von Wirbelstromdaten an Rissen verschiedener Breite d_s und verschiedener Tiefe t_s

Der zu analysierende Primärdatensatz wurde für fünf verschiedene Breiten (d_{s1} bis d_{s5}) bei vier verschiedenen Tiefen (t_{s1} bis t_{s4}) ermittelt.

Damit besteht der Datensatz aus 20 verschiedenen Meßreihen. Die Werte der untersuchten Einflußgrößen Rißbreite d_s und Rißtiefe t_s , sind in Tabelle 6.5.1 zusammengestellt.

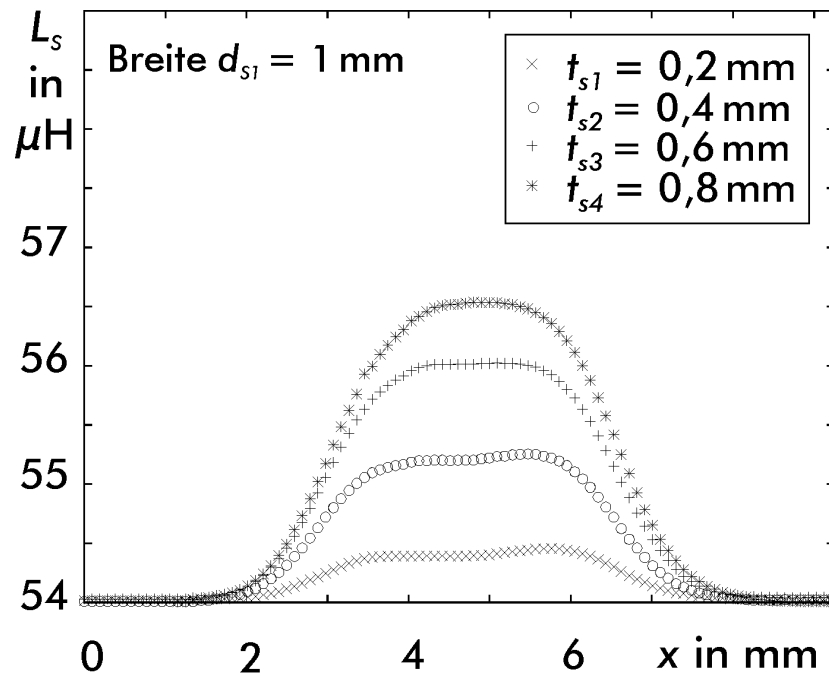
Tiefe t_s in mm	$t_{s1} = 0,2$	$t_{s2} = 0,4$	$t_{s3} = 0,6$	$t_{s4} = 0,8$	-
Breite d_s in mm	$d_{s1} = 1,0$	$d_{s2} = 1,5$	$d_{s3} = 2,0$	$d_{s4} = 2,5$	$d_{s5} = 3,0$

Tabelle 6.5.1

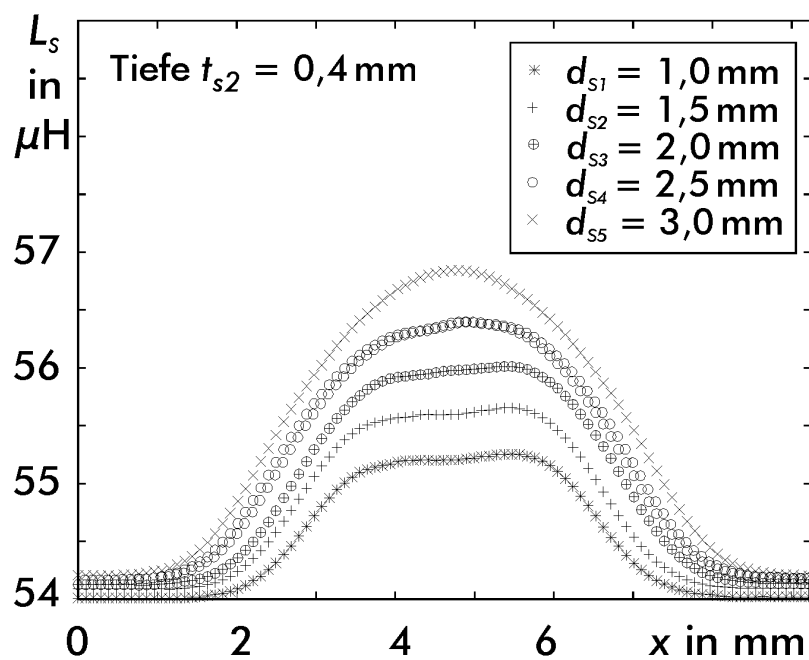
Werte der im Primärdatensatz enthaltenen Einflußgrößen Rißbreite d_s und Rißtiefe t_s

Bild 6.5.2 zeigt einen Ausschnitt der gemessenen Primärdaten. Bild 6.5.2(a) stellt Meßdaten für die vier verschiedenen Rißtiefen t_{s1} bis t_{s4} bei der Rißbreite $d_{s1} = 1$ mm dar. Mit zunehmender Tiefe t_s des Risses erhöht sich die Amplitude der dargestellten pulsformigen Meßverläufe.

Bild 6.5.2(b) zeigt Meßdaten für die fünf verschiedenen Rißbreiten d_{s1} bis d_{s5} bei der Tiefe $t_{s2} = 0,4$ mm. Mit der Rißbreite d_s nehmen sowohl Breite als auch Amplitude der Signale zu. Die Einflüsse von Breite und Tiefe eines Risses auf den Verlauf des Wirbelstromsignals überlagern sich offensichtlich. Vor allem die Amplitude wird sowohl von der Tiefe als auch von der Breite des untersuchten Risses beeinflusst. Eine Zuordnung eines durch einen Riß verursachten Datenreihe zu einer bestimmten Tiefe und einer bestimmten Breite ist somit außerordentlich schwierig.



(a) Verschiedene Tiefen, Meßfrequenz 10kHz



(b) Verschiedene Breiten, Meßfrequenz 10kHz

Bild 6.5.2

Ausschnitt des an verschieden breiten und verschieden tiefen Rissen aufgenommenen Primärdatensatzes Y

6.5.2 Datenanalyse mit Hilfe der Karhunen-Loeve-Transformation

Ein Punkt y_{ij} des ausschnittsweise in Bild 6.5.2 gezeigten Primärdatensatzes kann durch den Ansatz

$$y_{ij} = \sum_{v=1}^r a_{vi}(t_s, d_s) \cdot c_{vk}(x) \quad \text{mit } i = 1 \dots n \text{ und } k = 1 \dots l \quad (6.5.1)$$

beschrieben werden. Die Struktur von Gleichung (6.5.1) entspricht damit dem Ansatz der Karhunen-Loeve-Transformation (Kapitel 5.2).

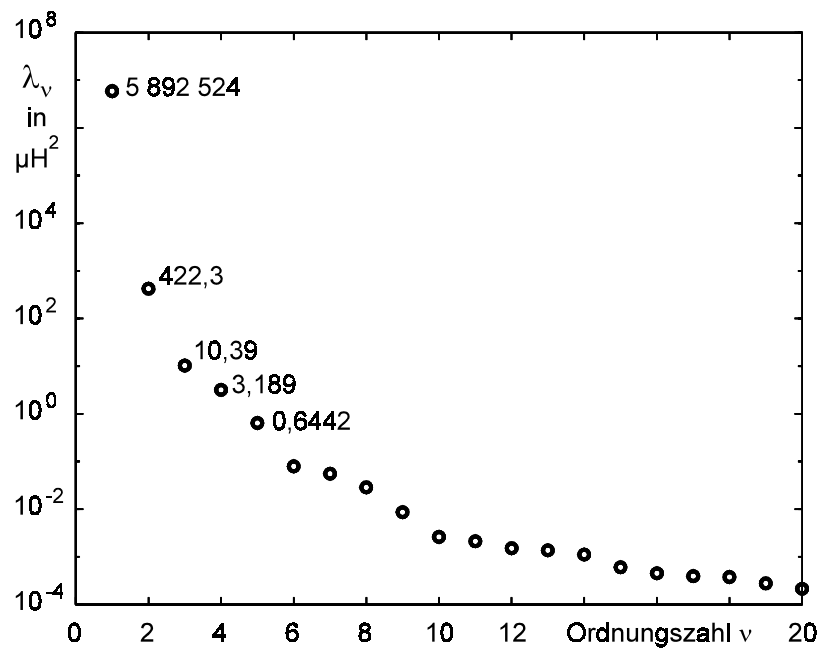
Der gesamte Datensatz $\mathbf{Y}$ ist in der in Bild 5.2.1 gezeigten Tabelle darstellbar. Dabei stellt die Ortskoordinate x eine der Einflußgrößen, die Kombination aus einer Breite d_s und einer Tiefe t_s die weitere Einflußgröße dar. Der Primärdatensatz ist dann durch zwei Basisvektoren mit

$$\mathbf{Y} = \sum_{v=1}^r \mathbf{A}_v(t_s, d_s) \mathbf{C}_v(x)$$

$$\text{bzw.} \quad \mathbf{Y} = \sum_{v=1}^r \sqrt{\lambda_v} \cdot \mathbf{A}_v^E(t_s, d_s) \mathbf{C}_v^E(x) \quad (6.5.2)$$

darstellbar.

Die Bestimmung der Basisvektoren $\mathbf{A}_v$ und $\mathbf{C}_v$ erfolgt auf die bereits bekannte Weise. Da der Primärdatensatz 20 Meßreihen für 20 verschiedene Kombinationen von Breite und Tiefe enthält, ergeben sich je $r = \min(m, n) = 20$ Eigenwerte λ_v bzw. Basisvektoren $\mathbf{A}_v$ und $\mathbf{C}_v$. Die sich in dieser Untersuchung ergebenden Eigenwerte λ_v zeigt Bild 6.5.3. Auch hier stellt sich die für die Karhunen-Loeve-Transformation typische Ordnung ein. Die Eigenwerte λ_v mit niedriger Ordnungszahl v haben die höchsten Werte.

**Bild 6.5.3**

Für den an verschiedenen breiten und verschiedenen tiefen Rissen aufgenommenen Primärdatensatz $\mathbf{Y}$ ermittelte Eigenwerte λ_v

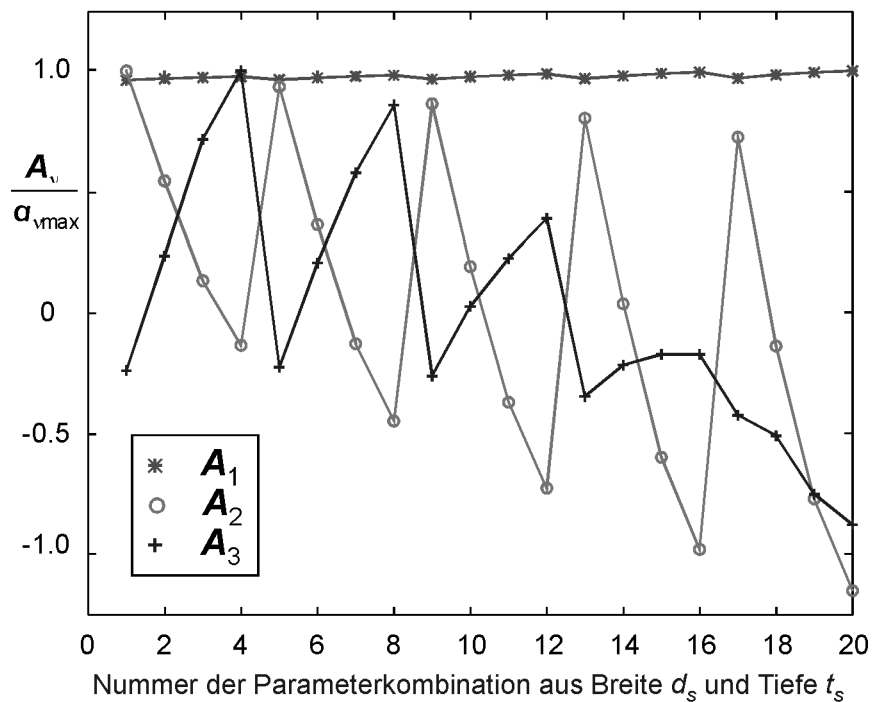
Die Parameterkombinationen aus den verschiedenen Breiten d_s und Tiefen t_s sind Nummern zugeordnet. Die Zuordnung ist Tabelle 6.5.2 zu entnehmen. Diese erfolgt so, daß Parameterkombinationen mit kleineren Nummern den kleineren Werten der Rißbreite d_s zugeordnet sind. Jeder vierten Nummer ist derselbe Tiefenwert t_s zugeordnet. Aus diesem Ordnungsprinzip resultiert der „zackenförmigen“ Verlauf der dargestellten Werte der Merkmalsvektoren $\mathbf{A}_1$ bis $\mathbf{A}_3$.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	17	19	20
t_{s1}	t_{s2}	t_{s3}	t_{s4}	t_{s1}	t_{s2}	t_{s3}	t_{s4}	t_{s1}	t_{s2}	t_{s3}	t_{s4}	t_{s1}	t_{s2}	t_{s3}	t_{s4}	t_{s1}	t_{s2}	t_{s3}	t_{s4}
d_{s1}	d_{s1}	d_{s1}	d_{s1}	d_{s2}	d_{s2}	d_{s2}	d_{s2}	d_{s3}	d_{s3}	d_{s3}	d_{s3}	d_{s4}	d_{s4}	d_{s4}	d_{s4}	d_{s5}	d_{s5}	d_{s5}	d_{s5}

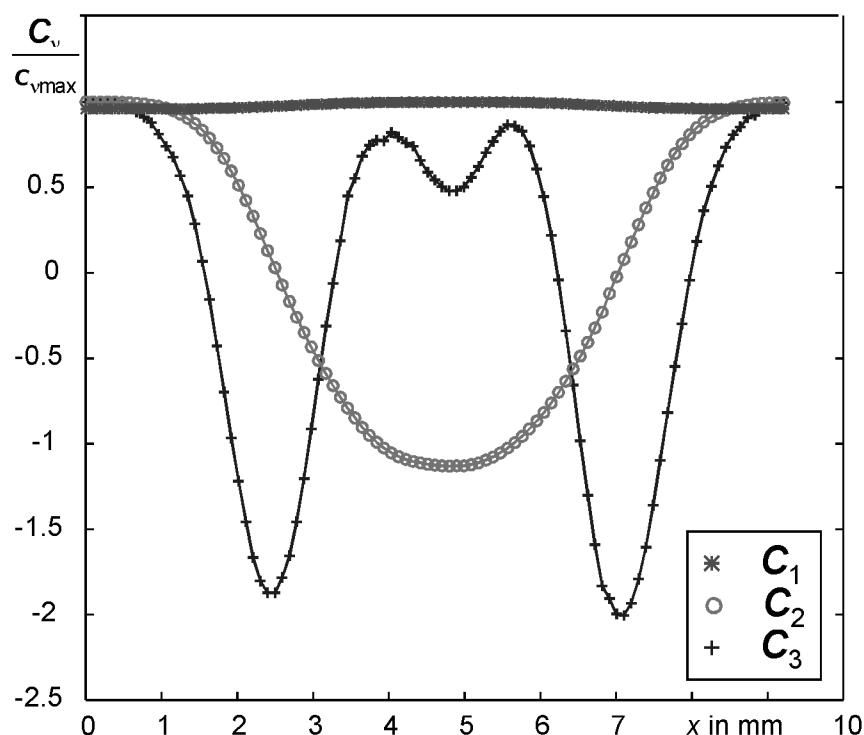
Tabelle 6.5.2

Zuordnung der Nummern 1 bis 20 zu den Parameterkombinationen aus Breite d_s und Tiefe t_s

Bild 6.5.4 zeigt die auf ihr Maximum normierten Merkmalsvektoren A_v . Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind nur die drei Vektoren mit der höchsten Ordnungszahl v dargestellt. In Bild 6.5.5 ist das diskretisierte, vom Ort x abhängigen Funktionensystem C_v dargestellt. Auch hierbei sind nur die ersten drei Vektoren dargestellt. Die Normierung erfolgte auf das Maximum jedes Vektors.

**Bild 6.5.4**

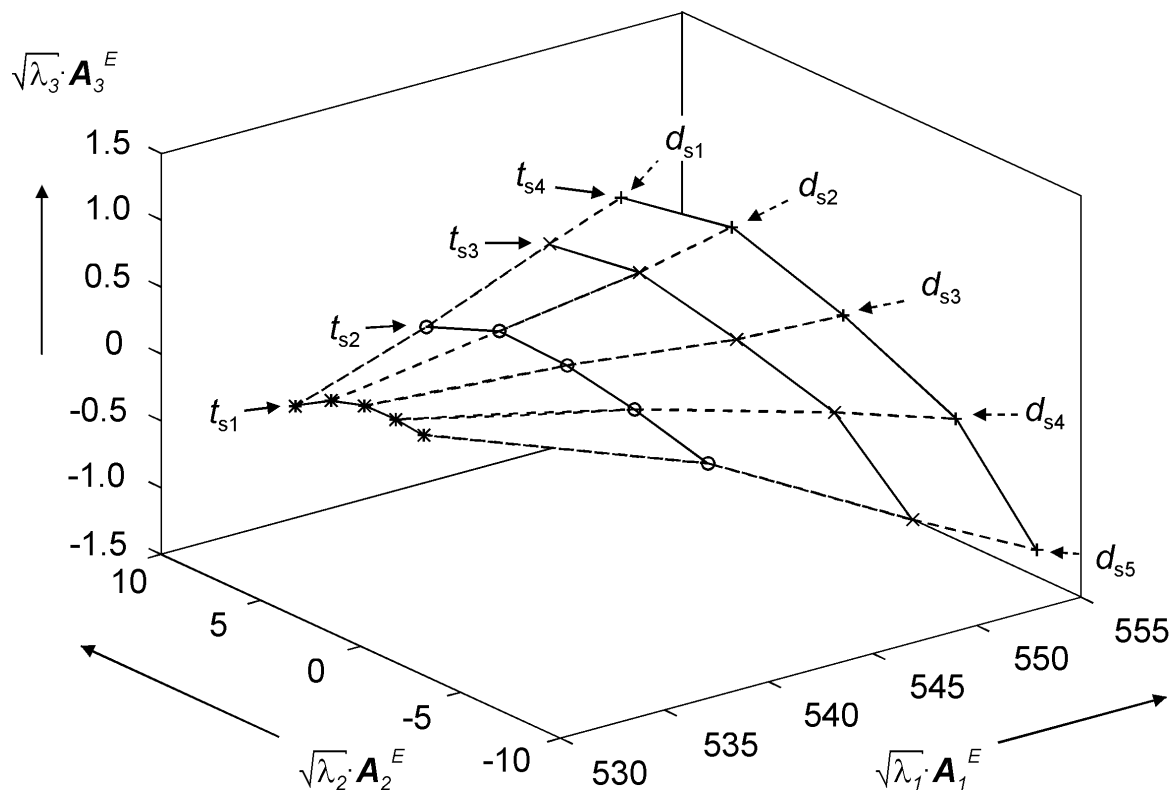
Aus dem an Rissen verschiedener Breite d_s und Tiefe t_s aufgenommenen Primärdatensatz Y ermittelte Merkmalsvektoren A_1 , A_2 , A_3

**Bild 6.5.5**

Aus dem an Rissen verschiedener Breite d_s und Tiefe t_s aufgenommenen Primärdatensatz Y ermittelte Entwicklungsfunktionen C_1 , C_2 , C_3

Die Merkmale a_{vi} des Primärdatensatzes nehmen einen charakteristischen Bereich im Merkmalsraum ein. In Bild 6.5.6 sind diese Merkmale a_{vi} im dreidimensionalen Merkmalsraum dargestellt. Aufgrund ihrer Abhängigkeit von zwei Parametern spannen sie dort eine Fläche auf. Jedem Punkt dieser Kalibrierfläche ist eine bestimmte Kombination von Breite d_s und Tiefe t_s zugeordnet.

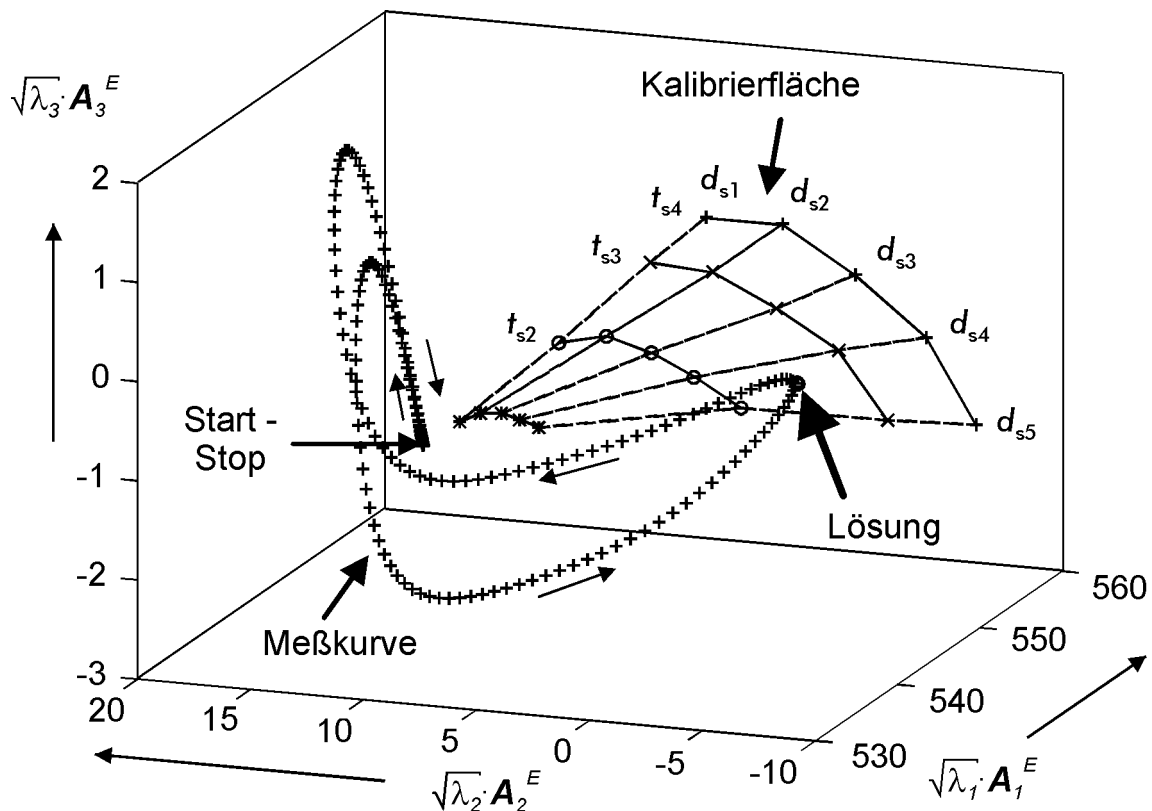
Der eigentliche Meßvorgang erfolgt auf dieselbe Weise, wie sie in den Kapiteln 6.3.2 und 6.4.2 erläutert wurde: Aus einer neu ermittelten Meßreihe Ψ werden mit Hilfe des diskretisierten Funktionensystem C_v Merkmale $a_v^{(q)}$ extrahiert. Als Berechnungsgrundlage dient auch hier Gleichung (6.3.7). Diese Merkmale $a_v^{(q)}$ bilden eine Meßkurve im Merkmalsraum.

**Bild 6.5.6**

Charakteristische Kalibrierfläche für den Problemkreis „Rißbreite und -tiefe“ im dreidimensionalen Merkmalsraum

In Bild 6.5.7 ist die Kalibrierfläche und eine solche Meßkurve im dreidimensionalen Merkmalsraum dargestellt. Der kürzeste Abstand zwischen Kalibrierfläche und Meßkurve bestimmt die Lösung. Um diesen Abstand bestimmen zu können, muß der Merkmalsraum mindestens eine um eins höhere Dimension besitzen als die zweidimensionale Kalibrierfläche. Das heißt, es ist mindestens ein dreidimensionaler Merkmalsraum erforderlich.

Die Merkmale $a_v^{(q)}$ der Meßkurve wurden aus einer Meßreihe an einem keilförmigen Riß der Breite $d_s = 2,75$ mm und der Tiefe $t_s = 0,5$ mm aufgenommen. Wie Bild 6.5.7 zeigt, befindet sich der durch die dichteste Annäherung bestimmte Lösungspunkt in diesem Parameterbereich..

**Bild 6.5.7**

Charakteristische Kalibrierfläche für den Problembereich „Rißbreite und -tiefe“ im dreidimensionalen Merkmalsraum und aus Daten an einem Riß der Breite $d_s = 2,75$ mm und der Tiefe $t_s = 0,5$ mm ermittelte Meßkurve

Nach der beschriebenen Methode konnten die im Primärdatensatz enthaltenen Parameterkombination fehlerfrei rekonstruiert werden. In Tabelle 6.5.3 sind dagegen Ergebnisse zusammengestellt, die aus Meßreihen ermittelt wurden, deren zugrundeliegenden Parameter Breite d_s und Tiefe t_s nicht im Primärdatensatz enthalten sind.

Wie Tabelle 6.5.3 zeigt, erfolgt die Parameterbestimmung aus diesen Daten mit einer maximalen relativen Abweichung von 33 %. Diese vergleichsweise großen Abweichungen treten bei sehr schmalen und nicht sehr tiefen Rissen. Die übrigen Parameter konnten mit einem relativen Fehler von unter 10 % zufriedenstellend bestimmt werden.

Offensichtlich führt die gleichzeitige Bestimmung der Parameter Breite und Tiefe in einigen Bereichen mit einem bestimmten Verhältnis von Breite zu Tiefe der Risse zu größeren Fehlern. Der Verlauf der Meßreihen ändert sich in Abhängigkeit von der Breite und von der Tiefe in einer unterschiedlichen aber prägnanten Art und Weise. Diese Unterschiede sind für kleine Rißbreiten und -tiefen weniger markant ausgebildet (Bild 6.5.2).

Nr.	Sollwerte in mm		Istwerte in mm		Absoluter Fehler in mm		Betrag d. rel. Fehlers in %	
	$d_{s,soll}$	$t_{s,soll}$	$d_{s,ist}$	$t_{s,ist}$	$\Delta(d_s) = d_{s,soll} - d_{s,ist}$	$\Delta(t_s) = t_{s,soll} - t_{s,ist}$	$ \Delta(d_s)/d_{s,soll} $	$ \Delta(t_s)/t_{s,soll} $
1	1,00	0,30	1,05	0,30	-0,05	0,00	5,00	0,00
2	2,25	0,50	2,85	0,50	-0,60	0,00	26,67	0,00
3	2,25	0,60	3,00	0,55	-0,75	0,05	33,33	8,33
4	2,25	0,80	2,80	0,75	-0,55	0,05	24,44	6,25
5	2,75	0,20	3,00	0,20	-0,25	0,00	9,09	0,00
6	2,75	0,30	2,75	0,30	0,00	0,00	0,00	0,00
7	2,75	0,40	2,80	0,40	-0,05	0,00	1,82	0,00
8	2,75	0,50	2,75	0,50	0,00	0,00	0,00	0,00
9	2,75	0,60	2,75	0,60	0,00	0,00	0,00	0,00
10	2,75	0,80	2,85	0,75	-0,10	0,05	3,64	6,25

Tabelle 6.5.3

Ergebnisse der Bestimmung von Breite d_s und Tiefe t_s von „Rissen“ in einem Schritt

Eine andere Schlußfolgerung aus den in Tabelle 6.5.3 dargestellten Ergebnissen ist, daß der Primärdatensatz nicht repräsentativ genug ist. Wenn ein repräsentativer Primärdatensatz zur Entwicklung des Funktionensystems verwendet wird, ist bei einem Test die Systemleistung nahezu unabhängig davon, ob die verarbeiteten Muster in dem Primärdatensatz enthalten waren oder nicht [10]. Dies ist hier offensichtlich nicht der Fall. Eine Vergrößerung des Primärdatensatzes wird demzufolge einige wesentliche Verbesserungen der in Tabelle 6.5.3 dargestellten Ergebnisse mit sich bringen.

6.5.3 Datenanalyse mit Hilfe einer modifizierten Karhunen-Loeve-Transformation

Aufgrund der drei Einflußgrößen kann die Entwicklung des Primärdatensatzes auch durch eine Linearkombination aus drei Basisvektoren entsprechend Gleichung (5.2.18) bzw. (5.2.19) erfolgen. Damit erfolgt die Separierung von beispielsweise Breite und Tiefe von Rissen bereits in den Basisvektoren der approximierenden Reihenentwicklung. Ist $\mathbf{Y}$ der Primärdatensatz, gilt für einen Punkt y_{ijk} daraus

$$y_{ijk} = \sum_{v=1}^r a_{vi}(t_s) \cdot b_{vj}(d_s) \cdot c_{vk}(x) \quad (6.5.3)$$

mit $i = 1 \dots n$, $j = 1 \dots m$ und $k = 1 \dots l$.

Die Parameter a_{vi} , b_{vj} und c_{vk} sind die Elemente der Basisvektoren $\mathbf{A}_v$, $\mathbf{B}_v$ und $\mathbf{C}_v$. Die Basisvektoren $\mathbf{A}_v$ sind hier abhängig von der Tiefe t_s , $\mathbf{B}_v$ von der Breite d_s und $\mathbf{C}_v$ von der Ortskoordinate x . Der Primärdatensatz $\mathbf{Y}$ wurde für fünf verschiedene Rißbreiten, vier verschiedene Rißtiefen und eine sehr viel höhere Anzahl von Koordinatenpunkten x aufgenommen, so daß sich $r = 4$ verschiedene Basisvektoren $\mathbf{A}_v$, $\mathbf{B}_v$ und $\mathbf{C}_v$ ergeben.

Werden die Basisvektoren nach unter Verwendung der euklidischen Norm normiert, nimmt Gleichung (6.5.3) die Form

$$y_{ijk} = \sum_{v=1}^r \sqrt{\lambda_v^*} \cdot a_{vii}^E(t_s) \cdot b_{vj}^E(d_s) \cdot c_{vk}^E(x) \quad . \quad (6.5.4)$$

an. Dabei zeigen die Werte λ_v^* ähnliche Eigenschaften wie die Eigenwerte λ_v der Karhunen-Loeve-Transformation. Mit steigender Ordnung v verringern sich die Werte λ_v^* und damit der Anteil der zugehörigen Basisvektoren an der Information. Die Werte λ_v^* sind in Tabelle 6.5.4 dargestellt. Der Einfluß der Glieder der Reihenentwicklung spiegelt sich auch im mittleren Approximationsfehler s_a wider, der in Tabelle 6.5.5 dargestellt ist. Dieser Fehler s_a ist nach Gleichung (5.2.21) ermittelt worden und für alle p sehr klein. Mit steigender Anzahl der Glieder p der Reihe verringert er sich.

Ordnungszahl v	Werte λ_v^* in μH^2
1	5 892 496
2	360,4
3	69,06
4	29,8

Tabelle 6.5.4

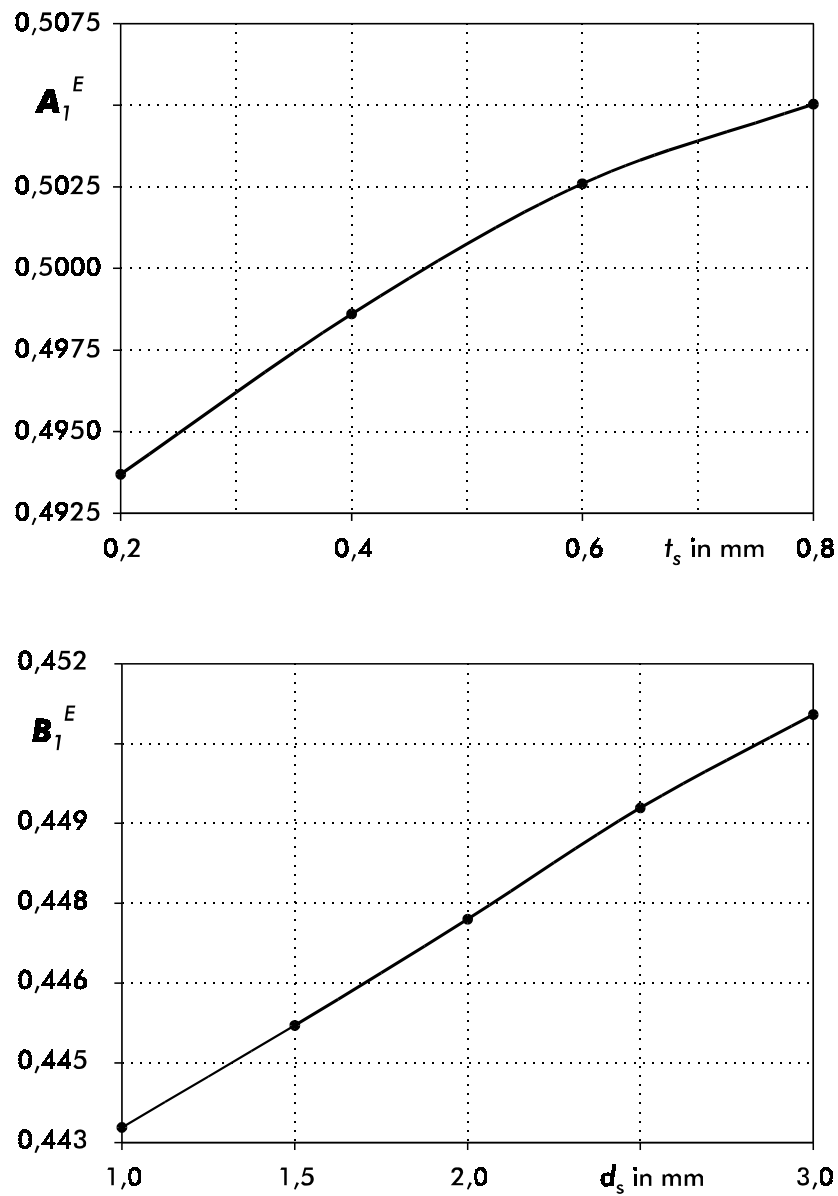
Aus dem Primärdatensatz
bestimmte Werte λ_v^*

Anzahl der Glieder p der Reihe Gleichung (6.5.4)	Approximations- fehler s_a in μH
1	0,49
2	0,23
3	0,13
4	0,05

Tabelle 6.5.5

Mittlerer Approximationsfehler s_a für ver-
schiedene Anzahl p der in der Reihenent-
wicklung verwendeten Glieder

Bild 6.5.8 zeigt die unter Verwendung der euklidischen Norm normierten Merkmalsvektoren $\mathbf{A}_1^E$ und $\mathbf{B}_1^E$. Zwischen den Elementen dieser Vektoren und den zugehörigen Einflußgrößen besteht ein eindeutiger Zusammenhang. Die Elemente b_{vj} sind dabei nahezu linear von der Rißbreite d_s abhängig.

**Bild 6.5.8**

Aus dem an Rissen verschiedener Breite d_s und Tiefe t_s aufgenommenen Primärdatensatz Y nach den Gleichungen (6.5.3) bzw. (6.5.4) ermittelte Merkmalsvektoren $A_1(t_s)$ und $B_1(d_s)$

Mit Hilfe der im ersten Schritt ermittelten Basisvektoren $A_v(t_s)$, $B_v(d_s)$ bzw. $C_v(x)$ ist auch hier eine Bestimmung der interessierenden Parameter, Breite d_s und Tiefe t_s der Risse, möglich. Da die Basisvektoren über ein Produkt entsprechend Gleichung (6.5.3) bzw. (6.5.4) miteinander verknüpft sind, besteht jedoch das Problem der Separierbarkeit der Einflußgrößen wie die folgende Herleitung verdeutlichen wird. Folgt man dem in Kapitel 6.3.2 beschriebenen Ansatz zur Parameterbestimmung aus gemessenen Daten, ist eine Modifizierung der dort beschriebenen Vorgehensweise für das hier anstehende Problem der Bestimmung zweier Parameter in einem Schritt unabdingbar.

Die Daten der neuen Meßreihe werden wie in Kapitel 6.3.2 in einem vom Weg x abhängigen Reihenvektor $\Psi(x)$ abgelegt. Aus der Meßreihe $\Psi(x)$ wird ein Ausschnitt $\psi(x)$ entnommen, der dieselbe Anzahl k von Elementen besitzt wie ein Basisvektor C_v . Dieser Ausschnitt $\psi(x)$ kann ähnlich wie in Kapitel 6.3.2 durch das Funktionensystem C_v beschrieben werden:

$$\psi(x) \approx \sum_{v=1}^r u_v \cdot C_v^T(x) \quad . \quad (6.5.5)$$

Dabei beschreibt jedoch

$$u_v = a_v^{(q)}(t_s) \cdot b_v^{(q)}(d_s) \quad (6.5.6)$$

das nicht separierbare Produkt aus den zu den Einflußgrößen Tiefe t_s bzw. Breite d_s gehörenden Merkmale $a_{vi}^{(q)}(t_s)$ und $b_{vj}^{(q)}(d_s)$, die den Meßreihenausschnitt $\psi(x)$ abbilden.

Gleichung (6.5.5) ist auch in der Form

$$\psi_k \approx \sum_{v=1}^r u_v \cdot c_{vk} \quad \text{mit} \quad k = 1 \dots l. \quad (6.5.7)$$

darstellbar.

Dabei ist ψ_k ein Element des Meßreihenausschnittsvektors $\psi(x)$. Als Kriterium zur Bestimmung der Parameter u_v dient wieder das Gaußsche Prinzip der Minimierung der Summe der Fehlerquadrate:

$$\sum_{k=1}^l \left(\psi_k - \sum_{v=1}^r u_v \cdot c_{vk} \right)^2 \Rightarrow \min$$

bzw.

$$\sum_{k=1}^l \left(\psi_k - u_1 \cdot c_{1k} - u_2 \cdot c_{2k} - \dots - u_r \cdot c_{rk} \right)^2 \Rightarrow \min . \quad (6.5.8)$$

Durch Ableiten von Gleichung (6.5.8) nach den Parametern $u_1 \dots u_r$ und Nullsetzen dieser Ableitungen führt auf das lineare Gleichungssystem Gleichung (6.5.9) zur Bestimmung der Parameter $u_1 \dots u_r$, das dem Gleichungssystem (6.3.6) aus Kapitel 6.3.2 sehr ähnlich ist. Im Gegensatz zu dort enthalten die bestimmten Parameter $u_1 \dots u_r$ hier jedoch das Produkt aus den zwei Merkmalswerten $a_{vi}^{(q)}$ und $b_{vj}^{(q)}$. Mit Gleichung (6.5.9) ist zwar deren Produkt bestimmbar. Eine Separierung ist jedoch nicht möglich.

$$\begin{bmatrix} \sum_{j=1}^m c_{1j}^2 & \sum_{j=1}^m c_{1j} \cdot c_{2j} & \cdot & \cdot & \sum_{j=1}^m c_{1j} \cdot c_{rj} \\ \sum_{j=1}^m c_{1j} \cdot c_{2j} & \sum_{j=1}^m c_{2j}^2 & & & \sum_{j=1}^m c_{2j} \cdot c_{rj} \\ \cdot & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot & \cdot \\ \sum_{j=1}^m c_{1j} \cdot c_{rj} & \sum_{j=1}^m c_{1j} \cdot c_{rj} & \cdot & \cdot & \sum_{j=1}^m c_{rj}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ u_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^m \psi_j \cdot c_{1j} \\ \sum_{j=1}^m \psi_j \cdot c_{2j} \\ \cdot \\ \cdot \\ \sum_{j=1}^m \psi_j \cdot c_{rj} \end{bmatrix} \quad (6.5.9)$$

Die Bestimmung von Breite d_s und Tiefe t_s eines Risses aus einer Meßreihe in einem Schritt erfordert damit eine andere Vorgehensweise als in Kapitel 6.3.2.

Eine solche Vorgehensweise besteht in dem im folgenden beschriebenen Suchalgorithmus zur Separierung der Einzeleinflüsse. Dieser Suchalgorithmus bietet eine der bisherigen Herleitung unmittelbar folgenden Möglichkeit zur Bestimmung von Rißbreiten und -tiefen in einem Schritt.

Dazu wird das Funktional F_u mit

$$F_{u,ij} = \left(u_1 - a_{1i} \cdot b_{1j}\right)^2 + \left(u_2 - a_{2i} \cdot b_{2j}\right)^2 + \dots + \left(u_r - a_{ri} \cdot b_{rj}\right)^2$$

$$\text{bzw.} \quad F_{u,ij} = \sum_{v=1}^r \left(u_v - a_{vi} \cdot b_{vj}\right)^2 \quad (6.5.10)$$

eingeführt. Dabei sind u_v die aus einer Meßreihe ψ extrahierten Merkmalswerte und a_{vi} bzw. b_{vj} die aus dem Primärdatensatz ermittelten Merkmalswerte. Das Funktional F_u charakterisiert die Abweichung verschiedener aus einer Meßreihe ψ extrahierten Merkmalskombinationen u_v von denen, die aus dem Primärdatensatz bestimmt bzw. daraus interpoliert wurden. Nun wird die Kombination (t_s, d_s) gesucht, für die der Wert von F_u ein Minimum annimmt. Zweckmäßigerweise sind dabei die Parameter $a_v(t_s)$ und $b_v(d_s)$ die aus den Merkmalsvektoren $\mathbf{A}_v$ und $\mathbf{B}_v$ interpolierten Funktionen der Einflußgrößen Tiefe t_s und Breite d_s .

Es sind prinzipbedingt nur Breiten und Tiefen bestimmbar, die innerhalb des durch die Primärdaten vorgegebenen Parameterfeldes liegen. Ein solches Parameterfeld zeigt Bild 6.5.9. Die im Primärdatensatz enthaltenen Parameter d_s und t_s sind dort als Punkte eingetragen. Das Feld wird durch die Minimalwerte und Maximalwerte der Rißbreiten, d_{smin} und d_{smax} , bzw. der Rißtiefen, t_{smin} und t_{smax} , begrenzt.

Die Bestimmung des Minimums von F_u kann mit einer der bekannten Optimierungsmethoden erfolgen, z.B. Simplex-Methode, Monte-Carlo-Methode u.a.. Nachfolgend wird eine verallgemeinerte Intervallschachtelung eingesetzt.

Für alle Punkte (ij) des Parameterfeldes sind die Merkmalswerte a_{vi} bzw. b_{vj} des Primärdatensatzes bekannt. Aus einer Meßreihe ψ kann mit dem oben beschriebenen Algorithmus das Merkmalsprodukt u_v bestimmt werden. Damit ist für jeden Punkt (ij) das Funktional $F_{u,ij}$ nach Gleichung (6.5.10) bestimmbar. Die gesuchte Lösung befindet sich in der Nähe des Punktes, der den kleinsten Funktionalwert aufweist. In Bild 6.5.9 ist beispielhaft ein solcher Punkt markiert. Bild 6.5.10 zeigt für eine Meßreihe im ersten Durchlauf nach Gleichung (6.5.10) ermittelte Funktionalwerte.

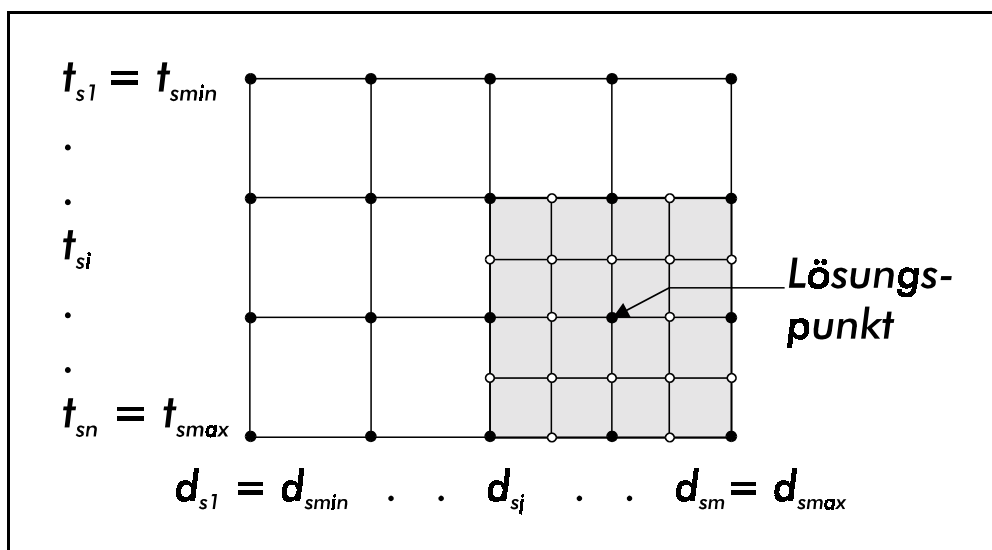


Bild 6.5.9

Parameterfeld (t_s, d_s) für den Suchalgorithmus

Eine genauere Lösung ergibt sich, wenn die Prozedur für den Ausschnitt, in dem sich der eben gefundene Lösungspunkt befindet, wiederholt wird. Dabei bilden die unmittelbar benachbarten Punkte des gefundenen Lösungspunktes die Umrandung des neuen Parameterfeldes. Dieses Feld wird in feinere Intervalle unterteilt. Ein solches neues Parameterfeld ist als Beispiel in Bild 6.5.9 markiert. Für alle Punkte (ij) des neuen Parameterfeldes wird wiederum das Funktional $F_{u,ij}$ Gleichung (6.5.10) bestimmt.

Liegt der im ersten Durchlauf ermittelte Lösungspunkt am Rand oder in einer Ecke des Feldes, ist das neue Suchfeld trotzdem in der Größe des in Bild 6.5.9 markierten Feldes zu wählen. Der Suchalgorithmus wird solange fortgeführt, bis eine gewisse Fehlerschranke erreicht ist bzw. bis sich die Lösung nicht mehr ändert.

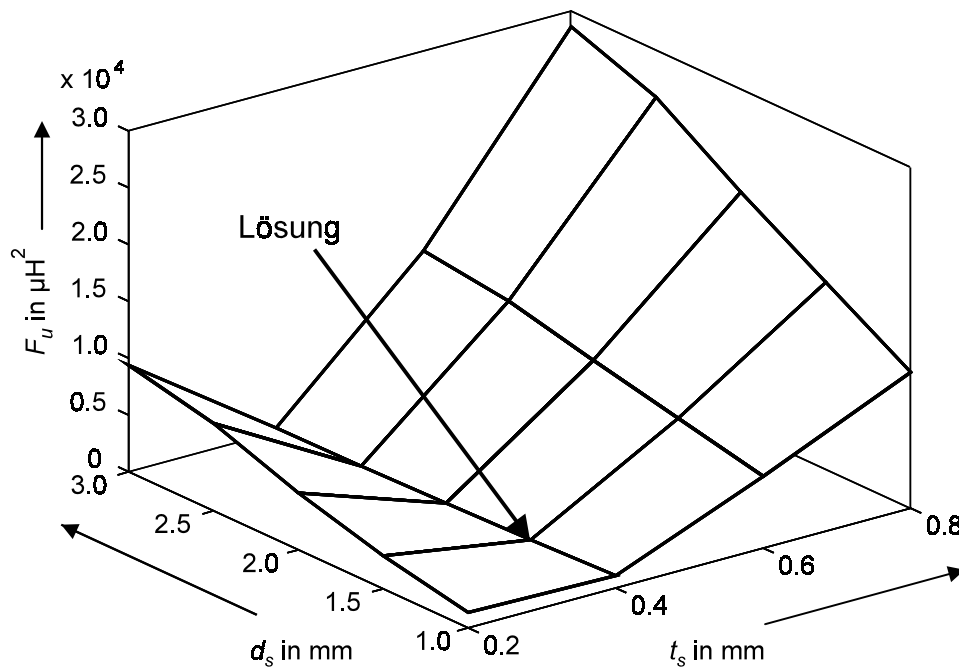


Bild 6.5.10

Werte des Funktionals F_u mit Lösung bei $t_s = 0,4$ mm und $d_s = 1,5$ mm

Prinzipbedingt ist der Algorithmus konvergent. Das Verfahren entspricht einer verallgemeinerten Intervallschachtelung und läßt sich auch auf eine höhere Anzahl von Einflußgrößen erweitern. Unter Umständen hängt das Ergebnis jedoch von der anfangs gewählten Dichte des Gitternetzes ab. Die Intervallbreite für den beschriebenen Algorithmus nimmt mit $\Delta_0 \cdot 2^{-Z}$ ab. Dabei ist Δ_0 die Breite des Anfangsintervalls und Z die Anzahl der Berechnungszyklen. Der Algorithmus konvergiert also in jedem Fall innerhalb des vorgegebenen Lösungsgebietes.

Der beschriebene Suchalgorithmus wurde verwendet, um die Parameter des Primärdaten zu rekonstruieren. Tabelle 6.5.6 zeigt die erzielten Ergebnisse. Dabei wurde das Parameterfeld des Primärdatensatzes einmal unterteilt, d.h. der Suchalgorithmus wurde zweimal durchgeführt. Bei der Berechnung des Funktionals wurden je $\nu = 4$ Merkmale verwendet. In Tabelle 6.5.7 sind die Beträge der relativen Fehler dargestellt.

Ein großer Teil der Parameter konnte sehr genau bzw. mit einer relativen Abweichung unter 50 % rekonstruiert werden. Es existieren jedoch auch einige „Ausreißer“. So wurde eine der Breiten mit 75 %, eine andere sogar mit 125 % Abweichung bestimmt. Der größte Fehler bei der Tiefenbestimmung liegt dagegen bei „nur“ 50 %. Damit liefert das hier beschriebene Verfahren schlechtere Ergebnisse als das Verfahren aus Kapitel 6.5.2.

Verbesserungsmöglichkeiten liegen in der Wahl eines optimalen Anfangsgitters für den Suchalgorithmus. Deutlich verbesserte Ergebnisse werden sich auch durch den Übergang zur Verwendung mehrerer Meßfrequenzen erreichen lassen. Damit verbunden ist beispielsweise eine Erweiterung des Funktionals Gleichung (6.5.10). Die Verwendung mehrerer Meßfrequenzen erfordert jedoch eine deutliche Erweiterung der hier vorgeschlagenen Methodologie und muß späteren Arbeiten vorbehalten bleiben.

		$d_{s,soll}$ in mm									
		-	1,00	-	1,50	-	2,00	-	2,50	-	3,00
$t_{s,soll}$	0,20	0,20	1,75	0,20	1,75	0,20	1,75	0,20	2,00	0,20	3,00
in	0,40	0,40	2,25	0,40	1,00	0,40	1,00	0,40	3,00	0,20	1,50
mm	0,60	0,50	1,00	0,40	2,00	0,80	3,00	0,40	1,50	0,40	1,00
	0,80	0,50	1,00	0,40	1,50	0,80	3,00	0,80	2,25	0,70	2,50
$t_{s,ist}; d_{s,ist}$ in mm		$t_{s,ist}$	$d_{s,ist}$	$t_{s,ist}$	$d_{s,ist}$	$t_{s,ist}$	$d_{s,ist}$	$t_{s,ist}$	$d_{s,ist}$	$t_{s,ist}$	$d_{s,ist}$

Tabelle 6.5.6

Rekonstruktion der Parameter Breite d_s und Tiefe t_s des Primärdatensatzes nach zwei Durchläufen des Suchalgorithmus

		$d_{s,soll}$ in mm									
		-	1,00	-	1,50	-	2,00	-	2,50	-	3,00
$t_{s,soll}$	0,20	0,00	75,00	0,00	16,67	0,00	12,50	0,00	20,00	0,00	0,00
in	0,40	0,00	125,0	0,00	33,33	0,00	50,00	0,00	20,00	50,00	50,00
mm	0,60	16,67	0,00	33,33	33,33	33,33	50,00	33,33	40,00	33,33	66,67
	0,80	37,50	0,00	50,00	0,00	0,00	50,00	0,00	10,00	12,50	16,67
$f_{Rt}; f_{Rd}$ in %		f_{Rt}	f_{Rd}	f_{Rt}	f_{Rd}	f_{Rt}	f_{Rd}	f_{Rt}	f_{Rd}	f_{Rt}	f_{Rd}

Tabelle 6.5.7

Betrag des relativen Fehlers in % bei der Rekonstruktion der Parameter Breite d_s und Tiefe t_s des Primärdatensatzes nach zwei Durchläufen des Suchalgorithmus ($f_{Rt} = |(t_{s,ist} - t_{s,soll}) / t_{s,soll}|$; $f_{Rd} = |(d_{s,ist} - d_{s,soll}) / d_{s,soll}|$)

6.6 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde an mehreren Beispielen demonstriert, wie die in einem Datensatz enthaltene „charakteristischen“ Informationen in Basisvektoren der Karhunen-Loeve-Transformation abgelegt und für ein Verfahren zur Mustererkennung genutzt werden können.

Die Extraktion des Informationsgehaltes wurde besonders deutlich in Kapitel 6.1 dargestellt. Zufällig verteilte Größen finden dabei Berücksichtigung in Vektoren höherer Ordnung und haben wenig Anteil an der Approximation bzw. am Informationsgehalt eines Datensatzes. Diese Eigenschaft macht die Extraktion von Merkmalen durch die Karhunen-Loeve-Transformation besonders interessant und einfach. Bei gemessenen Daten ist immer von einem gewissen Anteil von Störgrößen auszugehen. Durch das Ordnungsprinzip innerhalb der aus der Karhunen-Loeve-Transformation hervorgehenden Größen nimmt der Informationsgehalt mit steigender Ordnungszahl ab. Durch Abbruch der Reihenentwicklung Gleichung (5.2.5) kann daher eine Unterdrückung der die Nutzgrößen überlagernden Störgrößen erreicht werden.

Die gewonnenen Basisvektoren der Karhunen-Loeve-Transformation können für ein Verfahren zur Mustererkennung verwendet werden. Aufgrund ihrer Eigenschaften - Orthogonalität und Ordnung nach Einfluß der charakteristischen Information - sind sie dafür in besonderem Maße geeignet. An mehreren Beispielen konnte gezeigt werden, wie Parameter von Rissen bestimmt werden können. Voraussetzung dafür ist immer ein repräsentativer Primärdatensatz. Als synonyme Bezeichnung für „Stichprobe“ wurde in diesem Kapitel der Begriff „Primärdatensatz“ verwendet.

Ob ein Primärdatensatz repräsentativ ist, ist im allgemeinen schwierig zu entscheiden. Hinweise darauf geben jedoch die Untersuchung der Konfidenzintervalle von geschätzten Parametern und der Test der Leistung des ermittelten Funktionensystems mit Mustern, die nicht im Primärdatensatz enthalten sind [10].

Wenn ein repräsentativer Primärdatensatz zur Entwicklung des Systems verwendet wurde, so ist bei einem Test die Systemleistung nahezu unabhängig davon, ob die verarbeiteten Muster im Primärdatensatz enthalten waren oder nicht [10].

Nicht bei allen Mustern außerhalb des Primärdatensatzes, die im Rahmen der vorliegenden Arbeit untersucht wurden, konnten die Parameter exakt bestimmt werden. Ein Grund dafür ist die geringe Anzahl von Meßreihen in den Primärdatensätzen. Trotz allem konnten Rißparameter mit einer erstaunlichen Treffsicherheit rekonstruiert werden. Viele kommerzielle Prüfgeräte der Wirbelstrommeßtechnik liefern keine quantitativen Größen über Schädigungen. Die in den bisher verwendeten Beispielen untersuchten Primärdatensätze waren nicht immer repräsentativ für ein größeres Meßvorhaben, wohl aber für die untersuchten Fragestellungen.

Jeder Primärdatensatz ist in der Regel an eine bestimmte Wirbelstromsonde, an ein bestimmtes Material für den Prüfkörper und an eine oder mehrere zu untersuchende Schädigungen gebunden. Die Algorithmen sind jedoch für oft auftretende Prüfprobleme als Software in einem dem Prüfgerät nachgeschalteten oder integrierten Computer als Firmware leicht implementierbar. Die beschriebene Ansätze eignen sich prinzipiell auch zur Bestimmung von mehr als zwei oder drei Parametern von Schädigungen und für verschiedene Materialien. Basis ist in jedem Fall ein hinreichender Satz von Primärdaten. Die Streuungen, die durch die Chargenungenauigkeiten verschiedener Wirbelstromsonden gleicher Bauart entstehen, können durch den in Kapitel 5.1 eingeführten Wichtungsfaktor η bei der Bestimmung der problemangepaßten Entwicklungsfunktionen berücksichtigt werden. Die Abweichungen im Übertragungsverhalten der Sensoren haben entsprechende, zusätzliche Entwicklungsfunktionen zur Folge.

Im Anhang sind die erforderlichen Schritte, die zu einem Meßergebnis führen, noch einmal als Schema dargestellt.

7 Verbesserte Signalauswertung bei der Rohrprüfung

Das Wirbelstromverfahren findet vielfältige Anwendung in der zerstörungsfreien Werkstoff- bzw. Werkstückprüfung. Ein wichtiger Anwendungsbereich ist dabei die Prüfung von Bauteilen und Komponenten in Kraftwerken, Prozeßanlagen und Versorgungseinrichtungen der Produktions- und Automatisierungstechnik. Dazu zählen in erster Linie Rohre als Zu- und Ableitungen in verschiedenen Durchmessern.

Unter industriellen Bedingungen gestalten sich die Meßbedingungen nicht optimal. So erfolgt die Prüfung von Rohren im eingebauten Zustand. Metallische Konstruktionselemente, wie Halterungen, Stutzen usw. liefern somit zusätzliche Signale, die das Nutzsignal störend überlagern. Viele Werkstoffoberflächen sind konstruktionsbedingt gekrümmt und in weiten Toleranzen gefertigt. Korrosion infolge von Langzeitbeanspruchungen in rauher Umgebung ergeben unebene Oberflächen, die eine Führung des Sensors in gleichmäßigem Abstand über die Objektoberfläche sehr erschwert. In der Praxis ist somit mit vielfältigen Störsignalen zu rechnen.

Die in Kapitel 6 dargestellten Untersuchungen wurden mit Daten durchgeführt, die unter Laborbedingungen gemessen wurden. Dadurch konnten Störgrößen weitgehend unterdrückt werden. So gewährleisteten die ebenen Oberflächen der zu untersuchenden Aluminiumplatten einen gleichbleibenden Abstand des Sensors auf jedem Punkt der Prüfkörperoberfläche. Zudem stand ausreichend Zeit zur Verfügung, bis zu zehn Meßreihen pro Struktur durchzuführen.

In diesem Kapitel soll das in Kapitel 6 vorgestellte Verfahren an Meßdaten erprobt werden, die unter praxisnahen Bedingungen aufgenommen wurden. Es wird gezeigt werden, daß sich das an die Karhunen-Loeve-Transformation angelehnte Verfahren der optimierten Merkmalsextraktion in besonderer Weise zur Analyse von stark gestörten Wirbelstromdaten eignet.

Dazu wurden Messingrohre mit verschiedenen Schädigungen sowohl an der inneren als auch an der äußeren Oberfläche des Rohres mit dem Wirbelstromverfahren untersucht. Als Meßwertaufnehmer wird eine Differenzspule verwendet, so daß Mittelwertfreiheit der Datensätzen besteht.

Nach einer Beschreibung des Meßaufbaus in Kapitel 7.1 erfolgt in Kapitel 7.2 die Bestimmung geometrischen Parameter einer Schädigung. Da in der Regel die Art der Schädigung nicht bekannt ist, ist zunächst eine Zuordnung, d.h. eine Klassifikation, der gemessenen Signale zu einer bestimmten Schädigungsklasse erforderlich. Kapitel 7.3 zeigt daher die prinzipielle Vorgehensweise bei einer solchen Klassifikation unter Verwendung orthogonaler Transformationen. Diskutiert werden die Voraussetzungen der Karhunen-Loeve-Transformation und der Fourier-Transformation. Anschließend wird auf die Wavelet-Transformation und deren Eignung für eine Analyse und Klassifikation von Wirbelstromdaten eingegangen.

7.1 Meßaufbau

Meßwertaufnehmer für das Wirbelstrommeßverfahren werden auch den geometrischen Gegebenheiten des Prüfobjektes angepaßt. Die Prüfung von Rohren im eingebauten Zustand erfordert Meßwertaufnehmer, die innerhalb des Rohres geführt werden. So verwendet man bei der Rohrprüfung Innenrohrspulen. Für die folgenden Messungen wurde ein Differenzspulenpaar in einer Brückenschaltung verwendet, wodurch eine hohe Auflösung und eine Verringerung von Störeinflüssen erreicht wird.

Bild 7.1.1 zeigt den Aufbau der verwendeten Innendurchlaufspule (TMT Schwarmstedt). Die Spulen sind in einem Harz vergossen. Der Gußkörper wird mit Führungskörpern aus Gummi versehen, deren Durchmesser an den Innrohrdurchmesser angepaßt ist. Toleranzen des Rohrinneindurchmessers d_i werden durch die elastischen Führungskörper weitgehend ausgeglichen.

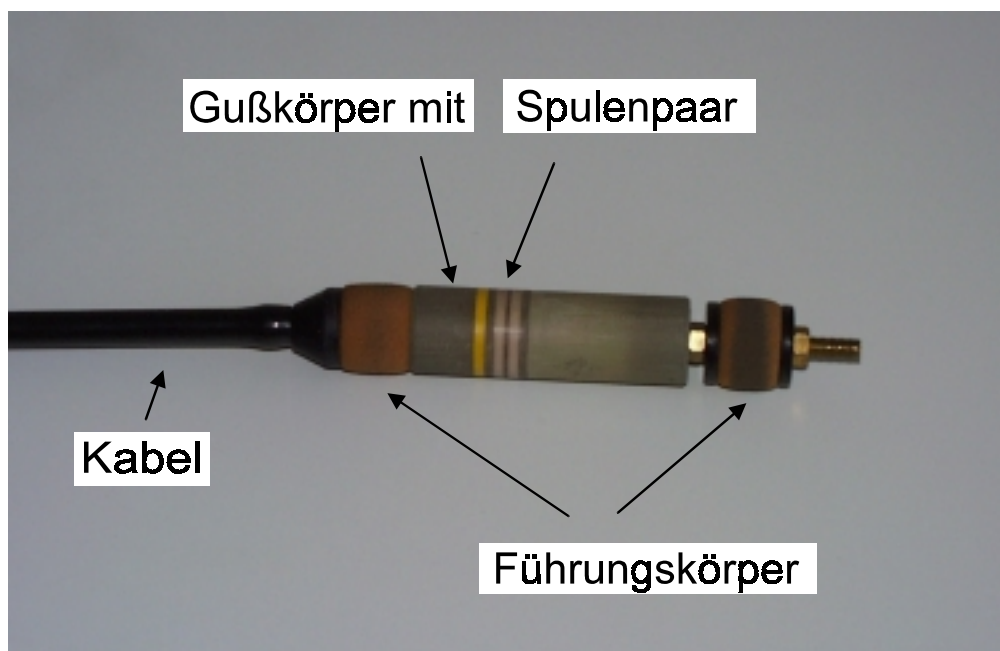


Bild 7.1.1

Aufbau der verwendeten Innendurchlaufspule in Differenzschaltung

Für die Messungen wurde der bereits in Kapitel 6.2 beschriebene Meßaufbau verwendet.

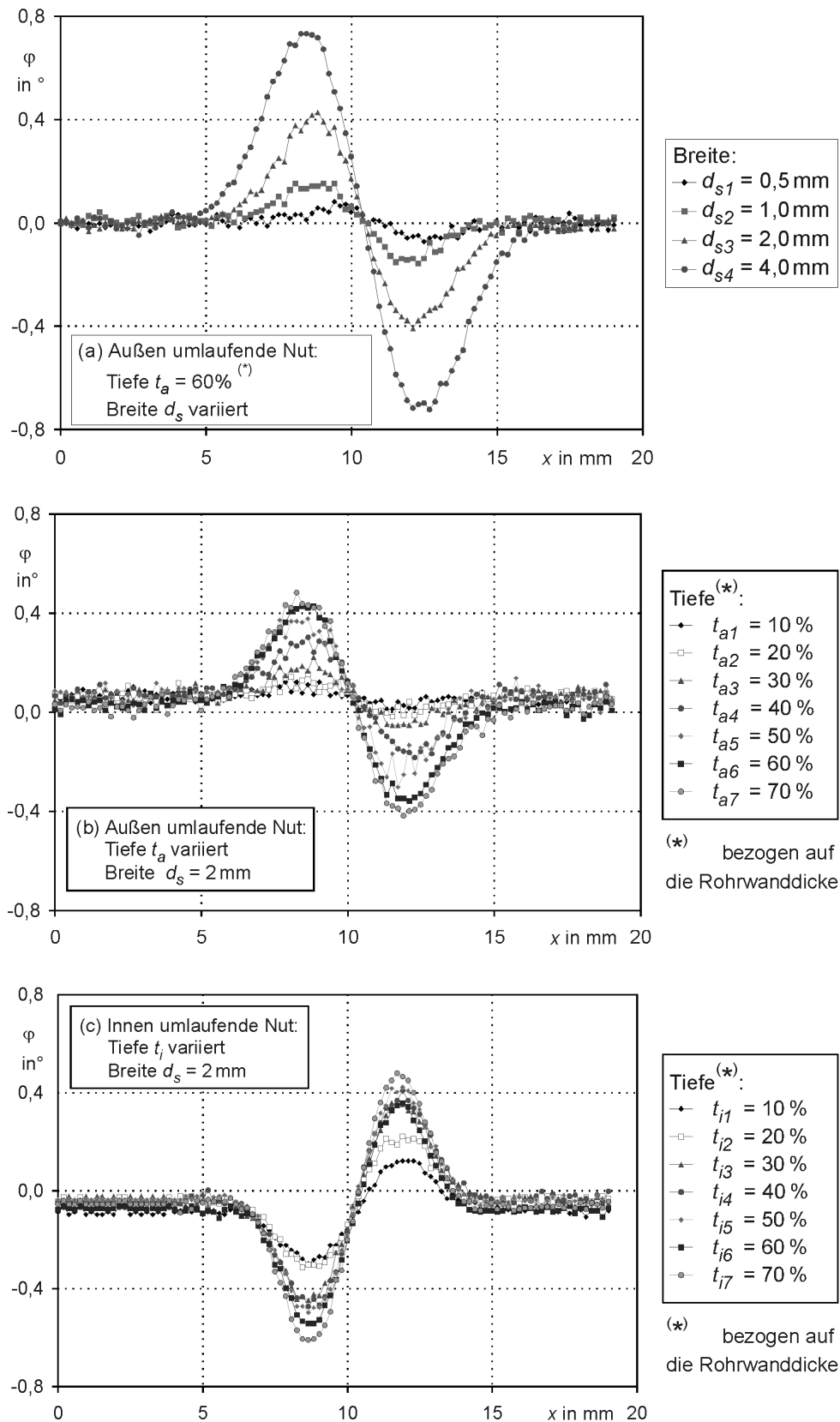
Eine Darstellung der für die Messungen an den Rohren verwendeten Anordnung ist im Anhang enthalten. Die Versorgung der Brücke mit sinusförmiger Spannung bei einer Frequenz von $f = 50$ kHz sowie die Messung der Brückenspannung übernimmt der Impedanzanalysator. Für die weiteren Untersuchungen wurden die Werte für die Phasenverschiebung φ der Brückenspannung gegenüber der Erregerspannung verwendet. Die Meßunsicherheit beträgt dabei im untersuchten Frequenzbereich $0,05^\circ$.

Untersucht werden Rohre aus Messing (Ms 62) mit außen und innen umlaufenden Nuten. Der Außendurchmesser d_a der Rohre beträgt $d_a = 24$ mm, der Innendurchmesser $d_i = 20$ mm. Damit ergibt sich eine Wanddicke $d_w = (d_a - d_i) / 2 = 2$ mm.

Bild 7.1.2 zeigt Meßdaten für drei verschiedene Schädigungsklassen:

- (a) außen umlaufende Nuten verschiedener Breite d_s ,
- (b) außen umlaufende Nuten verschiedener Tiefe t_a sowie
- (c) innen umlaufende Nuten verschiedener Tiefe t_i .

Für die Schädigungsklasse (a) liegen vier Meßreihen an verschieden breiten Nuten vor, für die Klassen (b) und (c) jeweils sieben Meßreihen an verschieden tiefen Nuten außen bzw. innen. Damit beträgt die gesamte Anzahl der Meßreihen 18. Die Meßreihen aller Schädigungsklassen sind abhängig von der Koordinate x aufgenommen worden. Dabei entspricht x dem von der Sonde innerhalb des Rohres zurückgelegten Weg. Die Meßreihen jeder Klasse sind weiterhin von den Geometrieparametern, Breite d_s oder Tiefe t der Schädigung abhängig.

**Bild 7.1.2**

Phase φ der Brückenspannung bei der Rohrprüfung mit dem Wirbelstromverfahren für drei verschiedene Schädigungsklassen

7.2 Bestimmen von Schädigungsparametern

Jeder der drei in Bild 7.1.2 gezeigten Meßdatensätze kann entsprechend der in Kapitel 6 beschriebenen Vorgehensweise analysiert werden, um interessierende Parameter, wie Breite, Länge oder Tiefe der Schädigung, bestimmen zu können. Stellvertretend wird hier eine Analyse für den Datensatz der Klasse (b) vorgenommen. Dieser Datensatz ist mit der im Innenrohr geführten Spule an außen umlaufenden Nuten mit einer Breite von $d_s = 2$ mm bei verschiedenen Tiefen t_a aufgenommen worden. Da die Detektion „durch“ die Rohrwand erfolgt, sind die Amplituden der Daten im Vergleich zu den Signalen der Klasse (c) - innen umlaufende Nuten - kleiner und stark von Störgrößen beeinflusst.

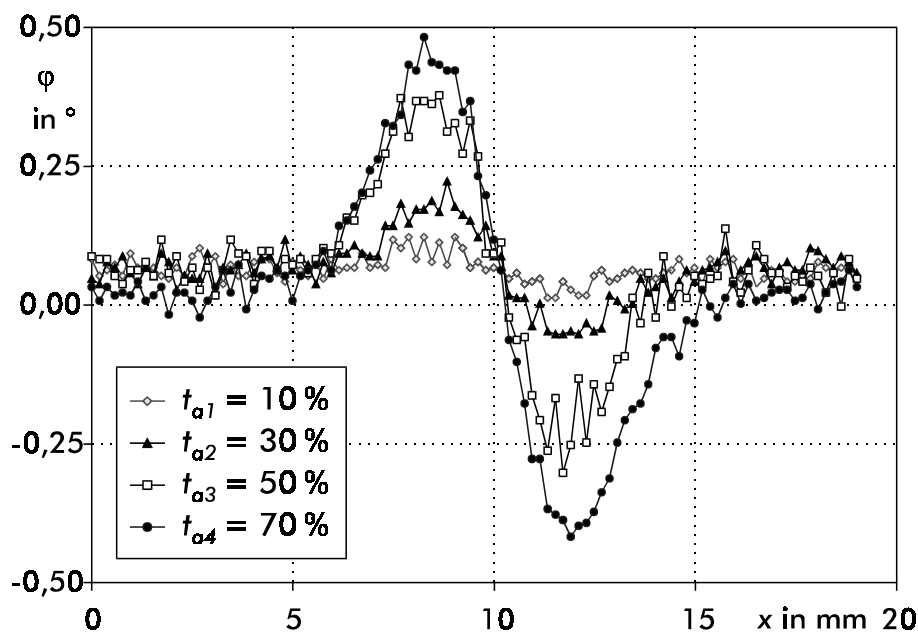


Bild 7.2.1

Graphische Darstellung der an außen umlaufenden Nuten verschiedener Tiefe t_a empirisch ermittelten Primärdaten Y

Für die Extraktion von Merkmalen wird der in Bild 7.2.1 gezeigte Primärdatensatz Y , bestehend aus vier Meßreihen, verwendet. Die verschiedenen Tiefen t_a der Nuten sind bezogen auf die Rohrwanddicke d_w in % angegeben.

Die Zerlegung erfolgt entsprechend dem Ansatz der Karhunen-Loeve-Transformation Gleichung (5.2.5) in zwei Basisvektoren $\mathbf{A}_v(t_a)$ und $\mathbf{C}_v(x)$. Aufgrund der Anzahl der Meßreihen des Primärdatensatzes ergeben sich somit vier Eigenwerte λ_v und je vier Basisvektoren $\mathbf{A}_v(t_a)$ bzw. $\mathbf{C}_v(x)$. Die ermittelten Eigenwerte sind in Tabelle 7.2.1 dargestellt.

Ordnung v	1	2	3	4
Eigenwerte λ_v in $^\circ^2$	6,78	0,76	0,08	0,04

Tabelle 7.2.1

Für den Problemkreis „außen umlaufende Nuten verschiedener Tiefe t_a “ ermittelte Eigenwerte λ_v

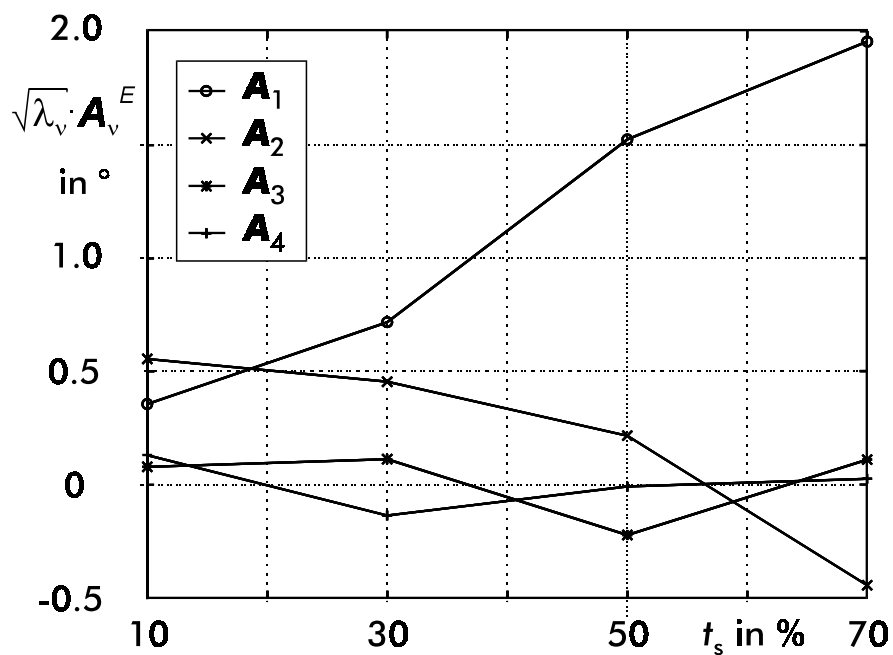


Bild 7.2.2

Aus dem an außen umlaufenden Nuten verschiedener Tiefe t_a aufgenommenen Primärdatensatz $\mathbf{Y}$ gewonnene Merkmalsvektoren $\mathbf{A}_v$

Die zugehörigen Basisvektoren $A_v(t_a)$ und $C_v(x)$ zeigen Bild 7.2.2 bzw. Bild 7.2.3. Im Vergleich zu den in Kapitel 6 verwendeten Daten hat der hier verwendete Primärdatensatz eine schlechte Qualität. Das macht sich bemerkbar, indem die Werte der Basisvektoren $A_2(t_a)$ bis $A_4(t_a)$ bzw. $C_2(x)$ bis $C_4(x)$ sehr deutlich von Null verschieden sind. Ähnliches zeigte sich bereits bei der Analyse von den mit zufällig verteilten, künstlich erzeugten Störgrößen überlagerten Daten in Kapitel 6.1.

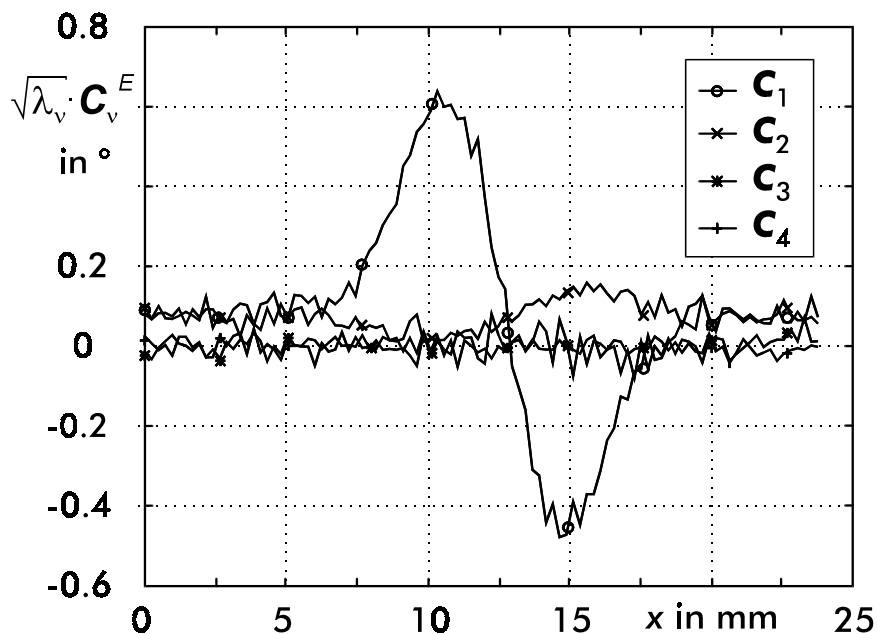


Bild 7.2.3

Aus dem an außen umlaufenden Nuten verschiedener Tiefe t_a auf-genommenen Primärdatensatz Y ermitteltes Funktionensystem C_v

Die Bestimmung der Tiefe t_a aus einer Messung erfolgt auf die bereits bekannte Weise. So zeigt Bild 7.2.4 einen zweidimensionalen Merkmalsraum mit der für das Problem charakteristischen Kalibrierkurve und einer Meßkurve. Trotz der schlechten Qualität der Meßdaten, ergeben sich repräsentative Kurven und damit ein eindeutiger Annäherungspunkt.

Die Meßkurve wurde entsprechend Gleichung (6.3.7) aus einer Meßreihe über einer Nut mit der Tiefe $t_a = 60\%$ der Rohrwanddicke d_w generiert. Die größte Annäherung zwischen Kalibrier- und Meßkurve ergab für die Lösung den Wert 65% der Rohrwanddicke d_w . Die Abweichung zum vorgegeben Wert ist demnach gering.

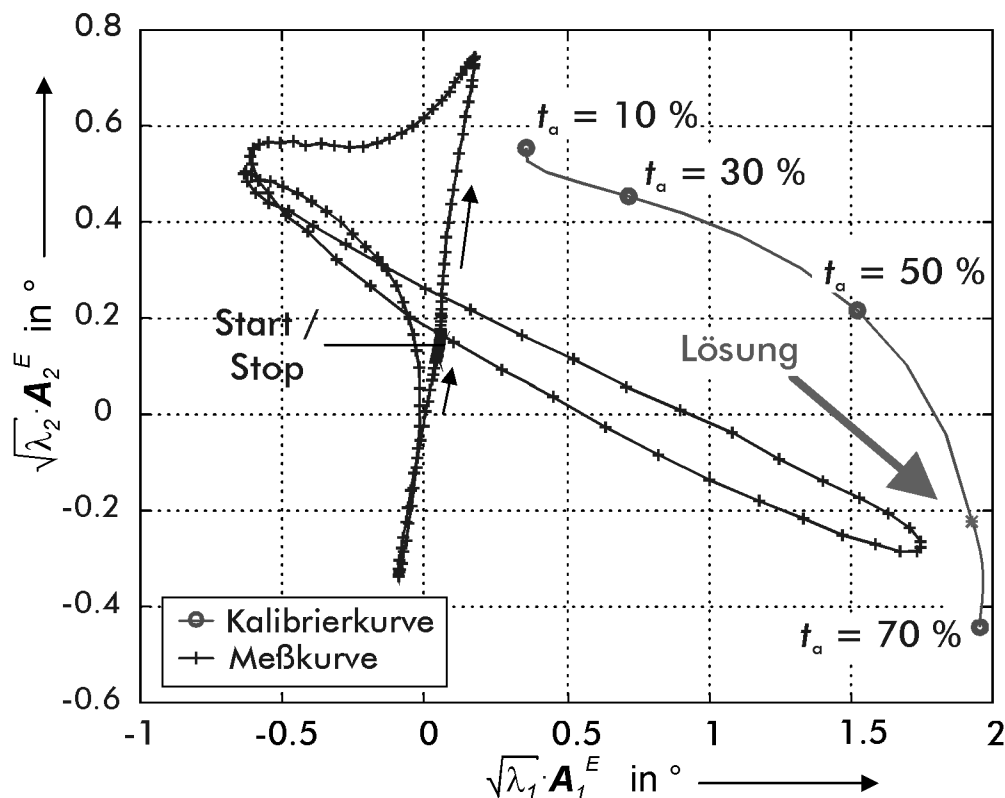


Bild 7.2.4

Charakteristische Kalibrierkurve für den Problemkreis „außen umlaufenden Nuten verschiedener Tiefe t_a “ und aus einer nachträglichen Messung ermittelte Meßkurve im zweidimensionalen Merkmalsraum

Tabelle 7.2.2 zeigt die Ergebnisse der Tiefenbestimmung aus sieben verschiedenen Meßreihen. Die den Primärdaten zugrundeliegenden Parameter t_a wurden sehr gut rekonstruiert. Tiefen t_a außerhalb des Primärdatensatzes wurden dagegen fehlerbehaftet bestimmt. Der hier zur Merkmalsextraktion verwendete Primärdatensatz ist mit vier Meßreihen sehr klein. Ein umfassenderer Primärdatensatz wird hier zu einer Verbesserung der Ergebnisse führen (siehe Kapitel 6.6).

Sollwert $t_{a,soll} / d_W$ in %	10	20	30	40	50	60	70
Istwert $t_{a,ist} / d_W$ in %	10	15	30	15	50	65	70

Tabelle 7.2.2

Ergebnisse der Tiefenbestimmung von außen umlaufenden Nuten

7.3 Ansätze zur Analyse und Klassifikation von Wirbelstromsignalen

Voraussetzung für eine Klassifikation von Meßsignalen ist ein hinreichend großer und charakteristischer Primärdatensatz $\mathbf{Y}$, in dem Signale von allen zu erwartenden Schädigungen enthalten sind. Beispielsweise können die Bild 7.2.1 dargestellten Wirbelstromdaten für drei verschiedene Schädigungen an Rohren einen solchen Primärdatensatz $\mathbf{Y}$ bilden. Jede dieser Meßreihen stellt eine Reihe innerhalb der Matrix $\mathbf{Y}$ dar. Jede Schädigungsklasse hat trotz variierender Parameter d_s , t_a oder t_i typische Signalverläufe zur Folge. So zeigt Bild 7.2.1(a), daß bei außen umlaufenden Nuten die Amplitude und Breite des Differenzsignals mit steigender Nutbreite zunimmt. Die Amplitudenwerte erreichen im Vergleich zu den in Bild 7.2.1(b) dargestellten Signalen höhere Werte. Für innen umlaufende Nuten ist der Signalverlauf im Vergleich zu den an Außenschädigungen gemessenen Daten gespiegelt (Bild 7.2.1(c)).

Es sind nun pro Schädigungsklasse Merkmale zu bestimmen, die die Charakteristika der drei Schädigungsklassen in geeigneter Weise widerspiegeln. So ist es für die Klassifikation von Vorteil, Merkmale zu extrahieren, die sich pro Klasse in deutlich voneinander getrennten Bereichen des Merkmalsraums befinden. Die Zuordnung neu gewonnener Merkmale in diese Bereiche, die eigentliche Klassifikation, wird dadurch drastisch vereinfacht. Die Bestimmung von Merkmalen mit solche Eigenschaften ist ein zentrales Problem der Klassifikation.

Die in Kapitel 5.2 beschriebene Karhunen-Loeve-Transformation eignete sich bereits zur Bestimmung geometrischer Parameter von Materialschädigungen, wie Kapitel 6 zeigte. Aufgrund der Eigenschaften ihrer Basisfunktionen bietet sie sich in besonderer Weise zur Zuordnung von Meßsignalen zu einer bestimmten Schädigungsart, also zur Klassifikation von Signalen, an. Von Vorteil ist dabei, daß die (Merkmals-)Vektoren nach Größe ihres Anteiles an der Information über die zugehörige Einflußgröße geordnet sind.

Wie in Kapitel 6 gezeigt wurde, bedeutet das, daß für die Bestimmung von Parametern nur einige wenige Merkmale, nämlich die mit der niedrigsten Ordnung, benötigt werden. Für die Klassifikation sind ebenfalls nur Merkmale der niedrigsten Ordnung erforderlich, wie in Kapitel 7.3.1 gezeigt werden wird.

Kapitel 7.3.1 beschreibt einen Ansatz zur Klassifikation von Schädigungssignalen basierend auf der Karhunen-Loeve-Transformation. Im Vordergrund stehen dabei die Bestimmung der Merkmale und deren Eigenschaften. Darauf aufbauend kann mit Hilfe geeigneter Klassifikatoren die Klassifikation abgeschlossen werden. Klassifikatoren sind spezielle Algorithmen zur Zuordnung von Merkmalen in einen bestimmten Bereich des Merkmalsraums. Solche Klassifikatoren werden beispielsweise in [10] oder [5] beschrieben und sollen im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht näher diskutiert werden.

Mit Hilfe sowohl der Karhunen-Loeve-Transformation als auch der Fourier- oder der Wavelet-Transformation erfolgt die Zuordnung von Merkmalen zu einem Wirbelstromsignal. Während bei der Karhunen-Loeve-Transformation das System der Basisfunktionen direkt aus den Meßdaten ermittelt wird, ist die Struktur der Funktionen bei der Fourier-Transformation und der Wavelet-Transformation vorgegeben (vgl. Kapitel 4.3). Analog zu Kapitel 7.3.1 werden in Kapitel 7.3.2 auf Vorgehensweise und Probleme bei der Merkmalsbestimmung als Voraussetzung für eine Klassifikation von Schädigungssignalen mit Hilfe der Fourier-Transformation diskutiert. An dieser Stelle soll auch auf [5] verwiesen werden, wo die Analyse und Klassifikation von fouriertransformierten Wirbelstromsignalen sehr ausführlich behandelt wird.

In Kapitel 7.3.3 wird auf einige Aspekte bei Verwendung der Wavelet-Transformation zur Analyse und Klassifikation von Wirbelstromsignalen eingegangen. Im Vordergrund steht dabei ein abschätzender Vergleich von Eigenschaften und Ergebnissen mit denen der Karhunen-Loeve-Transformation.

7.3.1 Analyse und Klassifikation mit Hilfe der Karhunen-Loeve-Transformation

Die in Bild 7.1.2 dargestellten Meßreihen jeder Schädigungs-kategorie sind als eine Reihe diskreter Werte in einer Matrix $\mathbf{Y}$ vorstellbar. Sie entsprechen somit Punkten der in Bild 5.2.1 dargestellten Tabelle, so daß der Primärdatensatz $\mathbf{Y}$ von zwei Einflußgrößen abhängig ist. Eine Einflußgröße bildet der von der Wirbelstromsonde Weg x , die zweite Einflußgröße ist einem Parameter p zugeordnet. Dieser Parameter entspricht hier der Breite d_s oder der Tiefe t_a bzw. t_i . Mit dem aus Kapitel 5 bekannten Ansatz

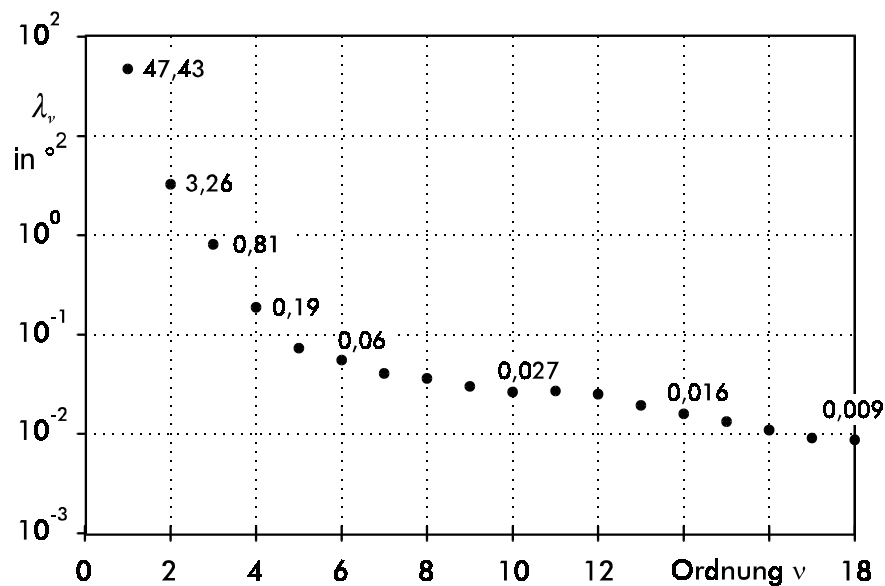
$$\mathbf{Y} = \sum_{v=1}^r \mathbf{A}_v(p) \mathbf{C}_v^T(x) \quad \text{bzw.} \quad \mathbf{Y} = \sum_{v=1}^r \lambda_v \cdot \mathbf{A}_v^E(p) \mathbf{C}_v^{E^T}(x) \quad (7.3.1)$$

können die Primärdaten $\mathbf{Y}$ beschrieben werden, wobei die Bestimmung der Basisvektoren $\mathbf{A}_v$ bzw. $\mathbf{C}_v$ auf die Lösung des Eigenwertproblems

$$\lambda \cdot \mathbf{A} = \mathbf{Y} \mathbf{Y}^T \mathbf{A} \quad \text{bzw.} \quad \lambda \cdot \mathbf{C} = \mathbf{Y}^T \mathbf{Y} \mathbf{C} \quad (7.3.2)$$

zurückzuführen ist.

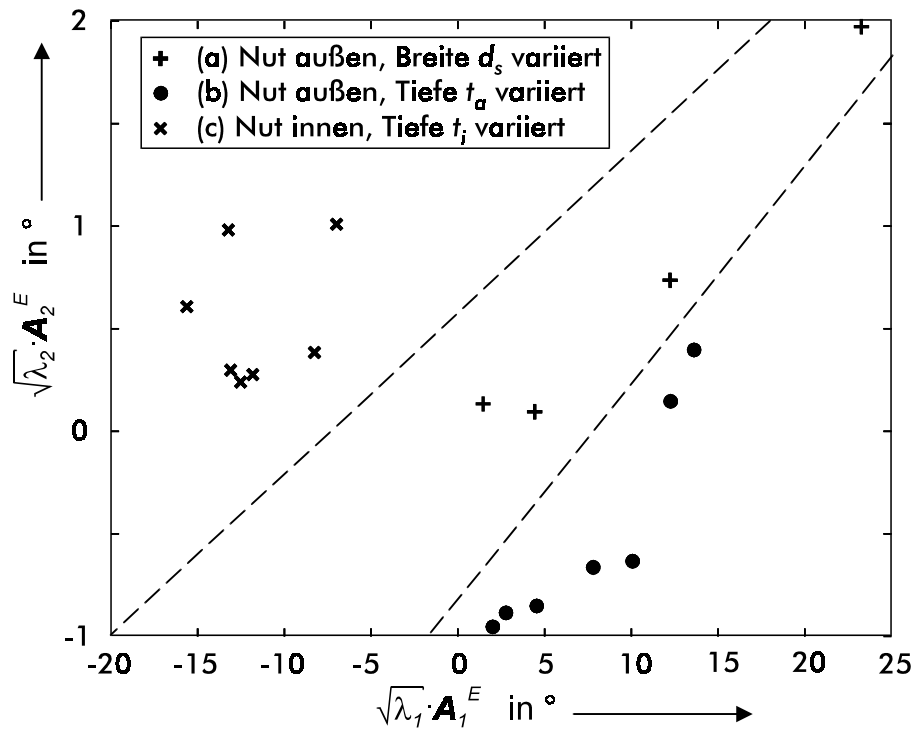
Die Entwicklung für den in Bild 7.2.1 dargestellten Meßdatensatz $\mathbf{Y}$ ergibt je 18 Vektoren $\mathbf{A}_v$ bzw. $\mathbf{C}_v$. Den Anteil der dyadischen Produkte an der Reihenentwicklung beschreibt der zugehörige Eigenwert λ_v , der in Bild 7.3.1 dargestellt ist. Man erkennt, daß die Eigenwerte mit der niedrigsten Ordnungszahl v die deutlich größten Werte besitzen und damit den größten Einfluß auf die Approximation haben. Die Eigenwerte der Ordnung $v=1$ und $v=2$, λ_1 und λ_2 , heben sich dabei besonders ab.


Bild 7.3.1

Aus dem komplett in Bild 7.1.2 dargestellten Primärdatensatz $\mathbf{Y}$ durch Karhunen-Loeve-Transformation ermittelte Eigenwerte λ_v

Daraus ist ableitbar, daß für die Klassifikation auch die zugehörigen Merkmalsvektoren $\mathbf{A}_1$ und $\mathbf{A}_2$ besonders geeignet sind. Der durch diese beiden Merkmalsvektoren der niedrigsten Ordnung aufgespannte Merkmalsraum ist in Bild 7.3.2 dargestellt. Die Merkmale der verschiedenen Schädigungsklassen (a), (b) und (c) nehmen in diesem Merkmalsraum deutlich getrennte Bereiche ein, deren Trennung durch die eingezeichneten Linien angedeutet wird. Mit dieser Trennung sind die optimalen Voraussetzungen für eine erfolgreiche Klassifikation geschaffen.

Die Trennung zwischen Außennuten (Klassen (a) und (b)) und Innennuten (Klasse (c)) fällt besonders deutlich aus. Die Bereiche für die Klassen (a) und (b) liegen dichter beieinander. Prinzipiell überlappen sie sich in einem bestimmten Gebiet, da die in (a) vorliegende Tiefe auch im Bereich für (b) vorkommen muß.

**Bild 7.3.2**

Lage der Merkmale des gesamten Primärdatensatzes $\mathbf{Y}$ aus Bild 7.1.2 im durch die beiden ersten Basisvektoren $\mathbf{A}_1$ und $\mathbf{A}_2$ der Karhunen-Loeve-Transformation gebildeten Merkmalsraum

7.3.2 Analyse und Klassifikation mit Hilfe der Fourier-Transformation

Im vorherigen Kapitel wurden Merkmale mit Hilfe der Karhunen-Loeve-Transformation gewonnen. Zum Vergleich wird der in Bild 7.2.1 dargestellte Datensatz $\mathbf{Y}$ mit Hilfe der Fourier-Transformation beschrieben. Die Ergebnisse werden anschließend mit denen der Karhunen-Loeve-Transformation verglichen. Der in Bild 7.1.2 dargestellte Primärdatensatz $\mathbf{Y}$ wird unter Verwendung der Karhunen-Loeve-Transformation durch Gleichung (7.3.1) beschrieben, wobei die Merkmalsvektoren $\mathbf{A}_v$ und die Vektoren des Basissystems $\mathbf{C}_v$ durch Lösung des Eigenwertproblems Gleichung (7.3.2) bestimmt werden.

Bei der Fourier-Entwicklung erfolgt die Beschreibung einer Meßreihe y aus $\mathbf{Y}$ durch Sinus- bzw. Cosinus-Funktionen

$$\mathbf{y} = \sum_{v=1}^r A_v \cdot \sin(v \cdot x + \varphi_v) \quad . \quad (7.3.3)$$

Die in Gleichung (7.3.3) enthaltenen Koeffizienten werden mit

$$A_v = \sqrt{a_v^2 + b_v^2} \quad (7.3.4)$$

bzw.

$$\tan(\varphi_v) = \frac{a_v}{b_v} \quad (7.3.5)$$

bestimmt.

Dabei ist

$$a_v = \frac{2}{T_0} \cdot \int_0^{T_0} f(t) \cdot \cos(v \cdot \varpi_0 \cdot t) dt \quad \text{und} \quad (7.3.6)$$

$$b_v = \frac{2}{T_0} \cdot \int_0^{T_0} f(t) \cdot \sin(v \cdot \varpi_0 \cdot t) dt \quad . \quad (7.3.7)$$

Das ermittelte „Betragsspektrum“ einer im Datensatzes Y enthaltenen Meßreihe y zeigt Bild 7.3.3. Die Koeffizienten A_v unterliegen damit einer Ordnung nach einer „Ortsfrequenz“.

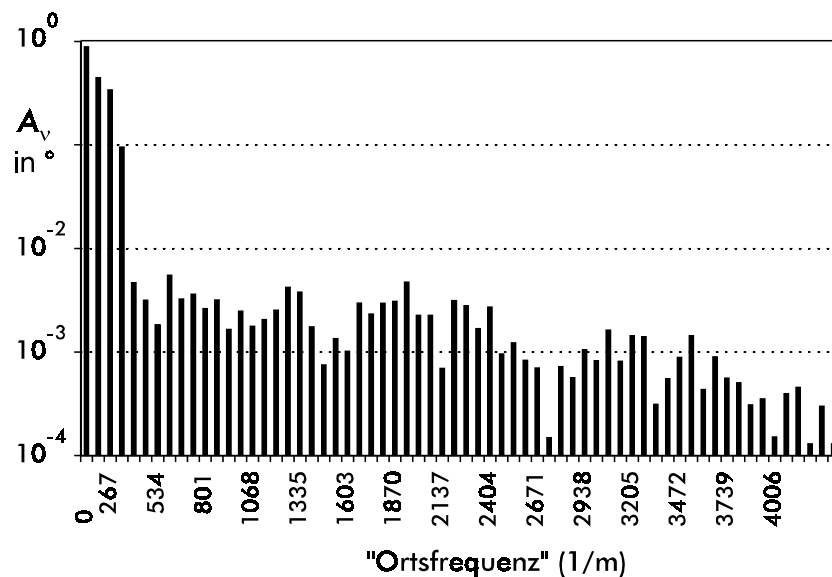


Bild 7.3.3

Betragsspektrum A_v bei einer Fourierzerlegung einer Datenreihe aus Bild 7.1.2

Eine solche Ordnung ist für die Klassifikation offenbar weniger gut geeignet, wie in Bild 7.3.4 deutlich wird. Die Punkte im dort dargestellten Merkmalsraum werden durch die beiden Koeffizienten der Fourierreihenentwicklung mit der niedrigsten Ordnung, A_1 und A_2 , gebildet.

Die Koeffizienten aller Meßreihen aus $\mathbf{Y}$ wurden in den Vektoren $\mathbf{A}_1$ und $\mathbf{A}_2$ zusammengefaßt. Im Merkmalsraum ergeben diese Punkte eine gemeinsame Punktwolke für alle untersuchten Rohrschädigungen. Eine Trennung in Gebiete entsprechend den repräsentativen Schädigungsarten erfolgt somit nicht. Es ist damit nicht ersichtlich, in welchen Bereich ein neues Merkmal einzuordnen ist. Die Klassifikation gestaltet sich damit weitaus schwieriger als für den Fall, daß die Merkmale mit einem der Karhunen-Loeve-Transformation entsprechenden Ansatz bestimmt werden.

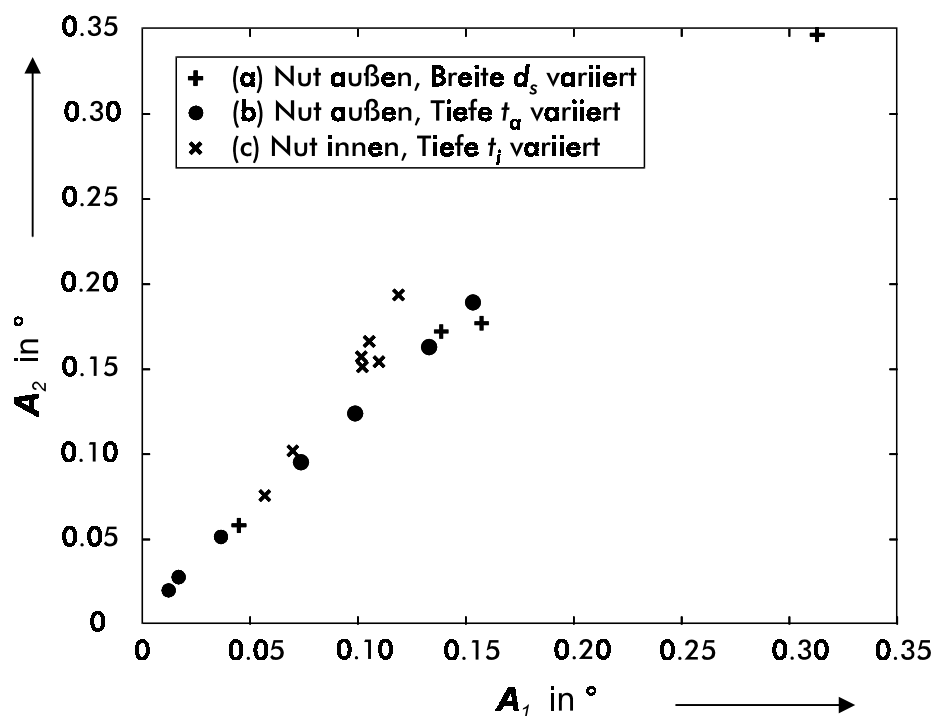


Bild 7.3.4

Lage der Merkmale des gesamten Primärdatensatzes $\mathbf{Y}$ aus Bild 7.1.2 im durch die beiden ersten in den Vektoren $\mathbf{A}_1$ und $\mathbf{A}_2$ zusammengefaßten Fourier-Koeffizienten (Betrag A_v) gebildeten Merkmalsraum

Die beiden Koeffizienten A_1 und A_2 der niedrigsten Ordnung, die sich aus der Fourier-Transformation ergeben, sind offenbar als Merkmale für die Klassifikation weniger gut geeignet als die Koeffizienten, die mit Hilfe der Karhunen-Loeve-Transformation bestimmt und in den Merkmalsvektoren $\mathbf{A}_1$ und $\mathbf{A}_2$ zusammengefaßt wurden.

Die beiden Koeffizienten A_1 und A_2 der Fourier-Transformation sind für eine Klassifikation nur gemeinsam mit weiteren Koeffizienten, so daß ein Merkmalsraum höherer Ordnung erforderlich ist. In beiden Fällen wurden die ersten beiden Koeffizienten der Reihenentwicklung verwendet. Das unterschiedliche Ordnungsprinzip der beiden Transformationen wirkt sich jedoch deutlich aus. Die willkürliche Wahl der Sinus-Funktion als Basisfunktion für eine Zerlegung ist daher suboptimal.

Merkmale mit einem gewissen Informationsgehalt können auch aus der Vielzahl der Fourier-Koeffizienten ausgewählt werden. In [10] und [5] wird beispielsweise die Faktorenanalyse vorgeschlagen. Bei [5] wird damit aus einer Vielzahl von Fourier-Koeffizienten (160 Koeffizienten!) sechs Merkmale ausgewählt, die für die weitere Klassifikation und Analyse der Signale verwendet werden. Eine solche zusätzliche Analyse bedeutet jedoch immer einen steigenden Aufwand bei der Klassifikation.

7.3.3 Analyse und Klassifikation mit Hilfe der Wavelet-Transformation

Die grundlegende Idee der „Wavelets“ besteht in der Approximation bzw. Analyse von Daten durch nichtperiodische beschränkte Funktionensysteme, die ähnliche Eigenschaften aufweisen, wie das Basissystem der Fourier-Transformation. Sie können so auch als Verallgemeinerung des Ansatzes von Joseph Fourier aufgefaßt werden, der zu Beginn des 19. Jahrhunderts entdeckte, daß durch überlagerte Sinus- und Cosinus-Funktionen andere Funktionen dargestellt werden können. Bei der Wavelet-Transformation wird aus einer nahezu beliebig wählbaren Funktion ψ , dem sogenannten Mutter-Wavelet, durch Dilatation und Translation die beschreibende Klasse von Funktionen abgeleitet [75;76].

Mit Hilfe des Dilatations- oder Skalenparameters a sind verschiedene Funktionen aus dem Mutter-Wavelet $\psi(x)$ ableitbar

$$\psi_a(x) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{x}{a}\right) \quad \text{für } a \neq 0. \quad (7.3.8)$$

Der Parameters a bewirkt eine Stauchung der Ausgangsfunktion $\psi(x)$. Falls $a < 0$ erfolgt zusätzlich eine Spiegelung. Der Faktor $1/\sqrt{|a|}$ ist bedingt, um die Normierung $|\psi_{a,b}| = 1$ zu gewährleisten.

Mit Hilfe des Translations- oder Verschiebungsparameters b erfolgt eine Verschiebung der Funktionen $\psi_a(x)$

$$\psi_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right) \quad \text{für } a, b \text{ reell und } a \neq 0. \quad (7.3.9)$$

Mit $\psi_{a,b}(x)$ liegt eine zweiparametrische Schar von Funktionen vor. Dabei charakterisiert der Verschiebungsparameters b den Zeitpunkt (bzw. den Ort). Der Skalenparameter a gibt die Ausdehnung der Funktion $\psi_{a,b}(x)$ an.

Die Funktion $\psi_{a,b}(x)$ wird im Zusammenhang mit der Wavelet-Transformation als Basisfunktion bezeichnet.

Die Wavelet-Transformierte einer Funktion $f(x)$ ist definiert als

$$W_{\psi} f(a,b) = c \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \psi_{a,b}(x) dx, \quad (7.3.10)$$

wobei $\psi_{a,b}(x)$ entsprechend Gleichung (7.3.9) ermittelt wird.

Für die Rücktransformation gilt:

$$f(x) = c \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W_{\psi} f(a,b) \psi_{a,b}(x) \frac{1}{a^2} da db. \quad (7.3.11)$$

Die Funktion $f(x)$ wird durch Gleichung (7.3.11) als Linearkombination der Basisfunktionen $\psi_{a,b}(x)$ dargestellt mit den Werten $W_{\psi} f(a,b)$ als Koeffizienten. Der Parameter c ist dabei eine Konstante, die vom speziellen Wavelet $\psi(x)$ abhängt.

Nach [75;76] gilt für die Anerkennung eines Mutter-Wavelets oder einfach „Wavelets“ ψ die Erfüllung der Bedingungen

$$(1) \quad \psi \in L^2, \text{ d.h. } \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(x)|^2 dx < \infty, \quad (7.3.12)$$

sowie

$$\|\psi\| = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(x)|^2 dx} = 1 \quad (7.3.13)$$

und

$$(2) \quad 2\pi \int_{\mathfrak{R}^*} \frac{|\hat{\psi}(a)|^2}{|a|} da =: C_\psi < \infty, \text{ mit } \mathfrak{R}^* = \mathfrak{R} \setminus \{0\}. \quad (7.3.14)$$

Die Bedingung (1) drückt über das Lebesgue-Maß eine verschärfte Bedingung für die Beschränktheit der Funktion des Mutter-Wavelets aus. Die Bedingung (2) charakterisiert Forderungen für eine stabile Rücktransformation. Insbesondere die Forderung nach einem verschwindenden Mittelwert wird deutlich. Für $\psi \in L^2$ ist Bedingung (2) identisch mit

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x) dx = 0 \text{ bzw. } \hat{\psi}(0) = 0. \quad (7.3.15)$$

Alle praktisch vorkommenden Wavelets sind auch in L^1 , die meisten sind stetig (ausgenommen das Haar-Wavelet), viele sind differenzierbar. Die in der Anwendung beliebtesten Wavelets haben kompakte Träger.

Für eine einfache Handhabbarkeit sind daher ergänzende Forderungen für das Wavelet und das darauf aufbauende System von Funktionen:

- (3) Die Funktion $\psi(x)$ hat einen kompakten Träger, d.h. $\psi(x)$ ist nur auf einem Teil der Achse x von Null verschieden.
- (4) Das Funktionensystem $\psi_{a,b}(x)$, das auf $\psi(x)$ aufgebaut ist, muß ortho-normiert sein.

Kompakte Träger erlauben eine Datenanalyse in einem scharf begrenzten Fenster. Wegen der Orthogonalität der Basisfunktionen reduziert sich die Bestimmung der Koeffizienten auf einfache Skalarprodukte zwischen Meßreihen und Wertefolgen der Basisfunktionen.

Die Probleme bei der Konstruktion geeigneter Mutter-Wavelets bestehen in der Formulierung von analytischen Berechnungsvorschriften, die einerseits die Forderungen (1) und (2) erfüllen und andererseits möglichst komfortable Eigenschaften für eine analytische Behandlung aufweisen. Tabelle 7.3.1 gibt einen Überblick über einige solcher Ansätze.

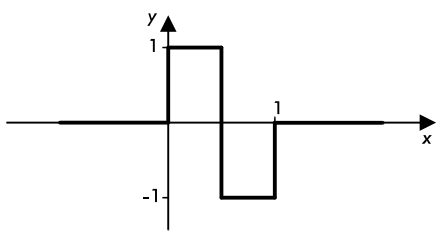
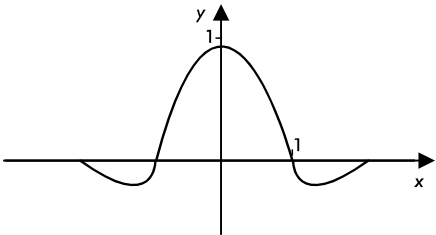
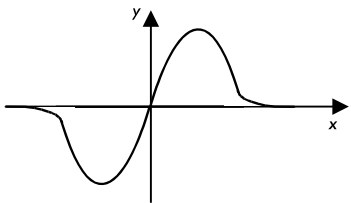
Bezeichnung	Graphische Darstellung	Bildungsvorschrift	Urheber
Haar-Wavelet		$\psi = \begin{cases} 1 & (0 < x < 0,5) \\ -1 & (0,5 < x < 1) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$	A.Haar 1910
Mexikanehut-Wavelet		$\psi = (1 - x^2) e^{\frac{-x^2}{2}}$	
Ableitung der Gauß-Funktion		$\psi = \frac{d}{dx} N(x)$	

Tabelle 7.3.1

Verschiedene Mutter-Wavelets ψ [76]

Die Auswahl der in Tabelle 7.3.1 gezeigten Ansätze ist nicht repräsentativ. Eine ausführliche Behandlung existierender Wavelets geht weit über den Rahmen der vorliegenden Arbeit hinaus.

Daher seien an dieser Stelle lediglich weitere Wavelets genannt, wie die Daubechies-Grossmann-Meyer-Wavelets, die Meyer-Wavelets, die Daubechies-Wavelets oder die Battle-Lemarié-Wavelets [75;76]. Die analytische Beschreibung dieser Funktionen läßt die Variation einer Dilatierten bzw. Translatierten zu, wodurch verschiedene veränderte Funktionen entstehen können. So ist beispielsweise nachweisbar, daß das in Tabelle 7.3.1 gezeigte Haar-Wavelet zur Gruppe der Daubechies-Wavelets gehört [76].

Weitere Aspekte, die für die Akzeptanz von Wavelets mit ihren orthonormalen Systemen wesentlich sind, bestehen in der möglichst einfachen Konstruktion des Orthonormalsystems aus dem Mutter-Wavelet.

Die hier aufgeführten Bedingungen und Vorschriften gelten für die kontinuierliche Wavelet-Transformation, sind aber entsprechend auf die diskrete Wavelet-Transformation anwendbar, insbesondere, wenn mit äquidistanten Stützstellen bzw. Meßwerten gearbeitet wird.

Vergleicht man die Forderungen (1) bis (4) mit den Eigenschaften der bereits ausführlich diskutierten Karhunen-Loeve-Transformation, läßt sich folgendes für die Funktionen der Karhunen-Loeve-Transformation feststellen:

bezüglich Forderung (1):

Diese ist für die Basisfunktionen der Karhunen-Loeve-Transformation erfüllt, da der Primärdatensatz $\mathbf{Y}$ beschränkt und nur in einem bestimmten Intervall verschieden von Null ist. Die Forderung $|\psi|=1$ ist durch eine geeignete Normierung erfüllbar.

bezüglich Forderung (2):

Bei der bisherigen Darstellung der Karhunen-Loeve-Transformation erfüllen alle Basisfunktionen bis auf die erste dieses Kriterium. Damit auch die erste Basisfunktion bzw. der erste Basisvektor die Bedingung erfüllt, muß bei der Formulierung des der Karhunen-Loeve-Transformation zugrundeliegenden Eigenwertproblems (vgl. Gleichung (7.3.2)) Mittelwertfreiheit des Produktes $\mathbf{Y}\mathbf{Y}^T$ hergestellt werden.

Bei Verwendung einer Differenzspule als Meßwertaufnehmer für Wirbelstromsignale ist dies gegeben. Wird eine Absolutspule eingesetzt, kann vor der Entwicklung vom Primärdatensatz Y der Mittelwert abgezogen werden. Unter Beachtung der Eigenschaften der Basisvektoren der Karhunen-Loeve-Transformation und die Auswirkungen des Mittelwertes des Primärdatensatzes auf diese, wurden in Kapitel 6 aus den in Kapitel 5.2.3 beschriebenen Gründen auch mittelwertbehaftete Signale mit Erfolg analysiert.

bezüglich Zusatzforderung (3):

Diese Forderung ist wegen des systematisch mit den Primärdaten untersuchten endlichen Bereiches zwangsweise erfüllt.

bezüglich Zusatzforderung (4):

Die Orthogonalität der Entwicklungsfunktionen der Karhunen-Loeve-Transformation ist wesentliches Resultat dieser Vorgehensweise. Eine Normierung ist wegen der Erfüllung von Forderung (1) kein Problem.

Aus den bisherigen Ausführungen geht hervor, daß die mit Hilfe der Karhunen-Loeve-Transformation diskret ermittelten Basisfunktionen alle wesentlichen Kriterien einer Wavelet-Transformation erfüllen. Eindeutig ist dies der Fall, wenn vom Primärdatensatz vor der Transformation der Mittelwert subtrahiert wird. Im allgemeinen wird somit eine Wavelet-Transformation hinsichtlich des Approximationsfehlers keine besseren Ergebnisse liefern, da die Karhunen-Loeve-Transformation deren Ansätze bereits in optimierter Form erfüllt. Jedoch kann die Konstruktion problemangepaßter analytischen Mutter-Wavelets durch die Anwendung der Karhunen-Loeve-Transformation wesentlich erleichtert werden, wenn diese auf einen hinreichend repräsentativer Primärdatensatz angewandt wird.

8 Zusammenfassung und Ausblick

Die zuverlässige Informationsgewinnung aus gemessenen Wirbelstromdaten stellt nach wie vor ein Problem in der zerstörungsfreien Wirbelstromprüftechnik dar. Die Ursachen dafür sind in der Komplexität der zugrundeliegenden physikalischen Phänomene zu finden. Daher ist, abgesehen von wenigen Spezialfällen, der Signalentstehungsprozeß in allgemeingültiger Form zur Zeit nicht beschreibbar und die mathematische Inversion dieser Abbildung nicht möglich. Ein anderes Problem besteht in der Überlagerung der auszuwertenden Nutzsignale mit Störgrößen, die vor Auswertung der Daten eliminiert bzw. unterdrückt werden müssen.

Aus diesen Gründen wird versucht, das Inversionsproblem mit anderen Methoden zu lösen. Dazu zählen die aus der Signaltheorie bekannten und die rein empirische Methoden, wobei die Grenzen zwischen beiden Vorgehensweisen nicht eindeutig gezogen werden können.

Das in der vorliegenden Arbeit beschriebene Verfahren basiert auf der empirischen Ermittlung von Wirbelstromdaten und nutzt eine aus der Signal- und Bildverarbeitung bekannte Methode zu deren Auswertung, die Karhunen-Loeve-Transformation [7;8;11;80]. An dieser Stelle sei noch einmal darauf hingewiesen, daß aufgrund der fehlenden Mittelwertfreiheit des Primärdatensatzes für die Untersuchungen in den Kapiteln 5 und 6 eine Modifikation dieser Transformation verwendet wurde.

Die Karhunen-Loeve-Transformation beschreibt die empirisch ermittelten Daten durch Linearkombinationen von problemangepaßten Basisvektoren. Diese Basisvektoren werden nicht willkürlich vorgegeben, sondern direkt aus einem Primärdatensatz bestimmt, so daß auch von problemabhängigen Basisvektoren gesprochen werden kann.

Die Bestimmung erfolgt dabei hinsichtlich des Restfehlers der Beschreibung optimal. Die Komponenten dieser Vektoren repräsentieren die zu einer Einflußgröße gehörenden günstigsten Entwicklungsfunktionen punktweise als Wertefolge. Durch anschließende Interpolation oder erneuter Approximation mit analytischen Funktionen erhält man die problemangepaßten Entwicklungsfunktion.

Die Berechnung der problemangepaßten Merkmale und Entwicklungsfunktionen erfordert einen im Vergleich zu anderen Verfahren hohen Aufwand. Nachteilig kann sich auch die Bindung des Datensatzes und der daraus gewonnenen Merkmale und Entwicklungsfunktionen an einen bestimmten Sondentyp bzw. an eine Problemklasse auswirken.

Die Koeffizienten dieser Entwicklungsfunktionen bzw. die zu einer Einflußgröße gehörenden Komponenten eines Basisvektors können als Merkmale zur Mustererkennung und Klassifikation verwendet werden. Die Vorgehensweise bei der Mustererkennung aber auch die prinzipielle Vorgehensweise bei der Klassifikation wurde an verschiedenen Beispielen demonstriert. Dabei konnten Schädigungsparameter bis auf wenige Ausnahmen mit erstaunlicher Treffsicherheit bestimmt werden. Durch Verifikation des Verfahrens sind auch die in der Messung entstandenen Fehler reduzierbar. Fehler bei der Parameterbestimmung sind insbesondere auf die Unzulänglichkeit der verwendeten Primärdatensätze zurückzuführen, die bei einigen der Beispiele zu klein und damit nicht repräsentativ waren. Wird ein repräsentativer Primärdatensatz zur Entwicklung eines Meßsystems verwendet, so ist bei einem Test die Systemleistung unabhängig davon, ob die verarbeiteten Muster im Primärdatensatz enthalten waren oder nicht [10]. Prinzipiell konnte jedoch die Funktionsweise erläutert und deren Treffsicherheit nachgewiesen werden.

Entgegen den Erwartungen, ist hier für die Tiefenerkennung nur eine Meßfrequenz erforderlich. Das ist möglich, da hinreichende Änderungen in den Amplituden der Wirbelstromsignale auftreten, die sich in den ermittelten Merkmalen widerspiegeln.

Vor der professionellen Nutzung der hier vorgestellten Algorithmen sollte deren Eignung an einer hinreichend großen und repräsentativen Stichprobe von realen Schädigungen getestet werden. Ansatzweise ist dies bereits im Rahmen der hier vorliegenden Arbeit geschehen. Durch die Ähnlichkeit der meßbaren Wirbelstromsignale auch an realen Schädigungen, wird das hier beschriebene auf der Karhunen-Loeve-Transformation basierende Auswerteverfahren auch dort Erfolg haben. Die Auswertung liefert die Parameter äquivalenter „idealisierter“ Schädigungen.

Mit dem hier untersuchten Verfahren ist eine leistungsfähige, objektive Analyse und Klassifikation von Wirbelstromdaten in einem automatisierten Prüflauf möglich. Die Implementierung der Algorithmen als Firmware bietet für häufig auftretende Schädigungen eine Reihe von Vorteilen und gestattet sogar quantitative Aussagen über Parameter einer Schädigung. Das in der Arbeit untersuchte Verfahren ist unabhängig von den physikalischen Zusammenhängen des Prüfverfahrens und kann ebenso für andere Prüftechniken verwendet werden.

So finden zufällige Störgrößen Berücksichtigung in Basisfunktionen höherer Ordnung. Erreicht der mittlere quadratische Approximationsfehler, nach einer bestimmten Anzahl von Gliedern der Reihenentwicklung die Größenordnung der Varianz des festgelegten Meßfehlers, sollte die Reihe abgebrochen werden. Mit den Anteilen höherer Ordnung werden dann praktisch nur noch Meßfehler des Primärdatensatzes rekonstruiert. Eine weitgehende Trennung von Nutz- und Störsignalen ist somit auf einfache Weise durchführbar.

Wirbelstromdaten sind durch weitere Funktionensysteme beschreibbar. Auch deren Koeffizienten eignen sich prinzipiell für eine Mustererkennung. Zu solchen Funktionensystemen zählen diejenigen, die aus der Fourier-Transformation [5;6] hervorgehen. Die durch Fourier-Transformation gewonnenen Koeffizienten bzw. Merkmale sind jedoch für die Analyse von Wirbelstromdaten nur bedingt geeignet, da die verwendete Funktionen für eine andere Problemklasse entwickelt worden sind.

Mit der in den letzten Jahren aufgekommenen Wavelet-Transformation scheinen die Defizite der Fourier-Transformation weitgehend aufgehoben werden zu können. Voraussetzung ist jedoch die Konstruktion eines geeigneten, der Problemklasse angepaßten Basisfunktionen, den Mutter-Wavelets. Auf dem Gebiet der Analyse von Wirbelstromdaten ist man damit jedoch erst am Anfang [55]. Wie in Kapitel 7 diskutiert wurde, kann die Konstruktion der problemangepaßten Basisfunktionen der Wavelet-Transformation, die sogenannten Mutter-Wavelets, durch die Anwendung der Karhunen-Loeve-Transformation wesentlich erleichtert werden, wenn dies auf eine hinreichend repräsentative Stichprobe angewandt wird.

9 Anhang

9.1 Schema der Vorgehensweise bei der Mustererkennung mit Hilfe der Karhunen-Loeve-Transformation

- 1. Schritt:** • Ermittlung eines repräsentativen Primärdatensatzes Y über den zu untersuchenden Problemkreis bzw. über die zu untersuchenden Problemkreise

		Einflußgröße X					
		X_1	X_2	.	.	.	X_m
Einflußgröße(n) Z	Z_1	y_{11}	y_{12}	.	.	.	y_{1m}
	Z_2	y_{21}	y_{22}	.	.	.	y_{2m}
	.	.	.	.	.	.	.
	.	.	.	.	.	.	.
	Z_n	y_{n1}	y_{n2}	.	.	.	y_{nm}

Zuordnung der Einflußgrößen:

- Einflußgröße x entspricht der Ortskoordinate x
- Einflußgröße z entspricht dem später zu bestimmendem Parameter p bzw. den später zu bestimmenden Parametern p_s

- 2. Schritt:** Darstellung der Daten y durch Linearkombinationen aus zwei Vektorfunktionen

$$\mathbf{A}_v = (a_{v1} \ a_{v2} \ \dots \ a_{vn})^T \text{ und } \mathbf{C}_v = (c_{v1} \ c_{v2} \ \dots \ c_{vm})^T,$$

so daß
$$y_{ij} = \sum_{v=1}^r a_{vi}(z) \cdot c_{vj}(x) \quad \text{mit } r = \min(n, m)$$

Bestimmung der Vektorfunktionen als Wertefolge nach dem Gütekriterium:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \left(y_{ij} - \sum_{v=1}^r a_{vi} \cdot c_{vj} \right)^2 \Rightarrow \min$$

- 3. Schritt:** Durchführung einer Messung

- Bestimmung einer Kalibrierkurve im Merkmalsraum mit den als Merkmalen bestimmten optimalen Entwicklungsfunktionen $\mathbf{A}_v$
- Bestimmung der aktuellen Meßkurve $\mathbf{a}_v^q$ im Merkmalsraum durch Bildung des Skalarproduktes zwischen aktuellen Meßdaten ψ und extrahierter Wertefolge der optimalen Entwicklungsfunktionen $\mathbf{C}_v$

$$\mathbf{a}_v^q = (\psi_{v1}^q \ \psi_{v2}^q \ \dots \ \psi_{vm}^q) \mathbf{c}_v (\|\mathbf{c}_v\|_2)^{-1}$$

- Parameterbestimmung erfolgt durch Feststellung des Annäherungspunktes zwischen Kalibrierkurve und Meßkurve im Merkmalsraum

9.2 Schema der Vorgehensweise bei der Mustererkennung mit Hilfe einer Modifikation der Karhunen-Loeve-Transformation

- 1. Schritt:**
- Ermittlung eines repräsentativen Primärdatensatzes Y über den zu untersuchenden Problemkreis, der beispielsweise von drei Einflußgrößen x , p_1 und p_2 beeinflusst wird
 - Einflußgrößen:
 - Einflußgröße x entspricht der Ortskoordinate x
 - Einflußgrößen p_1 und p_2 entsprechen später zu bestimmenden Parametern

- 2. Schritt:** Darstellung der Daten y durch drei Vektorfunktionen:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_v &= (a_{v1} \ a_{v2} \ \cdot \ \cdot \ a_{vn})^T \\ \mathbf{B}_v &= (b_{v1} \ b_{v2} \ \cdot \ \cdot \ b_{vm})^T \\ \mathbf{C}_v &= (c_{v1} \ c_{v2} \ \cdot \ \cdot \ c_{vl})^T \end{aligned}$$

so daß
$$y_{ijk} = \sum_{v=1}^r a_{vi}(p_1) \cdot b_{vj}(p_2) \cdot c_{vk}(x) \quad \text{mit } r = \min(n, m, l)$$

Bestimmung der Vektorfunktionen als Wertefolge nach dem Gütekriterium:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^l \left(y_{ijk} - \sum_{v=1}^r a_{vi} \cdot b_{vj} \cdot c_{vk} \right)^2 \Rightarrow \min$$

- 3. Schritt:** Durchführung einer Messung

- Einflußgröße p_1 und Einflußgröße p_2 sind wegen des Produktansatzes mathematisch nicht separierbar
- Bestimmung der aktuellen Position im Merkmalsraum erfolgt durch ein Gütefunktional F_u für die zwei Einflußgrößen p_1 und p_2

$$F_{u,ij} = \sum_{v=1}^r (u_v - a_{vi} \cdot b_{vj})^2$$

mit
$$u_v = a_v^q(p_1) \cdot b_v^q(p_2) = (\psi_{v1}^q \ \psi_{v2}^q \ \cdot \ \cdot \ \psi_{vm}^q) \ c_v \ (\|c_v\|_2)^{-1}$$

- Parameterpaarbestimmung ergibt sich aus der größten Annäherung der Hyperflächen "Kalibrierung" und "Messung" im Merkmalsraum

9.3 Meßgerät und Testkörper für die Messung der Wirbelstromdaten an Rissen



Bild 9.3.1

Impedanzanalysator HP4192 A

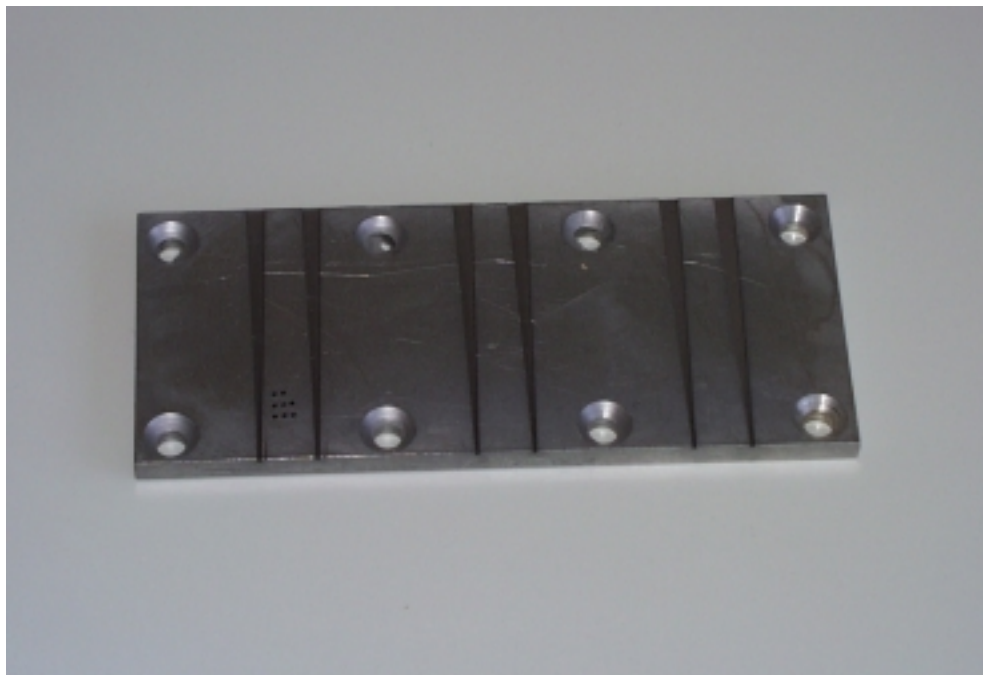


Bild 9.3.2

Testkörper mit keilförmigen Rissen unterschiedlicher Tiefe

9.4 Meßaufbau und Testrohre für die Messung von Wirbelstromdaten an geschädigten Rohren

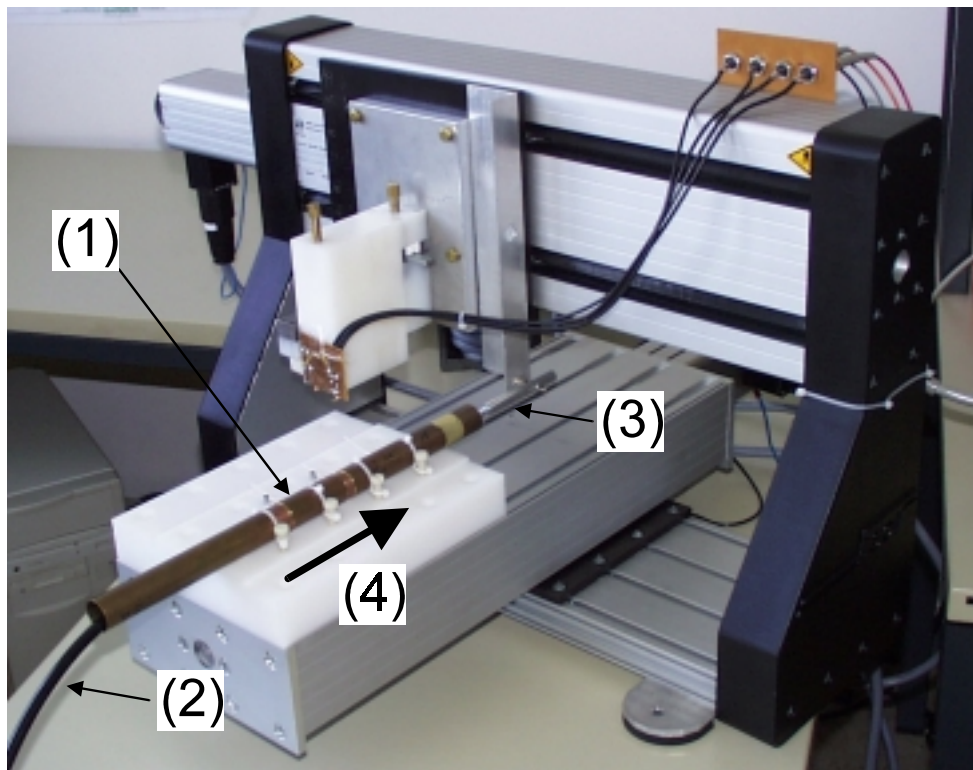


Bild 9.4.1

Meßaufbau mit Rohr und Innendurchlaufspule: (1) - Rohr; (2) - Kabel zwischen Spule und Meßgerät; (3) - Befestigung der Spule

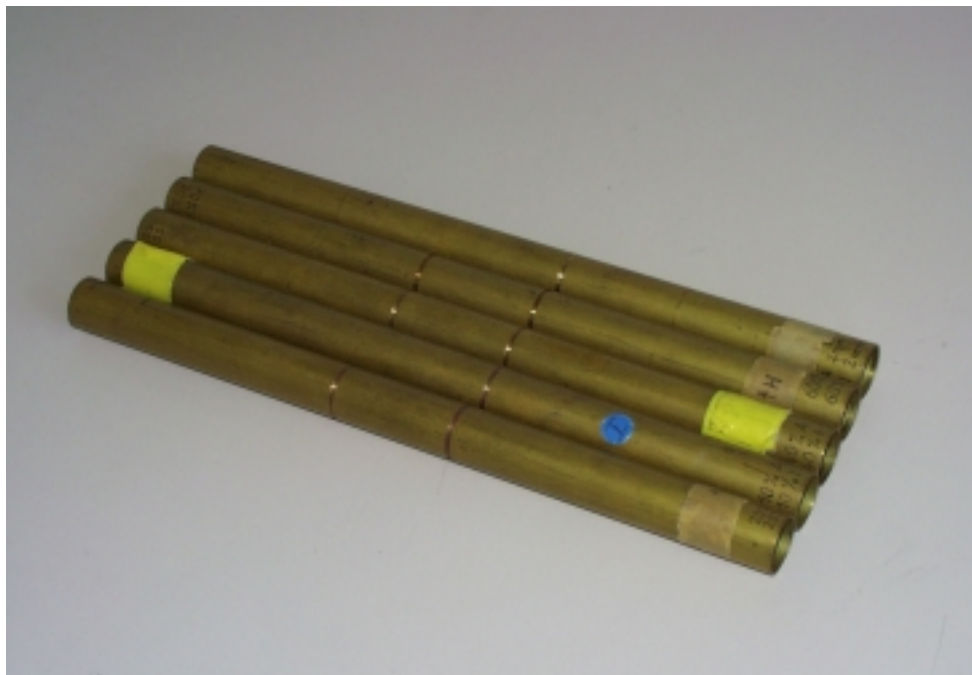


Bild 9.4.2

Testrohre mit außen und innen umlaufenden Nuten

10 Literaturverzeichnis

- [1] Brown, M.L.: Calculation of 3-dimensional Eddy Currents at Power Frequencies. IEE Proceedings 129 (1982) 1, S. 46-53.
- [2] Hammond, P.: Use of Potentials in Calculations of electromagnetic fields. IEE Proc. 129 (1982) S. 106-112
- [3] Lange, R.: Zur Wirbelstromprüfung von kohlefaserverstärkten Kunststoffen. Dissertation, Universität „Otto-von-Guericke“ Magdeburg, 1997.
- [4] Thomas, H.-M.: Bildverarbeitung unterstützt Wirbelstromprüfung. Materialprüfung 34 (1992) 5, S. 135-138.
- [5] Mensching, L.: Analyse und Klassifikation fouriertransformierter Wirbelstromsignale bei der Innenrohrprüfung. Dissertation, Universität Hannover 1992.
- [6] Udpa, L.; Udpa, S.S.: Solution of Inverse Problems in Eddy-Current Nondestructive Evaluation (NDE). Journal of Nondestructive Evaluation, Vol.7, Nos. 1 / 2, 1988, p. 111-120.
- [7] Karhunen, K.: Zur Spektraltheorie Stochastischer Prozesse. Ann. Acad. Sci. Fennicae 37, 1946.
- [8] Loeve, M.M.: Probability Theory. Princeton, N.J.: VanNostrand, 1955.
- [9] Michaelis, B.: Zusammengesetzte Meßgrößen und ihre Anwendung. Dissertation B, TH Magdeburg, 1980.
- [10] Niemann, H.: Klassifikation von Mustern. Springer, Berlin Heidelberg, 1983.
- [11] Reck, H.: Karhunen-Loeve-Transformation, ein Verfahren zur Signalverarbeitung. Nachrichtentechnik-Elektronik 29 (1979) 5, S. 186-188.

- [12] Blumenauer, H.: Werkstoffprüfung. Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, 1984.
- [13] Becker, W.-J.: Zur Signalerfassung bei induktiven Sensoren. Tagungsband Meßcomp, Wiesbaden 1996, S. 38-44.
- [14] Becker, W.-J., Wendt, Th: Induktiver Näherungssensor mit Wirkleistungsmessung der magnetischen Verluste. Tagungsband Meßcomp, Wiesbaden 1989, S.240-245.
- [15] Becker, W.-J., Wendt, Th: Verfahren zum Messen einer verlustbehafteten Spule und nach diesem Verfahren aufgebauter induktiver Abstanssensor. Deutsche Offenlegungsschrift OS 38 14 131.
- [16] Wang, Y.: Trennung der Einflußgrößen von Wirbelstrom-Sensoren durch Signalverarbeitung mit Hilfe von Felduntersuchungen und Modellierung. Dissertation Universität Gh Kassel, 1995.
- [17] Ricken, W.: Verfahren zur zerstörungsfreien Materialprüfung an Stahlbetonbewehrungen mit Methoden der Wirbelstromanalyse. Dissertation Universität Gh Kassel, 1994.
- [18] Mook, G.: Zur Mehrparameteranalyse in der Wirbelstromprüfung. Dissertation B, TU „Otto von Guericke“ Magdeburg 1990.
- [19] Teubert, K.: Hochempfindliche Meßschaltungen für Wirbelstromsensoren in der zerstörungsfreien Werkstoffprüfung. Diplomarbeit, Fachbereich Elektrotechnik, Universität Gh Kassel, 1998.
- [20] Thomas, H.-M.: Zur Anwendung des Impuls-Wirbelstromverfahrens in der zerstörungsfreien Materialprüfung. Dissertation TU Berlin 1986.
- [21] Nehring, J.: Untersuchungen zum Einsatz problemangepaßter Prüfpulse (CS-Technik) bei der Wirbelstromprüfung. VDI-Verlag, Reihe 5, Nr. 132, 1987.
- [22] Tchernow, A.: Zum Leistungspotential der Wirbelstromprüfung mit binärer Anregung. Dissertation Universität „Otto-von-Guericke“ Magdeburg, 1996.

-
- [23] Sabbagh, H.A.; Sabbagh, L.D.: An Eddy-Current Model for Three-Dimensional Inversion. IEEE Trans. on Magn. 22, No.4, 1986, p. 282-291.
- [24] Uesaka, M.; Nakanishi, T.; Miya, K.; Komatsu, H.; Aoki, K.; Kasai, K.: Micro Eddy Current Testing by Micro Magnetic Sensor Array. IEEE Trans. on Magn., Vol.31, No.1, Jan. 1995, p.870-876.
- [25] Schaumburg, H.: Werkstoffe und Bauelemente der Elektrotechnik. Band 3: Sensoren. Teubner Verlag, Stuttgart, 1992.
- [25a] Kostka, P.; Decker, W.: Inductive and Eddy Current Sensors. In: Göpel, W.; Hesse, J.; Zemel, J. N.: Sensors. Volume 5 Magnetic Sensors. VCH Weinheim, 1989.
- [26] Mallwitz, R.: Wirbelstromsensoren und Meßwertvorverarbeitung in der Simulation. Tagungsband: Workshop „Simulation in der Leistungselektronik, Antriebstechnik und Energietechnik“, Chemnitz 1997, S.189-196.
- [27] Reimann, Andreas: Berechnung von Modellen einer Wirbelstromspule mittels FEM unter Berücksichtigung verschiedener Strukturelemente und Felderregungen. Diplomarbeit, Fachbereich Elektrotechnik, Universität Gh Kassel, 1998.
- [28] Mecke, H.: Betriebsverhalten und Berechnungen von Transformatoren für das Licht-bogenschweißen. Dissertation B, TH „Otto von Guericke“ Magdeburg 1979.
- [29] Mallwitz, R.; Knorr, U.: Wirbelstromsensoren und deren Feldformbeeinflussung. Tagungsband: Workshop „Simulation komplexer Systeme in der Mikrosystemtechnik, Leistungselektronik und Antriebstechnik“ Chemnitz 1998, S. 171-180.
- [30] Barjenbruch, U.: Hochauflösende Magnetfeldmessung. Habilitationsschrift, Universität Gh Kassel, 1994.
- [31] Bornhöft, W.; Trenkler, G.: Magnetic Field Sensors: Flux Gate Sensors. In: Göpel, W.; Hesse, J.; Zemel, J. N.: Sensors. Volume 5 Magnetic Sensors. VCH Weinheim, 1989.

- [32] Ahlers, H.; Waldmann, J.: Mikroelektronische Sensoren. Hüthig Heidelberg, 1990.
- [33] Möschwitzer: Halbleiterelektronik. Verlag Technik Berlin, 1988.
- [34] McGuire, T.R.; Potter, R.I.: Anisotropic Magnetoresistance in Ferromagnetic 3d Alloys. IEEE Trans. Magn. MAG-11, 1975, p.1018-1038.
- [35] Loch, Ch.: Magnetowiderstand und Amorphismus in Kobalt-Titan-Kupfer-Schichten. Diplomarbeit, Fachbereich Physik, Universität Gh Kassel, 1995.
- [36] Popovic, R.S.; Flanagan, J.A.; Besse, P.A.: The Future of Magnetic Sensors. Sensors & Actuators A 56 (1996) 39-55.
- [37] Ricken, W.: Magnetoresistive Sensors in Application with High Resolution. SENSOR Proceedings I, Nürnberg 1999, p. 89-94.
- [38] Caruso, M.; Bratland, T.: A New Perspective On Magnetic Field Sensors. Sensors Magazine, Dec. 1998.
- [39] Daughton, J.M.: Giant Magnetoresistance and Magnetic Sensors. SENSOR 97 Kongreßband S.171-176.
- [40] Baibich, N.M.; Broto, J.M.; Fert, N.; Van Dau, F.; Petroff, P.; Etienne, G.; Creuzet, A.; Chazelas, F.: Giant Magnetoresistance of (001)Fe[(001)Cr Magnetic Superlattice. J. Phys. Rev. Lett., 61 (1988) 2472-2475.
- [41] Boll, R. (Bearb.), Vakuumschmelze-GmbH Hanau (Hrsg.): Weichmagnetische Werkstoffe. Berlin, München: Siemens-AG (Abt. Verl.), 1990.
- [42] Schuh, L.: Keramische Supraleiter. Markt&Technik Verlag, München, 1988.
- [43] Maaß, M.; Crostack, H._A.; Bischoff, W.: Hochtemperatur-SQUID's als Wirbelstromdetektoren. Materialprüfung 38 (1996) 10, S.431-434.

-
- [44] Kreutz buck, M. von; Mück, M; Baby, U,; Heiden, C.: Entwicklung eines Systems zur Wirbelstromprüfung unter Verwendung von HF-SQUIDS. Jahrestagung der Deutschen Gesellschaft für zerstörungsfreie Prüfung (DGZfP) 1997 Dresden, Tagungsband (Bd. 1), S. 315-322.
 - [45] Popovic, R.S.; Heidenreich, W.: Magnetogalvanic Sensors. In: Göpel, W.; Hesse, J.; Zemel, J. N.: Sensors. Volume 5 Magnetic Sensors. VCH Weinheim, 1989.
 - [46] Sasada, I.; Watanabe, N.: Eddy Current Probe for Nondestructive Testing Using Cross-Coupled Figure-Eight Coils. IEEE Trans. on Magn., Vol.31, No.6, Nov. 1995, p.3149-3151.
 - [47] Junger, M.: ZfP an Flugzeugen mit SQUID-Verfahren - Der Stand der Technik nach drei Jahren F & E. Jahrestagung der Deutschen Gesellschaft für Zerstörungsfreie Prüfung (DGZfP) Bamberg 1998, Berichtsband 63.1, S. 423-425.
 - [48] Rint, C.: Handbuch für Hochfrequenz- und Elektrotechniker. Band 3, Hüthig Verlag, Heidelberg , 1981.
 - [49] Pfisterer, H.; Junger, M.: Eine Hilfe für die Praxis. DIN-Kennwerte für Wirbelstrom-Tastspulen. Materialprüfung 34 (1992) 6, S.183-187.
 - [50] Philippow, E.: Taschenbuch der Elektrotechnik. Band 1 - Allgemeine Grundlagen. Hanser Verlag, München Wien, 1976.
 - [51] Thomas, H.-M., Casperson, R.: Einsatz des Wirbelstromprüfverfahrens zur zerstörungsfreien Bestimmung der Angriffstiefe von Korrosionsschäden an Flugzeug-Tragflächenbeplankungen. Materials and Corrosion 46 (1995), p. 473-480.
 - [52] Cecco, V. S.; van Drunen, G.; Sharp, F. L.: Eddy Current Testing. Editor: Atomic Energy of Canada Ltd.
 - [53] Mook, G.; Simonin, J.; Zielke, R.; Crostack, H.-A.; Maaß, M.: Testkörper zur Einschätzung des Auflösungsvermögens von Wirbelstromsystemen. Beitrag auf der Jahrestagung der Deutschen Gesellschaft für zerstörungsfreie Prüfung (DGZfP), Celle 1999.

- [54] Persönliche Mitteilung von Herrn Damm, Fa. Damm & Co Qualitäts-
guß Fuldabrück
- [55] Chen, G.; Yamaguchi, A.; Miya, K.: A Novel Signal Processing
Technique for Eddy-Current Testing of Steam Generator Tubes. IEEE
Trans. on Magn., Vol.34, No.3, May 1998, p.:642-648.
- [56] Scheer, G.; Tober, G.; Meier, T.: Rißanalyse an Flugzeugstrukturen
mittels Wirbel strom-Mehrfrequenztechnik. Jahrestagung der Deut-
schen Gesellschaft für zerstörungsfreie Prüfung (DGZfP), Dresden
1997, Tagungsband (Bd.2) S. 711-718.
- [57] Casperson, R.; Pohl, R.; Thomas, H.-M.: Nachweis von Verunreinigun-
gen in Supraleitern mit dem Wirbelstromverfahren. Beitrag auf der Jah-
restagung der Deutschen Gesellschaft für zerstörungsfreie Prüfung
(DGZfP), Celle, 1999.
- [58] Mallwitz, R.: GTO-Thyristoren in Hochspannungs-
Impulsanwendungen. Diplomarbeit, Fakultät Elektrotechnik, Universität
„Otto-von-Guericke“ Magdeburg, 1994.
- [59] Conrad, H.; Krampitz, R.: Elektrotechnologie. Verlag Technik, Berlin,
1983.
- [60] Dix, R.; Klein, J.: Schadensfrüherkennung an Stahlzugträgern von Be-
cherwerksfördergurten mittels Wirbelstromprüfung. Beitrag auf der
Jahrestagung der Deutschen Gesellschaft für zerstörungsfreie Prüfung
(DGZfP), Celle 1999.
- [61] Vernon, S.N.; Gross, T.A.: Effects of Shielding on Properties of Eddy
Current Probes with Ferrite Cup Coves. Review of Progress in Quanti-
tative Nondestructive Evaluation, vol.6; New York: Plenum 1987.
- [62] Harrison, D.J.; Jones, L.D.; Burke, S.K.: Bencnmark Problems for De-
fect Size and Shape Determination in Eddy-Current Nondestructive Te-
sting. Journal of Nondestructive Evaluation, Vol.15, No.1 1996, p.21-
34.

-
- [63] Thiele, Dreidimensionale Modellierung von Wirbelstromfeldern für die zerstörungsfreie Werkstoffprüfung. Jahrestagung der Deutschen Gesellschaft für zerstörungsfreie Prüfung (DGZfP), Dresden 1997, Tagungsband (Bd.2) S. 721-730.
- [64] Dunbar, W. S.: The Volume Integral Method of Eddy-Current Modeling: Verification. Journal of Nondestructive Evaluation, Vol.7, No.1/2 1988, p.43-54.
- [65] Bowler, J.; Norton, S.; Harrison, D.: Eddy-Current Interaction with an Ideal Crack. II.The Inverse Problem. J. Appl. Phys. 75 (12) 1994, p. 8138-8144.
- [66] Burke, S.K.: Eddy-Current Inversion in the Thin-Skin Limit: Determination of Depth and Opening for a long Crack. J. Appl. Phys. 76 (5), 1994, p. 3072-3080.
- [67] Göldner, K.: Mathematische Grundlagen der Systemanalyse. Band 1, Fachbuchverlag Leipzig, 1981.
- [68] Mallwitz, R.; Becker, W.-J., Röhl, K.: Magnetic Field Sensors on 3D - Non-Destructive Testing. 7th European Conference on Non-Destructive Testing (ECNDT) Copenhagen, 1998, p.2623-2630.
- [69] Bahr, A.J.; Auld, B.A.: An Electromagnetic Model for Eddy-Current Imaging. Journal of Nondestructive Evaluation, Vol.7, Nos 1/ 2, 1988, p.71-77.
- [70] Köser, O.; Mook, G.: Simulation und Rekonstruktion von Wirbelstrombildern auf Basis eines Stromschleifenmodells. DGZfP-Berichtsband 55 „Kolloquium: Grundlagen der zerstörungsfreien Prüfung“ 1996, S. 39-50.
- [71] Fenniri, H ; Moineau, A.; Delauny, G.: The Use of Some Iterative Deconvolution Algorithms to improve Resolution of a flat Magnetic Sensor. Sensors & Actuators A, 63 (1997) 7-13.

- [72] Joynson, R.O.; Oliver, D.W.; Silverstein, K.H.; Young, J.D.: Eddy Current Imaging. IEEE Trans. Magn. MAG-20, 1984, p.1986-1988.
- [73] Zacharias, P.: Elektrophysikalische und elektrochemische Abtragsverfahren - ihre technische Entwicklung und empirische Modellierung. Dissertation B, TH Magdeburg, 1985.
- [74] Johnson, L.N.; Leone, F.C.: Statistics and Experimental Design. Band 2. John Wiley & Sons, New York 1977, Kap. 19, S. 410-440.
- [75] Louis, A.K.; Maaß, P.; Rieder, A.: Wavelets. Theorie und Anwendungen. Teubner Stuttgart 1994.
- [76] Blatter, Ch.: Wavelets - Eine Einführung. Vieweg, Braunschweig, Wiesbaden, 1998.
- [77] Bronstein, I.N.; Semendjajew, K.A.: Taschenbuch der Mathematik. Verlag Harri Deutsch, Thun, 1984.
- [78] Burg, K; Haf, H.; Wille,F.: Höhere Mathematik für Ingenieure. Band II - Lineare Algebra. Teubner, Stuttgart, 1987.
- [79] Spellucci, P.; Törnig, W.: Eigenwertberechnung in den Ingenieurwissenschaften. Teubner Stuttgart, 1985.
- [80] Kronmüller, H.: Digitale Signalverarbeitung. Springer Verlag, Berlin Heidelberg, 1991.
- [81] Bauckholt, H.-J.: Grundlagen und Bauelemente der Elektrotechnik. Hanser-Verlag. München Wien (3.Auflage) 1992.